La Tavola annessa alla Memoria del Socio Prof. CIPOLLA: " *Sulla notizia Vercellese* „ ecc., sarà distribuita con altra dispensa.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOLUME TRENTESIMO

1894-95

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1895

ELENCO

DEGLI

ACCADEMICI RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI STRANIERI E CORRISPONDENTI

AL 18 NOVEMBRE MDCCCXCIV.

PRESIDENTE

. . . .

VICE-PRESIDENTE

CARLE (Giuseppe), Dottore aggregato e Preside della Facoltà di Leggi, Professore di Filosofia del Diritto nella R. Università di Torino, Membro del Consiglio Superiore della Istruzione Pubblica, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Comm. ✠, e ✠.

TESORIERE

CAMERANO (Lorenzo), Dott. aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali, Professore di Anatomia comparata e di Zoologia e Direttore dei Musei relativi nella R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Membro della Società Zoologica di Francia, Membro corrispondente della Società Zoologica di Londra.

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

D'Ovidio (Dott. Enrico), Professore ordinario di Algebra e Geometria analitica, incaricato di Analisi superiore, e Preside della Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali nella R. Università di Torino, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Napoli, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio dell'Accademia Pontaniana, delle Società matematiche di Parigi e Praga, ecc., Uffiz. ✱, Comm. ✱.

Segretario

Basso (Giuseppe), Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali, Professore di Fisica matematica nella R. Università di Torino, Professore di Fisica nella R. Accademia Militare, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Membro della Società degli Spettroscopisti Italiani, ✱, ✱.

ACCADEMICI RESIDENTI

Salvadori (Conte Tommaso), Dottore in Medicina e Chirurgia, Vice-Direttore del Museo Zoologico della R. Università di Torino, Professore di Storia naturale nel R. Liceo *Cavour* di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, della Società Italiana di Scienze Naturali, dell'Accademia Gioenia di Catania, Membro Corrispondente della Società Zoologica di Londra, dell'Accademia delle Scienze di Nuova York, della Società dei Naturalisti in Modena, della Società Reale delle Scienze

di Liegi, e della Reale Società delle Scienze Naturali delle Indie Neerlandesi, e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro effettivo della Società Imperiale dei Naturalisti di Mosca, Socio Straniero della *British Ornithological Union*, Socio Straniero onorario del *Nuttall Ornithological Club*, Socio Straniero dell'*American Ornithologist's Union*, e Membro onorario della Società Ornitologica di Vienna, Membro ordinario della Società Ornitologica tedesca, Uffiz. ♔, Cav. dell'O. di S. Giacomo del merito scientifico, letterario ed artistico (Portogallo).

Cossa (Alfonso), Dottore in Medicina, Direttore della Regia Scuola d'Applicazione degli Ingegneri in Torino, Professore di Chimica docimastica nella medesima Scuola, e di Chimica minerale presso il R. Museo Industriale Italiano, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, e della R. Accademia delle Scienze di Napoli, Socio ordinario non residente dell'Istituto d'Incoraggiamento alle Scienze naturali di Napoli, Presidente della Reale Accademia di Agricoltura di Torino, e Socio dell'Accademia Gioenia di Catania, Socio effettivo della Società Imperiale Mineralogica di Pietroburgo, Comm. ✠, ♔, e dell'O. d'Is. Catt. di Sp.

Berruti (Giacinto), Direttore del R. Museo Industriale Italiano, e dell'Officina governativa delle Carte-Valori, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Gr. Uffiz. ♔; Comm. ✠, dell'O. di Francesco Giuseppe d'Austria, della L. d'O. di Francia, e della Repubblica di S. Marino.

Siacci (Francesco), Senatore del Regno, T. Colonnello d'Artiglieria nella Riserva, Professore ordinario di Meccanica razionale nella R. Università di Napoli (già di Meccanica superiore in quella di Torino), Professore onorario della R. Università di Torino, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, e Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, e dell'Accademia

delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio dell'Accademia Pontaniana e della R. Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli, Uff. ✠, Comm. ✠, Cav. del Merito Militare di Spagna.

Basso (Giuseppe), *predetto.*

D'Ovidio (Enrico), *predetto.*

Bizzozero (Giulio), Senatore del Regno, Professore e Direttore del Laboratorio di Patologia generale nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei e delle RR. Accademie di Medicina e di Agricoltura di Torino, Socio Straniero dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum,* Socio Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Membro del Consiglio Superiore di Sanità, ecc. Uffiz. ✠ e Gr. Uffiz. ✠.

Ferraris (Galileo), Ingegnere, Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Università di Torino, Prof. di Fisica tecnica e Direttore del Laboratorio di Elettrotecnica nel R. Museo Industriale Italiano, Prof. di Fisica nella R. Scuola di Guerra, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino; Socio Straniero dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum,* Membro onorario della Società di Fisica di Francoforte sul Meno, e dell'Associazione degli Ingegneri elettricisti dell'Istituto Montefiore di Liegi; Uff. ✠; Comm. ✠, dell'O. di Franc. Gius. d'Austria e dell'O. reale della Corona di Prussia.

Naccari (Andrea), Dottore in Matematica, Socio Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, e della R. Accademia dei Lincei, Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, Uffiz. ✠, ✠.

Mosso (Angelo), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Fisiologia nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia di Medicina di Torino, Socio Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, della Società Reale di Scienze mediche e naturali di Bruxelles, ecc. ecc., ✠, Comm. ✠.

Spezia (Giorgio), Ingegnere, Professore di Mineralogia, e Direttore del Museo mineralogico della Regia Università di Torino, ✠.

Gibelli (Giuseppe), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Botanica, e Direttore dell'Orto botanico della R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, ✠, ✠.

Giacomini (Carlo), Dott. aggregato in Medicina e Chirurgia, Prof. di Anatomia umana, descrittiva, topografica ed Istologia, Corrispondente dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio della R. Accademia di Medicina di Torino, e Direttore dell'Istituto Anatomico della Regia Università di Torino, ✠, ✠.

Camerano (Lorenzo), *predetto*.

Segre (Corrado), Dott. in Matematica, Professore di Geometria superiore nella R. Università di Torino, Corrispondente della R. Accademia dei Lincei e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, ✠.

Peano (Giuseppe), Dottore in Matematica, Prof. di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino, Socio della " Sociedad Cientifica " del Messico, Socio e Membro del Consiglio direttivo del Circolo Matematico di Palermo.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Menabrea (S. E. Luigi Federigo), Marchese di Val Dora, Senatore del Regno, Professore emerito di Costruzioni nella R. Università di Torino, Tenente Generale, Primo Aiutante di campo Generale Onorario di S. M., Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze), Membro Onorario del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia di Lettere e Scienze di Modena, Uffiziale della Pubblica Istruzione di Francia, ecc.; C. O. S. SS. N., Gr. Cr. e Cons. ✠, Cav. e Cons. ✠, Gr. Cr. ✪, ▬, dec. della Medaglia d'oro al Valor Militare e della Med. d'oro Mauriziana; Gr. Cr. dell'O. Supr. del Serafino di Svezia, dell'O. di S. Alessandro Newski di Russia, di Danebrog di Danim., Gr. Cr. dell'O. di Torre e Spada di Portogallo, dell'O. del Leone Neerlandese, di Leop. del Belg. (Categ. Militare), della Probità di Sassonia, della Corona di Wurtemberg, e di Carlo III di Sp., Gr. Cr. dell'O. di S. Stefano d'Ungheria, dell'O. di Leopoldo d'Austria, di quelli della Fedeltà e del Leone di Zähringen di Baden, Gr. Cr. dell'Ordine del Salvatore di Grecia, Gr. Cr. dell'Ordine di S. Marino, Gr. Cr. degli Ordini del Nisham *Ahid* e del Nisham *Iftigar* di Tunisi, Gr. Cr. dell'Ordine della L. d'O. di Francia, di Cristo di Portogallo, del Merito di Sassonia, di S. Giuseppe di Toscana, Dottore in Leggi, *honoris causa*, delle Università di Cambridge e di Oxford, ecc., ecc.

Brioschi (Francesco), Senatore del Regno, Direttore del R. Istituto tecnico superiore di Milano, Presidente della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Membro del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della Reale Accademia delle Scienze di Napoli, dell'Istituto di Bologna, ecc., Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Geometria), e delle Reali Accademie delle Scienze di Berlino, di Gottinga, di Pietroburgo, del Belgio, di Praga, di Erlangen, ecc., Dottore *ad honorem* delle Università

di Heidelberg e di Dublino, Membro delle Società Matematiche di Parigi e di Londra e delle Filosofiche di Cambridge e di Manchester, Gr. Cord. ✠, della Legion d'Onore; ✠, ✠, Comm. dell'O. di Cr. di Port.

Cannizzaro (Stanislao), Senatore del Regno, Professore di Chimica generale nella R. Università di Roma, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio Corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Berlino, di Vienna, e di Pietroburgo, Socio Straniero della R. Accademia delle Scienze di Baviera e della Società Reale di Londra, Comm. ✠, Gr. Uffiz. ✠; ✠.

Schiaparelli (Giovanni), Direttore del R. Osservatorio astronomico di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia Reale di Napoli e dell'Istituto di Bologna, Socio Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Astronomia), delle Accademie di Monaco, di Vienna, di Berlino, di Pietroburgo, di Stockolma, di Upsala, di Cracovia, della Società de' Naturalisti di Mosca, e della Società astronomica di Londra, Gr. Cord. ✠; Comm. ✠; ✠.

Cremona (Luigi), Senatore del Regno, Professore di Matematica superiore nella R. Università di Roma, Direttore della Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri, Presidente della Società Italiana delle Scienze (detta dei XL), Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio del R. Istituto Lombardo, del R. Istituto d'Incoraggiamento di Napoli, dell'Accademia dell'Istituto di Bologna, delle Società Reali di Londra, di Edimburgo, di Gottinga, di Praga, di Liegi e di Copenaghen, delle Società matematiche di Londra, di Praga e di Parigi, delle Reali Accademie di Napoli, di Amsterdam e di Monaco, Membro onorario dell'Insigne Accademia romana di Belle Arti detta di San Luca, della Società Filosofica di Cambridge e dell'Associazione britannica pel progresso delle Scienze, Membro Straniero della Società delle Scienze di Harlem, Socio Corrispondente delle Reali Accademie di Berlino e di Lisbona, Dottore (LL. D.) del-

l'Università di Edimburgo, Dottore (D. Sc.) dell'Università di Dublino, Professore emerito nell'Università di Bologna, Gr. Uffiz. ✠, Gr. Cord. ✠, Cav. e Cons. ✠.

BELTRAMI (Eugenio), Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio effettivo del R. Istituto Lombardo e della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio estero della R. Accademia di Gottinga, Socio Corrispondente della R. Accademia di Berlino, della Società Reale di Napoli, dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Meccanica), della Società Matematica di Londra, Professore di Fisica matematica nella R. Università di Roma, Comm. ✠; ✠, ✠.

ACCADEMICI STRANIERI

DANA (Giacomo), Professore a New Haven.

HERMITE (Carlo), Professore nella Facoltà di Scienze, Parigi.

WEIERSTRASS (Carlo), Professore nell'Università di Berlino.

THOMSON (Guglielmo), Professore nell'Università di Glasgow.

GEGENBAUR (Carlo), Professore nell'Università di Heidelberg.

CAYLEY (Arturo), Professore nella Università di Cambridge.

VIRCHOW (Rodolfo), Professore nella Università di Berlino.

KOELLIKER (Alberto von), Professore nell' Università di Würzburg.

CORRISPONDENTI

SEZIONE

DI MATEMATICHE PURE

TARDY (Placido), Professore emerito della R. Università di Genova . . . . *Firenze*

CANTOR (Maurizio), Prof. nell'Università di *Heidelberg*

SCHWARZ (Ermanno A.), Professore nella Università di . . . . *Gottinga*

KLEIN (Felice), Professore nell'Università di *Gottinga*

DINI (Ulisse), Professore di Analisi superiore nella R. Università di . . . . *Pisa*

BERTINI (Eugenio), Professore nella Regia Università di . . . . *Pisa*

DARBOUX (G. Gastone), dell'Istit. di Francia *Parigi*

POINCARÉ (G. Enrico), dell'Istit. di Francia *Parigi*

NOETHER (Massimiliano), Professore nell'Università di . . . . *Erlangen*

BIANCHI (Luigi), Professore nella R. Università di . . . . *Pisa*

SEZIONE

DI MATEMATICHE APPLICATE, ASTRONOMIA E SCIENZA DELL' INGEGNERE CIVILE E MILITARE

Fergola (Emanuele), Professore di Analisi superiore nella R. Università di . . . . . . *Napoli*

Tacchini (Pietro), Direttore dell'Osservatorio del Collegio Romano . . . . *Roma*

Fasella (Felice), Direttore della Scuola navale Superiore di . . . . *Genova*

Hopkinson (Giovanni), della Società Reale di *Londra*

Zeuner (Gustavo), Profes. nel Politecnico di *Dresda*

Ewing (Giovanni Alfredo), Professore nell'Università di . . . . *Cambridge*

SEZIONE

DI FISICA GENERALE E SPERIMENTALE

Blaserna (Pietro), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . . *Roma*

Kohlrausch (Federico), Professore nell'Istituto fisico di . . . . *Strasburgo*

Cornu (Maria Alfredo), dell'Istit. di Francia *Parigi*

Felici (Riccardo), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . . *Pisa*

VILLARI (Emilio), Professore nella R. Università di . . . . *Napoli*

ROITI (Antonio), Professore nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in *Firenze*

WIEDEMANN (Gustavo), Professore nell'Università di . . . . *Lipsia*

RIGHI (Augusto), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . *Bologna*

LIPPMANN (Gabriele), dell'Istituto di Francia *Parigi*

BARTOLI (Adolfo), Professore di Fisica nella R. Università di . . . . *Pavia*

SEZIONE

DI CHIMICA GENERALE ED APPLICATA

BONJEAN (Giuseppe) . . . . *Chambéry*

PLANTAMOUR (Filippo), Prof. di Chimica . *Ginevra*

WILL (Enrico), Professore di Chimica . . *Giessen*

BUNSEN (Roberto Guglielmo), Professore di Chimica . . . . *Heidelberg*

BERTHELOT (Marcellino), dell'Istit. di Francia *Parigi*

PATERNÒ (Emanuele), Professore di Chimica nella R. Università di . . . . *Palermo*

KÖRNER (Guglielmo), Professore di Chimica organica nella R. Scuola super. d'Agricoltura in *Milano*

Friedel (Carlo), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

Fresenius (Carlo Remigio), Professore a . *Wiesbaden*

Baeyer (Adolfo von), Professore nell'Università di . . . . *Monaco* (Baviera)

Kekulé (Augusto), Prof. nell'Università di *Bonn*

Williamson (Alessandro Guglielmo), della R. Società di . . . . *Londra*

Thomsen (Giulio), Prof. nell'Università di . *Copenaghen*

Lieben (Adolfo), Professore nell'Università di *Vienna*

Mendelejeff (Demetrio), Professore nell'Imp. Università di . . . . *Pietroburgo*

Hoff (J. H. van't), Prof. nell'Università di *Amsterdam*

SEZIONE

DI MINERALOGIA, GEOLOGIA E PALEONTOLOGIA

Strüver (Giovanni), Professore di Mineralogia nella R. Università di . . . . *Roma*

Rosenbusch (Enrico), Prof. nell'Università di *Heidelberg*

Nordenskiöld (Adolfo Enrico), della Reale Accademia delle Scienze di . . . . *Stoccolma*

Daubrée (Gabriele Augusto), dell' Istituto di Francia, Direttore della Scuola Nazionale delle Miniere a . . . . *Parigi*

ZIRKEL (Ferdinando), Professore a . . . *Lipsia*

DES CLOIZEAUX (Alfredo Luigi Oliviero LEGRAND), dell'Istituto di Francia . . . . . . *Parigi*

CAPELLINI (Giovanni), Profess. nella R. Università di . . . . *Bologna*

TSCHERMAK (Gustavo), Prof. nell'Università di *Vienna*

ARZRUNI (Andrea), Professore nell'Istituto tecnico sup. *(technische Hochschule)* . . . . *Aquisgrana*

KLEIN (Carlo), Professore nell'Università di *Berlino*

GEIKIE (Arcibaldo), Direttore del Museo di Geologia pratica . . . . *Londra*

SEZIONE

DI BOTANICA E FISIOLOGIA VEGETALE

TRÉVISAN DE SAINT-LÉON (Conte Vittore), Corrispondente del R. Istituto Lombardo . . *Milano*

GENNARI (Patrizio), Professore di Botanica nella R. Università di . . . . *Cagliari*

CARUEL (Teodoro), Professore di Botanica nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . . *Firenze*

ARDISSONE (Francesco), Professore di Botanica nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in *Milano*

SACCARDO (Andrea), Professore di Botanica nella R. Università di . . . . *Padova*

HOOKER (Giuseppe DALTON), Direttore del Giardino Reale di Kew . . . . *Londra*

SACHS (Giulio von), Prof. nell'Università di *Würzburg*

DELPINO (Federico), Professore nella R. Università di . . . . *Bologna*

PIROTTA (Romualdo), Professore nella Regia Università di . . . . *Roma*

STRASBURGER (Edoardo), Professore nell'Università di . . . . *Bonn*

SEZIONE

DI ZOOLOGIA, ANATOMIA E FISIOLOGIA COMPARATA

DE SELYS LONGCHAMPS (Edmondo) . . . *Liegi*

PHILIPPI (Rodolfo Armando) . . . . . *Santiago* (Chili)

GOLGI (Camillo), Professore di Istologia, ecc., nella R. Università di . . . . *Pavia*

HAECKEL (Ernesto), Prof. nell'Università di *Jena*

SCLATER (Filippo LUTLEY), Segretario della Società Zoologica di . . . . *Londra*

FATIO (Vittore), Dottore . . . . . . *Ginevra*

KOVALEWSKI (Alessandro), Professore nell'Università di . . . . *Odessa*

LUDWIG (Carlo), Profess. nell'Università di *Lipsia*

LOCARD (Arnould), dell' Accademia delle Scienze di . . . . *Lione*

CHAUVEAU (G. B. Augusto), Professore alla Scuola di Medicina di . . . . *Parigi*

FOSTER (Michele), Profess. nell'Università di *Cambridge*

HEINDENHAIN (Rodolfo), Professore nell'Università di . . . . *Breslavia*

WALDEYER (Guglielmo), Professore nell'Università di . . . . *Berlino*

GUENTHER (Alberto), Direttore del Dipartimento zoologico del Museo Britannico di . . *Londra*

HOWER (Guglielmo Enrico), Direttore del Museo di Storia naturale . . . . *Londra*

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore

. . . .

Segretario

Ferrero (Ermanno), Dottore in Giurisprudenza, Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia nella R. Università di Torino, Professore di Storia militare nell'Accademia Militare, R. Ispettore per gli scavi e le scoperte di antichità nel Circondario di Torino, Consigliere della Giunta Superiore per la Storia e l'Archeologia, Membro della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le antiche Provincie e la Lombardia, Membro e Segretario della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Socio Corrispondente della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie di Romagna, dell'Imp. Instituto Archeologico Germanico, e della Società Nazionale degli Antiquarii di Francia, fregiato della Medaglia del merito civile di 1ª cl. della Rep. di S. Marino, ✠.

ACCADEMICI RESIDENTI

Peyron (Bernardino), Professore di Lettere, Bibliotecario Onorario della Biblioteca Nazionale di Torino, Socio Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Gr. Uffiz. ✠, Uffiz. ✠.

Vallauri (Tommaso), Senatore del Regno, Professore di Letteratura latina e Dott. aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia nella Regia Università di Torino, Membro della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Accademico d'onore della Romana Accademia delle Belle Arti di San Luca, Socio Corrispondente della R. Accademia della Crusca, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia Romana di Archeologia, del Circolo Filologico di Torino, della Società Emulatrice per le Scienze e le Arti in Italia (Napoli), della R. Accademia Palermitana di Scienze, Lettere ed Arti, della Società storica di Dallas Texas (America del Nord), Gr. Cord. e Comm., Cav. dell'Ordine di S. Gregorio Magno.

Claretta (Barone Gaudenzio), Dottore in Leggi, Socio e Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Vice-Presidente della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Membro della Commissione conservatrice dei monumenti di antichità e belle arti della Provincia ecc., Comm., Gr. Uffiz.

Rossi (Francesco), Professore d'Egittologia nella R. Università di Torino, Vice-Direttore del R. Museo di Antichità a riposo, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, e della Società per gli Studi biblici in Roma.

Manno (Barone D. Antonio), Membro e Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Membro del Consiglio degli Archivi, Commissario di S. M. presso la Consulta araldica, Dottore *honoris causa* della R. Università di Tübingen, Comm., Gr. Uffiz., Cav. d'on. e devoz. del S. O. M. di Malta.

Bollati di Saint-Pierre (Barone Federigo Emanuele), Dottore in Leggi, Soprintendente agli Archivi Piemontesi, e Direttore dell'Archivio di Stato in Torino, Membro del Consiglio d'Amministrazione presso il R. Economato generale delle antiche Provincie, Corrispondente della Consulta araldica, Vice-Presidente della Commissione araldica per il Piemonte, Membro della R. Deputazione sopra gli studi di storia patria per le Antiche

Provincie e la Lombardia, e della Società Accademica d'Aosta, Socio corrispondente della Società Ligure di Storia patria, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, della Società Colombaria Fiorentina, della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie della Romagna, della nuova Società per la Storia di Sicilia, e della Società di Storia e di Archeologia di Ginevra; Membro onorario della Società di Storia della Svizzera Romanza, dell'Accademia del Chablais, e della Società Savoina di Storia e di Archeologia ecc., Uffiz. ✠, Comm. ♕.

Schiaparelli (Luigi), Dottore aggregato, Professore di Storia antica nella R. Università di Torino, Comm. ✠, e ♕.

Pezzi (Domenico), Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia e Professore di Storia comparata delle lingue classiche e neo-latine nella R. Università di Torino, ♕.

Ferrero (Ermanno), *predetto.*

Carle (Giuseppe), *predetto.*

Nani (Cesare), Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza, Professore di Storia del Diritto nella R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia Patria, Uff. ✠, ♕.

Berti (S. E. Domenico), Primo Segretario di S. M. pel Gran Magistero dell'Ordine Mauriziano, Cancelliere dell'Ordine della Corona d' Italia, Deputato al Parlamento nazionale, Professore emerito delle RR. Università di Torino, di Bologna, e di Roma, Socio Nazionale della Regia Accademia dei Lincei, Socio Corrispondente della R. Accademia della Crusca e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro delle RR. Deputazioni di Storia patria del Piemonte e dell'Emilia, Gr. Cord. ✠, e ♕; Cav. e Cons. ✿, Gr. Cord. della Leg. d'O. di Francia, dell'Ordine di Leopoldo del Belgio, dell'Ordine di San Marino, ecc. ecc.

Cognetti De Martiis (Salvatore), Professore di Economia politica nella R. Università di Torino, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, e della R. Accademia dei Georgofili, ✠, Comm. ✠.

Graf (Arturo), Professore di Letteratura italiana nella R. Università di Torino, Membro della Società romana di Storia patria, Uffiz. ✠ e ✠.

Boselli (S. E. Paolo), Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza della R. Università di Genova, già Professore nella R. Università di Roma, Professore Onorario della R. Università di Bologna, Vice-Presidente della R. Deputazione di Storia Patria, Socio Corrispondente dell'Accademia dei Georgofili, Presidente della Società di Storia patria di Savona, Socio della R. Accademia di Agricoltura, Deputato al Parlamento nazionale, Ministro delle Finanze, Presidente del Consiglio provinciale di Torino, Gr. Uffiz. ✠, Gr. Cord. ✠, Gr. Cord. dell'Aquila Rossa di Prussia, dell'Ordine di Alberto di Sassonia e dell'Ord. di Bertoldo I di Zähringen (Baden), Gr. Uffiz. O. di Leopoldo del Belgio, Uffiz. della Cor. di Pr., della L. d'O. di Francia, e C. O. della Concezione del Portogallo.

Cipolla (Conte Carlo), Professore di Storia moderna nella R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio effettivo della R. Deputazione Veneta di Storia patria, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei e dell'Accademia delle Scienze di Monaco (Baviera), Socio Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Uffiz. ✠.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Carutti di Cantogno (Barone Domenico), Senatore del Regno, Presidente della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Membro dell'Istituto Storico Italiano, Socio Straniero della R. Accademia delle Scienze Neerlandese, e della Savoia, Socio Corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco in Baviera, ecc. ecc. Gr. Uffiz. ✻ e ⬬, Cav. e Cons. ✠, Gr. Cord. dell'O. del Leone Neerlandese e dell'O. d'Is. la Catt. di Spagna, ecc.

Reymond (Gian Giacomo), già Professore di Economia politica nella Regia Università di Torino, ✻.

Ricci (Marchese Matteo), Senatore del Regno, Socio Residente della Reale Accademia della Crusca, Uffiz. ✻.

Canonico (Tancredi), Senatore del Regno, Professore, Presidente di Sezione della Corte di Cassazione di Roma, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Socio della R. Accad. delle Scienze del Belgio, e di quella di Palermo, della Società Generale delle Carceri di Parigi, Consigliere del Contenzioso Diplomatico, Comm. ✻, e Gr. Croce ⬬, Cav. ✠, Comm. dell'Ord. di Carlo III di Spagna, Gr. Uffiz. dell'Ord. di Sant'Olaf di Norvegia, Gr. Cord. dell'O. di S. Stanislao di Russia.

Cantù (Cesare), Membro del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia dei Lincei, di quelle della Crusca, dell'Arcadia, di S. Luca, della Pontaniana, della Ercolanense, ecc., Socio Straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze morali e politiche), Socio della R. Accademia di Scienze, Lettere e Belle Arti del Belgio, Gr. Cr. ✻, e ⬬, Cav. e Cons. ✠, Comm. dell'O. di C. di Port., Gr. Uffiz. dell'O. della Guadalupa del

Messico, Gr. Cr. dell'O. della Rosa del Brasile, e dell'O. di Isabella la Catt. di Spagna, ecc., Uffiz. della Pubblica Istruz. e della L. d'O. di Francia, ecc.

Tosti (D. Luigi), Abate Benedettino Cassinese, Vice Archivista degli Archivi Vaticani.

Villari (Pasquale), Senatore del Regno, Professore di Storia moderna nell'Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, Membro del Consiglio Superiore di Pubblica Istruzione, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia di Napoli, della R. Accademia dei Georgofili, Vice-presidente della R. Deputazione di Storia Patria per la Toscana, l'Umbria e le Marche, Socio di quella per le provincie di Romagna, Socio Straordinario della R. Accademia di Baviera, della R. Accademia Ungherese, Dott. in Legge della Università di Edimburgo e di Halle, Professore emerito della R. Università di Pisa, Gr. Uffiz. ✱ e ▬, Cav. ✤, Cav. del Merito di Prussia, ecc., ecc.

Comparetti (Domenico), Senatore del Regno, Professore emerito dell'Università di Pisa e dell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo, del R. Istituto Veneto, della R. Accademia delle Scienze di Napoli e dell'Accademia della Crusca, Membro della Società Reale pei testi di lingua, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) e della R. Accademia delle Scienze di Monaco, Uff. ✱, Comm. ▬, Cav. ✤.

ACCADEMICI STRANIERI

Mommsen (Teodoro), Professore nella Regia Università di Berlino.

Müller (Massimiliano), Professore nell'Università di Oxford.

Meyer (Paolo), Professore nel Collegio di Francia, Direttore dell'*École des Chartes* a Parigi.

Paris (Gastone), Professore nel Collegio di Francia, Parigi.

Böhtlingk (Ottone), Professore nell'Università di Lipsia.

Tobler (Adolfo), Professore nell'Università di Berlino.

Gneist (Enrico Rodolfo), Professore nell'Università di Berlino.

Arneth (Alfredo von), Direttore dell'Archivio imperiale di Vienna.

Maspero (Gastone), Professore nel Collegio di Francia.

CORRISPONDENTI

SEZIONE
DI SCIENZE FILOSOFICHE

RENDU (Eugenio) . . . . *Parigi*

BONATELLI (Francesco), Professore nella Regia Università di . . . . *Padova*

FERRI (Luigi), Professore nella R. Università di *Roma*

BONGHI (Ruggero), Professore emerito della R. Università di . . . . *Roma*

SEZIONE
DI SCIENZE GIURIDICHE E SOCIALI

LAMPERTICO (Fedele), Senatore del Regno . *Roma*

SERAFINI (Filippo), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di . . . . *Pisa*

SERPA PIMENTEL (Antonio di), Consigliere di Stato . . . . *Lisbona*

RODRIGUEZ DE BERLANGA (Manuel) . . . . *Malaga*

SCHUPFER (Francesco), Professore nella R. Università di . . . . *Roma*

COSSA (Luigi), Professore nella R. Università di *Pavia*

Pertile (Antonio), Professore nella R. Università di . . . . *Padova*

Gabba (Carlo Francesco), Professore nella R. Università di . . . . *Pisa*

Buonamici (Francesco), Professore nella R. Università di . . . . *Pisa*

Dareste (Rodolfo), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

SEZIONE
DI SCIENZE STORICHE

Adriani (P. Giambattista), della R. Deputazione sovra gli studi di Storia Patria . . . . *Cherasco*

Perrens (Francesco), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

Haulleville (Prospero de) . . . . . . *Bruxelles*

De Leva (Giuseppe), Professore nella R. Università di . . . . *Padova*

Sybel (Enrico Carlo Ludolfo von), Direttore dell'Archivio di Stato in . . . . *Berlino*

Wallon (Alessandro), Segretario perpetuo dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) . . . . *Parigi*

Willems (Pietro), Professore nell'Università di *Lovanio*

Birch (Walter de Gray), del Museo Britannico di . . . . *Londra*

Capasso (Bartolomeo), Sovrintendente degli Archivi Napoletani . . . . *Napoli*

CARINI (Mons. Isidoro), Prefetto della Biblioteca Vaticana . . . . *Roma*

WATTENBACH (Guglielmo), Professore nell'Università di . . . . *Berlino*

CHEVALIER (Canonico Ulisse) . . . . . . *Romans*

SEZIONE

DI ARCHEOLOGIA

PALMA di CESNOLA (Conte Luigi) . . . . . *New-York*

FIORELLI (Giuseppe), Senatore del Regno . . *Roma*

CURTIUS (Ernesto), Professore nell'Università di *Berlino*

LATTES (Elia), Membro del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere . . . . *Milano*

POGGI (Vittorio), Bibliotecario e Archivista civico a . . . . *Savona*

PLEYTE (Guglielmo), Conservatore del Museo Egizio a . . . . *Leida*

PALMA DI CESNOLA (Cav. Alessandro), Membro della Società degli Antiquarii di . . . . . . *Londra*

MOWAT (Roberto), Membro della Società degli Antiquari di Francia . . . . *Parigi*

NADAILLAC (Marchese I. F. Alberto de) . . *Parigi*

BRIZIO (Eduardo), Professore nell'Università di *Bologna*

SEZIONE

DI GEOGRAFIA

NEGRI (Barone Cristoforo), Console generale di Iª Classe, Consultore legale del Ministero degli Affari esteri . . . . *Torino*

KIEPERT (Enrico), Professore nell'Università di *Berlino*

PIGORINI (Luigi), Professore nella R. Università di . . . . *Roma*

SEZIONE

DI LINGUISTICA E FILOLOGIA ORIENTALE

KREHL (Ludolfo), Professore nell'Università di *Lipsia*

SOURINDRO MOHUN TAGORE . . . . *Calcutta*

ASCOLI (Graziadio), Senatore del Regno, Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di *Milano*

WEBER (Alberto), Professore nell'Università di *Berlino*

KERBAKER (Michele), Professore nella R. Università di . . . . *Napoli*

MARRE (Aristide) . . . . *Vaucresson* (Francia)

OPPERT (Giulio), Prof. nel Collegio di Francia *Parigi*

GUIDI (Ignazio), Professore nella R. Università di . . . . *Roma*

SEZIONE
DI FILOLOGIA, STORIA LETTERARIA E BIBLIOGRAFIA

LINATI (Conte Filippo), Senatore del Regno . *Parma*

BRÉAL (Michele), Professore nel Collegio di Francia . . . . *Parigi*

NEGRONI (Carlo), Senatore del Regno . . . *Novara*

D'ANCONA (Alessandro), Professore nella R. Università di . . . . *Pisa*

NIGRA (S. E. Conte Costantino), Ambasciatore d'Italia a . . . . *Vienna*

RAJNA (Pio), Professore nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . *Firenze*

DEL LUNGO (Isidoro), Socio residente della R. Accademia della Crusca . . . . *Firenze*

MUTAZIONI

AVVENUTE

nel Corpo Accademico dal 1° Gennaio al 18 Novembre 1894.

ELEZIONI

SOCI

LESSONA (Michele), rieletto Presidente dell'Accademia nell'adunanza plenaria del 24 Giugno 1894.

CARLE (Giuseppe), rieletto Vice-Presidente dell'Accademia nell'adunanza plenaria del 24 Giugno, ed approvato con R. Decreto del 4 Agosto 1894.

FERRERO (Ermanno), rieletto Segretario della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza del 24 Giugno, ed approvato con R. Decreto del 6 Agosto 1894.

BIANCHI (Luigi), Professore di Matematica nella R. Università di Pisa, nominato Socio Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Matematica pura ed Astronomia) nell'adunanza del 27 Maggio 1894.

EWING (Giovanni Alfredo), Professore nell'Università di Cambridge, id. id. (Sezione di Matematica applicata e Scienza dell'Ingegnere civile e militare) id. id.

BARTOLI (Adolfo), Professore di Fisica nella R. Università di Pavia, id. id. (Sezione di Fisica generale e sperimentale) id. id.

HOFF (J. H. van't), Professore nell'Università di Amsterdam, id. id. (Sezione di Chimica generale ed applicata) id. id.

FLOWER (Guglielmo Enrico), Direttore del Museo di Storia naturale di Londra, id. id. (Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata) id. id.

MORTI

1° Gennaio 1894.

HERTZ (Enrico), Socio Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Fisica generale e sperimentale).

14 Febbraio 1894.

CATALAN (Eugenio), Socio Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Matematica applicata e Scienza dell'Ingegnere civile e militare).

20 Marzo 1894.

CHAMPOLLION-FIGEAC (Amato), Socio Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze storiche).

15 Aprile 1894.

MARIGNAC (Giovanni Carlo), Socio Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Chimica generale ed applicata).

17 Aprile 1894.

BONCOMPAGNI (D. Baldassarre) dei Principi di Piombino, Socio Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Matematica pura ed Astronomia).

28 Aprile 1894.

BATTAGLINI (Giuseppe), Socio nazionale non residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

20 Maggio 1894.

Daguet (Alessandro), Socio Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

7 Giugno 1894.

Whitney (Guglielmo), Socio straniero della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

6 Luglio 1894.

Mallard (Ernesto), Socio Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia).

20 Luglio 1894.

Lessona (Michele), Socio nazionale residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, Presidente dell'Accademia.

8 Settembre 1894.

Helmholtz (Ermanno Luigi Ferdinando), Socio straniero della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

15 Settembre 1894.

Fabretti (Ariodante), Socio nazionale residente e Direttore della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

20 Settembre 1894.

De Rossi (Giovanni Battista), Socio nazionale non residente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

CLASSI UNITE

Adunanza del 18 Novembre 1894.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
VICE-PRESIDENTE

Il Vice-Presidente commemora il defunto Presidente Senatore Michele Lessona ed il Socio Senatore Ariodante Fabretti, Direttore della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, affidando al Socio Salvadori per il primo ed al Socio Ferrero per il secondo l'incarico di fare una più ampia commemorazione della loro vita e de' loro studii.

Annuncia poi le altre perdite fatte dall'Accademia nelle vacanze, cioè del Socio Nazionale non residente Giovanni Battista de Rossi, dei Soci Stranieri Guglielmo Whitney ed Ermanno Helmholtz, che rispettivamente saranno commemorati, in prossime adunanze, dai Soci Ferrero, Pezzi e Mosso, e dei Soci Corrispondenti Ernesto Mallard ed Alessandro Daguet.

È data comunicazione del R. Decreto 4 agosto 1894 approvante la riconfermazione fatta dall'Accademia del Socio Carle nell'ufficio triennale di Vice-Presidente.

Gli Accademici Segretari

Giuseppe Basso.
Ermanno Ferrero.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 18 Novembre 1894.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
VICE-PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: D'OVIDIO, Direttore della Classe, SALVADORI, COSSA, BERRUTI, BIZZOZERO, FERRARIS, NACCARI, MOSSO, SPEZIA, GIACOMINI, CAMERANO, SEGRE, PEANO e BASSO Segretario.

Dopo la lettura e l'approvazione dell'atto verbale dell'adunanza del 17 giugno 1894, la Classe, fra le molte pubblicazioni pervenute in dono all'Accademia durante le ferie scorse, segnala in particolar modo le seguenti presentate a nome dei rispettivi autori:

1° dal Socio COSSA: “ *Angelo Sala medico e chimico vicentino del secolo XVII°* „; Conferenza tenuta dallo stesso Socio offerente all'Accademia Olimpica di Vicenza;

2° dal Socio D'OVIDIO: due lavori del Prof. M. FIORINI, intitolati, l'uno: “ *Le sfere cosmografiche e specialmente le sfere terrestri* „ e l'altro: “ *Il Mappamondo di Leonardo da Vinci ed altre consimili Mappe* „;

3° dal Socio SPEZIA: “ *La collina di Torino in rapporto alle Alpi, all'Appennino ed alla pianura del Po* „; Memoria geologica del Dott. F. VIRGILIO;

4° dal Socio Basso: “ a) *Discorso pronunziato dal Prof. M. Daubrée in occasione dei funerali di E. Mallard membro dello Istituto di Francia;* b) *Gian Carlo Galissard de Marignac* „; Notizia biografica del Sig. E. Ador; c) i fascicoli Novembre-Dicembre 1894 della “ *Rivista di Matematica* „, edita dal Socio Prof. G. Peano.

Il Socio Basso presenta poscia per l'inserzione negli *Atti* le “ *Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1895* „ calcolate dal Dott. Vittorio Balbi Assistente all'Osservatorio della R. Università di Torino.

Il Socio Peano presenta anche per gli *Atti* una sua Nota col titolo: “ *Estensione di alcuni teoremi di Cauchy sui limiti* „.

Infine il Socio Camerano presenta un nuovo lavoro del Dott. E. Giglio-Tos sui “ *Ditteri del Messico* „ (parte quarta) ed uno Studio paleontologico del Dott. Federico Sacco sui “ *Coccodrilli del Monte Bolca* „. Essendo questi due lavori, quando la Classe li approvi, destinati ai volumi delle *Memorie,* il Presidente incarica del loro esame un'apposita Commissione.

LETTURE

EFFEMERIDI

del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1895

calcolate dal Dott. VITTORIO BALBI,

Assistente all'Osservatorio della R. Università.

PRINCIPALI ARTICOLI DEL CALENDARIO

PER L'ANNO 1895.

L'anno 1895 è comune.

Anno 1895 del Calendario Gregoriano; comincia il Martedì 1° Gennaio.

Anno 6608 del Periodo Giuliano.

Anno 2648 della fondazione di Roma (secondo Varrone).

Anno 1895 del Calendario Giuliano (Russo); comincia Domenica 13 Gennaio.

Anno 5655 dell'Era degli Ebrei; ha cominciato il Lunedì 1° Ottobre 1894 e l'anno 5656 comincierà il Giovedì 19 Settembre 1895.

Computo Ecclesiastico.		*Quattro Tempora.*	
Numero d'Oro	15	Marzo . . .	6, 8 e 9
Epatta	4	Giugno . . .	5, 7 e 8
Ciclo Solare	28	Settembre . .	18, 20 e 21
Indizione Romana . . .	8	Dicembre . .	18, 20 e 21
Lettera Domenicale . .	F		

Feste Mobili.

Settuagesima	10 Febbraio
Ceneri	27 Febbraio
Pasqua	14 Aprile
Rogazioni	20, 21 e 22 Maggio
Ascensione	23 Maggio
Pentecoste	2 Giugno
SS. Trinità	9 Giugno
Corpus Domini	13 Giugno
I Domenica dell'Avvento . .	1 Dicembre

Principio delle Quattro Stagioni.

Primavera . . .	20 Marzo	ore	21,	min.	49
Estate	21 Giugno	„	17	„	51
Autunno . . .	23 Settembre	„	8	„	10
Inverno	22 Dicembre	„	2	„	39.

Gennaio 1895.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
1	1	M	8 10	12 32 58,66	16 56	11 10	16 38,2	22 17	6
2	2	M	10	33 26,88	57	11 26	17 17,9	23 21	7
3	3	G	10	33 54,73	58	11 42	17 57,7	——	8
4	4	V	9	34 22,18	59	11 58	18 39,3	0 26	9
5	5	S	9	34 49,18	17 0	12 17	19 23,8	1 34	10
6	6	D	9	35 15,73	1	12 40	20 12,9	2 47	11
7	7	L	9	35 41,78	2	13 10	21 7,7	4 3	12
8	8	M	9	36 7,32	3	13 50	22 8,4	5 20	13
9	9	M	9	36 32,32	4	14 44	23 13,9	6 37	14
10	10	G	8	36 56,77	6	15 54	— –	7 44	15
11	11	V	8	37 20,65	7	17 17	0 20,7	8 36	16
12	12	S	7	37 43,92	8	18 44	1 25,3	9 16	17
13	13	D	7	38 6,57	9	20 10	2 25,1	9 47	18
14	14	L	6	38 28,60	10	21 32	3 19,9	10 12	19
15	15	M	6	38 49,98	12	22 50	4 10,5	10 32	20
16	16	M	5	39 10,70	13	——	4 58,4	10 52	21
17	17	G	5	39 30,76	14	0 6	5 45,0	11 11	22
18	18	V	4	39 50,12	16	1 21	6 31,7	11 32	23
19	19	S	3	40 8,78	17	2 34	7 19,7	11 56	24
20	20	D	3	40 26,71	18	3 47	8 9,5	12 25	25
21	21	L	2	40 43,92	20	4 57	9 1,1	13 2	26
22	22	M	1	41 0,37	21	6 00	9 53,9	13 47	27
23	23	M	0	41 16,05	22	6 53	10 46,7	14 42	28
24	24	G	7 59	41 30,96	24	7 35	11 38,0	15 44	29
25	25	V	58	41 45,08	25	8 9	12 27,0	16 50	30
26	26	S	57	41 57,39	27	8 36	13 12,9	17 57	1
27	27	D	57	42 10,90	28	8 58	13 56,1	19 3	2
28	28	L	56	42 22,58	29	9 15	14 37,0	20 8	3
29	29	M	54	42 33,43	31	9 32	15 16,7	21 12	4
30	30	M	53	42 43,45	32	9 58	15 56,1	22 16	5
31	31	G	52	42 52,73	34	10 3	16 36,0	23 23	6

Fasi della Luna.

4 Primo quarto alle 8^h 52^m
11 Luna piena „ 7^h 50^m
17 Ultimo quarto „ 23^h 55^m
25 Luna nuova „ 22^h 26^m

Il giorno nel mese cresce di 0^h 56^m

12 La Luna è in Perigeo alle 1^h
26 Id. Apogeo „ 19^h

Il Sole entra nel segno *Aquario* il giorno 20 alle ore 7 min. 38.

Febbraio 1895.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	Il Sole nasce	Il Sole passa al meridiano		Il Sole tramonta	La Luna nasce	La Luna passa al meridiano	La Luna tramonta	Età della Luna
			h m	h m	s	h m	h m	h m	h m	
32	1	V	7 51	12 43	0,98	17 35	10 21	17 18,5	——	7
33	2	S	50	43	8,49	37	10 42	18 4,2	0 31	8
34	3	D	49	43	15,16	38	11 7	18 54,7	1 43	9
35	4	L	47	43	20,98	39	11 41	19 50,6	2 58	10
36	5	M	46	43	25,99	41	12 26	20 51,8	4 13	11
37	6	M	45	43	30,17	42	13 26	21 56,6	5 23	12
38	7	G	44	43	33,56	44	14 42	23 1,7	6 22	13
39	8	V	42	43	36,07	45	16 6	——	7 8	14
40	9	S	41	43	37,81	47	17 34	0 4,1	7 43	15
41	10	D	39	43	38,76	48	19 1	1 2,3	8 10	16
42	11	L	38	43	38,93	49	20 24	1 56,3	8 33	17
43	12	M	37	43	38,35	51	21 45	2 47,1	8 54	18
44	13	M	35	43	37,03	52	23 2	3 36,0	9 13	19
45	14	G	33	43	34,96	54	——	4 24,5	9 34	20
46	15	V	32	43	32,18	55	0 20	5 13,7	9 58	21
47	16	S	30	43	28,69	57	1 35	6 4,1	10 26	22
48	17	D	29	43	24,52	58	2 48	6 56,2	11 0	23
49	18	L	27	43	19,65	59	3 54	7 49,3	11 43	24
50	19	M	26	43	14,13	18 1	4 51	8 42,5	12 35	25
51	20	M	24	43	7,94	2	5 36	9 34,3	13 36	26
52	21	G	22	43	1,10	4	6 12	10 23,9	14 41	27
53	22	V	21	42	53,63	5	6 41	11 10,6	15 47	28
54	23	S	19	42	45,53	7	7 3	11 54,6	16 54	29
55	24	D	17	42	36,81	8	7 22	12 36,3	17 59	30
56	25	L	15	42	27,51	10	7 39	13 16,4	19 4	1
57	26	M	14	42	17,62	11	7 55	13 55,6	20 8	2
58	27	M	12	42	7,16	12	8 10	14 35,8	21 15	3
59	28	G	10	41	56,15	14	8 27	15 17,3	22 22	4

(TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE)

Fasi della Luna.

3 Primo quarto alle 1h 16m

9 Luna piena » 18h 23m

16 Ultimo quarto » 14h 9m

24 Luna nuova » 17h 44m

Il giorno nel mese cresce di 1h 22m

9 La Luna è in Perigeo alle 14h
22 Id. Apogeo » 20h

Il Sole entra nel segno *Pesci* il giorno 18 alle ore 22 min. 9.

Marzo 1895.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
60	1	V	7 9	12 41 44,60	18 15	8 46	16 1,4	23 32	5
61	2	S	7	41 32,53	17	9 9	16 49,4	——	6
62	3	D	5	41 19,95	18	9 39	17 42,0	0 45	7
63	4	L	3	41 6,89	19	10 18	18 39,4	1 59	8
64	5	M	1	40 53,37	21	11 10	19 40,6	3 8	9
65	6	M	0	40 39,39	22	12 17	20 43,4	4 10	10
66	7	G	6 58	40 24,98	23	13 36	21 45,0	5 0	11
67	8	V	56	40 10,16	24	15 0	22 43,8	5 38	12
68	9	S	54	39 54,95	26	16 26	23 39,1	6 9	13
69	10	D	52	39 39,37	27	17 50	——	6 34	14
70	11	L	51	39 23,45	28	19 13	0 31,3	6 54	15
71	12	M	49	39 7,21	30	20 34	1 21,6	7 14	16
72	13	M	47	38 50,70	31	21 55	2 11,3	7 35	17
73	14	G	45	38 33,92	32	23 13	3 1,6	7 58	18
74	15	V	43	38 16,90	34	——	3 53,3	8 24	19
75	16	S	41	37 59,66	35	0 30	4 46,5	8 57	20
76	17	D	39	37 42,23	36	1 41	5 40,8	9 38	21
77	18	L	37	37 24,63	38	2 44	6 35,3	10 26	22
78	19	M	36	37 6,86	39	3 34	7 28,6	11 26	23
79	20	M	34	36 48,96	40	4 13	8 19,3	12 30	24
80	21	G	32	36 30,95	41	4 44	9 7,2	13 36	25
81	22	V	30	36 12,83	43	5 9	9 52,1	14 43	26
82	23	S	29	35 54,62	44	5 29	10 34,5	15 49	27
83	24	D	26	35 36,36	45	5 46	11 15,0	16 54	28
84	25	L	24	35 18,05	46	6 2	11 55,0	17 59	29
85	26	M	22	34 59,71	48	6 18	12 34,9	19 5	1
86	27	M	21	34 41,36	49	6 34	13 16,2	20 12	2
87	28	G	19	34 23,02	50	6 52	13 59,8	21 22	3
88	29	V	17	34 4,71	52	7 14	14 46,9	22 35	4
89	30	S	15	33 46,44	53	7 42	15 38,3	23 49	5
90	31	D	13	33 28,23	54	8 18	16 33,9	——	6

Fasi della Luna.

4 Primo quarto alle 13^h 40^m

11 Luna piena „ 4^h 38^m

18 Ultimo quarto „ 6^h 32^m

26 Luna nuova „ 11^h 25^m

Il giorno nel mese cresce di 1^h 37^m

10 La Luna è in Perigeo alle 2^h
22 Id. Apogeo „ 19^h

Il Sole entra nel segno *Ariete* il giorno 20 alle ore 21 min. 49.

Aprile 1895.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il Sole			La Luna			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
91	1	L	6 11	12 33 10,09	18 55	9 5	17 33,1	1 0	7
92	2	M	9	32 52,04	57	10 6	18 34,0	2 3	8
93	3	M	7	32 34,11	58	11 18	19 34,2	2 56	9
94	4	G	6	32 16,30	59	12 38	20 32,0	3 36	10
95	5	V	4	31 58,64	19 0	14 0	21 26,6	4 8	11
96	6	S	2	31 41,14	2	15 23	22 18,3	4 34	12
97	7	D	0	31 23,83	3	16 44	23 8,2	4 56	13
98	8	L	5 58	31 6,71	4	18 5	23 57,5	5 16	14
99	9	M	56	30 49,84	6	19 24	——	5 36	15
100	10	M	55	30 33,22	7	20 45	0 47,4	5 57	16
101	11	G	53	30 16,88	8	22 5	1 38,9	6 23	17
102	12	V	51	30 0,84	9	23 20	2 32,4	6 52	18
103	13	S	49	29 45,11	11	——	3 27,7	7 30	19
104	14	D	47	29 29,73	12	0 29	4 23,7	8 17	20
105	15	L	46	29 14,69	13	1 26	5 18,8	9 13	21
106	16	M	44	29 0,02	14	2 10	6 11,6	10 17	22
107	17	M	42	28 45,73	16	2 45	7 1,3	11 23	23
108	18	G	41	28 31,85	17	3 12	7 47,5	12 31	24
109	19	V	39	28 18,37	18	3 33	8 30,8	13 37	25
110	20	S	37	28 5,31	19	3 51	9 11,9	14 42	26
111	21	D	35	27 52,69	21	4 7	9 51,9	15 47	27
112	22	L	34	27 40,53	22	4 24	10 31,8	16 52	28
113	23	M	32	27 28,82	23	4 40	11 12,8	18 0	29
114	24	M	31	27 17,58	24	4 58	11 56,0	19 10	30
115	25	G	29	27 6,81	26	5 19	12 42,5	20 22	1
116	26	V	27	26 56,53	27	5 45	13 33,2	21 37	2
117	27	S	26	26 46,75	28	6 18	14 28,4	22 50	3
118	28	D	24	26 37,46	29	7 3	15 27,4	23 57	4
119	29	L	23	26 28,68	30	8 0	16 28,4	——	5
120	30	M	21	26 20,40	32	9 9	17 26,8	0 52	6

Fasi della Luna.

2 Primo quarto alle 22^h 28^m

9 Luna piena " 14^h 43^m

17 Ultimo quarto " 0^h 22^m

25 Luna nuova " 2^h 11^m

Il giorno nel mese cresce di 1^h 30^m

7 La Luna è in Perigeo alle 6^h
19 Id. Apogeo " 2^h

Il Sole entra nel segno *Toro* il giorno 20 alle ore 9 min. 38.

Maggio 1895.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
121	1	M	5 20	12 26 12,63	19 33	10 26	18 26,7	1 36	7
122	2	G	18	26 5,38	34	11 47	19 21,0	2 11	8
123	3	V	17	25 58,66	35	12 7	20 12,1	2 38	9
124	4	S	15	25 52,46	37	14 26	21 1,0	3 0	10
125	5	D	14	25 46,79	38	15 44	21 48,9	3 20	11
126	6	L	12	25 41,66	39	17 1	22 37,1	3 40	12
127	7	M	11	25 37,10	40	18 20	23 26,8	4 0	13
128	8	M	10	25 33,10	42	19 39	——	4 23	14
129	9	G	9	25 29,68	43	20 57	0 19,0	4 50	15
130	10	V	7	25 26,82	44	22 10	1 13,5	5 26	16
131	11	S	6	25 24,55	45	23 13	2 9,8	6 7	17
132	12	D	5	25 22,87	46	——	3 6,3	7 0	18
133	13	L	3	25 21,77	48	0 3	4 1,2	8 2	19
134	14	M	2	25 21,25	49	0 42	4 52,9	9 8	20
135	15	M	1	25 21,33	50	1 13	5 40,8	10 16	21
136	16	G	0	25 22,00	51	1 36	6 25,4	11 22	22
137	17	V	4 59	25 23,24	52	1 56	7 7,4	12 28	23
138	18	S	58	25 25,06	53	2 12	7 47,6	13 32	24
139	19	D	57	25 27,46	54	2 29	8 27,2	14 37	25
140	20	L	56	25 30,42	55	2 45	9 7,3	15 43	26
141	21	M	55	25 33,94	56	3 1	9 49,4	16 52	27
142	22	M	54	25 38.02	58	3 21	10 34,6	18 4	28
143	23	G	53	25 42,63	59	3 45	11 24,0	19 19	29
144	24	V	52	25 47,76	20 0	4 16	12 18,3	20 34	30
145	25	S	51	25 53,42	1	4 57	13 17,3	21 45	1
146	26	D	51	25 59,57	2	5 51	14 19,4	22 47	2
147	27	L	50	26 6,20	3	6 58	15 21,6	23 35	3
148	28	M	49	26 13,30	3	8 14	16 21,5	——	4
149	29	M	49	26 20,83	4	9 36	17 17,4	0 13	5
150	30	G	48	26 28,79	5	11 56	18 9,5	0 41	6
151	31	V	47	26 37,16	6	12 15	18 58,5	1 5	7

Fasi della Luna.

2	Primo quarto alle		$4^h\ 44^m$
9	Luna piena	„	$0^h\ 59^m$
16	Ultimo quarto	„	$18^h\ 44^m$
24	Luna nuova	„	$13^h\ 46^m$
31	Primo quarto	„	$9^h\ 49^m$

Il giorno nel mese cresce di $1^h\ 8^m$

4 La Luna è in Perigeo alle 11^h
16 Id. Apogeo „ 21^h
29 Id. Perigeo „ 11^h

Il Sole entra nel segno *Gemelli* il giorno 21 ad ore 9 min. 26.

Giugno 1895.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	Il Sole nasce h m	Il Sole passa al meridiano h m s	Il Sole tramonta h m	La Luna nasce h m	La Luna passa al meridiano h m	La Luna tramonta h m	Età della Luna
152	1	S	4 47	12 26 45,92	20 7	13 32	19 45,7	1 25	8
153	2	D	46	26 55,06	8	14 48	20 32,6	1 45	9
154	3	L	46	27 4,56	9	16 4	21 20,6	2 4	10
155	4	M	45	27 14,45	9	17 21	22 10,6	2 25	11
156	5	M	45	27 24,73	10	18 39	23 3,2	2 50	12
157	6	G	44	27 35,15	11	19 52	23 58,4	3 21	13
158	7	V	44	27 45,98	11	20 59	——	4 0	14
159	8	S	44	27 57,12	12	21 55	0 54,7	4 49	15
160	9	D	43	28 8,52	13	22 38	1 50,3	5 47	16
161	10	L	43	28 20,19	13	23 11	2 43,7	6 53	17
162	11	M	43	28 32,09	14	23 38	3 33,4	8 1	18
163	12	M	43	28 44,22	14	23 58	4 19,6	9 9	19
164	13	G	43	28 56,54	15	——	5 2,5	10 15	20
165	14	V	43	29 9,05	15	0 17	5 43,2	11 20	21
166	15	S	43	29 21,72	16	0 33	6 22,8	12 23	22
167	16	D	43	29 34,52	16	0 49	7 2,1	13 28	23
168	17	L	43	29 47,44	17	1 5	7 42,7	14 34	24
169	18	M	43	30 0,45	17	1 24	8 25,7	15 44	25
170	19	M	43	30 13,53	17	1 45	9 12,8	16 57	26
171	20	G	43	30 20,66	18	2 12	10 4,7	18 12	27
172	21	V	43	30 39,80	18	2 49	11 2,1	19 26	28
173	22	S	44	30 52,93	18	3 37	12 3,8	20 33	29
174	23	D	44	31 6,01	18	4 40	13 7,6	21 28	1
175	24	L	44	31 19,02	18	5 56	14 10,4	22 10	2
176	25	M	44	31 31,94	18	7 18	15 9,6	22 43	3
177	26	M	45	31 44,71	18	8 42	16 4,5	23 9	4
178	27	G	45	31 57,31	18	10 3	16 55,4	23 30	5
179	28	V	46	32 9,74	18	11 22	17 43,7	23 50	6
180	29	S	46	32 21,95	18	12 39	18 30,8	——	7
181	30	D	47	32 33,95	18	13 54	19 18,2	0 10	8

Fasi della Luna.

7 Luna piena alle 12h 0m
15 Ultimo quarto " 12h 28m
22 Luna nuova " 22h 51m
29 Primo quarto " 15h 1m

Il giorno nel mese cresce di 0h 12m

13 La Luna è in Apogeo alle 16h
15 Id. Perigeo " 13h

Il Sole entra nel segno *Cancro* il giorno 21 ad ore 17 min. 44.

Luglio 1895.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE							Età della Luna
			Il SOLE				La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano		tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m	s	h m	h m	h m	h m	
182	1	L	4 47	12 32	45,67	20 18	15 10	20 7,0	0 30	9
183	2	M	48	32	57,14	18	16 27	20 58,1	0 53	10
184	3	M	48	33	8,31	17	17 41	21 51,5	1 22	11
185	4	G	49	33	19,19	17	18 49	22 46,8	1 58	12
186	5	V	50	33	29,74	17	19 48	23 42,2	2 43	13
187	6	S	50	33	39,95	16	20 35	——	3 37	14
188	7	D	51	33	49,80	16	21 12	0 36,2	4 41	15
189	8	L	52	33	59,28	16	21 40	1 27,1	5 48	16
190	9	M	52	34	8,38	15	22 2	2 14,6	6 56	17
191	10	M	53	34	17,07	15	22 22	2 58,7	8 3	18
192	11	G	54	34	25,35	14	22 38	3 40,0	9 8	19
193	12	V	55	34	33,20	13	22 54	4 19,7	10 11	20
194	13	S	56	34	40,61	13	23 10	4 58,6	11 15	21
195	14	D	57	34	47,56	12	23 26	5 38,0	12 19	22
196	15	L	58	34	54,04	11	23 46	6 19,2	13 27	23
197	16	M	59	35	0,05	11	——	7 3,5	14 36	24
198	17	M	59	35	5,56	10	0 10	7 52,0	15 50	25
199	18	G	5 0	35	10,57	9	0 42	8 46,0	17 3	26
200	19	V	1	35	15,07	8	1 23	9 45,0	18 14	27
201	20	S	2	35	19,04	7	2 19	10 47,9	19 15	28
202	21	D	3	35	22,46	6	3 29	11 52,0	20 3	29
203	22	L	4	35	25,32	5	4 51	12 54,2	20 40	1
204	23	M	5	35	27,60	4	6 17	13 52,5	21 19	2
205	24	M	6	35	29,28	3	7 42	14 46,7	21 34	3
206	25	G	8	35	30,37	2	9 4	15 37,6	21 56	4
207	26	V	9	35	30,86	1	10 24	16 26,6	22 15	5
208	27	S	10	35	30,73	0	11 43	17 14,9	22 35	6
209	28	D	11	35	29,98	19 59	13 0	18 4,0	22 57	7
210	29	L	12	35	28,62	58	14 17	18 54,8	23 24	8
211	30	M	13	35	26,62	57	15 32	19 47,7	23 57	9
212	31	M	14	35	24,01	55	16 41	20 42,1	——	10

Fasi della Luna.

7 Luna piena alle 0^h 29^m

15 Ultimo quarto " 4^h 31^m

22 Luna nuova " 6^h 32^m

28 Primo quarto " 21^h 36^m

Il giorno nel mese diminuisce di 0^h 50^m.

11 La Luna è in Apogeo alle 8^h

23 Id. Perigeo " 14^h

Il Sole entra nel segno *Leone* il giorno 23 alle ore 4 min. 34.

Agosto 1895.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE							Età della Luna
			Il SOLE				La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano		tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m	s	h m	h m	h m	h m	
213	1	G	5 15	12 35	20,80	19 54	17 44	21 37,1	0 40	11
214	2	V	16	35	16,95	53	18 33	22 31,2	1 31	12
215	3	S	17	35	12,48	52	19 13	23 22,7	2 31	13
216	4	D	18	35	7,42	50	19 43	——	3 37	14
217	5	L	20	35	1,74	49	20 8	0 11,1	4 45	15
218	6	M	21	34	55,47	48	20 27	0 56,1	5 53	16
219	7	M	22	34	48,60	46	20 44	1 38,2	6 58	17
220	8	G	23	34	41,15	45	21 0	2 18,4	8 2	18
221	9	V	25	34	33,12	43	21 16	2 57,3	9 6	19
222	10	S	26	34	24,52	42	21 32	3 36,2	10 9	20
223	11	D	27	34	15,37	40	21 49	4 16,1	11 14	21
224	12	L	28	34	5,67	39	22 11	4 58,4	12 22	22
225	13	M	29	33	55,43	37	22 38	5 44,2	13 32	23
226	14	M	31	33	44,67	36	23 14	6 34,3	14 44	24
227	15	G	32	33	33,38	34	——	7 29,6	15 55	25
228	16	V	33	33	21,58	32	0 2	8 29,3	16 59	26
229	17	S	34	33	9,28	31	1 4	9 31,8	17 52	27
230	18	D	35	32	56,48	29	2 20	10 34,2	18 35	28
231	19	L	37	32	43,19	28	3 43	11 34,5	19 8	29
232	20	M	38	32	29,41	26	5 10	12 31,3	19 33	30
233	21	M	39	32	15,16	24	6 36	13 24,9	19 56	1
234	22	G	40	32	0,43	22	7 59	14 16,1	20 17	2
235	23	V	41	31	45,24	21	9 21	15 6,3	20 37	3
236	24	S	43	31	29,61	19	10 42	15 56,8	21 0	4
237	25	D	44	31	13,54	17	12 2	16 48,6	21 26	5
238	26	L	45	30	57,04	16	13 20	17 42,0	21 58	6
239	27	M	46	30	40,14	14	14 33	18 37,0	22 38	7
240	28	M	47	30	22,83	12	15 39	19 32,5	23 25	8
241	29	G	49	30	5,16	10	16 33	20 27,2	——	9
242	30	V	50	29	47,13	8	17 15	21 19,4	0 24	10
243	31	S	51	29	28,75	6	17 44	22 8,6	1 28	11

Fasi della Luna.

5 Luna piena alle $14^h 51^m$

13 Ultimo quarto „ $18^h 19^m$

20 Luna nuova „ $13^h 56^m$

27 Primo quarto „ $6^h 43^m$

Il giorno nel mese diminuisce di $1^h 26^m$.

7 La Luna è in Apogeo alle 20^h
20 Id. Perigeo „ 22^h

Il Sole entra nel segno *Vergine* il giorno 23 alle ore 11 min. 12.

Settembre 1895.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
244	1	D	5 52	12 29 10,03	19 5	18 13	22 54,4	2 36	12
245	2	L	53	28 51,02	3	18 33	23 37,2	3 41	13
246	3	M	55	28 31,72	1	18 52	——	4 49	14
247	4	M	56	28 12,14	18 59	19 7	0 17,9	5 54	15
248	5	G	57	27 52,33	57	19 24	0 57,1	6 57	16
249	6	V	58	27 32,39	55	19 39	1 36,0	8 1	17
250	7	S	59	27 12,04	54	19 55	2 15,5	9 5	18
251	8	D	6 1	26 51,63	52	20 16	2 56,8	10 12	19
252	9	L	2	26 31,04	50	20 41	3 41,0	11 21	20
253	10	M	3	26 10,32	48	21 13	4 28,7	12 31	21
254	11	M	4	25 49,50	46	21 54	5 20,9	13 41	22
255	12	G	5	25 28,56	44	22 48	6 17,4	14 46	23
256	13	V	6	25 7,55	42	23 55	7 16,9	15 43	24
257	14	S	8	24 46,48	40	——	8 17,5	16 28	25
258	15	D	9	24 25,37	39	1 14	9 17,5	17 3	26
259	16	L	10	24 4,24	37	2 38	10 14,2	17 32	27
260	17	M	11	23 43,09	35	4 2	11 8,5	17 56	28
261	18	M	12	23 21,95	33	5 26	12 0,9	18 18	29
262	19	G	14	23 0,84	31	6 50	12 52,1	18 38	1
263	20	V	15	22 39,77	29	8 13	13 43,6	19 0	2
264	21	S	16	22 18,76	27	9 37	14 36,3	19 26	3
265	22	D	17	21 57,82	25	10 58	15 30,9	19 55	4
266	23	L	19	21 36,97	23	12 17	16 27,2	20 33	5
267	24	M	20	21 15,24	21	13 28	17 24,3	21 19	6
268	25	M	21	20 55,63	19	14 28	18 20,6	22 15	7
269	26	G	22	20 35,18	18	15 14	19 14,5	23 18	8
270	27	V	23	20 14,89	16	15 50	20 5,1	——	9
271	28	S	25	19 54,79	14	16 18	20 52,0	0 26	10
272	29	D	26	19 34,90	12	16 39	21 35,8	1 33	11
273	30	L	27	19 15.22	10	16 59	22 16,9	2 40	12

Fasi della Luna.

4 Luna piena alle 6^h 55^m

12 Ultimo quarto „ 5^h 51^m

18 Luna nuova „ 21^h 55^m

25 Primo quarto „ 19^h 23^m

Il giorno nel mese diminuisce di 1^h 32^m.

---

3 La Luna è in Apogeo alle 23^h
18 Id. Perigeo „ 8^h

Il Sole entra nel segno *Libra* il giorno 23 alle ore 8 min. 10.

Ottobre 1895.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
274	1	M	6 28	12 18 55,86	18 8	17 15	22 56,6	3 45	13
275	2	M	30	18 36,75	6	17 31	23 35,6	4 49	14
276	3	G	31	18 17,94	4	17 46	——	5 53	15
277	4	V	32	17 59,05	2	18 3	0 15,0	6 57	16
278	5	S	33	17 41,31	1	18 22	0 56,0	8 3	17
279	6	D	35	17 23,56	17 59	18 45	1 39,4	9 12	18
280	7	L	36	17 6,21	57	19 14	2 26.3	10 22	19
281	8	M	37	16 49,28	55	19 53	3 17,0	11 32	20
282	9	M	38	16 32,79	53	20 41	4 11,7	12 40	21
283	10	G	40	16 16,76	52	21 44	5 9,3	13 36	22
284	11	V	41	16 1,22	50	22 56	6 8,1	14 24	23
285	12	S	42	15 46,18	48	——	7 6,1	15 2	24
286	13	D	44	15 31,55	46	0 15	8 2,0	15 32	25
287	14	L	45	15 17,67	44	1 36	8 55.6	15 57	26
288	15	M	46	15 4,24	43	2 58	9 47,0	16 19	27
289	16	M	47	14 51,39	41	4 19	10 37,4	16 40	28
290	17	G	49	14 39,13	39	5 42	11 28,1	17 1	29
291	18	V	50	14 27,49	38	6 4	12 20,3	17 24	1
292	19	S	52	14 16,40	36	8 28	13 14,6	17 52	2
293	20	D	53	14 5,98	34	9 50	14 11,6	18 26	3
294	21	L	54	13 56,19	32	11 7	15 10,0	19 19	4
295	22	M	56	13 47,05	31	12 14	16 8,7	20 3	5
296	23	M	57	13 38,57	29	13 7	17 5,1	21 6	6
297	24	G	58	13 30,77	27	13 48	17 58,2	22 13	7
298	25	V	7 0	13 23,65	26	14 19	18 47.1	23 21	8
299	26	S	1	13 17,24	24	14 44	19 32,3	——	9
300	27	D	2	13 11,53	23	15 3	20 14,4	0 29	10
301	28	L	4	13 6,55	21	15 21	20 54,5	1 34	11
302	29	M	5	13 2,30	20	15 36	21 33,6	2 38	12
303	30	M	7	12 58,80	18	15 53	22 12.9	3 42	13
304	31	G	8	12 56,11	17	16 9	22 53,4	4 46	14

Fasi della Luna.

3 Luna piena alle 23h 47m

11 Ultimo quarto „ 15h 34m

18 Luna nuova „ 7h 10m

25 Primo quarto „ 12h 4m

Il giorno nel mese diminuisce di 1h 34m.

1 La Luna è in Apogeo alle 3h
16 Id. Perigeo „ 18h
28 Id. Apogeo „ 17h

Il Sole entra nel segno *Scorpione* il giorno 23 alle ore 4 min. 46.

Novembre 1895.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
305	1	V	7 9	12 12 54,17	17 16	16 27	23 36,3	5 52	15
306	2	S	11	12 53,04	14	16 49	——	7 0	16
307	3	D	12	12 52,71	13	17 17	0 22,6	8 11	17
308	4	L	13	12 53,19	11	17 53	1 12,8	9 22	18
309	5	M	15	12 54,51	10	18 39	2 7,1	10 30	19
310	6	M	16	12 56,63	9	19 37	3 4,3	11 31	20
311	7	G	18	12 59,69	7	20 47	4 3,0	12 22	21
312	8	V	19	13 3,56	6	22 3	5 1,0	13 3	22
313	9	S	20	13 8,28	5	23 22	5 56,5	13 34	23
314	10	D	22	13 13,87	4	——	6 49,4	14 0	24
315	11	L	23	13 20,33	3	0 30	7 39,6	14 22	25
316	12	M	25	13 23,65	1	1 59	8 28,6	14 42	26
317	13	M	26	13 35,84	0	3 18	9 17,3	15 2	27
318	14	G	27	13 44,92	16 59	4 37	10 7,1	15 24	28
319	15	V	29	13 54,84	58	5 59	10 59,4	15 49	29
320	16	S	30	14 5,62	57	7 21	11 54,7	16 20	30
321	17	D	31	14 17,44	56	8 41	12 52,6	16 59	1
322	18	L	33	14 29,69	56	9 54	13 52,1	17 49	2
323	19	M	34	14 42,98	55	10 55	14 50,9	18 48	3
324	20	M	35	14 57,07	54	11 42	15 46,8	19 56	4
325	21	G	37	15 11,96	53	12 17	16 38,5	21 6	5
326	22	V	38	15 27,04	52	12 45	17 25,9	22 14	6
327	23	S	39	15 44,08	52	13 6	18 9,6	23 21	7
328	24	D	41	16 1,28	51	13 25	18 50,5	——	8
329	25	L	42	16 19,24	50	13 41	19 30,0	0 26	9
330	26	M	43	16 37,92	50	13 57	20 8,9	1 29	10
331	27	M	44	16 57,33	49	14 13	20 48,7	2 33	11
332	28	G	46	17 17,43	49	14 31	21 30,5	3 37	12
333	29	V	47	17 38,24	48	14 52	22 15,4	4 44	13
334	30	S	48	17 59,71	48	15 18	23 4,5	5 54	14

Fasi della Luna.

2 Luna piena alle 16^h 18^m

10 Ultimo quarto „ 0^h 7^m

16 Luna nuova „ 18^h 12^m

23 Primo quarto „ 8^h 19^m

Il giorno nel mese diminuisce di 1^h 9^m.

13 La Luna è in Perigeo alle 17^h

25 Id. Apogeo „ 12^h

Il Sole entra nel segno *Sagittario* il giorno 22 ad ore 13 min. 42.

Dicembre 1895.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
335	1	D	7 49	12 18 21,85	16 47	15 50	23 58,0	7 6	15
336	2	L	50	18 44,63	47	16 33	——	8 17	16
337	3	M	51	19 8,03	47	17 29	0 55,5	9 23	17
338	4	M	52	19 32,04	46	18 37	1 55,3	10 17	18
339	5	G	53	19 56,63	46	19 52	2 55,0	11 2	19
340	6	V	55	20 21,79	46	21 12	3 52,2	11 36	20
341	7	S	56	20 47,47	46	22 30	4 46,3	12 3	21
342	8	D	57	21 13,68	46	23 48	5 37,1	12 27	22
343	9	L	58	21 40,37	46	——	6 25,6	12 47	23
344	10	M	59	22 7,53	46	1 5	7 13,1	13 7	24
345	11	M	59	22 35,13	46	2 22	8 1,1	13 27	25
346	12	G	8 0	23 3,13	46	3 40	8 50,7	13 50	26
347	13	V	1	23 31,50	46	5 0	9 43,1	14 18	27
348	14	S	2	24 0,20	46	6 19	10 38,8	14 52	28
349	15	D	3	24 29,21	46	7 34	11 36,9	15 37	29
350	16	L	3	24 58,46	46	8 40	12 35,9	16 33	1
351	17	M	4	25 27,94	47	9 33	13 33,4	17 37	2
352	18	M	5	25 57,60	47	10 14	14 27,5	18 47	3
353	19	G	5	26 27,41	47	10 44	15 17,3	19 57	4
354	20	V	6	26 57,32	48	10 8	16 3,0	21 6	5
355	21	S	6	27 27,30	48	11 28	16 45,3	22 12	6
356	22	D	7	27 57,31	49	11 46	17 25,4	23 15	7
357	23	L	7	28 27,31	49	12 1	18 4,4	——	8
358	24	M	8	28 57,27	50	12 17	18 43,4	0 19	9
359	25	M	8	29 27,17	50	12 34	19 23,7	1 22	10
360	26	G	9	29 56,96	51	12 54	20 6,7	2 27	11
361	27	V	9	30 26,62	51	13 16	20 53,5	3 34	12
362	28	S	9	30 56,09	52	13 46	21 44,8	4 46	13
363	29	D	9	31 25,38	53	14 23	22 40,8	5 57	14
364	30	L	9	31 54,43	54	15 14	23 40,5	7 6	15
365	31	M	9	32 23,23	55	16 25	——	8 7	16

Fasi della Luna.

2 Luna piena alle 7^h 38^m
9 Ultimo quarto „ 8^h 9^m
16 Luna nuova „ 7^h 30^m
24 Primo quarto „ 6^h 21^m
31 Luna piena „ 21^h 31^m

Il giorno nel mese diminuisce di 0^h 14^m.

9 La Luna è in Perigeo alle 17^h
23 Id. Apogeo „ 9^h

Il Sole entra nel segno *Capricorno* il giorno 22 alle ore 2 min. 39.

ECCLISSI

1895

(Tempo medio dell'Europa centrale).

Nell' anno 1895 avverranno tre ecclissi di Sole e due di Luna.

I. *Ecclisse totale di* Luna *l'* 11 *Marzo; visibile a Torino.*

Primo contatto colla penombra . .	ore 1,	min. 58,4
„ „ coll'ombra . . .	„ 2	„ 53,9
Principio della fase totale . . .	„ 3	„ 51,8
Istante medio dell'Ecclisse . . .	„ 4	„ 39,2
Fine della fase totale	„ 5	„ 26,5
Ultimo contatto coll'ombra . . .	„ 6	„ 24,4
„ „ colla penombra .	„ 7	„ 20,0

Grandezza dell'Ecclisse: 1.619 del diametro lunare.

Quest'Ecclisse è visibile nel Sud-Ovest dell'Asia, in Europa, in Africa, nell'Oceano Atlantico, nell'America e nella parte Orientale del Grande Oceano.

Per Torino si ha:

10 Marzo.	Nascere della Luna	ore 17,	min. 50
11 „	Passaggio della Luna al meridiano	„ 0	„ 31
11 „	Tramonto della Luna	„ 6	„ 54

Per Torino il primo contatto coll' ombra avviene a 96° verso sinistra dal punto più alto del disco lunare; e l' ultimo contatto a 114° verso destra dal medesimo punto (immagine diritta).

II. *Ecclisse parziale di* Sole *il* 26 *Marzo; invisibile a Torino.*

Quest' Ecclisse è visibile in Norvegia, nelle Isole Brittaniche, sulle coste Boreali della Francia, della Spagna, nella parte Nord del Grande Oceano, sulle coste Nord-Est del Nord America e nelle parti terminali delle terre polari.

III. *Ecclisse parziale di* SOLE *il* 20 *Agosto; invisibile a Torino.*

Quest'Ecclisse è visibile nella Russia Orientale, nel Nord-Ovest dell'Asia e nelle estreme terre polari.

IV. *Ecclisse totale di* LUNA *il* 4 *Settembre; in parte visibile a Torino.*

Primo contatto colla penombra . .	ore 3,	min.	49,7
" " coll'ombra . . .	" 5	"	0,3
Principio della fase totale . . .	" 6	"	6,9
Istante medio dell'Ecclisse . . .	" 6	"	57,0
Fine della fase totale	" 7	"	47,1
Ultimo contatto coll'ombra . . .	" 8	"	53,7
" " colla penombra .	" 10	"	4,3

Grandezza dell'Ecclisse: 1.550 del diametro lunare.

Quest'Ecclisse è visibile nella parte Occidentale dell'Europa e dell'Africa, nell'Oceano Atlantico, nell'America e nel Grande Oceano.

Per Torino si ha:

3 Settembre.	Nascere della Luna	ore 18,	min.	52
4 "	Passaggio della Luna al meridiano	" 0	"	18
4 "	Tramonto della Luna	" 5	"	54

Per Torino il primo contatto coll'ombra avviene a 12° verso sinistra dal punto più alto del disco lunare (immagine diritta): non si è calcolato il punto del disco in cui ha luogo l'ultimo contatto, poichè questo avviene dopo che la Luna è tramontata.

V. *Ecclisse parziale di* SOLE *il* 18 *Settembre; invisibile a Torino.*

Quest'Ecclisse è visibile nell'Australia Orientale, presso la Nuova Zelanda, nella parte a Nord-Ovest del Grande Oceano e nel mare di Ghiaccio del Sud.

Estensione di alcuni teoremi di Cauchy sui limiti;

Nota del Socio GIUSEPPE PEANO.

In virtù della corrispondenza univoca fra le idee ed i segni usati dalla logica matematica per rappresentarle, questa è un valido strumento per riconoscere l'identità di espressioni differenti nel linguaggio comune, e per rilevare facilmente ogni minima differenza che passa fra due espressioni analoghe, e che esigerebbe molta cura per essere rilevata col linguaggio ordinario.

Applicata al concetto di limite, ne risultò che la definizione di limite ora usata comunemente nei trattati di Analisi, per cui ogni funzione ha un limite solo, o manca di limite, è caso particolare del concetto di limite che trovasi in Cauchy, Abel e altri, secondo cui ogni funzione ha dei valori limiti. Se questi si riducono ad uno, si ha la definizione particolare ordinaria; se sonvene più, fra essi c'è sempre il massimo ed il minimo.

Non ci fermeremo qui a definire il limite in generale, nè ad esporne le principali proprietà. Queste definizioni e proposizioni furono raccolte dal ch.^mo^ Prof. R. Bettazzi nella parte VII del *Formulario* pubblicato dalla *Rivista di matematica,* cui rimandiamo il lettore. In un mio recente articolo *Sur la définition de la limite* (American Journal of Mathematics, 1894), la dimostrazione di queste proposizioni è tutta ridotta alle forme di ragionamento studiate in Logica matematica.

Così generalizzato il concetto di limite, si presenta un vasto campo aperto agli studiosi; si tratta di esaminare le varie proposizioni note nel caso particolare del limite unico, e di vedere con quali modificazioni esse sussistano trattandosi di limiti in generale.

In questa nota ci proponiamo di estendere al caso in cui la funzione abbia più valori limiti, il teorema di Cauchy, che in F VII § 4 P 6 (cioè nella prop. 6 del § 4 della parte VII del

citato Formulario di Matematica) è espresso in questi termini:

$$f \epsilon \mathrm{q f N} . \lim_{x, \mathrm{N}, \infty} fx \epsilon \mathrm{q} \cup \iota \infty \cup \iota (-\infty) . \supset . \lim_{x, \mathrm{N}, \infty} \frac{f1+f2+...+fx}{x} =$$

$$= \lim_{x, \mathrm{N}, \infty} fx.$$

" Essendo f una quantità reale funzione dei numeri interi positivi, cioè essendo $f1$, $f2$, ... una successione di quantità, se, quando x assumendo valori interi e positivi tende all'∞, fx tende ad un limite determinato e finito, o ha per limite il $+\infty$, o il $-\infty$, anche la media aritmetica dei primi x valori della funzione, cioè $\frac{f1 + f2 + ... + fx}{x}$, quando x varii nel modo indicato, tende allo stesso limite di fx ".

Il prof. Cesàro, nel suo pregevolissimo libro *Corso di Analisi Algebrica,* pag. 101, già estende questo teorema al caso in cui, non avendo fx un limite unico, tuttavia la successione dei valori di fx si può scomporre in successioni parziali in ognuna delle quali fx abbia un limite unico. Allora, se sono verificate altre condizioni per cui rimandiamo all'opera citata, anche la media aritmetica tende ad un limite unico. Noi ci vogliamo occupare specialmente del caso in cui la media aritmetica dei valori di fx non ha un limite unico.

Per brevità di linguaggio dicendo *limite* intenderemo " limite ottenuto facendo tendere la variabile x all'∞ attribuendole i soli valori interi e positivi ", e scriveremo lim invece di $\lim_{x, \mathrm{N}, \infty}$.

Teorema I. — " Essendo fx una quantità reale, funzione della successione dei numeri interi, cioè essendo $f1$, $f2$, . . . una successione di quantità, il più grande dei valori limiti di $\frac{f1+f2+...+fx}{x}$, non supera il massimo dei valori limiti di fx ".

Invece di parlare del massimo dei valori limiti, si può parlare del loro limite superiore, poichè nel nostro caso essi coincidono, come dice la F VII § 1 P 19. Invece di scrivere $f1 + f2 + ... + fx$ si può scrivere Σfx (F VIII § 1 P 1,3). Il teorema enunciato si esprime in simboli:

Teor. I. $$f \epsilon \mathrm{q f N} . \supset . \mathrm{l'} \lim \frac{\Sigma fx}{x} \leq \mathrm{l'} \lim fx.$$

Infatti, se m è una quantità maggiore di l'lim fx, si può determinare una quantità a, tale che qualunque sia l'intero x, maggiore di a, sempre si abbia $fx < m$. In simboli:

$$(\alpha) \qquad \text{Hp Teor I.}\ m \varepsilon \mathrm{q} \,.\, m > \mathrm{l}' \lim fx \,.\, \supset \therefore$$
$$a \varepsilon \mathrm{q} : x \varepsilon \mathrm{N} \,.\, x > a \,.\, \supset_x .\, fx < m : - =_a \Lambda.$$

Questa proposizione è caso particolare della seguente:

$$(\mathrm{A}) \quad u \varepsilon \mathrm{Kq} \,.\, \mathrm{l}' u = \infty \,.\, f \varepsilon \mathrm{q} \mathrm{f} u \,.\, m \varepsilon \mathrm{q} \,.\, m > \mathrm{l}' \lim_{x,u,\infty} fx \,.\, \supset \therefore$$
$$a \varepsilon \mathrm{q} : x \varepsilon u \,.\, x > a \,.\, \supset_x .\, fx < m : - =_a \Lambda.$$

" Essendo u un gruppo di numeri reali, illimitato superiormente, e f una quantità reale funzione definita nella classe u, se m è una quantità maggiore del limite superiore dei valori limiti di fx, ove x variando in u tenda all'∞, allora si può determinare una quantità a, in modo che comunque si prenda un numero x appartenente alla classe u, e maggiore di a, sempre si abbia $fx < m$ „.

La prop. A ora riportata trovasi dimostrata nel mio articolo citato; essa non trovasi nel Formulario, e sarà bene aggiungerla. Se nella A al posto di u si legge N, e si sopprimono le prop. vere $\mathrm{N} \varepsilon \mathrm{Kq} \,.\, \mathrm{l}'\mathrm{N} = \infty$ " i numeri interi e positivi costituiscono una classe di numeri reali, illimitata superiormente „, si ha la prop. (α).

La prop. (α) dice che, date le ipotesi, esiste un numero reale a, tale che ecc. Noi vogliamo invece affermare che esiste un numero intero positivo a tale che ecc.; cioè vogliamo al posto di $a \varepsilon \mathrm{q}$ poter scrivere $a \varepsilon \mathrm{N}$; o in altre parole vogliamo dedurre la prop. (λ) che seguirà.

A questo scopo si ha:

$$(\beta) \qquad \mathrm{Hp}(\alpha) \,.\, a \varepsilon \mathrm{q} : x \varepsilon \mathrm{N} \,.\, x > a \,.\, \supset_x .\, fx < m : a' =$$
$$\min \mathrm{N} \cap (a + \mathrm{Q}) : \supset .\, a' \varepsilon \mathrm{N}.$$

" Nelle ipotesi della (α), se a è una quantità tale che per ogni valore intero di x, maggiore di a, sia $fx < m$, chiamisi a'

il più piccolo numero intero positivo maggiore di a. Anzitutto sarà a' un numero intero positivo „.

(γ) $$\mathrm{Hp}(\beta) \,.\, x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > a' \,.\, \supset \,.\, x > a.$$

“ E inoltre se x è un numero maggiore di a', esso sarà pure maggiore di a „.

(δ) $$\mathrm{Hp}(\gamma) \,.\, \mathrm{Ths}(\gamma) \,.\, \supset \,.\, fx < m.$$

“ Dunque dalle ipotesi fatte, e da quanto si è dedotto, cioè dall'ipotesi della (γ), e dalla sua tesi, si deduce $fx < m$ „. La forma di ragionamento qui adottata è $a \,.\, a \supset b \,.\, \supset b$ “ se è vera la a, e da a si deduce b, sarà vera la b „. Invero in Hp(γ) . Ths(γ) si hanno le prop. $x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > a : x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > a \,.\, \supset_x .\, fx < m$, da cui si tira $fx < m$.

Ora, poichè Ths (γ) è conseguenza di Hp (γ), invece di Hp (γ) . Ths (γ) si può scrivere semplicemente Hp (γ), in virtù del principio di logica $a \supset b \,.\, = \,.\, a = ab$. Si ha così, sviluppando Hp (γ),

(ε) $$\mathrm{Hp}(\beta) \,.\, x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > a' \,.\, \supset \,.\, fx < m.$$

Portiamo fuori Hp (β), in virtù del principio di logica che la prop. $ab \supset c$ è equivalente alla $a \supset \,.\, b \supset c$. Si ha:

(ε') $$\mathrm{Hp}(\beta) \,.\, \supset : x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > a' \,.\, \supset_x .\, fx < m.$$

Componiamo le (β) ed (ε') che hanno la stessa ipotesi, cioè applichiamo l'identità di logica $a \supset b \,.\, a \supset c \,.\, = \,.\, a \supset bc$. Avremo:

(ζ) $$\mathrm{Hp}(\beta) \,.\, \supset : a' \epsilon \mathrm{N} : x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > a' \,.\, \supset_x .\, fx < m.$$

La tesi di questa (ζ) dice “ a' è un intero, tale che se x è un intero maggiore di a', si ha..... „, da cui si deduce “ esistono numeri interi a' tali che..... „, in virtù dell' identità di logica $x \epsilon a \,.\, \supset \,.\, a - = \Lambda$ “ se x è un individuo della classe a, questa classe non è nulla „. Cioè:

(η) $$\mathrm{Ths}(\zeta) \,.\, \supset \therefore a' \epsilon \mathrm{N} : x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > a' \,.\, \supset_x .\, fx < m : - =_{a'} \Lambda.$$

Le (ζ) ed (η) sono le premesse d'un sillogismo la cui conseguenza è Hp(ζ) Ɔ Ths(η), o sviluppando:

(θ) $\quad \mathrm{Hp}(\alpha) . a \epsilon \mathrm{q} : x \epsilon \mathrm{N} . x > a . Ɔ_x . fx < m : a' =$

$= \min \mathrm{N} \frown (a + \mathrm{Q}) . Ɔ \therefore a' \epsilon \mathrm{N} : x \epsilon \mathrm{N} . x > a' . Ɔ_x . fx < m : - = _{a'} \Lambda.$

La tesi di questa proposizione contiene la lettera a' solo apparentemente; e non si altera leggendo al posto di a' un'altra lettera o segno di variabile qualunque; e ciò perchè ogni lettera che in una proposizione figura come indice ad un Ɔ, o ad un =, è una lettera apparente. Anche la lettera x, che figura sia nell'ipotesi che nella tesi, e vi comparisce come indice al Ɔ, è in ambi i posti lettera apparente. La tesi è adunque una relazione fra le lettere rimanenti f ed m. L'ipotesi invece, oltre alle lettere f ed m, contiene le lettere a ed a'. Possiamo eliminare queste lettere. La a' si elimina sopprimendo la sua definiz. $a' = \min \mathrm{N} \frown (a + \mathrm{Q})$, e si ha:

(ι) $\quad \mathrm{Hp}(\alpha) . a \epsilon \mathrm{q} : x \epsilon \mathrm{N} . x > a . Ɔ_x . fx < m : Ɔ . \mathrm{Ths}(\theta).$

La a si elimina scrivendo la prop. precedente sotto la forma:

(κ) $\mathrm{Hp}(\alpha) \therefore a \epsilon \mathrm{q} : x \epsilon \mathrm{N} . x > a . Ɔ_x . fx < m : - = _a \Lambda \therefore Ɔ . \mathrm{Ths}(\theta).$

" Nelle ipotesi della (α), se esiste una quantità reale a tale che....., allora esiste un intero a' tale che..... ". Questa eliminazione di lettere variabili è esposta nell'*Introduction au Formulaire*, § 18, prop. 10. La parola *eliminazione* ha qui lo stesso significato che in algebra. Così, essendo fx e φx funzioni intere della variabile x, la proposizione

$$x \epsilon \mathrm{q}' . fx = 0 . \varphi x = 0 . - = _x \Lambda.$$

" Esiste un numero immaginario x che annulla le due funzioni " contiene la lettera apparente x, ed esprime una relazione fra le lettere rimanenti f e φ. Eliminare la x vuol dire esprimere la stessa proposizione sotto altra forma, in cui non figuri più la lettera x.

Ora la seconda parte della ipotesi di (κ) è la tesi di (α);

perciò $\mathrm{Hp}(\kappa) = \mathrm{Hp}(\alpha) \frown \mathrm{Ths}(\alpha) = \mathrm{Hp}(\alpha)$, in virtù della proprietà già citata che $a \supset b \,.=.\, a = ab$. In conseguenza la (κ) si può scrivere $\mathrm{Hp}(\alpha) \supset \mathrm{Ths}(\theta)$, o sviluppando, e scrivendo la lettera a al posto di a' nella tesi

$$(\lambda) \qquad \mathrm{Hp\,Teor\,I} \,.\, m \,\epsilon\, \mathrm{q} \,.\, m > \mathrm{l'lim}\, fx \,.\supset\therefore$$
$$a \,\epsilon\, \mathrm{N} : x \,\epsilon\, \mathrm{N} \,.\, x > a \,.\supset_x .\, fx < m : - =_a \Lambda.$$

Il passaggio dalla prop. (α) alla (λ) è stato lungo, perchè si è voluto fare una sola trasformazione semplice per volta, e di ogni trasformazione citarne la ragione logica. Sottintendendo queste regole di logica, si possono fare più trasformazioni alla volta, ed esporre ad esempio tutto il ragionamento precedente sotto la forma:

$$\mathrm{Hp}(\beta) \,.\supset\therefore a' \epsilon \mathrm{N} : x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > a' \,.\supset_x .\, x > a \,.\supset_x .\, fx < m \therefore\supset .\, \mathrm{Ths}(\theta).$$

" Avendo f, m, a, a' il significato detto in (β), sarà a' un intero; e se x è un intero maggiore di a', esso sarà pure maggiore di a, e quindi sarà $fx < m$. Onde si deduce che esiste un intero a' tale che ecc. ".

Continuando il nostro ragionamento, nella ipotesi di (λ), o di (α) che è la stessa, se a è un intero tale che ogni x maggiore di a renda $fx < m$, e se x è appunto un numero maggiore di a, sarà $f(a+1) + f(a+2) + \ldots + fx < m(x-a)$:

$$(\mu) \quad \mathrm{Hp}(\lambda) \,.\, a \epsilon \mathrm{N} : x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > a \,.\supset_x .\, fx < m : x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > a : \supset .$$
$$f(a+1) + f(a+2) + \ldots + fx < m\,(x-a).$$

Aggiungo ai due membri di questa diseguaglianza Σfa, cioè $f1 + f2 + \ldots + fa$; si ha:

$$(\nu) \qquad \mathrm{Hp}(\mu) \,.\supset .\, \Sigma fx < \Sigma fa + m\,(x-a)$$

divido per x

$$(\xi) \qquad \mathrm{Hp}(\mu) \,.\supset .\, \frac{\Sigma fx}{x} < \frac{\Sigma fa + m\,(x-a)}{x}.$$

Sia ora h una quantità positiva qualunque. Dico che posso

prendere x così grande che si abbia $\frac{\Sigma fa + m(x-a)}{x} < m + h$. Risolvendo infatti questa disuguaglianza rispetto ad x si ricava $x > \frac{\Sigma fa - ma}{h}$; in simboli:

$$(\text{o}) \quad \text{Hp}(\mu) . h \epsilon \text{Q} . x > \frac{\Sigma fa - ma}{h} . \supset . \frac{\Sigma fa + m(x-a)}{x} < m + h.$$

Moltiplico logicamente membro a membro le prop. (ξ) ed (o), scrivendo una volta sola le proposizioni che vengono enunciate due volte, in virtù dell'identità logica $aa = a$. Nella tesi si avrà una doppia diseguaglianza della forma $x < y . y < z$, da cui si ha $x < z$; si trova

$$(\pi) \qquad \text{Hp}(\text{o}) . \supset . \frac{\Sigma fx}{x} < m + h,$$

o sviluppando

$$(\pi') \quad \text{Hp}(\alpha) . a \epsilon \text{N} : x \epsilon \text{N} . x > a . \supset_x . fx < m : x \epsilon \text{N} . x > a . h \epsilon \text{Q} .$$
$$x > \frac{\Sigma fa - ma}{h} : \supset . \frac{\Sigma fx}{x} < m + h.$$

Chiamisi b il massimo dei due numeri a e $\frac{\Sigma fa - ma}{h}$. La prop. precedente si trasforma in:

$$(\rho) \quad \text{Hp}(\alpha) . a \epsilon \text{N} : x \epsilon \text{N} . x > a . \supset_x . fx < m : h \epsilon \text{Q} . b =$$
$$= \max\left(a, \frac{\Sigma fa - ma}{h}\right) . x \epsilon \text{N} . x > b : \supset . \text{Ths}(\pi).$$

Si applichi a questa proposizione la trasformazione logica $ab \supset c . = : a \supset . b \supset c$, cioè si porti fuori tutta la parte dell'ipotesi che precede $x \epsilon \text{N} . x > b$. Si avrà:

$$(\sigma) \quad \text{Hp}(\alpha) . a \epsilon \text{N} : x \epsilon \text{N} . x > a . \supset_x . fx < m : h \epsilon \text{Q} . b =$$
$$= \max\left(a, \frac{\Sigma fa - ma}{h}\right) : \supset : x \epsilon \text{N} . x > b . \supset_x . \frac{\Sigma fx}{x} < m + h.$$

Ora una proposizione della teoria dei limiti, che è dimo-

strata nel mio articolo menzionato, e che converrà aggiungere al Formulario, è

$$(B) \quad u \epsilon \mathrm{Kq} \,.\, \mathrm{l}' u = \infty \,.\, f \epsilon \mathrm{q} f u \,.\, m \epsilon \mathrm{q} \,.\, a \epsilon \mathrm{q} : x \epsilon u \,.\, x > a \,.\, \supset_x . \\ fx \leq m : \supset . \mathrm{l}' \lim fx \leq m.$$

" Essendo u una classe di quantità, illimitata superiormente, ed f una quantità reale funzione definita nella classe u; se a è una quantità tale che per ogni valore di x della classe u, e maggiore di a, si abbia $fx \leq m$, allora il limite superiore dei valori limiti di fx non supera m ".

In questa al posto di u, di fx, di a e di m, si legga rispettivamente N, $\frac{\Sigma fx}{x}$, b, $m + h$; sopprimendo le proposizioni vere, o assolutamente, ovvero perchè contenute nelle ipotesi, si avrà

$$(\tau) \quad x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > b \,.\, \supset_x . \frac{\Sigma fx}{x} < m + h : \supset . \mathrm{l}' \lim \frac{\Sigma fx}{x} \leq m + h.$$

Le (σ) e (τ) sono le premesse d'un sillogismo, la cui conclusione è:

$$(\upsilon) \quad \mathrm{Hp}(\alpha) \,.\, a \epsilon \mathrm{N} : x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > a \,.\, \supset_x . fx < m : h \epsilon \mathrm{Q} \,.\, b = \\ = \max\left(a, \frac{\Sigma fa - ma}{h}\right) : \supset . \mathrm{l}' \lim \frac{\Sigma fx}{x} \leq m + h.$$

La tesi di questa proposizione contiene le lettere f, m, h (la lettera x è apparente); l'ipotesi contiene inoltre le lettere a e b che elimineremo. Il b si elimina sopprimendo la sua definizione, e si ha

$$(\varphi) \quad \mathrm{Hp}(\alpha) \,.\, a \epsilon \mathrm{N} : x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > a \,.\, \supset_x . fx < m : h \epsilon \mathrm{Q} : \supset . \\ \mathrm{l}' \lim \frac{\Sigma fx}{x} \leq m + h.$$

La a si elimina col solito processo:

$$(\chi) \quad \mathrm{Hp}(\alpha) \therefore a \epsilon \mathrm{N} : x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > a \,.\, \supset_x . fx < m : - =_a \Lambda \therefore \\ h \epsilon \mathrm{Q} \therefore \supset . \mathrm{Ths}(\varphi).$$

Ma la seconda parte di questa ipotesi è contenuta nella prima, come dice la prop. (λ); dunque si può sopprimere, e si ha:

$$(\psi) \qquad \mathrm{Hp}(\alpha) \,.\, h \varepsilon \mathrm{Q} \,.\, \supset \,.\, \mathrm{Ths}(\varphi).$$

Esporto Hp(α), e sostituisco a Ths(φ) il suo valore:

$$(\psi') \qquad \mathrm{Hp}(\alpha) \,.\, \supset : h \varepsilon \mathrm{Q} \,.\, \supset_h .\, \mathrm{l'}\lim \frac{\Sigma f x}{x} \leq m + h.$$

Ora, dall'aritmetica si ha che se qualunque sia la quantità positiva h, l' lim $\frac{\Sigma f x}{x}$ è minore od eguale ad $m + h$, deve essere l' lim $\frac{\Sigma f x}{x} \leq m$, onde, sviluppando Hp(α)

$$(\chi) \qquad \mathrm{Hp\ Teor\ I} \,.\, m \varepsilon \mathrm{q} \,.\, m > \mathrm{l'}\lim f x \,.\, \supset .\, \mathrm{l'}\lim \frac{\Sigma f x}{x} \leq m.$$

Esporto Hp Teor I ed ho:

$$(\omega) \qquad \mathrm{Hp\ Teor\ I} \,.\, \supset : m \varepsilon \mathrm{q} \,.\, m > \mathrm{l'}\lim f x \,.\, \supset_m .\, \mathrm{l'}\lim \frac{\Sigma f x}{x} \leq m.$$

“ Nella ipotesi del teorema si ha, che qualunque siasi la quantità m, se essa è maggiore di l' lim fx, essa è pure maggiore, od eguale al l' lim $\frac{\Sigma f x}{x}$ „. Quindi, per una regola di aritmetica, si deduce che la prima quantità è maggiore, od eguale alla seconda

$$\mathrm{Hp\ Teor\ I} \,.\, \supset .\, \mathrm{l'}\lim f x \geq \mathrm{l'}\lim \frac{\Sigma f x}{x}$$

che è il teorema a dimostrarsi.

Teorema II. $\quad f \varepsilon \mathrm{q\,f\,N} \,.\, \supset .\, \mathrm{l}_1 \lim \frac{\Sigma f x}{x} \geq \mathrm{l}_1 \lim f x.$

“ Essendo $f1$, $f2$, ... una successione di quantità reali, il limite inferiore (o minimo) dei valori limiti della media aritmetica dei valori di questa successione è maggiore, o al più eguale, al minimo dei valori limiti della successione data „.

Questa proposizione si può dimostrare ripetendo tutti i ra-

gionamenti fatti pel teorema precedente, con alcuni cambiamenti del segno $>$ in $<$. Ma è più comodo farlo dipendere dal teorema precedente come segue:

Hp . Ↄ . $l_1 \lim \frac{\Sigma f x}{x} = l' \lim - \frac{-\Sigma f x}{x}$ (per un'identità algebrica)

" . Ↄ . $l_1 \lim - \frac{-\Sigma f x}{x} = l_1 - \lim \frac{-\Sigma f x}{x}$ (per la formula $\lim - fx = - \lim fx$, F VII § 3 P 33)

" . Ↄ . $l_1 - \lim \frac{-\Sigma f x}{x} = - l' \lim \frac{-\Sigma f x}{x}$ (per la formula $l_1 - u = - l' u$, F V § 3 P 16)

" . Ↄ . $l' \lim \frac{-\Sigma f x}{x} \leq l' \lim - fx$ (pel teorema I, in cui ad f si sostituisca $-f$)

" . Ↄ . $l' \lim - fx = l' - \lim fx = - l_1 \lim fx$ (per le formule già viste).

Componendo queste deduzioni, si ha la prop. a dimostrarsi.

Diremo che un numero x è Medio fra i numeri d'una classe u di numeri reali, compresi anche l'∞ e il $-\infty$, e scriveremo $x \,\epsilon\, \mathrm{Med}\, u$, se si possono determinare due numeri y, z della classe u, tali che $y \leq x \leq z$:

Def. $u \,\epsilon\, \mathrm{K}\,(\mathrm{q} \cup \iota\infty \cup \iota -\infty)$. Ↄ ∴ $x \,\epsilon\, \mathrm{Med}\, u$. $=$

$= : y, z \,\epsilon\, u \,.\, y \leq x \leq z \,.\, -\!\!= _{y,z} \Lambda$.

Se invece della condizione $y \leq x \leq z$ si scrive $y < x < z$ si ha definita un'altra classe indicata con med u nel F V § 7 P 22, di cui qui non dobbiamo far uso.

È chiaro che se la classe u ha un massimo ed un minimo, Med u rappresenta l'intervallo compreso fra il massimo ed il minimo, compresi questi estremi.

(C) Hp Def . max u, min $u \,\epsilon\, (\mathrm{q} \cup \iota\infty \cup \iota -\infty)$. Ↄ : $x \,\epsilon\, \mathrm{Med}\, u$. $=$

$= . \min u \leq x \leq \max u$.

Una classe v di numeri finiti o infiniti avrà tutti i suoi numeri medii fra quelli della classe u, se $l'v \leq \max u$, $l_1 v \geq \min u$:

$$\text{(D)} \qquad \mathrm{Hp(C)} . v \in \mathrm{K}(\mathrm{q} \cup \iota\infty \cup \iota -\infty) . \supset : v \supset \mathrm{Med}\, u . =$$
$$= . l' v \leq \max n . l_1 v \geq \min n.$$

Dai due teoremi I e II si deduce adunque:

$$\textit{Teorema}\ \mathrm{III.} \qquad f \in \mathrm{qfN} . \supset . \lim \frac{\Sigma f x}{x} \supset \mathrm{Med} \lim fx.$$

" Ogni valor limite della media aritmetica della successione $f1$, $f2$, ... è medio fra i valori limiti di fx ".

Sia g un numero reale funzione dei numeri interi. Pongasi $f = \bar{\Sigma} g$, cioè pongasi $fx = gx - g(x-1)$ per $x > 1$, e $f1 = g1$. Sarà $g = \Sigma f$, cioè $gx = \Sigma fx$. Sostituendo, l'ultimo teorema assume la forma:

$$g \in \mathrm{qfN} . \supset . \lim \frac{gx}{x} \supset \mathrm{Med} \lim_{x,\mathrm{N},\infty} \bar{\Sigma} gx.$$

Ora $\lim_{x,\mathrm{N},\infty} \bar{\Sigma} gx = \lim_{x,1+\mathrm{N},\infty} \bar{\Sigma} gx = \lim_{z,\mathrm{N},\infty} \bar{\Sigma} g(1+z) = \lim_{z,\mathrm{N},\infty} (g(z+1) - gz) = \lim_{x,\mathrm{N},\infty} [g(x+1) - gx]$. Sostituendo e leggendo f al posto di g, si ha:

$$\textit{Teorema}\ \mathrm{IV.}\ f \in \mathrm{qfN} . \supset . \lim \frac{fx}{x} \supset \mathrm{Med} \lim [f(x+1) - fx].$$

$$\textit{Teor}\ \mathrm{V.}\ \ f \in \mathrm{QfN} . \supset . \lim \sqrt[x]{f1 \times f2 \times \ldots \times fx} \supset \mathrm{Med}\ \lim\ fx.$$

Infatti

$$(\alpha) \quad \mathrm{Hp} . \supset . \log f \in \mathrm{qfN} . \mathrm{Teor\ III} . \supset . \lim \frac{\log f1 + \log f2 + \ldots + \log fx}{x}$$
$$\supset \mathrm{Med} \lim \log fx.$$

E, per proprietà dei log.:

$$(\beta) \quad \mathrm{Hp} . \supset . \lim \log \sqrt[x]{f1 \times f2 \times \ldots \times fx} \supset \mathrm{Med} \lim \log fx.$$

Ora, essendo f una quantità positiva funzione definita per

un gruppo di valori della variabile, sia che quella funzione abbia un limite unico, o abbia più valori limiti, sempre si ha $\lim \log fx = \log \lim fx$, purchè si convenga che $\log 0 = -\infty$, $\log \infty = \infty$ (Cfr. F. VII, § 3, P. 67). Nel nostro caso adunque:

$$(\gamma) \quad \mathrm{Hp} . \supset . \log \lim \sqrt[x]{f1 \times f2 \times \ldots \times fx} \supset \mathrm{Med} \log \lim fx.$$

Ora si dimostra facilmente, dalle note proprietà dei logaritmi, che:

$$a \varepsilon \mathrm{KQ} . \supset . \mathrm{Med} \log a = \log \mathrm{Med}\, a.$$

Trasformando con questa regola l'ultima espressione, si ha:

$$(\delta) \quad \mathrm{Hp} . \supset . \log \lim \sqrt[x]{f1 \times f2 \times \ldots \times fx} \supset \log \mathrm{Med} \lim fx.$$

E infine, per un'altra proprietà dei logaritmi, che si può enunciare:

$$a, b \varepsilon \mathrm{KQ} . \supset : \log a \supset \log b . = . a \supset b$$

e che è conseguenza delle prop. 5 e 24 del § 5 della parte I del Form. si ha la prop. a dimostrarsi.

Se in questo teorema V al posto di f si legge Πf, cioè si considera la funzione $f1 \times f2 \times \ldots \times fx$, si trova collo stesso processo con cui si è passato dal teor. III al IV, la prop.

Teor VI. $\quad f \varepsilon \mathrm{QfN} . \supset . \lim \sqrt[x]{fx} \supset \mathrm{Med} \lim \frac{f(x+1)}{fx}$

che è la generalizzazione di F VII § 4 P 2.

Il teor. III dice che i valori limiti di $\frac{f1 + f2 + \ldots + fx}{x}$ sono medii fra i valori limiti di fx. Vogliamo ora dimostrare che l'insieme dei valori limiti di $\frac{f1 + f2 + \ldots + fx}{x}$ è continuo, ossia sono valori limiti di questa espressione tutti i numeri compresi fra il limite superiore e l'inferiore di quei valori limiti, purchè però fx non abbia fra i suoi valori limiti ad un tempo il $+\infty$ ed il $-\infty$. La prop. a dimostrarsi è adunque:

Teor VII. $f \epsilon \mathrm{q\,f\,N} \,.\, y \epsilon \mathrm{Med\,lim} \frac{\Sigma f x}{x} \,.\, y \,\text{—}\epsilon\, \mathrm{lim} \frac{\Sigma f x}{x} \,.\, \supset .\, \infty, -\infty \,\epsilon\, \mathrm{lim}\, fx.$

" Data una successione $f1, f2, f3,...$ di quantità reali, se y è un numero medio fra i valori limiti di $\frac{\Sigma fx}{x}$, senza essere un limite di questa espressione, allora tanto il $+\infty$ quanto il $-\infty$ sono valori limiti di fx ".

Infatti, poichè y non è un valor limite di $\frac{\Sigma fx}{x}$, per la definizione di limite (F. VII § 1 P 1, P 33) si possono determinare una quantità positiva h ed una quantità a, in guisa che non esistano valori di x, maggiori di a, che rendano fx compreso fra $y-h$ ed $y+h$:

$$(\alpha) \quad \mathrm{Hp} \,.\, \supset \therefore h \epsilon \mathrm{Q} \,.\, a \epsilon \mathrm{q} : x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > a \,.\, y - h < \frac{\Sigma fx}{x} < y + h \,.\, =_x \Lambda : \text{—} =_{h,a} \Lambda.$$

(La prop. 33 ora citata del Form. è questa qui scritta, in cui si sia eliminata la lettera apparente x).

Se ora si può determinare un numero b tale che per $x > b$ si abbia sempre $\frac{\Sigma fx}{x} < y + h$, detto c il massimo dei numeri a e b, attribuendo ad x un valore maggiore di c, esso sarà maggiore di a, e perciò $\frac{\Sigma fx}{x}$ non appartiene all' intervallo da $y-h$ ad $y+h$; ed essendo $x > b$, sarà $\frac{\Sigma fx}{x} < y + h$; quindi fx non potrà superare $y-h$:

$$(\beta) \quad \mathrm{Hp} \,.\, h \epsilon \mathrm{Q} \,.\, a \epsilon \mathrm{q} : x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > a \,.\, y - h < \frac{\Sigma fx}{x} < y + h \,.\, =_x \Lambda : b \epsilon \mathrm{q} : x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > b \,.\, \supset_x .\, \frac{\Sigma fx}{x} < y + h : c = \max(a, b) : \supset : x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > c \,.\, \supset_x .\, \frac{\Sigma fx}{x} \leq y - h.$$

Quindi, pel teorema B già citato, da questa tesi " qualunque sia x, maggiore di c, $\frac{\Sigma fx}{x}$ non supera $y-h$ " si deduce $\mathrm{l'\,lim} \frac{\Sigma fx}{x} \leq y - h$, da cui ancora $\mathrm{l'\,lim} \frac{\Sigma fx}{x} < y$.

$$(\gamma) \qquad \mathrm{Hp}\,(\beta) \,.\, \supset \,.\, \mathrm{l'}\lim \frac{\Sigma f x}{x} < y.$$

Ma questa tesi $\mathrm{l'}\lim \frac{\Sigma f x}{x} < y$ è in contraddizione coll'ipotesi $y \in \mathrm{Med}\lim \frac{\Sigma f x}{x}$, onde si ha $\mathrm{Hp}(\beta) \supset \Lambda$, ovvero $\mathrm{Hp}(\beta) = \Lambda$, poichè $a \supset \Lambda \,.\, = \,.\, a = \Lambda$. Sviluppando ed eliminando la lettera c col sopprimerne la sua definizione, si ha:

$$(\delta) \quad \mathrm{Hp} \,.\, h \in \mathrm{Q} \,.\, a \in \mathrm{q} : x \in \mathrm{N} \,.\, x > a \,.\, y - h < \frac{\Sigma f x}{x} < y + h \,.\, =_x \Lambda :$$
$$b \in \mathrm{q} : x \in \mathrm{N} \,.\, x > b \,.\, \supset_x \,.\, \frac{\Sigma f x}{x} < y + h : = \Lambda.$$

Trasportiamo la prop. $x \in \mathrm{N} \,.\, x > b \,.\, \supset_x \,.\, \frac{\Sigma f x}{x} < y + h$ nel secondo membro. Perciò comincieremo a ridurla col secondo membro Λ, sotto la forma $x \in \mathrm{N} \,.\, x > b \,.\, \frac{\Sigma f x}{x} \geq y + h \,.\, =_x \Lambda$, e nel secondo membro bisognerà negarla, e si avrà:

$$(\varepsilon) \quad \mathrm{Hp} \,.\, h \in \mathrm{Q} \,.\, a \in \mathrm{q} : x \in \mathrm{N} \,.\, x > a \,.\, y - h < \frac{\Sigma f x}{x} < y + h \,.\, =_x \Lambda :$$
$$b \in \mathrm{q} : \supset : x \in \mathrm{N} \,.\, x > b \,.\, \frac{\Sigma f x}{x} \geq y + h \,.\, - =_x \Lambda.$$

" Nelle ipotesi del teorema, se h è una quantità positiva, a un numero qualunque, e se non esistono valori interi di x, maggiori di a, che rendono $\frac{\Sigma f x}{x}$ compreso fra $y - h$ ed $y + h$, e se b è un numero qualunque, allora esistono sempre valori interi di x, maggiori di b, e che rendono $\frac{\Sigma f x}{x}$ superiore o eguale ad $y + h$ ".

Analogamente si dimostra:

$$(\zeta) \qquad \mathrm{Hp}\,(\varepsilon) \,.\, \supset : x \in \mathrm{N} \,.\, x > b \,.\, \frac{\Sigma f x}{x} \leq y - h \,.\, - =_x \Lambda.$$

" Nelle stesse ipotesi di (ε), dal valore arbitrario b in poi della x, la $\frac{\Sigma f x}{x}$ assume sempre dei valori minori $y - h$, non esclusa l'eguaglianza ".

Ciò posto, sia m una quantità positiva arbitrariamente grande e sia a' un numero qualunque. Sia b il massimo dei tre numeri a, a', e $\frac{m-y}{2h}$. Per la (ζ), si potrà determinare un intero c maggiore di b, che renda $\frac{\Sigma fc}{c} \leq y - h$:

$$(\eta) \quad \mathrm{Hp} \,.\, h \epsilon \mathrm{Q} \,.\, a \epsilon \mathrm{q} : x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > a \,.\, y - h < \frac{\Sigma fx}{x} < y + h \,.\, =_x \Lambda :$$
$$m \epsilon \mathrm{Q} \,.\, a' \epsilon \mathrm{q} \,.\, b = \max\left(a, a', \frac{m-y}{2h}\right) : \supset : c \epsilon \mathrm{N} \,.\, c > b \,.\, \frac{\Sigma fc}{c} \leq$$
$$y - h \,.\, -\!\!= =_c \Lambda.$$

Nelle ipotesi di (η), e se c è un numero maggiore di b, che rende $\frac{\Sigma fc}{c} \leq y - h$, esistono, per la ($\epsilon$), numeri x maggiori di c che rendono $\frac{\Sigma fx}{x} \geq y + h$.

$$(\theta) \qquad \mathrm{Hp}(\eta) \,.\, c \epsilon \mathrm{N} \,.\, c > b \,.\, \frac{\Sigma fc}{c} \leq y - h \,.\, \supset :$$
$$x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > c \,.\, \frac{\Sigma fx}{x} \geq y + h \,.\, -\!\!= =_x \Lambda.$$

Quindi esiste il minimo di questi numeri x che soddisfano alla tesi, in virtù di F V §2 P 4: " data una classe non nulla di numeri interi e positivi, sempre si ha il minimo di questi numeri ". Chiamiamo d questo minimo; si avrà:

$$(\iota) \quad \mathrm{Hp}(\theta) \,.\, d = \min \overline{x \epsilon}\left[x \epsilon \mathrm{N} \,.\, x > c \,.\, \frac{\Sigma fx}{x} \geq y + h\right] \,.\, \supset \,.$$
$$d \epsilon \mathrm{N} \,.\, d > c \,.\, \frac{\Sigma fd}{d} \geq y + h \,.\, \frac{\Sigma f(d-1)}{d-1} < y + h.$$

Ora poichè $d > c$, sarà $d - 1 \geq c$; ma $c > b$, $b \geq a$, dunque $d - 1 > a$. Quindi, per l'ipotesi di (ϵ), $\frac{\Sigma f(d-1)}{d-1}$ è fuori dell'intervallo da $y - h$ ad $y + h$; ma la stessa quantità è minore di $y + h$; dunque essa sarà pure minore, o al più eguale ad $y - h$:

$$(\kappa) \qquad \mathrm{Hp}(\iota) \,.\, \supset \,.\, \frac{\Sigma fd}{d} \geq y + h \,.\, \frac{\Sigma f(d-1)}{d-1} \leq y - h.$$

Da questa tesi si ricava $\Sigma f d \geq d(y+h)$, $\Sigma f(d-1) \leq (d-1)(y-h)$; sottraendo $fd \geq 2dh + y + h$ e ancora $fd > 2dh + y$.

(λ) $$\mathrm{Hp}(\iota) \,.\, \supset .\, fd > 2dh + y.$$

Ora poichè $d > c$, e $c > b$, e $b \geq \frac{m-y}{2h}$, sarà $2dh + y > 2\,\frac{m-y}{2h}\,h + y = m$; inoltre $d > a'$; onde

(μ) $$\mathrm{Hp}(\iota) \,.\, \supset .\, fd > m \,.\, d > a';$$

da cui, con un processo già incontrato,

(ν) $$\mathrm{Hp}(\iota) \,.\, \supset : d \in \mathrm{N} \,.\, d > a' \,.\, fd > m \,.\, -\!\!= _d \Lambda,$$

e sviluppando

(o) $$\mathrm{Hp} \,.\, h \in \mathrm{Q} \,.\, a \in \mathrm{q} : x \in \mathrm{N} \,.\, x > a \,.\, y - h < \frac{\Sigma f x}{x} < y + h \,.\, =_x \Lambda :$$
$$m \in \mathrm{Q} \,.\, a' \in \mathrm{q} \,.\, b = \max\left(a, a', \frac{m-y}{2h}\right) .\, c \in \mathrm{N} \,.\, c > b \,.\, \frac{\Sigma f c}{c} \leq$$
$$y - h \,.\, d = \min \overline{x \in} \left[x \in \mathrm{N} \,.\, x > c \,.\, \frac{\Sigma f x}{x} \geq y + h \right] : \supset :$$
$$d \in \mathrm{N} \,.\, d > a' \,.\, fd > m \,.\, -\!\!=_d \Lambda.$$

Questa lunga proposizione si semplifica. Nella tesi la d è apparente; essa dipende dalle sole lettere a', f ed m. L'ipotesi contiene inoltre h, a, b, c, d che elimineremo. Si elimina il d sopprimendone la definizione. Si elimina c sopprimendo le prop. che lo contengono, poichè dalle ipotesi fatte in virtù di (ζ) si ha $c \in \mathrm{N} \,.\, c > b \,.\, \frac{\Sigma f c}{c} \leq y - h \,.\, -\!\!=_c \Lambda$. Si elimina il b sopprimendone la sua definizione. Si eliminano infine h ed a in virtù della (α), col sopprimere le proposizioni che le contengono; e la (o) diventa:

(π) $$\mathrm{Hp} \,.\, m \in \mathrm{Q} \,.\, a' \in \mathrm{q} \,.\, \supset : d \in \mathrm{N} \,.\, d > a' \,.\, fd > m \,.\, -\!\!=_d \Lambda.$$

Esporto Hp; e leggo a al posto di a', e x al posto di d:

(ρ) $$\mathrm{Hp} \,.\, \supset \therefore m \in \mathrm{Q} \,.\, a \in \mathrm{q} \,.\, \supset_{m,a} : x \in \mathrm{N} \,.\, x > a \,.\, fx > m \,.\, -\!\!=_x \Lambda.$$

Ma per la def. F VII § 1 P 2, questo secondo membro vale $\infty \varepsilon \lim fx$; dunque

$$(\sigma) \qquad \text{Hp} \,.\, \supset \,.\, \infty \varepsilon \lim fx.$$

Analogamente si prova che $-\infty \varepsilon \lim fx$, e così si ha il teorema.

Sinora della successione $f1$, $f2$, ... si è considerata la media aritmetica. Si possono attribuire a questi termini dei pesi, o coefficienti variabili $g1$, $g2$,... che supporremo tutti positivi, e proporci di studiare il limite della media

$$\frac{g1 \times f1 + g2 \times f2 + \ldots + gx \times fx}{g1 + g2 + \ldots + gx}$$

ove x tenda all' ∞. Si ha il seguente

Teor VIII. $f \varepsilon \text{qfN} \,.\, g \varepsilon \text{QfN} \,.\, \Sigma_1^\infty gx = \infty \,.\, \supset \,.$

$$\lim \frac{g1 \times f1 + g2 \times f2 + \ldots + gx \times fx}{g1 + g2 + \ldots + gx} \supset \text{Med} \lim fx.$$

" Essendo $f1$, $f2$,... una successione di quantità reali, e $g1$, $g2$, ... una successione di quantità positive formanti una serie divergente, allora ogni valor limite della media aritmetica dei numeri $f1$, $f2$,... fx, coi coefficienti $g1$, $g2$, ... gx è medio fra i valori limiti di fx ".

Infatti, nelle ipotesi, e se m è una quantità maggiore del limite superiore dei valori limiti di fx, si potrà determinare un intero a, tale che per $x > a$ si abbia $fx < m$

$$(\alpha) \quad \text{Hp} \,.\, m \varepsilon \text{q} \,.\, m > \text{l}' \lim fx \,.\, \supset \therefore a \varepsilon \text{N} : x \varepsilon \text{N} \,.\, x > a \,.\, \supset_x \,.$$
$$fx < m : -= _a \Lambda.$$

Così determinato a, e se x è un intero maggiore di a, saranno $f(a+1)$, $f(a+2)$,... fx tutti $< m$, onde $g(a+1) \times f(a+1) + g(a+2) \times f(a+2) + \ldots + gx \times fx < [g(a+1) + g(a+2) + \ldots + gx]\, m$; aggiungendo i primi termini della somma considerata, e dividendo per Σgx, si avrà:

(β) $\mathrm{Hp}(\alpha) \,.\, a \in \mathrm{N} : x \in \mathrm{N} \,.\, x > a \,.\, \supset_x .\, fx < m : x \in \mathrm{N} \,.\, x > a : \supset .$

$$\frac{\Sigma_1^x gx \times fx}{\Sigma_1^x gx} < \frac{\Sigma_1^a gx \times fx}{\Sigma_1^x gx} + \frac{\Sigma^x{}_{a+1}\, gx}{\Sigma_1^x gx}\, m,$$

e siccome $\frac{\Sigma^x{}_{a+1}\, gx}{\Sigma_1^x gx} < 1$, si può ancora scrivere:

(γ) $$\mathrm{Hp}(\beta) \,.\, \supset .\, \frac{\Sigma_1^x gx \times fx}{\Sigma_1^x gx} < \frac{\Sigma_1^a gx \times fx}{\Sigma_1^x gx} + m.$$

Ora, col tendere di x all'∞, il primo termine del secondo membro della diseguaglianza ha per limite zero, poichè il numeratore è finito, e il denominatore per ipotesi tende all'∞; dunque il secondo membro ha per limite m; e applicando un teorema sui limiti (F VII § 3 P1) si avrà:

(δ) $$\mathrm{Hp}(\beta) \,.\, \supset .\, \mathrm{l}' \lim \frac{\Sigma gx \times fx}{\Sigma gx} \leq m.$$

Eliminando dalla ipotesi le lettere x ed a, si ottiene:

(ε) $$\mathrm{Hp} \,.\, m \in \mathrm{q} \,.\, m > \mathrm{l}' \lim fx \,.\, \supset .\, \mathrm{l}' \lim \frac{\Sigma gx \times fx}{\Sigma gx} \leq m,$$

da cui, con una trasformazione già vista:

(ζ) $$\mathrm{Hp} \,.\, \supset .\, \mathrm{l}' \lim \frac{\Sigma gx \times fx}{\Sigma gx} \leq \mathrm{l}' \lim fx.$$

Analogamente si ha:

(η) $$\mathrm{Hp} \,.\, \supset .\, \mathrm{l}_1 \lim \frac{\Sigma gx \times fx}{\Sigma gx} \geq \mathrm{l}_1 \lim fx,$$

dalle (ζ) ed (η) si ha il teorema.

Se nel teorema VIII al posto di fx si legge $\frac{fx}{gx}$, esso si trasforma in:

Teor IX. $f \in \mathrm{qfN} \,.\, g \in \mathrm{QfN} \,.\, \Sigma g\, \infty = \infty \,.\, \supset .$

$$\lim \frac{\Sigma fx}{\Sigma gx} \supset \mathrm{Med} \lim \frac{fx}{gx};$$

e se in questo al posto di f e g leggo $\overline{\Sigma} f$ e $\overline{\Sigma} g$, si avrà:

Teor X. $f \varepsilon \mathrm{qfN} \,.\, g \varepsilon (\mathrm{qfN})$ cres. $\lim gx = \infty \,.\, \supset .$

$$\lim \frac{fx}{gx} \supset \text{Med} \lim \frac{f(x+1) - fx}{g(x+1) - gx}.$$

" Essendo $f1$, $f2$,... una successione di quantità, e $g1$, $g2$,... un'altra successione di quantità crescenti continuamente e indefinitamente, ogni limite di $\frac{fx}{gx}$ è medio fra i valori limiti di $\frac{f(r+1) - fx}{g(x+1) - gx}$ " (*).

Queste proposizioni sono le estensioni di F VII § 4 P 4, P 5.

Un esempio di successione in cui la media aritmetica ha più valori limiti, è

$$-1, \ +3, \ -5, \ +7, \ldots$$

detto fx il termine generale, si avrà $fx = (-1)^x (2x-1)$.

La fx col tendere di x ad ∞ ha per valori limiti il $+\infty$ e il $-\infty$. Il $\frac{\Sigma fx}{x}$ ha sempre per valori -1 e 1, che ne sono così i valori limiti:

$$fx = (-1)^x (2x-1) \,.\, \supset .\, \lim fx = \iota \infty \cup \iota (-\infty) \,.$$

$$\lim \frac{\Sigma fx}{x} = \iota(-1) \cup \iota 1.$$

E volendosi un esempio in cui fx tende a limiti finiti, si consideri la successione:

$$-1, \ +1, \ +1, \ +1, \ -1, \ -1, \ -1, \ -1, \ -1, \ +1, \ldots$$

formata da una unità negativa, seguita da 3 unità positive, seguite da 5 negative, . . .

Il termine generale fx di questa successione è

$$fx = -(-1)^{\mathrm{Int} \sqrt{x-1}},$$

(*) Questa proprietà devesi allo Stolz, che la enunciò, senza dimostrazione, in una nota a pag. 340 delle sue *Vorlesungen über Arithmetik*, vol. I.

ove con Int z si intende il massimo intero contenuto in z. La fx ha per valori limiti il $+1$ e -1; la media $\frac{\Sigma fx}{x}$, se x è un quadrato perfetto, assume gli stessi valori assunti dalla media dell'esempio precedente, e se x non è quadrato perfetto, assume valori intermedii. Quindi il massimo e minimo valori limiti di $\frac{\Sigma fx}{x}$ sono $+1$ e -1; e poichè fx non ha limiti infiniti, si deduce, pel teorema VII, che i valori limiti della media costituiscono tutto l'intervallo da -1 a $+1$:

$$fx = -(-1)^{\text{Int}\sqrt{x-1}} \,.\,\supset .\, \lim fx = \iota 1 \cup \iota(-1)\,.$$

$$\lim \frac{\Sigma fx}{x} = (-1) \mapsto (+1).$$

Si ha così un nuovo esempio di successione di quantità discrete, il cui limite è una classe continua.

Le quantità finora considerate si sono supposte reali; e invero i teoremi I e II, come sono enunciati, non hanno significato per variabili immaginarie. Ma gli altri si possono estendere a variabili immaginarie, o complesse d'ordine qualunque, mediante opportune convenzioni.

Essendo x ed y due complessi dello stesso ordine n, si chiama (seguendo Grassmann) loro *prodotto interno*, o prodotto del primo per l'*indice* (o *complemento*) del secondo, la somma dei prodotti delle loro coordinate corrispondenti, e lo si indica con $x \mid y$. Sicchè, se $x = (x_1, x_2, \dots x_n)$, $y = (y_1, y_2, \dots y_n)$, sarà

$$x \mid y = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n.$$

(F V § 4 P24). Quindi il prodotto interno dei due complessi è un numero reale.

Data ora una classe u di numeri complessi d'ordine n, si dice che x è Medio fra i complessi del gruppo u, quando x è un complesso tale che, comunque si prenda il complesso y, sempre il prodotto $x \mid y$ sia Medio fra i prodotti $x \mid y$ ottenuti moltiplicando i varii numeri del complesso u per y; e questa frase ha già significato, poichè i prodotti considerati sono reali (F V § 7 P23):

$u \epsilon \mathrm{Kq}_n . \supset \therefore x \epsilon \mathrm{Med}\, u . = : x \epsilon \mathrm{q}_n : y \epsilon \mathrm{q}_n . \supset_y . x \mid y \epsilon \mathrm{Med}\, u \mid y.$

Ad esempio un punto è medio fra più punti, se appartiene alla minima figura convessa contenente i punti dati. Se un complesso è medio fra più complessi, anche le coordinate del primo sono medie fra le coordinate degli ultimi, ma non viceversa.

Ciò premesso, il teorema VIII si può generalizzare come segue:

Teor XI. $f \epsilon \mathrm{q}_n \mathrm{f N} . g \epsilon \mathrm{Q f N} . \Sigma g \infty = \infty . \supset .$

$$\lim \frac{g1 \times f1 + g2 \times f2 + \ldots + gx \times fx}{g1 + g2 + \ldots + gx} \supset \mathrm{Med}\,\lim fx.$$

" Date due successioni $f1, f2, \ldots$ e $g1, g2, \ldots$, la prima di numeri complessi d'ordine n, e la seconda di numeri positivi, formanti una serie divergente, ogni valor limite della media di quei complessi coi coefficienti i corrispondenti numeri positivi, è medio fra i valori limiti di quella successione di complessi ".

$$(\alpha) \quad \mathrm{Hp} . y \epsilon \mathrm{q}_n . \supset . \lim \frac{g1 \times [(f1) \mid y] + \ldots + gx \times [(fx) \mid y]}{g1 + \ldots + gx} \supset \mathrm{Med}\,\lim\, [(fx) \mid y].$$

Nelle ipotesi del teorema, e detto y un numero complesso d'ordine n, il prodotto $fx \mid y$ è una funzione reale della variabile x; quindi, applicando il teorema VIII si ha quanto si ha sopra scritto.

Ora per la proprietà distributiva del prodotto di complessi (FV §4 P27-29)

$$(\beta) \quad \mathrm{Hp} . y \epsilon \mathrm{q}_n . \supset . \lim \left[\frac{g1 \times f1 + \ldots + gx \times fx}{g1 + \ldots + gx} \mid y\right] \supset \mathrm{Med}\,\lim\, [(fx) \mid y].$$

Essendo y costante, si ha $\lim\, [(fx) \mid y] = (\lim fx) \mid y$; quindi

$$(\gamma) \quad \mathrm{Hp} . y \epsilon \mathrm{q}_n . \supset . \left(\lim \frac{g1 \times f1 + \ldots + gx \times fx}{g1 + \ldots + gx}\right) \mid y \supset (\mathrm{Med}\,\lim fx) \mid y.$$

Esportando l' Hp, si ha:

(δ) $\text{Hp} . \supset : y \in q_n . \supset_y . \left(\lim \frac{\Sigma fx \times gx}{\Sigma gx}\right) \mid y \supset (\text{Med} \lim fx) \mid y.$

In virtù **della** definizione data, la tesi di questa proposizione coincide **colla** tesi del nostro teorema.

L'Accademico Segretario

GIUSEPPE BASSO.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 25 Novembre 1894.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
VICE-PRESIDENTE

Sono presenti i Socii: Peyron, Vallauri, Claretta, Rossi, Manno, Bollati di Saint-Pierre, Schiaparelli, Pezzi, Nani, Cognetti de Martiis, Cipolla e Ferrero Segretario.

Fra le pubblicazioni giunte in dono alla Classe durante le vacanze accademiche il Socio Segretario segnala le seguenti di Socii: “ *Inaugurazione dei monumenti a re Vittorio Emanuele II e al conte Camillo Cavour in Santa Margherita Ligure* „; discorsi ecc. del Socio Paolo Boselli (Roma, 1894); “ *La famiglia e la società* „ del Socio Corrispondente Senatore Filippo Linati (Parma, 1894); il volume II delle “ *Poesie* „ di Giacomo Zanella, nuova edizione curata dal Socio Corrispondente Senatore Fedele Lampertico (Firenze, 1894); “ *Le Mashonaland* „ del Socio Corrispondente Marchese di Nadaillac (Parigi, 1894). Offre poi, a nome dell'autore, Avv. Domenico Perrero, un opuscolo: “ *Il matrimonio della principessa Maria Elisabetta di Savoia-Carignano, sorella di Carlo Alberto, coll'Arciduca Ranieri d'Austria (1820)* „ (Torino, 1894).

È data comunicazione del R. Decreto 6 agosto approvante la riconfermazione fatta dalla Classe del Socio Ferrero nell'ufficio triennale di suo Segretario.

Il Socio Segretario Ferrero legge parole commemorative intorno al defunto Socio Nazionale non residente Giovanni Battista de Rossi, le quali sono pubblicate negli *Atti*.

Il Socio Cipolla legge un suo breve lavoro: “ *Sopra una Notizia vercellese riguardante un diploma perduto di Carlo III (il Grosso)* „. Esso è pure pubblicato negli *Atti*.

LETTURE

GIOVANNI BATTISTA DE ROSSI

Parole commemorative del Socio ERMANNO FERRERO.

Il giorno stesso, in cui noi col pensiero accompagnavamo le ceneri ancor calde di Ariodante Fabretti all'ultima dimora a Perugia, ci giungeva l'annuncio di un nuovo lutto della nostra Accademia, dell'Italia, della scienza: era spirato GIOVANNI BATTISTA DE ROSSI.

Da un anno e mezzo l'apoplessia ne aveva colpito l'alta e robusta persona; ma limpida e vigorosa, come prima, era rimasta la mente; nè era diminuita l'attività nello studiare e nel pubblicare. Alcuni mesi prima, egli stesso lasciava sperare che a miglioramento si avviasse la sua salute; fu speranza ingannatrice.

Al de Rossi vivo il mondo civile tributò la più larga ammirazione, i più grandi onori: l'onorarono i governi, i sodalizii scientifici (1), i dotti di ogni paese; non fu persona di mediocre coltura che non abbia saputo esser egli stato il fondatore ed il principe dell'archeologia cristiana, uno degli ingegni più poderosi, che si siano consacrati all'erudizione. Sulla sua tomba fu unanime il cordoglio; cocente quello dei discepoli e degli amici informati che i tesori del suo cuore non erano inferiori a quelli del suo sapere.

L'ammirazione de' contemporanei non è sempre argomento sicuro per presagire quella dei posteri. Ma per il de Rossi si può, senza tema d'inganno, asserire che le più lontane generazioni confermeranno il giudizio della presente. Il de Rossi fu tra quegli uomini fortunati, che crearono una scienza nuova; e la scienza, che a lui deve la vita, è tale, che, uscendo dalla cerchia della pura erudizione, irraggia di splendida luce il più gran fatto della storia: l'origine, l'estendersi, il trionfo della

(1) La nostra Accademia lo elesse suo Socio nazionale non residente nell'adunanza del 7 di gennaio 1872.

religione, che mutò faccia all'universo. Giovanni Battista de Rossi per cinquant'anni esplorò nelle catacombe romane i sepolcri ed i luoghi di culto della Chiesa perseguitata; ricercò gli avanzi dei templi e dei cimiteri, che essa vittoriosa potè stabilire alla luce del giorno; adunò ed investigò i titoli lapidarii, ogni sorta di monumenti dell'arte e dell'industria del primitivo cristianesimo, ed interrogando tutte queste testimonianze, dalle più solenni alle più umili, rivelò fatti sconosciuti della storia della Chiesa, aspetti nuovi delle relazioni fra il cristianesimo e la società pagana e della vita dei fedeli, aggiunse pagine importanti alla storia dell'arte, là dove declina e si spegne la classica e sorge la nuova ispirata dalla religione di Cristo.

I grandi volumi della *Roma sotterranea cristiana,* delle *Inscriptiones christianae urbis Romae,* la lunga serie di tomi del *Bullettino di archeologia cristiana,* tutti gli altri suoi scritti di sacra antichità formano un monumento gigantesco di dottrina impareggiabile e di critica sagacissima, accompagnata, non disviata giammai nè illusa da una fede viva e robusta. Nelle opere del de Rossi parlano i soli monumenti, tace l'apologia; egli fu scienziato positivista nel senso retto della parola, di cui tanto stranamente si abusa oggigiorno. Al documento letterato o monumentale egli chiedeva soltanto quello, che poteva dare; ma egli sapeva farsi dar tutto.

Basterebbe ad immortalare il de Rossi l'aver assiso sopra un piedestallo di granito la scienza delle antichità cristiane. Ma egli fu grande, grandissimo ancora come conoscitore della profana archeologia e nelle indagini sulla topografia e sulla storia monumentale della sua città. Fu tra coloro, che all'epigrafia pagana diedero natura di scienza, accertandone i documenti ed interpretandoli col sussidio della più sicura dottrina filologica e storica. All'immensa impresa di raccogliere tutte le iscrizioni dell'orbe romano risparmiate dal tempo o inserite nei libri e nelle schede di trascrittori di ogni età, espellendo da queste ultime le finte e rettificando le sbagliate lezioni, a questa immensa impresa, che rimarrà vanto della scienza di questo secolo, egli diede assidua e vasta collaborazione.

Quando un sovrano intelligente ed innamorato della romana antichità, volle che si riunissero in un corpo i molti scritti sparsi e le molte lettere, in cui Bartolomeo Borghesi aveva

profuso la sua dottrina, il de Rossi fu invitato a tal lavoro, coi più insigni seguaci del sommo epigrafista: egli vi prese parte e, secondo il suo solito, con larghezza ed amore. Abilissimo non solo nel leggere i testi lapidarii, ma altresì i codici e le membrane, ordinò e pubblicò cataloghi di manoscritti della biblioteca del Vaticano, esplorò in Italia e fuori librerie ed archivii per trarne antiche sillogi epigrafiche e documenti sulle vicende di Roma, di cui illustrò la topografia nei secoli medii con piante, disegni, notizie di viaggiatori e di eruditi, in ogni dove pazientemente raccolti.

Dinanzi alla mole di lavoro accumulato da Giovanni Battista de Rossi nel corso di una vita lunga, ma non lunghissima (settantadue anni egli ha vissuto (1)), si rimane meravigliati, quasi storditi, come dinanzi a quelle grandiose opere pubbliche, in cui Roma ha stampato l'impronta del suo genio e della sua forza. Aumenta la meraviglia per chi sappia che il de Rossi trovava tempo da dare non solo alle pratiche della religione, di cui fu zelantissimo, alla famiglia ed agli amici, di cui fu affezionatissimo, a doveri e ad ufficii scientifici od in servigio della sua città, di cui fu amantissimo, ma a quanti, in persona o per lettera, a lui ricorrevano per ammaestramenti e per consigli. Sì intenso e puro fu il suo amore per la scienza, sì gene-

---

(1) Nacque a Roma il 23 di febbraio 1822; morì a Castelgandolfo il 20 di settembre 1894. Una bella biografia del de Rossi fu scritta in occasione delle feste, celebrate nell'aprile del 1892, per il settantesimo suo anniversario, da mons. Paolo Maria Baumgarten, *Giovanni Battista de Rossi, der Begründer der christlich-archäologischen Wissenschaft, ein biographische Skizze*, Köln, 1892. Fu tradotta nella nostra lingua dal P. Giuseppe Bonavenia (Roma, 1892). Un elenco compiuto ed ordinato di tutti gli scritti del de Rossi fino all'ottobre 1892 fu dato dal suo egregio discepolo e carissimo amico, il prof. avv. Giuseppe Gatti nel libro stampato per ricordare le feste accennate (*Albo dei sottoscrittori pel busto marmoreo del comm. G. B. de Rossi e relazione dell'inaugurazione fattane*, ecc. Roma, 1892, p. 31-73). Sono da aggiungere a questo elenco i lavori inseriti nei quattro fascicoli del *Bullettino di archeologia cristiana*, che formano l'annata IV (1894) della serie V, e alcuni altri stampati altrove, notati dal Gatti, il quale curò la stampa dell'ultimo di tali fascicoli, venuto ora alla luce e, con gentile pensiero, insieme coi due ultimi scritti del de Rossi pubblicò il primo, tuttavia inedito, composto nel 1848.

roso il suo cuore che mai non fu avaro delle ricchezze della sua dottrina, ma sempre e con tutti ne ha largheggiato. Equanime, tollerante, il vero ed il bello ammirò dovunque si trovasse. Amò i giovani, che amavano gli studii; godeva nell'avviarli nelle erudite esplorazioni; animavali a perseverare nell'impreso cammino (chi depone questo umile fiore sul sepolcro di quell'uomo venerato ricorderà sempre con tenerezza affettuose parole da lui udite). Educò un'eletta di discepoli, che ne continueranno la gloriosa tradizione.

S'inchini reverente e grata Italia dinanzi a questo illustre suo figlio, che lei, madre e maestra della profana archeologia, ha fatto pur madre e maestra della sacra.

Sulla Notizia vercellese riguardante un diploma perduto di Carlo III (il Grosso);

Nota del Socio CARLO CIPOLLA.

Qualche anno addietro (1) tentai di provare che esistette un diploma di Carlo III (il Grosso) in favore della chiesa di Vercelli diverso da quello a noi pervenuto (2). Fra le altre prove che io allora adducevo a sostegno di questa mia congettura, c'era anche una Notizia, ch'io aveva trascritto dal ms. 15 dell'Archivio capitolare di Vercelli (3).

(1) Seduta del 3 maggio 1891, vol. XXVI, pp. 670 sgg. degli *Atti*.

(2) *Mon. Hist. Patriae*, Chart. I, 64.

(3) Il codice consta di ff. 265, e misura in lunghezza cm. 44, e in larghezza cm. 35. È scritto tutto di una mano, in un bellissimo minuscolo, forse del X secolo, colla *r* leggermente prolungata inferiormente alla linea. Notevoli sopra tutto sono le forme cuneate della *l*, della *b*, della *h*, ecc. Le didascalie sono in carattere capitale lapidario, molto regolare e molto elegante, con lettere inserte e con lettere in nesso. Questa sommaria descrizione del manoscritto mi viene suggerita dalla ben riuscita fotografia di una pagina, che in favor mio fece il dott. L. Schiaparelli, del quale parlerò fra poco. Ringrazio pure i Canonici di Vercelli per la cortesia colla quale concessero al medesimo Dott. Schiaparelli di fare le fotografie che a me interessavano.

Quella mia nota richiamò l'attenzione benevola del dottor Guglielmo Erben (1), il quale si mostrò ben disposto verso la mia tesi principale, ma sopra un punto speciale mi fece notare una ommissione, e nel tempo stesso manifestò un desiderio, al quale, per quanto posso, mi studio qui di corrispondere. Egli cioè notò che la Notizia Vercellese era stata copiata da uno dei più famosi e più benemeriti paleografi tedeschi, cioè dal ch. prof. Giulio Ficker, il quale la comunicò al ch. prof. E. Mühlbacher. Quest'ultimo (2) la riprodusse, riconducendone il contenuto al noto diploma di Carlo III. L'Erben, avendo rilevato che il Ficker dichiarava che la Notizia, da lui fatta risalire al IX secolo, era scritta in lettere unciali, mentr'io ne facevo una descrizione paleografica alquanto diversa, pur senza pronunciarmi sull'epoca, m'invita a proseguire le ricerche su questo campo. Egli aggiunge che molto accresciuta sarebbe l'importanza di quella Notizia, se ne potessimo proprio stabilire la data quale ad essa venne attribuita dal Ficker.

La osservazione dell'Erben fu quindi riprodotta dal Bresslau (3), senz'alcuna osservazione.

L'Erben è nel vero dicendo che la Notizia Vercellese fu pubblicata dal Mühlbacher, ed io ebbi il torto di non averlo osservato. Ma siccome quella prima edizione non è riuscita pienamente esatta (4), così la mia ripubblicazione riesciva, se non m'inganno, giustificata.

Oltre a questo, non parmi che la scrittura si possa dire onciale, nè penso che la si possa far risalire al sec. IX.

La Notizia, nel codice Vercellese, è seguita da alcuni estratti, il cui argomento è il diritto canonico. Primo tra essi, viene un tratto di una lettera di Gregorio II a S. Bonifacio, lettera che

---

(1) *Mitth. des Instituts für österr. Geschichtsforschung*, XV (1894), 169-70.

(2) *Die Urkunden Karls III*, in *Wiener SB*, 1878, XCII, 400-1, nota,

(3) *N. Archiv*, XIX, 720. Cfr. ivi XVII, 451.

(4) Alcuni nomi furono stampati inesattamente (Victimozensi, per: Uictimolensi; Sazutiolam, per: Salutiolam; Pitrorium, per: Petrorium; Audiniaco, per: Audinico), e in un sito si punteggiò il testo di maniera da fargli dire che Carlo III donò al monastero di Lucedio la corte di Romagnano e Formigliana; mentre il testo non dice così, nè la storia lo insegna.

fu scritta il 22 novembre 726 (1), ma che nel decreto di Graziano si attribuisce invece a Gregorio III. Il nostro codice la attribuisce a Gregorio VII, in questa forma: " GR. VII. Bonefatio episcopo. Quod posuisti si mulier infirmitate correpta —". Queste parole sono scritte da una mano del sec. XI ex. o piuttosto XII in. Molto prima fu scritta la Notizia, che a noi interessa. Ma non mi pare che neppur essa presenti quei caratteri dell'età carolina, che vediamo p. e. nella scrittura maiuscola del IX secolo rappresentata in una bella tavola del *Manuel* di Maurizio Prou (2). Qui abbiamo il carattere onciale netto e schietto, mentre nel caso nostro si tradisce nell'amanuense l'abitudine di scrivere il minuscolo, e un minuscolo ormai svolto e progredito. Si faccia attenzione sopra tutto alla D, alla A, al nesso CT (in " uictimolensi "), alla J.

Riproduco questa Notizia secondo la fotografia gentilmente eseguita per cagion mia dall'egregio signor dottor Luigi Schiaparelli. Sicchè il lettore potrà giudicare da sè. Quanto a me, non mi sento disposto a giudicarla più antica della seconda metà del X secolo; anzi propendo ad abbassarne ancora di non poco l'età. Non mi sembra facile che quella scrittura si possa credere anteriore al sec. XI, o anche addirittura alla metà incirca di questo secolo.

Nonostante questa mia ipotesi sull'epoca in cui la Notizia è stata scritta, non mi sento tuttavia mosso a metterne in dubbio il valore storico, il quale si rafferma, considerando la relazione in cui si trova il contenuto della medesima con quanto abbiamo derivato da altre fonti.

---

(1) È l'epistola *Desiderabilem mihi* (*MGH.*, *Epistolae Merow. et Karolini aevi*, I, 275 sgg., Berolini, 1892; il nostro brano sta a p. 276). — Jaffé, *Reg.*, 1667 = 2174.

(2) Tav. V, alla p. 82.

L'Accademico Segretario
Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 17 Giugno al 18 Novembre 1894.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Abhandlungen** der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen Mathematisch-Physikalische Klasse, XXXIX, 1. Göttingen, 1894; 4°.

* **Abhandlungen** der mathem.-physischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. XXI, n° 2. Leipzig, 1894; 8°.

* **Abhandlungen** der Naturhistorischen Gesellschaft zu Nürnberg. X Bd., II Heft. Nürnberg, 1894; 8°.

* **Abhandlungen** der k. k. Geologischen Reichsanstalt. VI Bd., II Hälfte, XV, Heft 6. Wien.

** **Abhandlungen** zur geologischen Specialkarte von Preussen und der Thüringischen Staaten. Bd. X, Heft 6, 7; N. F., Heft 20. Berlin, 1894; 8°.

* **Acta** Societatis scientiarum Fennicae. T. XIX. Helsingforsiae, 1893; 4°.

* **Actes** de la Soc. helvétique des sciences natur., 76e sess. Lausanne, 1893; 8°.

* **Actes** de la Société scientif. du Chilì. T. IV (1894), 1e livr. Santiago, 1894; 4°.

* **American** Chemical Journal. Vol. 15, n. 8; vol. 16, n. 1-6. Baltimore, 1893-94; 8° (*dall'Università John Hopkins di Baltimora*).

* **American** Journal of Mathem. Vol. XVI, n. 1-3. Baltimore, 1894; 4° (*Id.*).

* **American** Journal of Science. Editors James D. and Edward Dana. Vol. XLVIII, 283-288. New-Haven, 1894; 8°.

* **Analele** Institutului Meteorologic al Romăniei. Tomul VIII, Anul 1892. Bucuresci, 1894; 4°.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega III-VI, t. XXXVI. Buenos Aires, 1893; 8°.

Anales del Instituto fisico-geografico y del Museo Nacional de Costa Rica. Tomo IV (1891). San José, 1893; 4°.

* **Annales** de la Soc. belge de microscopie. T. XVII, 2e fasc. Bruxelles, 1893; 8°.

* **Annales** de l'École Polytechnique de Delft. Tome VIII, 1-2 livr., 1894; 4°.

* **Annales** de la Société géologique de Belgique. T. XX, 1e-2e livraison. T. XXI, 1e livr. Liège, 1892-1894; 8°.

* **Annales** de la Société Linnéenne de Lyon. Nouvelle sér., t. 38-40. Lyon, 1891-93; 8°.

* **Annales** des **Mines**. Tables des matières de la Ve série (1852-1861); 9e série, t. V, livr. 4, 5, 6; t. VI, livr. 7, 8.

** — 7e série, t. XVI, livr. 6; t. XVII, livr. 1e. Paris, 1861-1894.

* **Annali** dell'Ufficio centrale meteorologico e geodinamico italiano. Serie 2ª, v. XII, p. I, 1890; v. XIV, p. I, 1892; v. XV, p. I, 1893. Roma, 1893-94; fº.

* **Annals** of the New York Academy of Science late Lyceum of Natural history. Vol. III, n. 10; V, 9-12; VI, 7-12 e index; vol. VII, n. 6-12; VIII, 4. New York, 1885-94; 8º.

Annual Report (Sevent) of the Agricultural Experiment Statio (University of Nebraska). Lincoln, Nebrasca, 1894; 8º.

* **Annual** Report of the Board of Regents of the Smithsonian Institution, ...for the year ending june 30, 1891; 30, 1892. Report of the U. S. National Museum. Washington, 1892; 8º.

* **Annuaire** de l'Observatoire Royal de Bruxelles pour les années 1836, 1889 à 1894; 8 vol.; 8º.

** **Archiv** für Entwickelungsmechanik der Organismen. Erst. Bd. Erst. Heft. Leipzig, 1894; 8º.

* **Archives** Néerlandaises des sciences exactes et naturelles publiées par la Société hollandaise des sciences à Harlem, tome XXVIII, livr. 2. Harlem, 1894; 8º.

* **Atti** della R. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze, vol. LXXII, 1894; 8º.

Atti della R. Accademia Peloritana; anno IX, 1894-95. Messina, 1894; 8º.

* **Atti** della Reale Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie II, vol. 6º. Napoli, 1894; 4º.

* **Atti** della R. Accademia medico-chirurgica di Napoli. Anno XLVII, n. s., n. V; anno XLVIII, n. 1. Napoli, 1893-94; 8º.

Atti del Collegio degli ingegneri e degli architetti in Palermo. Anno XVI, 1893, settembre-dicembre. Palermo, 1893; 8º.

* **Atti** della Società toscana di Scienze naturali residente in Pisa. Memorie, vol. XII, 1893; Processi verbali, vol. IX.

* **Atti** dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Anno XLVI, sess. VII e VIII del 18 giugno e 9 luglio 1893; anno XLVII, sess. I del 17 dicembre 1893, sess. II del 21 gennaio 1894, sess. III, 18 febbraio 1894. Roma, 1894; 4º.

* **Atti** della R. Accad. dei Fisiocritici in Siena. Serie IV, v. VI. Siena, 1894; 8º.

* **Atti** del Museo Civico di Storia natur. di Trieste. Vol. VII. Trieste, 1894; 8º.

* **Atti** del R. Istituto veneto di Scienze, lettere ed arti. T. LII, disp. 6, 7, 8. Venezia, 1893-94; 8º.

Australian Museum. Report of Trustees for the year 1893. Sydney, 1894; 4º.

* **Bericht** über die Senckenbergische naturforschende Gesellschaft in Frankfurt am Mein, 1894; 8º.

Bericht über die Thätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in den Jahren 1891 und 1892; Dezember 1892 bis Februar 1894. Berlin, 1893-94; 8º.

* **Berichte** der Bayer. Botanischen Gesellsch. Bd. III. München, 1893; 8º.

* **Bidrag** till Kännedom af Finlands Natur och Folck. Utgifna Finska Vetenskaps- Societeten, n. 52, 53. Helsingfors, 1893; 8º.

* **Bihang** til Kongl. Svenska- Vetenskaps- Akademiens Handlingar. Bd. 19, Afdelning I, II, III. Stockholm, 1894; 8º.

Boletin del Observatorio Astronómico Nacional de Tacubaya. Tom. I, n. 17, 18; 4°.

Boletin de la Academia Nacional de Ciencias en Cordoba. T. XII, Entr. 1-4; XIII, 1-3. Buenos-Aires, 1890-94; 8°.

* **Bollettino** del R. Comitato Geolog. d'Italia. Anno 1894, n. 2, 3. Roma, 1894; 8°.

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani. Anno IX, n. 12-21. Roma, 1894; 8°.

* **Bollettino** del Club Alpino italiano per l'anno 1893. Vol. XXVII, n. 60. Torino, 1894; 8°.

* **Bollettino** mensuale della Società meteorologica italiana. Serie 2ª, v. XIV, n. 7-10. Torino, 1894.

* **Bollettino** medico-statistico dell'Ufficio d'igiene della città di Torino. Anno XXIII, n. 15-30.

* **Bulletin** de la Société d'études scientifiques d'Angers. Nouvelle série, XXIIe année, 1892. Angers, 1893; 8°.

* **Bulletin** de la Société belge de microscopie. XXe année, 1893-94, n. IX. Bruxelles, 1894; 8°.

* **Bulletin** de l'Académie Royale des sciences et des lettres de Danemark. Copenhague, 1893, n. 3; 1894, n. 1. Copenhague, 1894; 8°.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXV, n. 7, 8. Cambridge, 1894; 8°.

* **Bulletin** de la Société géologique de France. 3e série, t. XXI, n. 4, 5; t. XXII, n. 1-3. Paris, 1893-94; 8°.

Bulletin de la Société Philomatique de Paris, 1893-94, n. 2; 8°.

* **Bulletin** de la Société Zoologique de France pour l'année 1893. T. I-VI, XVIII. Paris, 1876-1881, 1894; 8°.

* **Bulletin** de la Société impériale des Naturalistes de Moscou. Ann. 1893, n. 4; 1894, n. 1. Moscou, 1894; 8°.

Bulletin on the United States National Museum, n. 43. Washington, 1893; 8°.

* **Bulletins** du Comité Géolog. T. XII, n. 3-7 et suppl. St-Pétersbourg, 1893; 8°.

* **Bullettino** delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società medico-chirurgica ecc. Serie VII, vol. V, fasc. 6-9. Bologna, 1894; 8°.

* **Bullettino** delle sedute dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali in Catania. Giugno 1894, fasc. XXXVII. Catania, 1894; 8°.

* **Carta** geologica della Calabria. Fogli n. 236-238, 241-242; 6 fogli (*dal R. Ufficio Geologico*).

Catalogue of Scientific Papers (1874-1883). Compiled by R. Soc. of London. Vol. X. London, 1894; 4°.

* **Catalogue** of the Birds in the British Museum. Vol. XXIII. London, 1894; 8° (*dal British Museum*).

* **Catalogue** of the Mesozoic Plants in the department of geology (Natural history). The Wealden Flora. Part I. Thallophyta-Pteridophyta by A. C. Seward. London, 1894; 8° (*Id.*).

* **Centenaire** de la fondation du Muséum d'histoire naturelle, 10 juin 1793-10 juin 1893. Volume commémoratif publié par les professeurs du Muséum. Paris, 1893; in-4°.

* **Città di Torino.** Ufficio d'igiene. Rendic. per gli anni 1891-92. Torino, 1894; 4°.

* **Civico** Museo Ferdinando Massimiliano in Trieste. 1846-56, 1863, 1874. Trieste, 1856-1874; 4°.

* **Clinica** Dermosifilopatica della R. Università di Genova. Anno 1894, fasc. II. Roma, 1894; 8°.

* **Compte-Rendu** des Travaux présentés à la soixante-seizième session de la Soc. helvét. des sciences natur. réunie à Lausanne. Genève, 1893; 8°.

Compte-Rendu sommaire des séances de la Société philomatique de Paris. N. 16-19, 1894; n. 1, 27 oct. 1894. Paris, 1894; 8°.

* **Compte-Rendu** des séances de la Société géologique de France. N. 12, 13. Lille, 1894; 8°.

Comptes-Rendus des séances de la Commission Permanente de l'Association Géodésique internationale. Berlin, 1894; 4°.

* **Comptes-Rendus** de l'Académie des Sciences de Cracovie. Mai, juin, juillet. Cracovie, 1894; 8°.

* **Controversia.** Vol. VIII, 264-282. Madrid, 1894; 8°.

* **Danske** Videnskabernes Selskabs Naturvidenskabelige og Mathematiske Afhandlinger. 5 Raekke, 8 Bd. I; 6 Raekke, 1 Bd., n. 5. Copenhague, 1868, 1881; 4°.

** **Erläuterungen** zur geologischen Specialkarte von Preussen und den Thüringischen Staaten. 46, 62 Liefer. Gradabth. 80, 55; n. 24, 29, 30, 35, 36; 28, 29, 34, 35. Berlin, 1894; 8°.

* **Földtani** Közlöny kiadja a Magyarhoni Földtani Társulat. Vol. 1-4 (1872-1874); vol. XII (1882). Budapest, 1872-1882; 8°.

** **Fortschritte** der Physik im Jahre 1888. Bd. XLIV, 2 Abt. Braunschweig, 1894; 8°.

* **Giornale** del Genio civile. Anno XXXII, fasc. 3-7. Roma, 1894.

* **Giornale** della R. Accademia di medicina. A. LVII, n. 4-10. Torino, 1894; 8°.

* **Jaarboek** van de k. Akad. van Wetenschappen voor 1893. Amsterdam; 8°.

* **Jahrbuch** über die Fortschritte der Mathematik. Bd. XXIII, Heft 3. Berlin, 1894; 8°.

* **Jahrbuch** des Norwegischen Meteorologischen Instituts für 1891. Christiania, 1893; f° (*dalla R. Università di Norvegia*).

* **Jahrbuch** der k. k. geologischen Reichsanstalt zu Wien. Jahrg. 1893-94, XLI Bd., 4 Heft; XLIII, 3 und 4 Heft; XLIV, Heft 1-2. Wien, 1894; 8°.

* **Jahresbericht** am 27 Mai 1874 dem Comité der Nicolai-Hauptsternwarte abgestattel vom Director der Sternwarte. St-Petersburg, 1894; 8°.

* **Jahreshefte** des Vereins für vaterländische Naturkunde in Württemberg. 50 Jahrgang. Stuttgart, 1894; 8°.

* **Jenaische** Zeitschrift für Naturwissenschaft herausg. von der medizinisch-naturw. Gesellschaft zu Jena. N. F. Bd. XXI, Heft 4. Jena, 1894; 8°.

Institute of Chemistry of Great Britain and Ireland Regulations for admission to Membership and Register; 8°.

* **Jornal** des sciencias Mathematicas e Astronomicas. Publicado pelo Dr. F. Gomes Teixeira. Vol. XII, n. 1. Coimbra, 1894; 8°.

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LXII, Title page and Index. — Vol. LXIII, part II, Natural Science, n. 1-2; part III, Anthropology and Cognate subject, n. 1. Calcutta, 1894; 8°.

* **Journal** of Comparative Neurology; edited by C. L. Herrick, Prof. in Biology and C. Judson Fellow in Neurology Denison University. Vol. I-IV. Cincinnati, Granville, Ohio, 1891-1894; 8°.

* **Journal** of Linnean Society. Botany, vol. XXVI, n. 177; XXX, n. 205-208. Zoology, vol. XXIV, n. 155-157. London, 1893-94; 8°.

* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1894, part 3-5. London, 1894; 8°.

* **Journal** of the Academy of Natural sciences of Philadelphia. Second series, vol. X, p. 1. Philadelphia, 1894; 4°.

* **Journal** and **Proceedings** of the R. Society of New South Wales. Vol. XXVII, 1893. Sydney, 1894; 8°.

* **Journal** of the College of Science Imperial University Japan. Vol. VI, p. IV; vol. VII, p. I. Tokio, 1894; 4°.

* **Kongliga-Svenska** Vetenskaps-Akademiens. Handlingar Ny Följd. Bd. 25, 1892. Stockholm, 1892-93; 4°.

* **Lektionsplan** der Technische Hochschule zu Karlsruhe für das Wintersemester 1894/95. 1 f°.

* **List** of Linnean Society of London, 1893-94. London, 1894; 8°.

* **List** of the Geological Society of London. 1862, 1864, 1877, 1879, 1885. 1894; 8°.

Magnetische und Meteorologische Beobachtungen an der k. k. Sternwarte zu Prag im Jahre 1893. Prag, 1894; 4°.

* **Manual** of the Geology of India (*Geological Survey of India*). Calcutta, 1893; 8°.

* **Mémoires** de la Société Zoologique de France pour l'année 1893. Tome VI. Paris, 1893; 8°.

* **Memoirs** of Geological Survey of India. Ser. IX, vol. II, part 1; 4°.

* **Memorias** y Revista de la Sociedad Científica " Antonio Alzate ". T. VII (1893-94). N. 11 y 12. Mexico, 1894; 8°.

* **Memorie** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Classe di scienze matematiche e naturali. Vol. XVII, fasc. 4. Milano, 1894; 4°.

* **Memorie** della Pontificia Accad. dei Nuovi Lincei. Vol. IX. Roma, 1893; 4°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXIII, disp. 5-9. Roma, 1894; 4°.

* **Memorie** dell'Accademia d'Agricoltura, Arti e Commercio di Verona. Serie III, vol. LXIX, fasc. 2°. Verona, 1893; 8°.

* **Mittheilungen** der Naturforschenden Gesellschaft in Bern aus dem Jahre 1893. Bern, 1894; 8°.

* **Mittheilungen** aus dem Jahrbuche der kön. ungar. geologischen Anstalt. Bd. I, n. 1-3; Bd. II, n. 1-3. Pest, 1872-73; 8°.

* **Mittheilungen** aus der Zoologischen Station zu Neapel. 11 Bd., 3 Heft. Berlin, 1894; 8°.

* **Mitteilungen** aus der medicinischen Facultät der Kaisr.-Japanischen Univ. Bd. I, n. 4. Tōkyo, Japan, 1894; 4°.

* **Monograph** of Lichens found in Britain; being a descriptive Catalogue of the species in the Herbarium of the British Museum. By the Rev. J. M. Crombie. Part I. London, 1894; 8° (*dal British Museum*).

* **Monthly** notices of the Royal Astronomical Society. Vol. LIV, n. 8. London, 1894; 8°.

** **Morphologische** Arbeiten. Herausg. von D^r^ G. Schwalbe. 3 Bd., 3 Heft; 4 Bd., 1 Heft. Jena, 1894; 8°.

* **Nachrichten** von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physik. Klasse, 1894, n. 2-3. — Geschäftliche Mittheilungen, 1894, n. 1. Göttingen, 1894; 8°.

* **Natuurkundig** Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië Uitgegeven door de konin. Natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indié. Deel LIII (Tiende Serie, Deel II). Batavia, 1893; 8°.

* **Natuurkundige** Verhandelingen der Hollandische Maatschappij der Wetenschappen 3de Verz. Deel II, n. 1 e 2. Harlem, 1874, 4°.

* **Nouvelles** Archives du Muséum d'histoire naturelle. 3me série, tome 5me. Paris, 1893; 4°.

* **Nova Acta** Regiae Societatis Scientiarum Upsaliensis. Seriei tertiae, vol. XVI. Upsaliae, 1893; 4°.

* **Observations** made at the Magnetical and meteorological Observatory at Batavia. Vol. XV, 1892. Batavia, 1893; f°.

* **Observations** publiées par l'Institut météorologique central de la Société des Sciences de Finlande; vol. VI, VII et VIII, 1re livr., XI, 1re livr. Helsingfors, 1893.

* **Observations** météorologiques publiées par l'Institut météorologique central de la Société des Sciences de Finlande. 1881-1882-1887-1888.

* **Observations** météorologiques Suédoises publiées par l'Acad. R. des Sciences de Suède. Vol. 32. Stockholm, 1894; 4°.

* **Ofversigt** af Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar, XXXV, 1892-1893. Helsingfors, 1893; 8°.

* **Philosophical** Transactions of the Royal Society of London, 1893. Vol. 184, A-B. London, 1894; 4°.

* **Proceedings** of the American Academy of Arts and Sciences. New Series, vol. XX. Boston, 1893; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Physical Society. Session 1892-93, 1893-94. Edinburgh, 1893-94; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Irish Academy. Third series, vol. III, n° 2. Dublin, 1894; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society of Edinburgh. Vol. IV, n. 49, 51, 52, 54-55. Edinburgh, 1860-61; 8°.

* **Proceedings** of the United States National Museum. Vol. XVI, 1893. Washington, 1894; 8° (*dalla Smithsonian Institution*).

Proceedings and Transactions of the Nova Scotian Institute of Science. Session of 1892-93, 2e series, vol. I, part 3. Halifax N. S., 1893; 8°.

* **Proceedings** of the Linnean Society of London. From November 1890 to June 1892; November 1892 to June 1893. London, 1893-94; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LV, n. 334-337. London, 1894; 8°.

* **Proceedings** of the Zoological Society of London for the year 1894. Part II, III. London; 8°.

* **Proceedings** of the American Philosophical Society held at Philadelphia. Vol. XXXIII, n. 144. Philadelphia, 1894; 8°.

* **Proceedings** of the Academy of natural science of Philadelphia. Part III, 1893; part I, 1894; 8°.

* **Proceedings** of the Rochester Academy of Science. Broch. 2, vol. II. Rochester, N. Y., 1893; 8°.

* **Proceedings** and Transactions of the Royal Society of Canada for the year 1893. Vol. XI. Ottawa, 1894; 4°.

* **Processen-Verbaal** van de Gewone Vergaderingen der k. Akad. van Wetenschappen, Afd. Natuurkunde. 1871-73, 1882-84. Amsterdam; 8°.

* **Processi** verbali delle adunanze. Anno accademico 203, n. 5. Accad. dei Fisiocritici. Siena, 1894; 8°.

* **Programm** der Grossherzoglich badischen Technischen Hochschule zu Karlsruhe für das Studienjahr 1894/95; 8°.

Publications of the Washburn Observatory of the University of Wisconsin. Vol. VIII. Madison, Wis., 1893; 4°.

Publications of the Lick Observatory of the University of California. Vol. II. Sacramento, 1894; 4°.

* **Quarterly** Journal of Geological Society. Vol. XV, n. 59;, XXII, n. 87; L, Part 3-4, n. 199-200. London, 1894; 8°.

* **Ragguaglio** intorno alla istituzione del Gabinetto zoologico-zootomico in Trieste. Trieste, 1850; 4°.

* **Records** of the Geological Survey of India. Vol. XXIII, p. 3; vol. XXVII, p. 2, 3. Calcutta, 1894; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXVII, fasc. XII-XVI. Milano, 1894; 8°.

* **Rendiconti** del Circolo matematico di Palermo. Tomo VIII, fasc. IV-V. Palermo, 1894; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 2ª, vol. VIII, fasc. 6 e 7. Napoli, 1894; 4°.

Report for the Year 1893-94, presented by the Board of Managers of the Observatory of Yale Univers. to the President and Fellows. New-Hawen; 8°.

Report of the Fifth Meeting of the Australasian Association for the Advancement of Science, held at Adelaide, South Australia, september 1893; 8°.

Report of the sixty-third Meeting of the Britsh Association for the advancement of Science held at Nottingham in septemb. 1893. London, 1894; 8°.

Results of observations of the fixed stars made with the meridian cercle at the Government Observatory Madras in the years 1880, 1881 and 1882. Vol. VII. Madras, 1894; 4°.

* **Rivista** di Artiglieria e Genio. Anno 1894, maggio-ottobre. Roma, 1894; 8°.

* **Rivista** mensile del Club alpino italiano. Vol. XIII, n. 6-10. Torino, 1894; 8°.

* **Rozprawy** Akademii Umiejętności wydziat Matematyczno-Przyrodniczy. Serie II, t. VI. Krakovie, 1893; 8°.

* **Schriften** der Physikalisch-Oekonomischen Gesellschaft zu Königsberg in Pr., XXXIV Jahrg., 1893; 4°.

* **Scientific Proceedings** of the R. Dublin Society. Vol. VII, p. 5; VIII, 1-2. Dublin, 1892-93; 8°.

* **Scientific Transactions** of the Roy. Dublin Society. Vol. IV, p. 14; V, 1-4. Dublin, 1892-93; 4°.

* **Sitzungsberichte** der Physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, 1894, n. 1-4; 8°.

* **Sitzungsberichte** der Kön. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. I (11 Januar) XXIII-(10 Mai 1894). Berlin, 1894; 8°.

* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXV, fasc. 5-6; XXVI, 4-6; XXVII, 1. Modena, 1894; 8°.
* **The Royal** Society. 30th. November 1893; 4° (Elenco dei Soci).
* **Transactions** of the Geological Society. 2d ser., vol. I, p. 2a. London, 1824.
* **Transactions** of the R. Irish Acad. Vol. XXX, part XI-XII. Dublin, 1894; 4°.
* **Transactions** of the Royal Society of Edinburgh. Vol. XXII, part I. Edinburgh, 1857-59; 4°.
* **Transactions** of the Linnean Society of London. Botany, vol. III, p. 9-11; vol. IV, p. 1. — Zoology, vol. V, p. 11; vol. VI, p. 1-2. London, 1893-94; 4°.
* **Transactions** of the Zoological Society of London. Vol. XIII, par. 9. 1894; 4°.
* **Transactions** of the Manchester Geological Society. Vol. XXII, p. XIX-XXI.
* **Transactions** of the Meriden Scientific Association. Vol. V. Meriden, Conn., 1893; 8°.
* **Transactions** of the New York Academy of Science. Vol. IX, n. 3-4; X, 1; XI, n. 6-8. New York, 1890-92; 8°.
* **Transactions** of the Academy of Science of St-Louis. Vol. VI, n. 9-17. 1893-94; 8°.
Travaux et Mémoires du Bureau International des Poids et Mesures. T. X. Paris, 1894; 4° (*dono del Governo Francese*).
Tufts College Studies. N. II-III. Tufts College, Mass., 1894; 8°.
* **Verhandelingen** der k. Akademie van Wetenschappen. I Sectie, Deel II, n. 1-6, 8; II Sectie, Deel III. Amsterdam, 1893-94; 8°.
* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Sitzung. N. 5-9, 1894. Wien, 1894; 8°.
* **Verhandlungen** Physikalisch-Medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, 1894. N. F., XXVIII Bd., n. 1.
* **Verslagen** der Zittingen van de Wis- en Natuurkundige Afdeeling der k. Akad. van Wetenschappen, 1893-94. Amsterdam, 1894; 8°.
* **Verslagen** en Mededeelingen der k. Akad. van Wetenschappen. Afd. Natuurkunde. Deel XV-XVI. Amsterdam, 1863-64; 8°.
** **Xenia Orchidacea.** Beiträge zur Kenntnis der Orchideen von H. G. Reichenbach Fil. Bd. III, Heft 8. Leipzig, 1894; 4°.
* **Zoologischer Anzeiger**, herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig. 1894, n. 450-460; 8°.
* **Журналъ** русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXVI, n. 3-6. 1894.

* ***Dall' Università di Erlangen:***

Andreae (E.). Ueber abnorme Wurzelanschwellungen bei Ailanthus glandulosa. Erlangen, 1894; 8°.
Andress (H.). Ueber Inversio uteri completa in folge eines im Uterusfundus sitzenden gestielten Myoms. Erlangen, 1893; 8°.
Baldus (A.). Geologische Beschreibung des Hetzlas-Gebirges nebst 2 Gebirgsprofilen. Speyer, 1893; 8°.
Bartels (W.). Studien über die Cangoura und deren Stammpflanze. München, 1894; 8°.

Bazlen (M.). Ueber die Abbauprodukte des Digitogenins. München, 1894; 8°.

Beck (K.). Beiträge zur chemischen Kenntnis der Süssweine. Erlangen, 1894; 8°.

Bernett (W.). Statistiche Untersuchungen über das Auftreten der fettigen Degeneration der Hermuskulatur bei Klappenfehlern des Herzens. Erlangen, 1892; 8°.

Besold (G.). Klinische Beiträge zur Kenntniss der Friedreich'schen Krankeit. Leipzig, 1894; 8°.

Bindemann (L.). Ein Fall von Fibro-Myxom des rechten Labium maius. Erlangen, 1894; 8°.

Bissinger (L.). Ueber Verwitterungs-Vorgänge bei krystallinischen und Sedimentär-Gesteinen. Kempten, 1894; 8°.

Bolen. Beiträge zu Verletzungen der Harnröhre. Breslau, 1893; 8°.

Börsch (K.). Beitrag zur Kenntnis der Bakterien des Weines. Beitrag zur Kenntnis der Hefen. Edenkoben.

Bouda (K.). Ueber Massenwirkungen aromatischer Basen. Erlangen, 1893; 8°.

Brasch (M.). Ueber einige Derivate der Diamidostilbens. Erlangen, 1894; 8°.

Brunner (A.). Ueber hysterische Kontrakturen mit spezieller Berücksichtigung ihrer Behandlung. Erlangen, 1893; 8°.

Camerer (A.). I. Studien über qualitative Trennungen der Metalle der Schwefelammoniumgruppe. II. Einwirkung von Natriumthiosulfat auf verschiedene Metallsalze und Metalloxyde. Stuttgart; 8°.

Casper (B.). Ueber die Temperatursteigerungen bei einfachen Fracturen. Berlin, 1894; 8°.

Citron (A.). Versuche zur quantitativen Bestimmung des Peptons im Harn. Berlin, 1894; 8°.

Cohn (M.). Casuistiche Beiträge zur Kenntnis der Dystrophia muscularis progressiva. Berlin, 1893.

Conradt (P.). Ueber Gesetmassigkeiten bei Oxydationen zweier neuen Chinolinderivate. München, 1894; 8°.

D'Avis (H.). Beiträge zur Kenntniss der Pikraminsäure. Erlangen, 1894; 8°.

Deininger (H.). Ein Fall von Tetanus traumaticus. Erlangen, 1894; 8°.

Dormeir (S.). Ueber ringförmige Derivate des o- Amidobenzyläthylamins und o- Amidodibenzylamins. Erlangen, 1893; 8°.

Elfert (Th.). Ueber die Auflösungsweise der secundären Zellmembranen der Samen bei ihrer Keimung. Stuttgart, 1894; 4°.

Erpenbeck (B.). Ueber die Schädeltuberkulose nach Beobachtungen der Erlanger chirurgischen Klinik. Erlangen, 1892; 8°.

Fink (G.). Eine Schussverletzung des Schädels und des Gehirns. Erlangen, 1893; 8.

Fischer (H.). Beiträge zur Kenntnis der Chinonimide und Induline. Erlangen, 1894; 8°.

Fritzweiler (H.). Ueber p- Tolyl-o-naphtylendiamin. Karlsruhe, 1894; 8°.

Fucks (A.). Untersuchungen über die Leukocytose des Blutes unter normalen und Krankaften Verhältnissen. Bamberg, 1893.

Gallas (M.). Ueber ein pinakortiges Reductionsprodukt des Camphers und über Filixsäure. Erlangen, 1894; 8°.

Gegner (C.). Ueber einige Wirkungen des Formaldehyds. Erlangen, 1893; 8°.

Gehricke (A.). 1. Ueber die Eigenschaften des Imido- und Nitroacetonitrils. 2. Ueber die Einwirkung von Methylencyanhydrin auf aromatische Basen. Erlangen, 1894; 8°.

Gernhardt (V.). Bestimmung latenter Verdampfungswärmen beziehungsweise molekularer Siedepunktserhöhungen. Erlangen, 1893; 8°.

Gmelin (M.). Ueber p- Nitrosodiphenyl-m-phenylendiamin und m- Diamido-ditolylamin. Erlangen, 1894; 8°.

Gocht (H.). Scharlach im Wochenbett. Erlangen, 1894; 8°.

Gorodiski (A.). Ein Vorschlag zur Technick der Trepanation. Erlangen, 1894; 8°.

Gossel (P.). Historische Darstellung der Lehre von der Thrombose. Neuburg a D, 1893.

Gutsche (Ph.). Zur Pathogenese der Hypophysistumoren. Erlangen, 1894; 8°.

Habermann (O.). Ueber die Bestandteile des Samens von Maesa picta. Ein Beitrag zur chemischen Kenntnis der Primulaceen. Erlangen, 1894; 8°.

Hammerschlag (L.). Ueber den Knochenabscess. Wurzburg, 1894; 8°.

Hartmann (P.). Ueber o- Amidobenzyl-p-Phenetidin und o- Amido-benzy-p-Anisidin. Rostock, 1894; 8°.

Heiden (H.). Anatomische Characteristik der Combretaceen. Cassel, 1893; 8°.

Heiler (O.). Beitrag zur Oxydation der Orthodiamine. Erlangen, 1894; 8°.

Hein (A.). Ueber das vorkommen Eosinophiler Zellen im Sputum. Würzburg, 1894; 8°.

Heine (L.). Ueber solide Ovarialtumoren. Cöthen, 1894.

Herrich-Schaeffer (A.). Ueber Athetose. Wurzburg, 1894; 8°.

Heubach (F.). Ueber Infusionen von C. Paal'schem salzsauren Glutinpepton in die Blutbahn. Erlangen, 1893; 8°.

Jaehn (H.). Die kriegschirurgische Bedeutung der Bauchverletzungen. Berlin, 1894; 8°.

Joachim (O.). Ein seltener Fall von Carcinoma penis. Erlangen, 1893; 8°.

Jonas (O.). Beitrag zur Kenntnis der Orthodiamine und Orthoamidophenole. Erlangen, 1894; 8°.

Jordis (Ed.). Ueber Milchanalyse. Erlangen, 1894; 8°.

Itschert (P.). Beiträge zur anatomischen Kenntnis von Strychnos Tieuté. Erlangen, 1894; 8°.

Jurock (C.). Ueber die Anhäufung von Blutpigment in den Lymphdrüsen nach Verletzungen, besonders Fracturen. Liegnitz, 1893; 8°.

Käsbohrer (L.). Die linear-unabhängigen quadratischen Relationen zwischen den zum Kurvengeschlecht $p = 8$ gehörigen Formen φ. Nürnberg, 1893; 8°.

Keller (C.). Verlauf von 116 cariösen Knochenerkrankungen der Erlanger chirurgischen Klinik. Erlangen, 1893; 8°.

Kieffer (K.). Beitrag zu den Reaktionen der Säurechloride. Erlangen, 1894; 8°.

Kippenberger (C.). Kritische Studien über die Methoden der Kohlensäure-Bestimmung in Trink- und Mineralwässern..... Erlangen, 1894; 8°.

Koch (F. J.). Ueber " Lipome ". Nach Erfahrungen an der chirurg. Klinik zu Erlangen (1886-93). Kempten, 1893; 8°.

Korb (P.). Drei Fälle von Psychose nach acuten Infectionskrankheiten. Schmalkalden, 1893; 8°.

Krafft (R.). Ein Fall von Darminvagination von langer Dauer. Nürnberg, 1893; 8°.

Krebs (G.). Einige Fälle von acuter Osteomyelitis. München, 1894; 8°.

Kreitmair (W.). Nephrotomie bei Steinniere. Erlangen, 1894; 8°.

Krempelhuber (F. v.). Ueber Abkömmlige des Anilönanthols und Oenanthphenylhydrazins. München, 1893; 8°.

Kulzer (J.). Beiträge zur Kenntnis der knotigen Form der Kniegelenktuberkulose. Erlangen, 1893; 8°.

Künzel (K.). Ueber habituelle Luxationen der Kniescheibe. Erlangen, 1894; 8°.

Kurtz (F.). Beiträge zur Kenntniss der Bestandtheile von Scilla maritima. Erlangen, 1893; 8°.

Kurzezuge (J.). Ein Fall von Perityphlitis mit Arrosion der Vena Femoralis. Berlin, 1893; 8°.

Küstenmacher (M.). Beiträge zur Kenntnis der Gallenbildungen mit Berücksichtigung des Gerbstoffes. Berlin, 1894; 8°.

Langguth (F.). Ueber das chemische Verhalten des Magensaftes im Anfang der Verdauung und seine Einwirkung auf Cholerabacillen. Giessen, 1894; 8°.

Laubmann (W.). Ueber den Einfluss der Beschaffenheit der Haut auf die Kohlensäureausscheidung des Tierkörpers. Erlangen, 1893; 8°.

Lauser (M.). Ueber tuberkulöse Peritonitis und ihre Behandlung durch Laparatomie. Regensburg, 1893; 8°.

Leiendecker (R.). Ueber die Wirksamkeit des Antidotum arsenici. Erlangen, 1894; 8°.

Levy (A. M.). Ueber die bei der Reduction von Alkylencyaniden entstehenden Basen und neue Verbindungen der Diamine. Berlin, 1893; 8°.

Lücker (C.). a- Ueber einige Derivate des Phenylindajols. b- Zur Kenntnis der o-m-Benzidindicarbonsäure. Erlangen, 1894; 8°.

Machert (W.). Beiträge zur Kenntnis der Granite des Fichtelgebirges. Berlin, 1894; 8°.

Manitz (E.). Ueber Adnexoperationen. Erlangen, 1893; 8°.

Mayer (G.). Rücklick auf die nicht chirurgische Therapie typischer maligner Neoplasmen. Erlangen, 1894; 8°.

Megele (L.). Beitrag zur Pathologie und Therapie der multiplen cerebrospinalen Sclerose. Wurzburg, 1893; 8°.

Mehler (H.). Ueber Behandlung der Sarkome mit Jodkalium. Weissemburg a. S., 1893.

Meinecke (Th.). Ueber einige synthetische Versuche mit o- Amidobenzylalkohol. Erlangen, 1894; 8°.

Meldola (Ed. E.). Beitrag zur Statistik der radikalen Herniotomie 27 Fälle aus der Erlangen Klinik. Erlangen, 1894; 8°.

Mengert (H.). Ueber präperitoneale Lipome. Erlangen, 1893.

Merz (G.). Zur Kenntnis neuer Synthesen von Phenmiazinderivaten. Erlangen, 1894; 8°.

Meyer (A.). Ueber einen seltenen Fall von multipler symmetrischer Lipomatose. Rothenburg o/ Tbr.

Müller (A.). Zur Kenntnis und chemischen Untersuchung der Mergel unter spezieller Berücksichtigung der Mergelbildungen der Keuperformation. Stuttgart; 8°.

Müller (Ed.). Zur Hydrographie des westlichen und südlichen mittelfrankischen Keuper- und Juragebietes. Erlangen. 1893; 8°.

Müller (O.). Ueber recidivierende Chondrome. Mengeringhausen, 1893; 8°.

Oelter (O.). Die subtrochanteren Fracturen des Femur. Erlangen, 1894; 8°.

Ohler (L.). Ueber Benz-p-Py-αβ-Trimethylchinolin. Erlangen, 1893; 8°.

Oswiecimski (H. von). Drei Fälle seniler Prostatahypertrophie behandelt mittelst kombinirter Massage. Leipzig, 1893; 8°.

Pezold (H. von). Zur Statistik der Oberkiefertumoren. Karlsruhe, 1893; 8°.

Philipp (S.). Ein Beitrag zur Pneumonokoniosis chalicotica. Erlangen, 1894; 8°.

Podestà (H.). Klinische Beiträge zur Pathologie der akuten Miliartuberkulose. Erlangen, 1894; 8°.

Popp (O.). Drei Fälle von Hydrops der Gallenblase. Erlangen, 1894; 8°.

Rafel (H.). Zur Paranoia. Erlangen, 1894; 8°.

Regensburger (I.). Ueber die Anwendung physikalischer Methoden zur Beurtheilung von Bier. Mannheim, 1893; 8°.

Riess (G.). Die singulären Eindeutigen Ebenen- und Raum-Transformationen niederer Ordnung. Freising, 1893; 8°.

Rosenberg (A.). Ueber Akridonderivate. Breslau, 1894; 8°.

Rosenthal (W.). Thermoelektrische Untersuchungen über die Temperaturvertheilung im Fieber. Leipzig, 1893; 8°.

Rössel (K.). Ein kasuistischer Beitrag zur Laparo-Myomotomie mit besonderer Berücksichtigung der intraperitonealen Stielbehandlung. Erlangen, 1894; 8°.

Rüdiger (K.). Beitrag zur Kenntnis der Gesteine im Quellengebiet von Homburg v. d. Höhe. Frankfurt a. M.; 8°.

Sandmann (C.). Ueber einige Derivate des Piperonals. Erlangen, 1894; 8°.

Scheidt (P.). Morphologie und Ontogenie des Gebisses der Hauskatze. Leipzig, 1894; 8°.

Schencke (P.). Ueber Stratiotes Alvides zur Familie der Hydrocharideen gehörig. Erlangen, 1893.

Scherpenberg (P. A. van). Die Divertikel des Oesophagus und ihre Entstehung. Erlangen, 1893; 8°.

Schick (F. J.). Ueber das Verhalten des Cervix in der letzten Zeit der Schwangerschaft. Erlangen, 1894; 8°.

Schilling (W.). Ueber 1, 3, 4 Aenthyltoluylendiamin und einige Kondensationsprodukte desselben. Erlangen, 1892; 8°.

Schlagintweit (F.). Experimentelle Untersuchungen und Studien über Frakturen der Wirbelsäule und ihre operative Behandlung. München, 1893; 8°.

Schliebs (G.). Beiträge zur Kenntnis der organischen Metallverbindungen. Erlangen, 1893; 8°.

Schmidt (F.). Ueber den Verlauf Hüftgelenkentzündung bei nicht-operativer Behandlung. Erlangen, 1894.

Schneefuss (A.). Einwirkung von Blausäure auf Benzalazin und Oenanthaldoxim. München, 1894; 8°.

Schultze (E. H.). Beiträge zur Kenntnis des Absorptionsverhältnisse des Bodenarten der Keuper und Juraformation. Erlangen, 1892; 8°.

Schultze (R.). Beiträge zur chemischen Zersetzung der Silikate und Silikatgemenge. München, 1893; 8°.

Schulz (W.). Zwei Fälle von Pylorusstenose mit Magendilatation. Erlangen, 1893; 8°.

Schumacher (G.). Beiträge zur Kritik der Bestimmungs-Methoden des Glycerins. Hamburg, 1893; 8°.

Schwander (K.). Beitrag zur Kenntnis der Bestandteile von Cnicus benedictus. Stuttgart, 1894; 8°.

Selle (H.). Ueber den anatomischen Bau der Fabae Impigem und der Wurzel von Derris elliptica. Stargard i. Mecklbg.; 8°.

Sellheim (F.). Beitrag zur Foraminiferenkenntnis der fränkischen Juraformation. Erlangen, 1893; 8°.

Sigwart (B.). Ueber einen Fall von Teratoma Ovarii. Furth, 1893; 8°.

Silber (A.). Ueber die Bestandtheile der Bryonia-Wurzel mit besonderer Berücksichtigung des darin vorkommenden bittern Stoffes. Frankfurt a. M.; 8°.

Slepjan (M.). Ueber Blausäureanlagerung an das Oxim und Phenylhydrazon des Valeraldehyds und die sich davon ableitenden Amide und Säuren. München, 1894; 8°.

Speidel (R.). Beitrag zur Kenntnis des Bitterstoffs von Citrullus Colocynthis. Stuttgart, 1893; 8°.

Stauber (Ed.). Tuberculosis herniosa. München, 1894; 8°.

Stauffer (K.). Zwei Symphyseotomien. Erlangen, 1894; 8°.

Stern (M.). Studien über die Anwendbarkeit von Bestimmungen des Gefrierpunktes und des elektrischen Leitvermögens auf die Wein-Analyse. Erlangen, 1893; 8°.

Stix (H. R.). Ueber einen Fall von Tachycardie durch Vaguslähmung. München, 1893; 8°.

Stolberg (C.). Synthese von Chinazolin- und Indazolderivaten. Erlangen, 1891; 8°.

Steye (A.). Zur Kenntnis der Orthodiamine. Erlangen, 1894; 8°.

Trost (I.). Ueber Natriumsuperoxyd als Oxydationsmittel organischer Basen. Erlangen, 1894; 8°.

Tümpel (R.). Naturwissenschaftliche Hypothesen im Schulunterricht. Langensalza, 1894; 8°.

Ullmann (K.). Ueber multiple alkoholische Neuritis. Erlangen, 1894; 8°.

Volkmar (A.). Ueber Nephritis der Schwangeren und Kreissenden. München, 1893; 8°.

Wagner (O.). Beitrag zur operativen Behandlung der Invaginatio intestinalis. Freiburg i. B., 1894; 8°.

Wanser (H.). Ueber tropische Störungen nach Verletzungen, Erlangen, 1894; 8°.

Westermayer (H.). Uterus bicornis et vagina duplex cum Haemato-Pyocolpo. Erlangen, 1894; 8°.

Winklmann (F. X.). Die Ursachen des Verbrennungstodes. München, 1893; 4°.

Wolff (Th.). Injektionstherapie der Syphilis mit Spezieller Berucksichtigung der Injektionen von Cyanqueckliber-Leimpepton. Bamberg, 1893; 8°.

Wurm (G.). Ueber den heutigen Stand der Schilddrüsenfrage. Würzburg, 1894; 8°.

Zeeh (H.). Weitere Beiträge zur chemischen Kenntniss einiger Bestandteile aus Secale curnutum. Jena, 1894; 8°.

Zollmann (K.). Kritische Beiträge zur Unfallversicherung vom augenärtlichen Standpunkte. Erlangen, 1894; 8°.

* *Dall' Università di Giessen:*

Aronsohn (A.). Beitrag zur Kenntniss der pathologischen Anatomie des Spates beim Pferde. Giessen, 1893; 8°.

Bachert (W.). Ueber einen Fall von angeborener Rectovaginalfistel mit gleichzeitiger doppelseitiger Hüftgelenksluxation. Giessen, 1893; 8°.

Bernet (A.). Zur Casuistik des Echinococcus multilokularis. Giessen, 1893; 8°.

Bertololy (Er.). Rippelmarken. Frankental, 1894; 8°.

Bindewald (W.). Ueber die Einwirkung von Phosphorpentachlorid auf Oxyazokörper. Giessen, 1893; 8°.

Brühl (C.). Ueber Ulcus corneae rodens. Giessen, 1893; 8°.

Duseberg (G.). Zur Casuistik der Rückenmarkstumoren. Giessen, 1893.

Finger (H.). Ueber Derivate des o- Amidobenzamids und o- Amidobenzhydrazids. Giessen, 1894; 8°.

Haas (J.). Ueber Dinitro- und Diamido- Dibenzylamine. Dresden, 1893; 8°.

Heid (L.). Ein Fall von hochgradiger cystenartiger Erweiterung des Ductus choledochus. Giessen, 1893; 8°.

Hessler (K.). Zur Casuistik der diffusen phlegmonösen Oesophagitis. Giessen, 1893.

Jodidi (S.). Beiträge zur Kenntniss des Hydrastins und Narceins. Berlin, 1893.

Kersten (G.). Ein Beitrag zur Lehre von den Erweichungen der Gebärmultermyonne. Giessen, 1893; 8°.

Klosterkemper (H.). Beiträge zur Kenntniss der Lungenmykosen der Säugethiere. Giessen, 1893; 8°.

Köhlmoos (H.). Ueber das Chalazion. Giessen, 1893; 8°.

Kol (W.). Ueber die Einwirkung von Natriummalonsaureäthylester auf Cyanurchlorid. Leipzig, 1894; 8°.

Kraushaar (Ed.). Ueber die Oesophaguscarcinome mit Durchbruch in den linken Vorhof. Giessen, 1893; 8°.

Kretschmar (K.). Ueber eine Geschwulst der Glandula carotica. Giessen, 1893; 8°.

Lang (A.). Gallenstein-Statistik auf Grund der Sektionprotokolle des pathologischen Institutes zu Giessen vom Jahre 1872 bis 1892 incl. Giessen, 1893; 8°.

Lellmann (W.). Ueber Leberveränderungen nach Unterbindung des Ductus choledochus. Giessen, 1893; 8°.

Liebmann (A.). Spectrophotometrische Untersuchungen. Köln, 1893.

Milani (A.). Beiträge zur Kenntniss der Reptilienlunge. I. Lacertilia. Jena, 1894; 8°.

Pasch (M.). Ueber den Bildungswerth der Mathematik. Giessen, 1894; 4°.

Schlamp (A.). Zur Dissociationstheorie der Lösungen. Giessen, 1894; 8°.

* *Dall' Università di Heidelberg:*

Abbes (H.). Ueber Jod-xylol, Jodterephtalsäure und Jodosoterephtalsäure. Heidelberg, 1894; 8°.

Abresch (H.). Ueber die elektrolytische Reduktion aromatischer Nitrokörper. Heidelberg, 1894; 8°.

Allen (L. S.). Ueber Jodoso- u. Jodoverbindungen aus Nitro-p-Jodbenzoësäure. Hannover, 1894.

Baerwald (A.). Untersuchungen über die Absonderung des Cervicalsecretes. Frankfurt a. M., 1893; 8°.

Baumann (A.). Ein Fall von Doppelmissbildung (Thoracopagus tetrabrachius). Heidelberg, 1894; 8°.

Beck (Dr. B. von). Beiträge zur Pathologie und Chirurgie des Gehirnes. Tübingen, 1894; 8°.

Becker (A.). Beitrag zur Kenntniss des Netzhautglioms. Leipzig, 1893; 8°.

Berberich (L.). Anatomische Untersuchung zweier Fälle von experimentellem Secundärglaucom am Kaninchenauge. Leipzig, 1894; 8°.

Bodenstein (M.). Ueber die Zersetzung des Jodwasserstoffgases in der Hitze. Leipzig, 1894; 8°.

Bone (W. A.). I. Das Verhalten des Aethylens bei der Explosion mit weniger als dem eigenen Volumen Sauerstoff. II. Zur Kenntniss der Indoxazen-Reaction. Heidelberg, 1893; 8°.

Chaney (E.). Ueber der diagnostichen Werth der Durchleuchtung bei Empyema antri Highmori. Heidelberg, 1894; 8°.

Chewings (C.). Beiträge zur Kenntnis der Geologie Süd- und Central-Australiens nebst einer Uebersicht des Lake Eyre Beckens und seiner Randgebirge. Heidelberg, 1894; 8°.

Dreydorff (H.). Kasuistischer Beitrag zur Magen-Chirurgie. Tübingen, 1893; 8°.

Duffing (J.). Untersuchungen eines Auges mit doppelter Perforation durch eine Stichsäge. Ein Beitrag zur Kenntniss der traumatischen Skleral-staphylome. Leipzig, 1894; 8°.

Ehrmann (O.). Funktionsstörungen von Geschmacksinn, Sprache, Kau-, und Schluckbewegungen nach Total-Exstirpation der Zunge. Tübingen, 1894; 8°.

Erb (W.). Ueber die wachsendeNervosität unserer Zeit. Heidelberg, 1893; 4°.

Ewing (A. R.). Ueber kryoskopische Molekulargewichtsbestimmungen in Benzol. Heidelberg, 1894; 8°.

Fath (S.). Ueber Kolpitis infectiosa (gonnorrhoica). Berlin; 8°.

Friedmann (A.). Ueber die Einwirkung von Senfölen auf aromatische Kohlenswasserstoffe und Phenoläther bei Gegenwart von Aluminium-chlorid. Wien, 1894; 8°.

Heber (E.). Ueber die Reduction des Ortho-, meta- und para-Toluolazo-metakresetols. Heidelberg, 1894; 8°.

Henrich (F.). Beiträge zur Kenntnis der Semidine. Heidelberg, 1894; 8°.

Herzfelder (A. D.). Ueber Substitution in der aliphatischen Reihe. Heidelberg, 1893; 8°.

Hippel (E. von). Ueber Siderosis Bulbi und die Beziehungen zwischen siderotischer und hämotogener Pigmentirung. Leipzig, 1894; 8°.

Hippel (R. v.). Beitrag zur Casuistik der Angiosarkome. Jena, 1893; 8°.

Jöckel (H.). Zur Behandlung des Carcinoma uteri gravidi. Giessen, 1893; 8°.

Jost (H.). Zur Phosphornekrose. Tübingen, 1894; 8°.

Kay (P.). Ueber die Einwirkung von Carbonsäuren und deren Anhydriden auf Senfoele. Heidelberg, 1893; 8°.

Kloeppel (E.). Ueber Jodierte und jodosierte p- Toluylsäuren. Leipzig, 1893; 8°.

Koppert (K.). Ueber die elektrolytische Reduktion aromatischer Nitrokörper. Heidelberg, 1894; 8°.

Kottenhahn (W.). Ueber das Isodinitrobenzil, das Metabrombenzophenon und ihre Oxime. Heidelberg, 1894; 8°.

Kunz (R.). Ueber die Umlagerungsprodukte des Acetylamido-hydrazobenzols und Dimethylamido-hydrazobenzols. Heidelberg, 1893; 8°.

Küylenstjerna (A. K. G. v.). Ueber die Einwirkung aromatischer Senföle auf aromatische Kohlenwasserstoffe und Phenoläther bei Gegenwart von Aluminiumchlorid. Heidelberg, 1894; 8°.

Leedham Green (C.). Ueber die Bedeutung der Becherzellen der Conjunctiva. Leipzig, 1894; 8°.

Leydecker (O.). Ueber einen Fall von Carcinom des Ductus thoracicus mit chylösem Ascites. Berlin, 1893; 8°.

List (O.). Zur Kenntnis der Indoxazengruppe. Heidelberg, 1894; 8°.

Löb (B.). Ueber Abortus arteficialis bei einem hyphotischquerverengten Becken. Heidelberg, 1893; 8°.

Lord (Ed. C. E.). Ueber die Basalte des Fichtelgebirges. Heidelberg, 1894; 8°.

Low (J. W.). Ueber die Schallgeschwindigkeit in Luft, Gasen und Dämpfen für Einfache Töne verschiedener Tonhöhe. Leipzig, 1894; 8°.

Marcusson (J.). I. Ueber Indoxazen. II. Constitutionsbestimmungen in der Thiophenreihe. Hannover, 1894; 8°.

Meinecke (E. P.). Beiträge zur Anatomie der Luftwurzeln der Orchideen. München, 1894; 8°.

Münch (A.). Ueber ein exactes Verfahren zur Ermittlung der Entzündungstemperatur brennbarer Gasgemische. Berlin; 8°.

Nanninga (A. W.). Ueber 3- Methylazobenzol und 2-4- Dimethylazobenzol. Heidelberg, 1894; 8°.

Nicolaï (C.). Ueber den Mechanismus der Accommodation. Nymwegen, 1894; 8°.

Niederhofheim (R.). Ueber neue quantitative Trennungen der Metalle. Heidelberg, 1894; 8°.

Rieckenberg (W.). Ein Fall von Brown-Séquardscher Spinal-Lähmung. Heidelberg, 1893; 8°.

Rothenberg (M.). Maligne Ovarialtumoren. Heidelberg, 1893; 8°.

Russanow (A.). Ueber raumisomere Phenylglyoxime. Heidelberg, 1894; 8°.

Schkolnik (G.). Ueber die Reduktion von Azophenoläther mit Zinnchlorür und Salzsäure bei Gegenwart v. Alkohol. Berlin; 8°.

Schlieper (F. W.). Ueber die Enthalogenierung aromatischer Körper durch Zinnchlorür. Heidelberg, 1894; 8°.

Schnell (H.). Zur Kenntniss der Camphersäure. Heidelberg, 1894; 8°.

Schoonheid (P. H.). Die Resultate der chirurgischen Behandlung Neuropathischer Gelenkaffektionen. Frankfurt a. M., 1894; 8°.

Schutz (R.). Aetiologische Beziehungen der Syphilis. München, 1894; 8°.

Schwarzenberger (B.). Ein Fall von Multilokulärem Lymphkystom des Omentum Majus. Tübingen, 1894; 8°.

Seidel (H.). Ueber die elektrolytische Reduktion einiger aromatischer Nitrosäuren und ihres Ester. Heidelberg, 1894; 8°.

Stern (A.). Ueber die Einwirkung des Wassers auf fettsäure Alkalien und Seifen. Heidelberg, 1894; 8°.

Stockhausen (F.). Beiträge zur Kenntniss der Aluminiumchlorid-Reaktionen. Heidelberg, 1893; 8°.

Taverne (H. J.). Ueber die hydrolitischen Spaltungsproducte und die Zusammensetzung des Convolvulins. Heidelberg, 1894; 8°.

Tetzlaff (W.). Ueber die Einwirkung von aromatischen Senfölen auf Phenoläther bei Gegenwart von Aluminiumchlorid. Heidelberg, 1894; 8°.

Thorp (F. H.). Ueber die Oxime der substituierten Benzophenone. Heidelberg, 1893; 8°.

Tust (K.). I. Ueber die Bromopiansäure. II. Ueber die Einwirkung von aromatischen Senfölen auf Phenoläther bei Gegenwart von Aluminiumchlorid. Berlin, 1894; 8°.

Vorster (W.). Beiträge zur Kenntniss des Diphenylsulfons. Heidelberg, 1893; 8°.

Weiss (A.). I. Ueber die Esterbildung schwacher organischer Säuren. II. Ueber Paranitroorthojodoso- und Paranitroorthojodbenzoësäure. Schwanheim a. M., 1894; 8°.

Werner (H.). Beiträge zur Kenntniss der Sogenannten Papillome des Kehlkopfes. Heidelberg, 1894; 8°.

Ziegenbein (E.). Untersuchungen über den Stoffwechsel und die Athmung keimender Kartoffelknollen sowie anderer Pflanzen. Berlin, 1893; 8°.

Zöller (A.). Ueber die Operation der männlichen Hypospadie und Epispadie. Tübingen, 1893; 8°.

* *Dall'Università di Upsala:*

Bolin (E.). Om tyfoidfebern i Sverige. 1. Historia, geografi och statistik. 1893; 4:o.

Dahlgren (K. P.). Om den kirurgiska behandlingen af Otitis media och dess komplikationer. 1894; 8:o.

Eliasson (A. G.). Om sekundära anatomiska förändringar inom fanerogamernas florala region. 1894; 8:o.

Falk (A.). Om strålande värmes diffusion vid dess gång genom dunkla medier. 1893; 8:o.

Fries (Th. M.). Bidrag till en lefnadsteckning öfver Carl von Linné. I. 1893; 8:o.

Jägerskiöld (L. A.). Bidrag till kännedomen om nematoderna. 1893; 8:o.

Lindberger (V.). Bidrag till kännedom om förgiftningarne i Sverige under åren 1873-92. 1893; 8:o.

Nordenskjöld (N. O. G.). Ueber archæische Ergussgesteine aus Småland. 1894; 8:o.

Schött (H.). Zur Systematik und Verbreitung palæarctischer Collembola. 1893; 4:o.

Segerstedt (P.). Studier öfver buskartade stammars skyddsväfnader. 1894; 8:o.

Starbäck (K.). Studier i Elias Fries' svampherbarium. 1. " Sphæriaceæ imperfecte cognitæ „. 1894; 8:o.

Wetterdahl (H.). Bidrag till kännedomen om bakterierna i vattendragen invid Stockholm. 1894: 8:o.

Ador (E.). Jean-Charles Galissard de Marignac. Notice biographique. Genève, 1894; 8° (*dall'A.*).

Arzruni (A.). Die Dünen. Bildung, Entwickelung und innerer Bau, von N. A. Sokolów. Deutsche, vom Verfasser ergänzte Ausgabe von And. Arzruni. Berlin, 1894; 8°.

* **Behrens** (J.). Physiologische Studien über den Hopfen. München, 1894 (*dalla Techn. Hochsch. Karlsruhe*).

Burali-Forti (C.). Logica matematica. Milano, 1894; 16° (*dall'A.*).

Campana (R.). Lepra. Genova, 1894; 8° (*Id.*).

Carazzi (D.). Sulle condizioni dell'ostricultura nel mare piccolo di Taranto. Milano, 1894; 8° (*Id.*).

Casanova (E.). Carta nautica del Reinel di proprietà del barone Gio. Ricasoli Firidolfi. Roma, 1894; 8° (*Id.*).

** **Cayley** (A.). The collected mathematical papers. Vol. VII. Cambridge, 1894; 4°.

Daubrée (G. A.). Discours prononcé aux funérailles de M. Mallard. Paris, 1894; 4° (*dall'A.*).

Delsol (E.). Note sur la théorie des parallèles. Santa-Fè, 1894; 16° (*Id.*).

* **Dengler** (L.). Ueber einige neue Erdöle aus Java. Karlsruhe, 1893 (*Techn. Hochsc. Karlsruhe*).

Emery (C.). Estudios sobre las Hormigas de Costa Rica. San José, 1894; 8°.

* **Engelhorn** (K.). Ueber die Zeit des Uebergangs aus der mittelalterlichen Bauweise in die Renaissance in Italien. Karlsruhe, 1894 (*Techn. Hochsch. Karlsruhe*).

Fresenius (R.). Ueber die Schwankungen im Gehalte der Mineralwasser. Wiesbaden, 1894; 8°.

Gallizia (P.). Sulla resistenza delle lastre. Roma, 1894; 8°.

Harlé (Ed.). Restes d'Élan et de Lion dans une station préhistorique de transition entre le Quaternaire et les temps actuels à Saint-Martory (Haute-Garonne); 8°.

— Découverte d'ossements d'hyènes rayées dans la grotte de Montsaunés (Haute-Garonne); 8° (Bull. de la Soc. géolog. de France) (*dall'A.*).

Harperath (L.). Die Welt-Bildung. Köln, 1894; 8°.

Helmholtz (H. von). Handbuch der Physiologischen Optik. Lief. 6, 8. Hamburg und Leipzig, 1894; 8°.

Hertz (H.). Die Prinzipien der Mechanik. Bd. III. Leipzig, 1894; 8°.

* **Herzfeld** (R.). Ueber α- Naphtolsulfosäuren. Leipzig, 1894 (*Techn. Hochsc. Karlsruhe*).

Kammermann (A). Résumé météorologique de l'année 1893 pour Genève et le Grand Saint-Bernard. Genève, 1894; 8°.

* **Kjerulf** (Th.). Beskrivelse af en Række Norske Bergater. Christiania, 1892; 4° (*dalla R. Università di Norvegia*).

Klein (C.). Optische Studien an Granat, Vesuvian und Pennin; 8°.
Koelliker (A. von). Ueber den Fornix longus von Forel und die Riechstrahlungen in Gehirn des Kaninchens. Strassburg, 1894; 8°.
Kölliker (A. v.). Der feinere Bau und die Functionen des sympatischen Nervensystems. Würzburg, 1894; 8° (*dall'A.*).
Laplace. Œuvres complètes. T. X. Paris, 1894; 4° (*dal Governo Francese*).
* **Langley** (S. P.). The internal Work of the Wind. Washington, 1893; 8° (*dalla Smithsonian Institution*).
** **Mascart** (E.). Traité d'optique. Paris, 1889-93. 3 vol.; 8°.
Mazzotto (D.). Sui sistemi nodali delle onde elettriche ottenute col metodo di Lecher. Venezia, 1894; 8°.
* **Puhlmann** (E.). Untersuchungen über die Bildung des Ozons durch die Stille elektrische Entladung und die Einwirkung des Ozons auf Benzol und Diphenylamin. Crefeld, 1894; 8° (*Techn. Hochsc. Karlsruhe*).
Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son Yacht par Albert I Prince souverain de Monaco. Fasc. VII, 1re partie; *Brachyres* et *Anomoures*. Impr. de Monaco, 1894; 4° (*dono di S. A. Alberto principe di Monaco*).
Riccò (A.) e **Arcidiacono** (S.). Osservazioni Puteometriche eseguite nell'Osservatorio di Catania; 8°.
Riccò (A.) e **Saija** (G.). Confronto della temperatura all'Osservatorio Etneo ed all'Osservatorio di Catania; 8°.
Romiti (G.). Sopra l'incompiutezza dell'arco zigomatico in un cranio umano notevole per altre varietà. Pisa, 1894; 8° (*dall'A.*).
Rung (G.). Répartition de la pression atmosphérique sur l'Océan Atlantique septentrional d'après les observations de 1870 à 1889. Copenhague, 1894; f° (*Id.*).
Saint-Lager. Onothera ou Œnotera. Les ânes et le vin. Paris, 1893; 8° (*Id.*).
* **Stange** (A.). Ueber die Constitution der Phtaleïne in alkalischer Lösung. St. Petersburg, 1894; 8° (*Techn. Hochsc. Karlsruhe*).
** **Thorpe** (T. E.). Essay in historical chemistry. London, 1894; 8°.
Thovez (C.). Sull' utilizzazione della fibra della sanseviera dell' Eritrea. Torino, 1894; 8° (*Id.*).
Trabucco (G.). Sulla posizione del calcare di Mosciano e degli altri terreni eocenici del bacino di Firenze. Firenze, 1894; 8° (*Id.*).
** **Vinci** (Leonardo da). I manoscritti. Codice sul volo degli uccelli e varie altre materie pubbl. da Teod. Sabachnikoff. Parigi, 1893; f°.
** — Il codice Atlantico nella biblioteca Ambrosiana di Milano, riprodotto e pubblicato. Fasc. 1-3. Milano, 1894; f°.
** **Wejerstrass** (K.). Mathematische Werke. Erst. Bd. Abhand. I. Berlin, 1894; 4°.
Wilde (H.). On the origin elementary substances, and on some new relations of their atomic weights. London, 1892; 4° (*dall'A.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 24 Giugno al 25 Novembre 1894

* **Abhandlungen** der k. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1893. Berlin; 4°.

* **Abhandlungen** der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Historisch.-Philologische Klasse, XXXIX, 1. Göttingen, 1894; 4°.

* **Abhandlungen** der philologisch.-historischen Classe d. k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft. Bd. XIV, n. 6-7; XV, n. 1. Leipzig, 1894; 8°.

* **Accessions-Katalog**. 8. Stockholm, 1894; 8° (*dall'Accad. R. delle Scienze*).

* **Acta Borussica**. Die Behördenorganisation und die allgemeine Staatsverwaltung Preussens im 18. Jahrhundert. Bd. I. Berlin, 1894; 8° (*Acc. R. delle Scienze di Berlino*).

Akademische Behörden, Personalstand und Vorlese-Ordnung an der k. k. Leopold-Franzens-Universität zu Innsbruck im Winter-Semest. 1894-95; 4°.

** **Allgemeine** Deutsche Biographie. Bd. XXXVII, Lfg. 182-183; Bd. XXXVIII, Lfg. 184-186. Leipzig, 1894; 8°.

* **American** Journal of Philology. Vol. XIV, 4; XV, 1. Baltimore, 1893-94; 8° (*dall'Università John Hopkins di Baltimora*).

* **Anales** de la Universidad (*Repùblica Oriental del Uruguay*). Tomo V; Entr. IV-VI. Montevideo, 1894; 8°.

Annali di Statistica. Statistica Industriale. Fasc. LI. — Notizia sulle condizioni industriali delle provincie di Catanzaro, Cosenza e Reggio di Calabria con una carta stradale e industriale. — Notizie sulle condizioni industriali della provincia di Como. — Elenco delle pubblicazioni fatte dal 1861 al 1894 dalla Direzione Generale della Statistica. Roma, 1894; 8° (*Min. di Agric., Indus. e Comm., Direz. Gen. della Statistica*).

* **Annali** dell'Università di Perugia. Pubblicazioni periodiche della Facoltà di Giurisprudenza. N. s., vol. IV, fasc. 3-4. Perugia, 1894; 8°.

Anuario Estadístico de la ciudad de Buenos-Aires. Año III, 1893. Buenos-Aires, 1894; 8°.

* **Archives** du Musée Teyler, serie II, vol. IV, fasc. 2. Haarlem, 1894; 8°.

* **Ateneo** Veneto. Serie XVIII, vol. I, fasc. 5-6. Venezia, 1894; 8°.

Atti della Filotecnica. Torino, 1879-85, 7 vol.; 8° (*dal Socio Camerano*).

Atti e Rendiconti dell'Accademia di Scienze, Lettere e Arti dei Zelanti di Acireale. Nuova serie, vol. V. Acireale, 1894; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Rendiconto dell'Adunanza solenne del 3 giugno 1894; 4°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Notizie degli Scavi. Vol. II, Gennaio-Settembre. Roma, 1894; 4°.

* **Atti** della Reale Accademia di Scienze morali e politiche. Reale Società di Napoli; vol. 27°, 1893-94. Napoli, 1894; 8°.

** **Bibliotheca** Casinensis. Tomi V. Pars I. Montis Casini, 1894; fol.

* **Bibliotheca** Indica: A Collection of Oriental Works published by the Asiatic Society of Bengal. New series, n. 834-841.

** **Bibliotheca** Philologica Classica. 1894, II u. III. Quart. Berlin, 1894; 8°.

Bilanci Comunali e Provinciali per l'anno 1891 e situazione dei debiti comunali e provinciali al 31 dicembre 1891. Roma, 1894; 8° (*Minist. di Agric., Indus. e Comm., Direz. Gen. della Statistica*).

* **Boletin** de la Real Academia de la historia; t. XXV, cuad. I-III. Madrid, 1894; 8°.

Boletin Mensual demogràfico de Montevideo. Año II, April 1894, n. 16. Montevideo, 1894.

* **Bollettino** delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa (Bibl. Naz. Centr. di Firenze): Indici, 1892; 1894, n. 204-213; 8°.

Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale. Anno XI, Aprile-Giugno 1894. — Indice Generale delle materie contenute nei dieci volumi 1889-1893. Roma, 1894; 8° (*Ministero delle Finanze*).

Bollettino di notizie sul credito e la previdenza. Anno XII, n. 4-8. Roma, 1894; 8° (*Ministero di Agric., Indus. e Comm.*).

Bulletin de l'Institut International de Statistique. T. VII. Deuxième et dern. livrâis. Rome, 1894; 8°.

Bulletin de la Société de Géographie Commerciale de Bordeaux, 1894, n. 11-21; 8°.

Bulletin Mensuel de Statistique Municipale de la ville de Buenos-Ayres. Année VIII^e^ (1894), n. 4, 6-8.

* **Bulletin** de la Société d'Études des Hautes-Alpes. I^e^ année, Octobre-Décemb. 1882, n. 4; II^e^ année, Janvier-Septemb. 1883, n. 1-3; XI^e^ année, Octob. 1892, n. 4; XIII^e^ année, II^e^ série, n. 9, 10. Gap, 1894; 8°.

Bulletin de la Société pour la conservation des Monuments historiques d'Alsace. II sér., t. XVII, livr. 1. Strassburg, 1894; 8°.

* **Bullettino** di Archeologia Cristiana del Comm. Gio. Battista De Rossi. Serie Quinta, Ann. IV, n. 3, 4. Roma, 1894; 8°.

* **Bullettino** dell'Istituto di Diritto Romano. Anno VII, fasc. I-III. Roma, 1894; 8°

Cartulaire Lyonnais, documents inédits pour servir à l'histoire des anciennes provinces de Lyonnais, Forez, Beaujolais, Dombes, Bresse et Bugey comprises jadis dans le Pagus Major Lugdunensis. T. II. Lyon, 1894; 4° (*dal Governo francese*).

* **Catalogue** des Actes de François I; t. VI. Paris, 1894; 1 vol. in-4° (*Accad. delle Sc. mor. e polit. dell'Ist. di Francia*).

Catalog of " A. L. A. " Library 5000 volumes for a popular library selected by the American Library Association and Shown at the World's Columbiam Exposition (U. S. Bureau of Education). Washington, 1893; 8°.

* **Comptes-rendus** de l'Athénée Louisianais. 5^me^ sér. Tom. 1^er^, livr. 4^me^-6^me^. Nouvelle-Orléans, 1894; 8°.

* **Comptes-rendus** des séances de la Société de Géographie; n. 13-15. Paris, 1894; 8°.

* **Consiglio** Comunale di Torino; Sess. ordin. di primavera 1894. N° XV, XIX-XXVIII, XXXII, XXXIII.

* **Cosmos.** Vol. XI, n. 10-12. Torino, 1894; 8°.

Filotecnico (Il), rivista mensile. Torino, 1885-92, 5 vol.; 8° (*dal Socio Camerano*).

Föreläsningar och öfningar. H. T. 1893 och V. T. 1894. 1893-94; 8°.

Fünfunddreissigste Plenarversammlung der histor. Kommission bei der kgl. bayer. Akad. der Wissenschaften. Bericht des Sekretariats; 4°.

* **Giornale** della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova. Anno XVI, fasc. II-III. Genova, 1894; 8°.

Inventaire sommaire des Archives Communales antérieures à 1790 (Ville d'Amiens). T. II, série BB. Amiens, 1894; 4° (*dal Governo francese*).

Inventaire sommaire des Archives Départementales. Cher, t. III, Archives civiles, série E: Bourges, 1893. Eure-et-Loir, t. VII, archives ecclésiastiques, série G. Chartres, 1894. Saone-et-Loir, seconde partie, archives ecclésiastiques, série H. Macon, 1894; 4° (*Id.*).

Inventaire et documents publiés par l'administration des Archives Nationales. Inventaire des Arrêts du Conseil d'État (Règne de Henri IV), t. II. Paris, 1893; 4° (*Id.*).

** **Inventarii** dei manoscritti delle Biblioteche d'Italia, pp. 97-144; 8°.

* **Johns Hopkins** University Studies in Historical and Political science. Eleventh series, XI-XII; Twelfth series, I-VII. Baltimore, 1893-94; 8°.

* **Johns Hopkins** Univ. Circulars. Vol. XIII, n. 113-114. Baltimore, 1894; 4°.

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LXIII. Part I, History Literature, n. 1, 2. Calcutta, 1894; 8°.

Istituto di Scienze sociali " Cesare Alfieri " in Firenze. Anno XX, 1894-95. Firenze, 1894; 8°.

* **Lefnadsteckningar** öfver kongl. Svenska Vetenskaps Akademiens efter år 1854 Aflidna Ledamöter. Bd. 3, Hafte 2. Stockholm, 1894; 8°.

* **Mémoires** de l'Acad. Roy. des Sciences et des Lettres de Danemark, Copenhague. 6^me^ sér., sect. des Lettres, t. III, n. 3. Copenhague, 1894; 4°.

Mémoires publiés par les Membres de la Mission Archéologique française au Caire. T. XV, 1^er^ fasc.; XIX, fasc. 1^er^, première part. Paris, 1894; 4° (*dal Governo francese*).

* **Mémoires** de l'Académie des sciences morales et politiques de l'Institut de France. T. XVIII. Paris, 1894; vol. 4°.

* **Mémoires** et **Documents** publiés par l'Académie Chablaisienne. T. VII. Thonon, 1893; 8°.

Memorandum remis à l'Empereur par les Roumains de Transylvanie; 4°.

* **Monumenta Boica.** Edidit Academia Scientiar. Elect. Vol. I-XIX, XXVIII-XXXVI. Monachii, 1783-1861; 4° (*dall'Acc. delle Sc. di Monaco*).

** **Monumenta** Germaniae historica. Auctorum antiquissimorum tomus XII. Cassiodori Senatoris Variae. Berolini, 1894; 4°.

Movimento commerciale del Regno d'Italia nell'anno 1893. Roma, 1894; 4° (*dal Ministero delle Finanze, Direzione generale delle Gabelle*).

Movimento del Estado Civil de la República Oriental del Uruguay en el año 1893. Montevideo, 1894.

Movimento della navigazione nei porti del Regno nell'anno 1893. Roma, 1894; 4° (*dal Ministero delle Finanze, Direz. gener. delle Gabelle*).

* **Nachrichten** von der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Philologisch-historische Klasse. 1894, n. 2. Göttingen; 8°.

Peabody Institute, of the city of Baltimore. Twenty-Seventh Annual Report. June 1, 1894. Baltimore, 1894; 8°.

** **Petermanns** Mitteilungen aus Justus Perthes' Geographischer Anstalt. Ergänzungsheft Nr 111, 112. Gotha, 1894; 8°.

Popolazione. Movimento dello Stato civile 1892. Roma, 1894; 8° (*dal Ministero di Agric., Ind. e Comm.*).

* **Proceedings** of the Asiatic Society of Bengal. N° II-VIII, February-August 1894. Calcutta, 1894; 8°.

* **Programma** del concorso a premi della fondazione Mantellini. R. Accad. dei Lincei; 8°.

** **Raccolta** ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia. Vol. I; vol. II, pp. 1105-1760; 8°.

* **Recueil** de voyages et de Mémoires publiés par la Société de Géographie. Tome VII, deuxième partie. Paris, 1864; 4°.

* **Rendiconto** delle Tornate e dei Lavori dell'Accademia di Scienze morali e politiche della Società R. di Napoli. Anno 31-32. Napoli, 1892-93; 8°.

** **Revue** des deux Mondes. Table, 1886-93. Paris, 1893; 8°.

* **Revue** de l'histoire des religions. XVe année, t. XXIX, n. 1. Paris, 1894; 8° (*dalla Direzione del Museo Guimet*).

* **Revue** Géographique internationale. N. 183, 184. Janvier-févr. 1891. Paris; 4°.

Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Anno XI, quad. IV-IX. Valle di Pompei, 1894; 8°.

* **Sitzungsberichte** der königl. bayer. Akademie der Wissenschaften zu München 1869, II Heft. I-II. München, 1869; 8°.

Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione. Maggio-Settembre 1894. Roma, 1894; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

Statistica dell' Assistenza dell'Infanzia abbandonata. Anno 1890-92. Roma, 1894; 8°.

Statistica dell'Emigrazione italiana avvenuta nell'anno 1893. Roma, 1894; 8° (*dal Ministero di Agr., Ind. e Comm., Direzione Gen. della Statistica*).

Statistica giudiziaria civile e commerciale per l'anno 1892. Roma, 1894; 8° (*Id.*).

Statistics of Public Libraries in the United States and Canada. N° 7, 1893. Washington, 1893; 8° (*dal Bureau of Education. Circular of information*).

Statuto organico e Regolamento della Regia Scuola Navale superiore in Genova. Genova, 1894; 8°.

Transactions of the American Philological Association, 1893. Vol. XXIV. Boston, Mass., 1894; 8°.

* **Verhandelingen** der k. Akademie van wetenschappen. Afdeeling Letterkunde. II Deel. Amsterdam 1863; 4°. Deel I, n. 3. Amsterdam, 1894; 8°.

* **Verhandelingen** van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Deel XLVII, 2 Stuck; Deel XLVIII, 1 Stuck. Batavia, 1893; 8°.

* **Verhandelingen** van Teyler godeleerd Genootschap. N. S. Veertiende Deel. Haarlem, 1894; 8°.

* **Verhandelingen** van Teylers tweede Genootschap. Nieuwe Reeks. Derde Deel, 2, 3 Stuck; Atlas 4, 5 Stuck. Haarlem, 1893. 8° fol.

* **Verslagen** en Mededeelingen der k. Akad. van Wetenschappen. Afd. Letterkunde, VII Deel; 3de Reeks, X Deel. Amsterdam, 1863, 1894; 8°.

* **Vocabolario** degli Accademici della Crusca. 5a impressione. Vol. VIII, fasc. 1. Firenze, 1894; 4°.

* *Dall' Università di Erlangen:*

Bezold (A.). Der Heiratskonsens der Eltern und Vormünder in Bayern. Leipzig, 1894; 8°.

Bezold (F. v.). Ueber die Anfänge der Selbstbiographie u. ihre Entwicklung im Mittelalter. Erlangen, 1893; 4°.

Blaufuss (J.). Ad Herodiani rerum Romanarum scriptoris l. V et VI observationes. Erlangae, 1893; 8°.

Bucholtz (M. F.). Die gefundene Sache und ihre rechtliche Bedeutung nach gem. Recht. Oberhausen, 1893; 8°.

Buschick (R.). Die Pädagogik Augustins. Erlangen, 1893; 8°.

Caspari (W.). Rede gehalten bei der Beerdigung des Herrn Dr. F. H. Reinhold v. Frank. Erlangen, 1894; 4°.

Degering (H.). Beiträge zur historischen Syntax der lateinischen Sprache. Erlangen, 1893; 8°.

Detzel (G.). Der Unterricht in der Didactica magna, mit Beziehung auf seine Naturgemässheit. Erlangen, 1893; 8°.

Donaubauer (S.). Nürnberg um die Mitte des dreissigjährigen Krieges. Nürnberg, 1893; 8°.

Ehrenfried (G.). Wie unterscheiden sich Begünstigung und Teilnahme? Berlin, 1894; 8°.

Eichheim (R.). Die Einheitlichkeit des deutschen Heeres. München, 1894; 8°.

Fleischer (J. W.). Pierre Poiret als Philosoph. Falkenstein; 8°.

Flöckher (A. v.). Kritik des Gesetzentwurfs betreffs Abänderung des Gerichtsverfassungsgesetzes und der Strafprozessordnung. Erlangen, 1894; 8°.

Folkerts (H.). Ist neben der Bestimmung der Reichsverfassung, dasz die Verhandlungen des Reichstags öffentlich sein sollen, die Bestimmung der Geschäftsordnung, wonach geheime Sitzungen beschlossen werden können, rechtsgültig? München, 1894; 8°.

Fraass (O.). Die Verletzung der Ehre. München, 1894; 8°.

Gagern (H. v.). Die Differenzgeschäfte. Saargemünd, 1894; 8°.

Gahn (C.). Beiträge zur Quellengeschichte der Bamberger Civil- und Kriminalrechts. Bamberg, 1893; 8°.

Geiershöfer (K.). Das geltende deutsche Wucherrecht. Nürnberg, 1894; 8°.

Günther (C.). De Claudii Claudiani comparationibus. Pedeponti, 1894; 8°.

Haberstumpf (A.). Die Pfändungsbeschränkungen nach gemeinem und bayerischem Rechte. Kulmbach, 1894; 8°.

Hall (H.). Die Versicherung gegen Stellenlosigkeit im Handelsgewerbe auf Grund der Enquête des deutschen Verbandes kaufmännischer Vereine vom Herbste 1892. München, 1894; 8°.

Hamburger (H.). Die Beweislast bei der negativen Feststellungsklage. München, 1894; 8°.

Holländer (K.). Das jus offerendi et succedendi nach römischem Recht. Berlin, 1894; 8°.

Jungmann (R.). Das Verbrechen der Abtreibung. Nürnberg, 1893; 8°.

Kaissling (F.). Ueber den Gebrauch der Tempora u. Modi in des Aristoteles Politica u. in der Atheniensium Politia. Erlangen, 1893; 8°.

Kitzinger (W.). Ueber Begriff und Klagbarkeit der Differenzgeschäfte. Erlangen, 1893; 8°.

Koch (K.). Scheschet ben Isaac Gerundi. I. Erlangen, 1893; 8°.

Κυριακίδης (Γ.) Θωμᾶς ὁ Μάγιστρος καὶ Ἰσοκράτης. Erlangen, 1893; 8°.

Lueder (C.). Die Entwicklung des selbstständigen Begriffs der Unterschlagung. Erlangen, 1894; 8°.

Maier (K.). Der Erbverzicht der adeligen Töchter. München, 1893; 8°.

Mainzer (A.). Die Ehe im deutschen Reichsstrafrecht. Würzburg, 1894; 8°.

Mayr (L.). Die Spolienklage des Bayr. Landrechts. S. i.; 8°.

Meentzen (W.). Artikel 78 der Verfassung des deutschen Reiches in Theorie und Praxis. München, 1893; 8°.

Μηνόπουλος (Θ. Χ.). Ἐναίσιμος διατριβὴ περὶ σοφιστῶν. Ἐν Ἀθηναῖς, 1893; 8°.

Michel (A.). Die historische Entwickelung der Auflösung der Ehe nach Nürnberger Recht. Nürnberg, 1893.

Müller (J.). Die Seelenlehre Jean Pauls. München, 1894; 8°.

Nolte (H.). Die Anfänge des Ackerbaus, Jäger- und Hirtenlebens. Marburg 1894; 8°.

Pauer (K.). Ueber die Entschädigungs-Forderung wegen eines widerrechtlich erlangten Arrestes. München, 1893; 8°.

Petreas (S. M.). Ἡ Μάνη καὶ ὁ βίος τῶν Μανιατῶν. Athenae, 1893; 8°.

Pöckel (C.). Kann von demjenigen, welcher nicht selbst Besitzer, sondern nur Stellvertreter eines dritten Besitzers ist, durch constitutum possessorium der Besitz einer Sache auf einen andern übertragen werden? Bonn, 1892; 8°.

Reindl (M.). Die Fürsorge für die bayerischen Verkehrsbeamten in Folge von Betriebsunfällen. München, 1893; 8°.

Rosenthal (W.). Der Sachwucher. Erlangen, 1894; 8°.

Sander (D.). Die Religionsphilosophie Moses Mendelssohns. Breslau, 1894; 8°.

Schäfer (P.). Das Particip des Aoristes bei den Tragikern. Fulda, 1894; 4°.

Schmidt (W.). Schopenhauer in seinem Verhältnis zu den Grundideen des Christentums. Erlangen, 1894; 8°.

Schmitt (G.). Die Schlüsselgewalt der Ehefrau nach deutschem Recht. München, 1893; 8°.

Schneider (A.). Die rechtliche Stellung der Revisoren in der Actiengesellschaft. S. l., 1893; 8°.

Schneider (I. S.). Das Ausdehnungsrecht bei der Zwangsenteignung. Würzburg, 1893; 8°.

Scholly (K.). Das Autonomierecht des hohen Adels. München, 1894; 8°.

Schornstein (M.). Eduard Dillmanns " *Neue Darstellung des Leibnizischen Monadenlehre* ". Erlangen, 1893; 8°.

Schott (W.). Die Kriminaljustiz unter dem Kaiser Tiberius. I. Erlangen, 1893; 8°.

Schultz (J.). Die verschiedenen Bedeutungen der Quittung. Duisburg a. R., 1894; 8°.

Schunck (M.). Besprechung einiger Stellen des Thukydides. Rheinsberg, 1894; 8°.

Schwaiger (H.). Ueber die strafrechtliche Stellung der Steuerdefraudationen. München, 1894; 8°.

Sodeur (G.). Vergleichende Untersuchung der Staatsidee Kants und Hegels. Borna, 1893; 8°.

Soergel (H.). Glossae Aristaeneteae. Norimbergae, 1893; 8°.

Soergel (H. T.). Das bäuerliche Erbrecht in Bayern. Ansbach, 1892; 8°.

Stölzle (H.). Die rechtliche Verantwortlichkeit des Regenten und Regierungsstellvertreters nach deutschem Staatsrecht. Würzburg, 1894; 8°.

Strümpell (A. v.). Bericht über die Feier des 150jährigen Bestehens der Friedrich-Alexander-Universität. Erlangen, 1894; 4°.

Teutsch (A.). Rechtliche Natur und Inhalt des Markenrechts. Nürnberg, 1893; 8°.

Uebersicht des Personal-Standes bei der K. Bay. Universität Erlangen 1893-94. Erlangen; 8°.

Ulmann (E.). Ueber das Urheberrecht an Briefen, zugleich ein Versuch zum Begriffe des Schriftwerks. Erlangen, 1893; 8°.

Varnhagen (H.). *La Storia dela Biancha e la Bruna*. Erlangae, 1894; 4°.

Varnhagen (H.). De libro italico inscripto *Fiori e vita di filosofi*. Erlangae, 1893; 4°.

Verzeichnis der Vorlesungen welche an der K. Bay. Univ. Erlangen im 1893-94 gehalten werden sollen. Erlangen; 8°.

Zapf (A.). Die Redemptoristen. Speyer, 1893; 8°.

* *Dall'Università di Giessen.*

Bearder (J. W.). Ueber den Gebrauch der Praepositionen in der Altschottischen Poesie. Halle a/s, 1894; 8°.

Bernbeck (K.). Zur Kritik der Denkwürdigkeiten der Markgräfin Friederike Sophie Wilhelmine von Bayreuth. Giessen, 1894; 8°.

Diehl (W.). Erklärung von Psalm 47, eine Biblisch-Theologische Untersuchung. Giessen, 1894; 8°.

Eisenstadt (M.). Ueber Bibelkritik in der Talmudischen Literatur. Berlin, 1894; 8°.

Friedrich (J.). Luther und die Kirchenverfassung der Reformatio Ecclesiarum Hassiae von 1526. Darmstadt, 1894; 8°.

Geyl (Ph.). Aus der lex 79 pr. D de heredibus instituendis 28,5. Mainz, 1894; 8°.

Glassing (W.). Die condictio indebiti des deutschen öffentlichen Rechtes. Ein Beitrag zu dem Capitel des Rechtsschutzes im öffentlichen Rechte. Giessen, 1894; 8°.

Jors (B.). Die Reichspolitik Kaiser Justinianus. Giessen, 1893; 4°.

Jung (C.). Causa finalis. Eine Bakolkudie. Giessen, 1893; 8°.

Kaufmann (H. E.). Die Anwendung des Buches Hiob in der Rabbinischen Agadah. I Theil: Die Tannaitische Interpretation von Hillel bis Chija nach Schulen geordnet. Frankfurt a. M., 1893; 8°.

Krauss (S.). Zur Griechischen und Lateinischen Lexikographie aus Jüdischen Quellen. Leipzig, 1893; 8°.

Lücken (E.). Zur Syntax Montchrestiens. Darmstadt, 1894; 8°.

Müller (H. P. N.). Land und Volk zwischen Zambesi und Limpopo. Giessen, 1894; 8°.

Otto (E.). Die Bevölkerung der Stadt Butzbach (J. D. Wetterau) während des Mittelalters. Darmstadt, 1893; 8°.

Personal-Bestand der Grossherzoglich Hessischen Ludwigs-Universität zu Giessen. Winterhalbjahr 1893-94; Sommerhalbjahr 1894; 8°.

Rieger (B.). Die Hessen-Darmstädtischen Landstände und der Absolutismus. Darmstadt, 1894; 8°.

Schmidt (A. B.). Die Geschichtlichen Grundlagen-des Bürgerlichenrechts im Grossherzogtum Hessen. Giessen, 1893; 4°.

Spohr (C.). Das Beweisinteresse in Strafsachen (sog. Materielle Beweislast). Giessen, 1894; 8°.

Vorlesungsverzeichniss der Grossherzoglich Hessischen Ludwigs-Universität zu Giessen. Sommerhalbjahr 1894; Winterhalbjahr 1894-95; 8°.

Winkler (A.). Beiträge zur Kritik des Midrasch Threni. Kaschau, 1894; 8°.

Wohlstein (J.). Ueber einige aramäische Inschriften auf Thongefässen des königlichen Museum zu Berlin. München, 1894; 8°.

Wolfskehl (K.). Germanische Werbungssagen. I. Hugdietrich Jarl Apollonius. Darmstadt, 1893; 8°.

* *Dall'Università di Heidelberg.*

Anzeige der Vorlesungen welche im Sommer [-Winter] Halbjahr 1894-95 auf der Univ. zu Heidelberg gehalten werden sollen. Heidelberg, 1894; 8°.

Bollmann (F.). Zur Casuistik der inneren Einklemmung. Heidelberg, 1894; 8°.

Burdinski (R.). Die Bedeutung Produktiv-Genossenschaften für den Fabrikarbeiterstand, im Anschluss an eine Kritik der Vorschläge von Thornton und Lassalle. Charlottenburg, 1894; 8°.

Challandes (L.). Das Prinzip der Minoritätenvertretung und die Proportionalwahl. St-Petersburg, 1894; 8°.

Christiani (J. G.). Ueber die Waldarbeiterverhältnisse auf dem badischen Schwarzwald in Vergangenheit und Gegenwart. Karlsruhe, 1894; 8°.

Curtis (F. J.). An Investigation of the Rimes and Phonology of the Middle-scoth romance Clariodus. A contribution to the history of the English language in Scotland. Halle, 1894; 8°.

Dunant (A.). Die direkte Volksgesetzgebung in der schweiz. Eidgenossenschaft. Heidelberg, 1894; 8°.

Gerhard (F.). Joh. Peter De Memels Lugstige Gesellschaft nebst einer Uebersicht ueber die Schwank-Litteratur des XVII Jahrhunderts. Halle a. S., 1893; 8°.

Haasler (E.). Der Maler Christoff Amberger von Augsburg. Königsberg, 1894; 8°.

Harris (E. Ll.). Church and State in the Maryland Colony. Heidelberg, 1894; 8°.

Hershey (A.). Ueber Hemmungsmittel gegenüber den gesetzgebenden Körpern in den Vereinigten Staaten von Nordamerika. Heidelberg, 1894; 8°.

Heyder (F.). Beiträge zur Frage der Auswanderung und Kolonisation. Heidelberg, 1894; 8°.

Kindermann (C.). Zur organischen Güterverteilung. Leipzig, 1894; 8°.

Liedtke (H.). Die Beweise für das Dasein Gottes bei Anselm von Canterbury und Renatus Cartesius. Heidelberg, 1893; 8°.

Naumann (M.). Die Lehre von Wert. Leipzig, 1893; 8°.

Neumann (C.). Die Weltstellung des byzantinischen Reiches vor den Kreuzzügen. Altenburg, 1894; 8°.

Sinzheimer (S.). Goethe und Byron. Eine Darstellung des persönlichen und litterarischen Verhältnisses mit besonderer Berücksichtigung des " Faust „ und " Manfred „. München, 1894; 8°.

Thiess (K.). Die Lohnverhältnisse in Berlin seit 1882. Berlin, 1894; 8°.

Wolff (R.). Untersuchung der Laute in den kentischen Urkunden. Heidelberg, 1893; 8°.

Zimmermann (R.). Die Bewerthung der Auswärtigen Handelsartikel. Berlin, 1894; 8°.

Zolinski (J.). Zur Chronographie des Gregorius Abulpharagius. Breslau, 1894; 8°.

* *Dall'Università di Upsala.*

Björkman (G.). Anthero de Quental. Ett skaldeporträtt. 1894; 8°.

Brandel (R. A.). Om och ur den arabiske geografen 'Idrîsî. 1894; 8°.

Dahlberg (B. H.). Bidrag till svenska fattiglagstiftningens historia intill midten af 18e århundradet. 1893; 8°.

Dufvenberg (C. O.). Modersmålet som centralt läroämne. 1894; 8°.

Hägerström (A.). Aristoteles etiska grundtankar och deras teoretiska förutsättningar. 1893; 8°.

Hedqvist (V.). Den kristna kärleksverksamheten i Sverige under medeltiden. 1893; 8°.

Janzon (E.). De sublimitate libellus in patrium sermonem conversus adnotationibusque instructus I. 1894; 8°.

Key (H.). Alessandro Manzoni. Litteraturhistorisk studie. 1894; 8°.

Liljeqvist (E.). Om Francis Bacons filosofi med särskild hänsyn till det etiska problemet. 1893-94; 8°.

Lindberg (O. E.). Studier öfver de semitiska ljuden w och y. 1893; 8°.

Loftman (K.). Kritisk undersökning af den masoretiska texten till profeten Hoseas bok. 1894; 8°.

Lundqvist (K. G.). Sveriges krig med staden Bremen och politik i samband därmed åren 1665-66. 1893; 8°.

Lundström (V.). Quæstiones Papinianæ. 1893; 8°.

Molin (O.). Om prepositionen מִן i bibelhebreiskan. 1893. 8°.

Norelius (Ch.). Kungl. statsutredningen. Ett bidrag till finansernas historia under Gustavianska tiden. 1894; 8°.

Norelius (G. M.). Minucius Felix som apologet. 1893; 8°.

Sjögren (V.). Om rättsstridighetens former med särskild hänsyn til skadeståndsproblemet. 1894; 8°.

Söderman (S.). Alfred de Musset. Hans lif och verk. 1894; 8°.

Upsala Universitets Årsskrift för 1893. Upsala, 1893; 8°.

Allegati grafici al volume VI (serie I) dell'opera " Campagne del principe Eugenio di Savoia "; in-fol. (DA S. M. IL RE).

Beccaria (G.). Spigolature sulla vita privata del Re Martino di Sicilia. Palermo, 1894; 2° (*dall'A.*).

Broté (E.). La Question des Roumains de Transylvanie. Bucarest, 1894; 4° (*Id.*)

* **Cauchie** (A.). Mission aux Archives Vaticanes (Univers. Cath. de Louvain). Bruxelles, 1892; 8° (*Id.*).

Cipolla (C.). Un contributo alla Storia della controversia intorno all'autenticità del Commento di Pietro Alighieri alla " Divina Commedia ". Bergamo, 1894; 8° (*Id.*).

Cipolla (C.) e **Filippi** (G.). Antichi Diplomi di Imperatori e Re tedeschi nell'Archivio Comunale di Savona. Savona, 1893; 8° (*Id.*).

Cipolla (C.). Due Atti testamentari di Giovanni II Bentivoglio Signore di Bologna. Bologna, 1894; 8° (*Id.*).

— Sulla descrizione dantesca delle Tombe di Arles. Torino, 1894; 8° (*Id.*).

— Notizia di un Placito di Enrico V Imperatore. Venezia, 1894; 8° (*Id.*).

** **De Gubernatis** (A.). Dictionnaire international des écrivains du jour. Florence, 1891; 8°.

Del Vecchio (A.) e **Casanova** (E.). Le rappresaglie nei comuni medievali e specialmente in Firenze. Bologna, 1894; 8°.

De Peralta (D. M. M.) y **Alfaro** (D. A.). Etnologia centro-americana. Catálogo razonato de los objetos arquéologicos de la República de Costa Rica etc. Madrid, 1893; 8° (*dagli A.*).

Jovene-Costa (B.). Il Monumento a Giuseppe Manno in Alghero. Sassari, 1894; 8° (*dall'A.*).

La Scola (F.). Osservazioni sulla origine e su talune manifestazioni del carattere. Palermo, 1895; 8°.

Linati (F.). Opuscoli politici. Parma; 8° (*Id.*).

Lincke (A.). Continuance of the name Assyria and Nineveh, after 607-6. B. C.; 8° (*Id.*).

Lincke (A). Bericht über die Fortschritte der Assyriologie in den Jahren 1886-1893. (Veröffentlichungen des 9 Internationalen Orientalistencongresses London, 1891). Leipzig, 1894; 8° (*Id.*).

Pascoli (J.). Phidyle praemio aureo ornata in certamine poetico Hoeufftiano. Amstelodami, 1894; 8°.

Pennisi Mauro (A.). La rivelazione dell'Ente nell'atto del giudizio dell'essere suo. 2ª ediz. completata e chiarita. Acireale, 1894; 8° (*Id.*).

Rolla (P.). Gli elementi greci nei dialetti sardi. Palermo, 1894; 8°.

** **Sanuto** (M.). Diari. Fasc. 176-179. Venezia, 1894; 4°.

** **Steindorff** (G.). Koptische Grammatik mit Chrestomathie, Wörterverzeichnis und Litteratur. Berlin, 1894; 8°.

Simpson (W.). Oriental Art and Archaeology. Woking, 1894; 8° (*dall'A.*).

Smith (V. A.). Note on the progress of Indian numismatic (*Id.*).

Smith (V. A.). The progress of numismatic in India; 8° (*Id.*).

** **Stoffel**. Histoire de Jules César. Guerre civile. Paris, 1887; 2 vol. in-4° e 1 Atl. in fol.

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 2 Dicembre 1894.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
VICE-PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Direttore della Classe, Cossa, Berruti, Ferraris, Naccari, Mosso, Spezia, Gibelli, Giacomini, Camerano, Segre, Peano e Basso Segretario.

Si dà lettura dell'atto verbale dell'adunanza del 18 novembre 1894 il quale viene approvato.

Fra le pubblicazioni pervenute in dono all'Accademia il Socio Segre segnala l'Opera: " *Die Entwickelung der Theorie der algebraischen Functionen in älterer und neuerer Zeit* „ (Berlin, 1893) del Socio Corrispondente Dr. M. Noether, fatta in collaborazione del Dr. A. Brill, e legge un cenno che fa di questa Opera, il quale verrà inserito negli *Atti*.

Il Socio Segretario Basso segnala pure i tre seguenti lavori inviati in dono all'Accademia:

1° " *Ueber die feinere Anatomie und die physiologische Bedeutung des sympathischen Nerven-systems* „ (Wien, 1894) del Socio straniero A. von Köllicker;

2° " *Systematische Phylogenie der Protisten und Pflanzen* „ (Berlin, 1894) del Socio Corrispondente E. Haeckel;

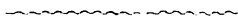
3° " *Sulle oscillazioni elettriche a piccola lunghezza d'onda e sul loro impiego nella produzione di fenomeni analoghi ai principali fenomeni dell'ottica* " (Bologna, 1894) del Socio Corrispondente A. Righi.

Vengono poscia letti ed accolti per l'inserzione negli *Atti:*

a) " *Contribuzione alla conoscenza del Giura-lias lombardo* " del Dott. Guido Bonarelli; lavoro presentato dal Socio Spezia;

b) " *Ricerche intorno alla formazione di alcune mostruosità degli Agaricini* " del Dott. Pietro Voglino; lavoro presentato dal Socio Gibelli.

Infine il Socio Camerano, anche a nome del condeputato Socio Salvadori, legge due distinte Relazioni sopra i lavori del Dott. E. Giglio-Tos e del Prof. F. Sacco che furono presentati alla Classe nell'adunanza precedente. Sulle conclusioni favorevoli delle Relazioni la Classe ammette prima alla lettura i due lavori, e quindi ne approva unanimamente l'inserzione nei volumi delle sue *Memorie.*

Le Relazioni del Socio Camerano saranno pubblicate negli *Atti.*

LETTURE

Contribuzione alla conoscenza del Giura-lias lombardo;

Nota del Dott. GUIDO BONARELLI.

Durante il mese di marzo del presente anno 1894, visitai la parte meridionale del Mesozoico brianteo (1). Ivi raccolsi un certo numero di fossili e feci alcune osservazioni di Geologia stratigrafica le quali appunto sono argomento di questa mia breve nota (2).

Lias inferiore.

Sinemuriano.

Insisto prima di tutto sopra una delle caratteristiche principali del Sinemuriano brianteo. Intendo parlare della marcata

(1) La serie mesozoica della Brianza fu già scopo di numerose ricerche da parte dei geologi e molti lavori vennero pubblicati in proposito.

Recentemente il Dott. Benedetto Corti (1893, *Boll. Soc. geol. it.*, vol. XI [1892], p. 111), compilò uno studio monografico intorno a questa regione, desunto da una estesa bibliografia ed unì al suo lavoro una carta geologica 1 = 75,000, la quale potrebbe venir considerata come una ristampa in più grande scala di una porzione della Carta geologica di Lombardia pubblicata dal prof. T. Taramelli nel 1890 (edit. *Sacchi*, Milano). Vi trovo in più alcuni errori di Topografia che nel pregevole originale non si trovano e per i quali anche il dettaglio geologico della carta si presenta qua e là inesatto. Noto ad esempio che Villa Albese è stata segnata a N. O. di Albese, sulla destra del Cosia e nel bel mezzo di formazioni Toarciane. Essa invece si trova ad E. N. E. di Albese, molto lontano dalla sponda sinistra del fiume Cosia e sopra formazioni quaternarie a ridosso del Lias inferiore.

(2) Dette osservazioni riguardano specialmente il Giura-lias e di queste soltanto intendo ora occuparmi. Credo opportuno frattanto di accennar qui per incidenza ad una nuova località fossilifera della Dolomia a *Megalodon*.

Sopra Trebbia e C. del Ronco, tra Civate e Valmadrera, alla base del Corno Birone, è posta una cava di Dolomia in cui gli strati sono innalzati alla verticale, ànno uno spessore di 1 m. circa ed alternano raramente con letti sottili di selce bianca. Uno di questi strati si presenta superficialmente qua e là bucherellato ed in corrispondenza di queste piccole cavità io rinvenni un certo numero di *Guidonia Songavatii* (Stopp.) [= *Turbo solitarius*, Ben.] e *Pleurotomaria* (?) *Jnzini*, Stopp.

alterazione superficiale dei calcari nerastri che lo costituiscono. " Alla superficie talora, subisce questo calcare una alterazione che lo trasforma totalmente in una massa cariata, porosa, facilmente friabile, oppure si scaglia in un detrito ocraceo, rugginoso per degradazione meteorica, mutandosi in un terriccio vegetale che à una lontana rassomiglianza col ferretto della pianura lombarda " (1).

Trascrivo qui alla lettera un periodo del Corti onde ricordare che anche Egli, come pure il Taramelli ed altri, rimase colpito da questo interessante fenomeno. D'altra parte non comprendo come il Corti abbia così poco profittato di un dato simile durante il rilievo geologico dei dintorni del suo paese. Se avesse giustamente apprezzata questa importante caratteristica della Serie sinemuriana, avrebbe anche potuto facilmente distinguerla dalla Serie infracretacea; non avrebbe riferito al *Neocomiano* tutta la regione montuosa da Camnago verso Caslino, sopra Solzago e Tavernerio, riportando nella sua carta uno degli errori più gravi del foglio *Dufour* (2); avrebbe infine riconosciuto che là dove Egli, seguendo appunto il rilievo dello Stoppani, à segnato una *sinclinale*, costituita principalmente dalla Majolica, doveva al contrario venire indicata una *anticlinale* formata per intero dai calcari del Lias inferiore.

La Serie sinemuriana raggiunge in Brianza uno spessore di parecchie centinaia di m. Per quanto abbia cercato non vi rinvenni alcun fossile. Non dubito tuttavia menomamente del suo perfetto sincronismo colla serie inferiore del Saltrio. Quella pertanto à una *facies* di mare profondo; questa invece à caratteri di formazione sublitorale.

Lias medio.

Charmoutiano.

Fino a pochi anni or sono si usava affermare che nella Serie giura-liasica non solo della Brianza, ma della intera Lombardia, manca un rappresentante del Lias medio. I pochi fossili caratteristici di questo piano e raccolti in questa regione veni-

(1) Corti B., *Op. cit.*, p. 150-51.
(2) N° XXIV. Rilevato in gran parte dallo Stoppani nel 1873.

vano riferiti al Lias superiore. Di più tra il calcare scuro Sinemuriano e il sovrastante rosso Ammonitico, non era stato segnalato verun complesso litologicamente distinto dal resto della serie e riferibile al Lias medio. Faccio osservare frattanto che agli studiosi del Mesozoico brianteo era ben nota la regolare sovrapposizione ed il graduale passaggio del Rosso Ammonitico alle formazioni immediatamente sottostanti. Nessuno infatti accennò mai a discordanze di stratificazione ed alla possibile presenza di un *hiatus* in questo punto della Serie. Ed io non comprendo come un fatto così importante di Stratigrafia non sia stato sufficiente a dimostrare senz'altro che il Lias medio deve pur esso necessariamente avere un rappresentante in questa serie non interrotta.

Primieramente il PARONA (1), quindi il TARAMELLI (2), espressero l'opinione che almeno il Marmo rosso del Sasso Bicicola (Suello) dovesse venir considerato come spettante a questo piano. Il CORTI frattanto credette di poter dubitare de la esattezza di questo riferimento. Nel suo lavoro (3) Egli riporta " *con molto riserbo* „ le idee del PARONA ed afferma " *con sicurezza* „ che non saprebbe trovare, nel resto della Brianza altri " *probabili* „ corrispondenti cronologici di questo Marmo Bicicola.

Tutto ciò veramente mi sorprende inquantochè seguendo i recentissimi progressi de la Paleontologia Stratigrafica si può senza fatica luminosamente dimostrare che la fauna della Bicicola è prettamente Charmoutiana. Aggiungo inoltre che durante la mia escursione attraverso la bella Brianza, ò potuto seguire passo passo un complesso di strati di cui finora nè il CORTI, nè altri riconobbero l'esistenza. Questi strati vengono oggi per la prima volta riferiti da me, senza esitare, al *Charmoutiano;* in condizioni alquanto eteropiche essi si continuano *ininterrotti* da Civate verso Carella, da Canzo a Camnago, occultati qua e là da formazioni moreniche o da detriti di rocce in posto.

Divido questo complesso di strati in due distinti orizzonti:

(1) PARONA C. F., *Note paleont. sul Lias inf. delle Prealpi lomb.* (Rendic. R. Ist. Lomb., ser. II, vol. XXI, fasc. VIII, 1889, p. 9).

(2) TARAMELLI T., *Spiegaz. della Carta geol. della Lomb.* Milano, 1890, edit. Sacchi, p. 46.

(3) CORTI B., *Op. cit.*, p. 159.

Charmoutiano { superiore (orizzonte *Domeriano*).
inferiore { con *facies* litologica quasi identica a quella del Sinemuriano sottostante.

Parlerò separatamente dell'uno e dell'altro.

Charmoutiano inferiore. — Salendo il corso del torrentello che dal Colle Turati (903^{m}.) scende a valle verso Erba, si possono facilmente esaminare alcune graduali modificazioni subìte dal Calcare ceruleo-cupo del Lias inferiore, man mano che si osservano gli strati più recenti di questa formazione. A poco a poco esso diventa più chiaro: gli strati calcarei si fanno più regolari ed intercalano a sottili straterelli marnosi, friabili che divengono gradatamente più frequenti. D'altra parte si fanno più rari i noduli e i filoni di selce, fino a mancare del tutto nella parte superiore della serie, ove la roccia assume una colorazione chiara, grigio-cerulea, con macchie roseo-vinate.

In questi strati rinvenni alcuni frammenti indeterminabili di Ammonidee, più un buon esemplare di *Deroceras Davoei* Sow, ritenuto finora come caratteristico del *Charmoutiano* e più precisamente della parte *inferiore* di questo piano. Ed io riferisco appunto senza esitare, al *Charmoutiano inferiore* il complesso di strati in cui rinvenni detto fossile. Mi affretto frattanto a ricordare nuovamente che sarebbe in pratica molto difficile, per non dire impossibile, tracciare in una Carta geologica della Brianza, il limite netto fra il *Charmoutiano inferiore* ed il *Sinemuriano* sottostante, vista la povertà di fossili, nonchè le analogie litologiche e la graduale transizione fra questi due piani.

Volendo ora istituire alcuni confronti sincronici della formazione in esame con altre finitime, Lombarde e Piemontesi, ricorderò prima di tutto che a Montecolo presso Pilzone, in provincia di Brescia, venne raccolto recentemente dal prof. Salmojraghi e donato a questo R. Museo Geologico di Torino un esemplare di *Platypleuroceras* (1) caratteristico del *Charmoutiano*

(1) *Platypleuroceras Salmojraghii* Par.

1849. *Amm. lataecosta*, Quenstedt (non Sow.), Ceph., p. 86, T. 4, fig. 15 *d* (non 15 *a*, *b*, *c!*).

1884. *Amm. armatus nodofissus*, Quenstedt, Amm. Schwäb., p. 209, T. 26, fig. 12 (caeteris exclusis).

inferiore e per il quale pochi giorni sono il prof. PARONA à stabilito un nuovo nome specifico dedicando la n. f. al donatore. Questo esemplare è impietrito in un calcare ceruleo-cupo, compatto, a frattura poliedrica e proviene da una serie di strati considerati generalmente come spettanti per intero al Lias inferiore. A Montecolo adunque, come nella Brianza il *Charmoutiano inferiore* ed il *Sinemuriano* si presentano pressochè nelle medesime condizioni litologiche.

Così pure a Provaglio nel Bresciano e più precisamente sulla sponda orientale del lago d'Iseo venne raccolto (1) un esemplare di *Liparoceras Bechei* (Sow.), negli strati del cosidetto Corso di Brescia. In seguito a questo rinvenimento il prof. PARONA opinò che si dovesse riferire detto Corso al Lias medio. E di tale opinione sono anch'io.

Devono infine venir considerate come sincrone della formazione briantea a *Deroc. Davoei* anche la parte superiore de la formazione di Saltrio nonchè quelle di Arzo, Besazio, Viggiù, Carenno (2) e finalmente di Gozzano in Piemonte (3).

Charmoutiano superiore. — Orizzonte Domeriano. — Continuando a salire il corso del torrentello che dall'Alpe Turati scende verso Erba, si vedono sovrapposti con transizione ai calcari ceruleo-scuri con *Deroc. Davoei* (Sow.), alcuni strati di calcari grigiastri più chiari dei sottostanti e largamente macchiati di roseo vinato. Questi calcari ànno superfici rugose per l'abbondanza di pagliuzze di Mica; alla frattura invece si presentano molto compatti. Si intercalano raramente alcuni esili straterelli di marne grigie pur esse provvedute di larghe macchie roseo-vinate. Vi rinvenni numerosi avanzi di Ammonideè riferibili alle forme seguenti caratteristiche del *Charmoutiano superiore:*

Phylloceras Meneghinii Gemm.

---

(1) PARONA C. F., *Note paleontologiche sul Lias inf. nelle Prealpi lomb.* (Rendic. R. Ist. Lomb., ser. 2ª, vol. XXI, fasc. VIII, p. 4).

(2) PARONA C. F., *I Brachiop. lias. di Saltrio ed Arzo nelle Prealp. lomb.* (Mem. R. Ist. Lomb., 1884).

(3) PARONA C. F., *Revis. della Fauna lias. di Gozzano in Piemonte* (Mem. R. Acc. Sc. Torino, ser. 2ª, vol. XLIII, 1892).

Rhacophyllites lariensis (Mgh.),
Aristiceras retrorsicosta (Opp.),
" *algovianum* (Opp.),
Harpoceras (?) *boscense* (Reyn.), etc.

Questo complesso di strati abbastanza fossilifero, di cui il Corti non conobbe l'esistenza, non è limitato soltanto alla località d'alpe Turati verso Erba. Esso al contrario si estende a tutta quanta la regione da me esplorata, da Civate verso la C. Malpensata e da Canzo fino a Camnago. Si presenta generalmente eteropico, ma questa eteropia è dovuta quasi unicamente a maggiore o minore sviluppo ed intensità delle macchie roseovinate, le quali in qualche punto colorano totalmente la roccia (Val Ceppelline sopra Suello), altrove invece mancano quasi del tutto; dimodochè la roccia à un colore uniformemente cinereo (Ponzate) (1).

Soltanto per la Bicicola di Suello si osserva una eteropia litologica ben marcata. Ivi abbiamo il classico Marmo rosso che forma, come già è noto, una scoscesa balza sopra la C. Boroncelli. A sinistra di questa balza il Marmo rosso è a contatto, per una faglia, colla Maiolica infracretacea, mentre dall'altra parte, verso il letto di un fosso, è regolarmente ricoperto dal Rosso Ammonitico *Toarciano* cui succede gradatamente il Rosso ad Aptici e finalmente la Maiolica.

La fauna del Marmo Bicicola venne illustrata dal Meneghini promiscuamente a quelle del Medolo bresciano, del Rosso ad Aptici e del Rosso Ammonitico. Ora, siccome dopo il lavoro del Meneghini non vennero pubblicate altre ricerche in proposito, ne deriva che fino ad oggi non si conosce, di questa fauna, una speciale monografia o per lo meno un elenco a parte. Io non ò materiali sufficienti onde poter assumere oggi un simile impegno. Mi limito perciò momentaneamente a citare qui sotto alcuni dei fossili più interessanti che si rinvennero finora nel Marmo Bicicola affinchè meglio apparisca il suo perfetto sincronismo coi calcari rugoso-micacei d'Alpe Turati, etc.

(1) Altri affioramenti importanti di questo complesso, sono quelli di S. Salvatore verso il Buco del Piombo e d'Alpe Turati sopra Villa Albese.

Pecten subreticulatus (Stol.),
Amaltheus pseudocostatus Hyatt [= *Amm. (Amalth.), margaritatus* in Mgh.],
Pleuroceras spinatum (Brug.),
Phylloceras Meneghinii (Gemm.),
Rhacophyllites eximius (Hau),
„ *lariensis* (Mgh.),
Lytoceras lineatum (Schloth.),
Liparoceras Bechei (Sow.),
Aegoceras (?) *Taylori* (Sow.),
Tropidoceras Masseanum (d'Orb.),
Arieticeras retrorsicosta (Opp.),
„ *algovianum* (Opp.),
Harpoceras (?) *boscense* (Reyn.), etc.

Esaminando questo breve elenco, io mi chiedo, come il Corti abbia potuto credere che la fauna della Bicicola potrebbe non essere *Charmoutiana*, mentre le forme citate sono tutte *caratteristiche* del Lias medio e più precisamente della parte superiore di questo piano (Zona a *Pleuroceras spinatum* Brug.).

Esaminate brevemente le condizioni litologiche e paleontologiche sia del Marmo Bicicola, sia dei calcari micacei d'Alpe Turati, etc., credo ora opportuno di stabilire dei confronti fra queste formazioni ed altre sincrone delle Prealpi Venete, Lombarde e Piemontesi. Queste formazioni riposano tutte sopra i calcari del *Sinemuriano* e del *Charmoutiano inf.* e sottostanno al Rosso Ammonitico *Toarciano*. La loro natura litologica varia notevolmente da località a località. Partendo infatti dalle Prealpi Venete e volgendo verso le Piemontesi, vediamo succedersi i seguenti tipi assai ben distinti:

I. Calcari grigi di Cornacalda etc. con *Harpoc* (?) *cornacaldense* Tausch, *Terebr. Renierii* Cat., *T. rotzoana* Schaur., *T. fimbrioides* E. Desl., etc. (1).

II. Calcare cereo, compatto, selcioso del Castello di Brescia con *Pecten subreticulatus* Stol., *Coeloc. Ragazzonii* Hau. *C. Mortilletti* Mgh. etc. (2).

---

(1) Tausch L., *Zur Kenntn. d. Fauna der " Grauen Kalke " der Süd-Alp.* (Abh. d. k. k. g. Reichs. XV, 2 H., 1890, Wien).

(2) Parona C. F., *Appunti per lo studio del Lias lombardo* (1894).

III. Calcare argilloso e selcifero (Medolo) del M. Domero, di Tavernola, di Peschiera-Maraglio, con fossili generalmente limonitizzati (v. Meneghini, *Monograph.*).

IV. Calcare rosso con silice di Val Navezze (Noveze) presso Gussago (v. Meneghini, *Monogr.*).

V. Calcare grigio-scuro compatto di Pilzone, di Montecolo, del M. d'Iseo, con fossili piritizzati.

VI. Calcare marnoso cinereo della Macla, del M. Misma.

VII. Calcare marmoreo rosso della Bicicola di Suello.

VIII. Calcare rugoso-micaceo di Val Ceppelline-Suello, d'Alpe Turati, di Ponzate.

IX. Calcare marnoso-micaceo-grigiastro di Fraschirolo, della Fontana degli Ammalati in Valgana, di Mombello-Laveno, di Gemonio e di Val Marianna presso Cuvio.

X. Scisto calcareo-arenaceo del Monfenera in Piemonte.

Tutte queste formazioni sono perfettamente sincrone fra loro; esse costituiscono un orizzonte paleontologicamente ben distinto dal Rosso Ammonitico sovrastante e spettano, come già dissi al *Charmoutiano superiore*. Distinguo questo orizzonte coll'appellativo Domeriano, indicando come tipo la formazione del *Medolo* di M. Domero che fra tutte è la meglio conosciuta, specialmente per i suoi fossili illustrati dal Meneghini nella sua splendida Monografia.

L'opportunità di distinguere con un nome speciale questo orizzonte Domeriano è sentita ugualmente dalla Paleontologia stratigrafica e dalla Stratigrafia propriamente detta. Ricorderò prima di tutto che in questo orizzonte compaiono le prime Ammonidee della famiglia *Harpoceratidae* (gruppo dell'*Amm. boscensis* Reyn.), quella che nel Lias superiore acquista uno sviluppo assai notevole. Lo stesso dicasi per altri gruppi d'Ammoniti; onde il Domeriano, a differenza del *Charmoutiano inf.* presenta un'intima connessione col *Toarciano*.

Un'altra ragione per noi ben più importante è questa:

Nel colorire la Carta geologica del Mesozoico lombardo, difficilmente si potrebbe indicare, con un colore distinto, *ciascun* piano geologico. Si consideri infatti che molti piani di seguito sono formati da un solo tipo di roccia, sono poco fossiliferi e spesso anche esilissimi. Si preferisce in tal caso assegnare un

colore speciale ad ogni membro della serie *litologicamente* distinto. Così per l'*Infracretaceo* ed il *Titonico* si adoprerà una sola tinta, poichè uno solo ne è il costituente litologico (Maiolica). Lo stesso si dica per il *Giura* (Aptychenschiefer).

D'altra parte, se si dovesse colorire *tutto quanto* il Lias medio con una sola tinta, si incorrerebbe in un'altra grave difficoltà; la parte inferiore di questo piano avendo una *facies* litologica quasi identica a quella del *Sinemuriano* sottostante, sarebbe, come dissi, quasi impossibile tracciare un limite sicuro fra questi due piani.

Ma è sempre facile ed opportuno assegnare una tinta speciale al *Charmoutiano superiore* od orizzonte Domeriano che nettamente si distingue, per le sue qualità litologiche, sia dalle formazioni *inferiori* sia dal Rosso Ammonitico sovraincombente (1).

La Carta che accompagna questa nota venne appunto colorita con questo criterio. E così per la prima volta viene indicata in una Carta geologica della Lombardia, con un colore speciale, almeno una parte del *Charmoutiano*.

Lias superiore.

α) *Toarciano.*

Molto opportuna è la distinzione adottata dal Corti (2) tra il *Toarciano* della Lombardia occidentale e quello della orientale in base alla diversa colorazione. Abbiamo infatti che nel Bresciano e in una parte del Bergamasco il *Toarciano* è per lo più rappresentato da formazioni marnose, grigiastre o giallastre (raramente calcaree, rossastre), molto simili a quelle del *Domeriano* sottostante. Il Corti però riferisce al Lias superiore anche i calcari grigio-scuri di Pilzone e quelli giallicci del Bre-

(1) In talune località del Bergamasco, fra il Rosso Ammonitico Toarciano e il Domeriano sottostante si notano alcuni strati scistoso-marnosi-giallastri con *Posidonomyae*, molto simili a quelli della Spezia che il De Stefani ritenne Oxfordiani, mentre il Canavari ed altri li riferirono senz'altro al Lias superiore. Questi strati delimitano esattamente le due formazioni.

(2) Corti B., *Op. cit.*

sciano (1) i quali invece appartengono indubbiamente al *Domeriano*.

In tutto il resto della Lombardia, verso occidente, il *Toarciano* è costituito dalle classiche Marne rosse, calcaree, ammonitifere. Non mi sembra che sia stata peranco notata, in queste marne, una certa abbondanza di pagliuzze di Mica. Questa caratteristica è di grande utilità pratica quando si tratti di distinguere a prima vista un campione di roccia, o un petrefatto, del Rosso Ammonitico di Lombardia, da altri dell'Appennino Centrale in cui la Mica manca del tutto.

Il colore delle Marne ammonitifere è rosso-ocraceo-giallastro a differenza dei calcari micacei Domeriani i quali sono generalmente di color grigio con macchie più o meno intense rosso-vinate.

Rinvenni buon numero di fossili nelle vicinanze d'Alpe Turati " Fossili si rinvengono in copia a Solzago e Tavernerio ". Così, giustamente, dice il Corti (2). E frattanto nella sua Carta geologica questi paesi sono stati segnati nel bel mezzo di formazioni cretacee.

β) *Aleniano.*

In un mio precedente lavoro ò pubblicato alcune osservazioni sull'*Aleniano* dell'Appennino Centrale (3). Dissi che in questa regione l'*Aleniano* è generalmente rappresentato dalla parte superiore del Rosso Ammonitico, fatta eccezione per alcune località in cui questo piano à un rappresentante litologico suo proprio.

Percorrendo la Brianza feci attive ricerche nella parte superiore del suo Rosso Ammonitico per vedere se anche in Lombardia avessi potuto verificare ciò che avevo osservato nell'Appennino Centrale. Le mie ricerche non furono vane; rinvenni alcuni fossili decisamente caratteristici in base ai quali mi è dato di poter asserire che anche in Lombardia il Piano di S. Vi-

(1) Corti B., *Op. cit.*, p. 161.
(2) Corti B., *Op. cit.*, p. 165.
(3) Bonarelli G., *Osserv. sul Toarc. e l'Alen. dell'App. Cent.* (Boll. Soc. geol. it., 1893, XII, fasc. 2°, p. 220).

gilio è rappresentato dal Rosso Ammonitico *superiore*. I petrefatti vi sono rarissimi e generalmente mal conservati. Con ciò viene facilmente spiegata la ragione per cui nessuno finora accennò alla presenza dell'Aleniano nella serie giura-liasica di Lombardia.

I. Lungo la stradetta che passando sopra C. Roncaglia, conduce da Civate a Suello, e precisamente *a 100 m. nord* di C. Roncaglia, affiora un lembo di calcari marnosi rossi e giallastri disposti a strati quasi verticali, formanti una specie di muricciolo a ridosso del quale sono stati appoggiati alcuni tralci di vite. Questi calcari sottostanno evidentemente al Rosso ad Aptici che in questa località ha un colore molto intenso. In essi rinvenni alcuni frammenti ed un buon esemplare di *Erycites fallax* (Ben.).

II. A Val Ceppelline sopra Suello il Rosso Ammonitico ha un colore molto cupo. Nella sua parte superiore rinvenni un frammento alquanto malconcio di *Phylloceras tatricum* (Pusch), ed un buon esemplare di *Hammatoc, subinsigne* (Opp.).

III. Provenienti da Camnago-Volta si conservano in questo R. Museo geologico di Torino alcuni esemplari di *Phylloceras ultramontanum* Zitt. e *Grammoc.* (?) *aalense* (Ziet.). Di più nell'opera del Meneghini (1) è citato un bell'esemplare di *Tmetoceras scissum* (Ben.) della stessa località.

IV. A questa medesima forma, pure dal Meneghini (2), venne dubbiosamente riferito un esemplare malconcio d'ammonidea, rinvenuto all'Alpe Turati sopra Erba.

Le affinità litologiche riscontrate anche in Lombardia fra il piano di S. Vigilio ed il *Toarciano* sottostante mi convincono sempre più della opportunità di considerare l'*Aleniano* come l'ultimo membro del Lias e non come il primo del Giura.

---

(1) Meneghini G., *Monograph.*, p. 77 e 210 (*Simoc. Regleyi* Thioll.).
(2) Meneghini G., *Op. cit.*, p. cit.

Giura inferiore-medio (1).

Aptychenschiefer.

Molti autori riferirono il Rosso ad Aptici di Lombardia al Lias superiore; altri invece lo considerano tuttora come un rappresentante del Titonico inferiore. Così ad esempio, il Corti dice nel suo lavoro (2) di aver trovato in questo piano la fauna titonica di Càmpora. Io mi affretto ad osservare che questa fauna proviene invece probabilmente da una serie poco potente di strati marnosi rossastri, sovrastanti al vero Rosso ad Aptici, i quali possono venir considerati come una *facies* speciale della Majolica inferiore che in tutto il resto della Lombardia rappresenta appunto il *Titonico.*

Nella Monografia del Meneghini sono descritti e solo in parte figurati parecchi fossili raccolti *nei veri Aptychenschiefer.* Una parte di questi fossili venne riferita *per confronto* a forme *Oxfordiane* e *Kimmeridgiane.* Per tutti gli altri il Meneghini e lo Stoppani stabilirono nuovi nomi specifici.

Si noti ora che negli strati in questione si trovano quasi esclusivamente abbondantissimi Aptici, numerose Belemniti e rari Brachiopodi, tutte forme che per lo più persistono in varii piani di seguito. Mancano insomma a questa fauna gli elementi caratteristici di cui si servono generalmente gli stratigrafi nella determinazione cronologica dei varî membri mesozoici; intendo parlare delle Ammoniti. Non pertanto posso facilmente provare che il Rosso ad Aptici non è titonico. Ho già detto che il Meneghini ne confrontava i fossili con forme Oxfordiane e Kimmeridgiane d'altri paesi. Aggiungerò che nessuno di questi fossili venne mai riscontrato in formazioni *decisamente titoniche.* Faccio inoltre considerare che il Rosso ad Aptici riposa concordante sopra il Rosso Ammonitico e che queste due formazioni si succedono gradatamente sfumando l'una verso l'altra quasi insensibilmente. Di più gli *Aptychenschiefer* di Lombardia sono (talora anche dal punto di vista litologico) perfettamente iden-

(1) Comprendo con questo appellativo tutti i piani geologici dal *Bajociano* al *Kimmeridgiano.*

(2) Corti B., *Op. cit.*, p. 173.

tici a quelli dell'Appennino Centrale, che *non sono titonici* (1) perchè *sottostanno a formazioni titoniche.*

Dall'insieme di questi fatti credo di poter arguire che realmente il Rosso ad Aptici rappresenti tutto il Giura inferiore-medio, non il *Titonico,* e corrisponda cronologicamente a quella serie di formazioni che nel Veneto e altrove è formata da varî membri litologicamente e paleontologicamente distinti, quali sono gli strati a *Posidonomya alpina* (Grass) dei Sette Comuni, quelli a *Peltoc. transversarium* (Qu.) del Veronese, quelli ad *Aspidoc. acanthicum* (Opp.) del Bellunese e Veronese, ecc. ecc. (2).

Vero è che gli *Aptychenschiefer* hanno uno spessore di poche diecine di m. Escludo però in ogni caso che la notevole esiguità di questa formazione possa venire spiegata ammettendo col Vacek una emersione postliasica. Questa ipotesi è insostenibile pel Mesozoico Lombardo come lo è per l'Appennino Centrale. Le medesime ragioni stratigrafiche la escludono egualmente nell'un caso e nell'altro.

Giura superiore.

Titonico.

Il merito di aver segnalato la presenza di fossili Titonici nella serie giurese della Brianza è devoluto certamente al Corti il quale fin dal 1892 pubblicava una nota preventiva in proposito (3). Nello stesso anno pubblicava l'altro lavoro sull'intera Brianza che più volte ho menzionato; qui nuovamente riporta le osservazioni pubblicate nella nota preventiva, aggiungendo in un capitolo a parte (4) l'elenco delle forme da lui riscontrate nel *Titonico* di Campora e nella Majolica infracretacea.

Il Dott. Corti pochi mesi or sono ha presentato all'Istituto Lombardo una terza nota sull'argomento (5). Questa nota è una

(1) Bonarelli G., *Op. cit.*, p. 217 e seg.

(2) Di questa opinione è anche il Taramelli.

(3) Corti B., *Sui fossili della Majolica di Campora presso Como* (Rend. R. Ist. Lomb., 1892, vol. XXV, p. 459).

(4) Corti B., Op. più volte cit., p. 176 e seg.

(5) Corti B., *Sulla fauna giurese e cretacea di Campora presso Como* (Rendic. R. Ist. Lomb., 1894, vol. XXVII, fasc. VIII).

ristampa di quanto l'A. aveva già scritto nei due precedenti lavori (specialmente nel secondo). Vi trovo in più le diagnosi molto deficienti di due forme nuove di cui non dà le figure. Queste probabilmente accompagneranno un quarto lavoro, ossia la " prossima Monografia sulla *Fauna titonica lombarda* „ che il CORTI si è ripromesso di pubblicare. Io lo prevengo frattanto che nell'Opera del MENEGHINI sono citate tre forme di Ammonidee raccolte in parte a San Fermo, in parte a Campora (Camnago), le quali certamente devono essere titoniche. Di queste il CORTI non ha fatto ancora menzione. Sono le seguenti:

Cosmoceras (?) f.

Mgh. Monograph., p. 207 (*Cosmoc.*, sp. n.), T. XXXI, fig. 3, " Camnago „.

Aspidoceras f. ind.

Mgh. Monogr., p. 126 et 210, " S. Fermo „.

Aspidoceras cfr. *liparus* Opp.

Mgh. Monogr., p. 126 et 210, " Camnago „.

Anche il PARONA cita " una ammonite affine, se non identica, al *Simoc. Volanense* (Opp.) raccolto appunto in un calcare grigio dei dintorni di Erba e che trovasi tra i fossili della collezione Stoppani „ (1). Questo calcare grigio è interposto fra il Rosso ad Aptici e la Majolica infracretacea; differisce lievemente dalla Majolica pel suo colore un po' grigiastro.

Chiudo questo paragrafo dichiarando che le mie ricerche di fossili titonici nelle vicinanze di Campora riuscirono completamente infruttuose.

La faglia di Canzo.

Lungo la strada che dal paese di Canzo conduce verso le alture orientali passando per entro la Val Ravella, e precisamente a mezzo Km. circa dal paese, si vede affiorare sulla sinistra del sentiero un lembo di Rosso Ammonitico e di Rosso ad Aptici sopra il quale concordante riposa la Majolica infracretacea. Questo lembo in forma di rupe bassa e ripida costeggia la strada per circa 100 m. L'inclinazione degli strati è appena di 17° o 18°.

(1) PARONA C. F., *Note paleont. sul Lias inf. nelle Prealp. lomb.* (Rend. R. Ist. Lomb., ser. 2ª, vol. XXI, 1889).

Al disopra della Majolica la serie è interrotta; le Marne scagliose roseo-vinate che sovrastanno generalmente a questa formazione sono state esportate per erosione. Gli strati superiori della Majolica formano una specie di piattaforma sulla quale, durante il periodo glaciale, vennero a depositarsi in abbondanza detriti morenici e grossi massi erratici.

Questa specie di piattaforma termina adunque (lungo il suo lato sud) con una balza sotto la quale passa la via. Il lato nord a sua volta è formato da un'altra rupe che sovrasta la piattaforma ed è pur essa costituita dal Rosso Ammonitico, dal Rosso ad Aptici e superiormente dalla Majolica.

Ad illustrare graficamente questo stato di cose ho disegnato un profilo geologico (AA) ove è riprodotta fedelmente la direzione e l'inclinazione delle varie formazioni (1). Osservando questa sezione e volendo spiegare la ricomparsa della serie Toarciana-infracretacea sulla rupe nord della piattaforma, bisogna subito ammettere che questa ricomparsa sia dovuta semplicemente a frattura della serie con formazione di un salto.

La presenza di questa faglia nella serie di Canzo non era peranco stata osservata. Ho creduto bene di farne accenno perchè dubito molto che la tettonica della serie costituente i Corni di Canzo debba la sua ben nota complicatezza alla presenza di una faglia che sarebbe appunto la continuazione di quella da me ora indicata per le vicinanze di Canzo. La ristrettezza del tempo non mi ha permesso di visitare i Corni. Non posso adunque, per ora, affermar nulla in proposito.

La faglia del Monte Bolettone.

Nella Carta geologica del Corti (2) la posizione compresa tra Camnago, Albese e Caslino, copiata in gran parte dal Foglio Dufour, mi sembrò alquanto inesatta.

Ho creduto perciò opportuno di far seguire a questa mia nota un abbozzo geologico di questa regione, rilevato da me con tutta la cura possibile. Là dove il Corti ha segnato ciò che egli chiama *sinclinale* di Camnago io d'altronde ho indicato

(1) La località attraverso la quale è tracciato questo profilo non è compresa nella mia carta geologica.

(2) Corti, 1892, *Op. cit.* (V. Carta geologica).

una perfetta *anticlinale* sul cui vertice è allo scoperto la serie sinemuriana. Lungo il lato sud di questa anticlinale le formazioni mesozoiche posteriori al *Sinemuriano* sono visibili dal Mulino di Camnago fino al letto del fiume Cosia a sud di Tavernerio, dove scompaiono definitivamente sotto le formazioni Moreniche per congiungersi a E. di Erba colla serie di Carella-Suello, la quale a sua volta corre più o meno allo scoperto fino a Civate. Lungo il lato settentrionale dell'anticlinale medesima le formazioni Domeriane, Toarciane, Giuresi ed Infracretacee costituiscono una stretta fascia che da Caslino sale a S. Salvatore, scende quindi fino al letto del Bova, passa sulla sponda destra di questo torrente (là dove si apre il Buco del Piombo), gira tortuosamente intorno all'Alpe Turati, scende in Val Rondiniana, risale il Dosso Fragoso e viene a svanire completamente sotto il Monte Boletto. L'inclinazione degli strati è di circa 45° N. in media.

L'anticlinale di Camnago termina bruscamente lungo il suo lato nord con una faglia ben evidente per cui la serie Sinemuriana è a contatto con le altre formazioni più recenti, ed anche le sovrasta per formare le guglie della Torre del Broncino, del M. Bolettone e del M. Boletto. Questa faglia, probabilmente, è la continuazione di quella di Canzo e si prolunga a ponente verso Brunate. La posizione di essa faglia e la tettonica dell'anticlinale di Camnago è riprodotta nei due profili (*BB*) (*CC*) che accompagnano il presente lavoro.

Posteriormente alla mia gita in Brianza il Dott. H. Becker di Berlino à pubblicato un'altra carta geologica di questa regione (Milano, Estate 1894, Edit. *Sacchi*), cui non fa seguito alcun lavoro descrittivo. Trovo in questa carta la conferma delle mie idee per quel che riguarda l'anticlinale di Camnago. Noto per altro che alcune particolarità di dettaglio non mi sembrano esatte. Per esempio, nei dintorni di Civiglio non è stato segnato il *Morenico;* il Buco del Piombo è stato segnato in mezzo al *Sinemuriano,* non fra il cretaceo ed il Giura ove realmente si trova; la dolomia a *Conchodon* viene riferita al Lias inferiore mentre finora è stata sempre ritenuta infraliasica.

Ricerche intorno alla formazione di alcune mostruosità degli Agaricini;

Nota del Dott. PIETRO VOGLINO.

La struttura degli *Imenomiceti* ed il loro modo di sviluppo si presta certamente molto alla formazione di individui irregolari, lo studio però di alcune nuove forme, da me raccolte in varie località, mi confermarono sempre più nell'opinione, che le ricerche intorno ai casi teratologici degli Imenomiceti dovranno chiarire molti dei punti oscuri intorno alla biologia degli Imenomiceti stessi.

In molti luoghi dei classici lavori del Bulliard, dello Schaeffer, del Sowerby, del Fries, ecc., sono riprodotte e descritte forme imperfette, senza però che se nè tenga molto calcolo; i micologi di questi ultimi tempi non se ne curarono affatto, quantunque, come ebbi già a ricordare in altre memorie (1), quasi tutte le specie presentano esemplari riuniti o per gli stipiti o per i pilei, come lo attestano le numerose figure che si trovano nel Bulliard, nel Sowerby, ecc.

Il Phillips nell'opuscolo sulle *Mostruosità* e *deformità nei funghi* ne descrive parecchi casi, io pure nelle memorie già ricordate studiai alcuni tipi nuovi e di una certa importanza, ed ora presento all'approvazione dei micologi alcune altre anomalie, che serviranno a dimostrare di quanta utilità siano queste ricerche.

Fin dal 1892 avevo studiata un'anomalia formata dal congiungimento di due esemplari appartenenti a specie diverse, cioè del *Tricholoma melaleucum* Pers. col *T. sordidum* var. *jonidi-*

(1) P. Voglino, *Sopra alcuni casi teratologici di Agaricini* (Nuovo Giornale botanico italiano, vol. XXIII, num. 1, Gennaio 1891). — *Osservazioni sopra alcuni casi teratologici di Agaricini* (Nuovo Giornale botanico, ecc., 13 Novembre 1892).

forme Vogl. Nel mese di novembre dell'anno decorso, trovai nuovamente in un boschetto dei giardini pubblici di Casale un caso teratologico analogo. Gli stipiti delle due specie si presentavano riuniti assieme per un brevissimo tratto, quindi disgiunti, e nella parte superiore si formavano due pilei, l'uno grigiastro-scuro, l'altro di colore ametistino. Il riprodursi di tale forma lascia dubitare che l'anomalia non dipenda sempre da cause accidentali, ma che avvenga una fusione fra gli ifi del micelio. Cercai in alcune coltivazioni artificiali di potere ottenere con diversi mezzi l'adesione di tali forme di *Tricholoma,* ma non potei riuscire che ad osservare il confondersi degli ifi micelici dell'una con gli ifi dell'altra specie.

Nei boschi di Ponzano Monferrato di proprietà del conte Campredon d'Albaretto riscontrai alcuni esemplari di *Clitocybe geotropa* Fries, congiunti per lo stipite (fig. 2) fino ad un terzo circa della loro lunghezza. In vicinanza della biforcazione lo stipite si presentava leggermente rigonfiato, quindi l'una parte proseguiva nella direzione primitiva e collo sviluppo normale, l'altra invece era leggermente inclinata e presentava quasi lo stesso sviluppo in lunghezza e larghezza; i due pilei apparivano perfettamente staccati.

Del genere *Mycena* notai, tanto nei boschi di Trino come in parecchie località nei dintorni di Torino e qua e là nel Monferrato, frequentissimi i casi di adesione e degli stipiti e dei pilei.

Un esemplare di *Mycena lactea* Pers., presentava lo stipite diviso in 6 porzioni ed il pileo irregolarmente convesso. Nel giardino poi dell'Istituto Leardi di Casale, tutti gli anni si riproducono forme di *Mycena lactea* Pers., di *M. galericulata* Scop., e di *M. pura* Pers., congiunte fra loro per gli stipiti o per i pilei e quasi sempre con lamelle secondarie sulla parte superiore del pileo.

Abbastanza comuni si presentano pure i casi di *prolificazione* prodotti dalla sovrabbondanza di nutrimento o dallo sviluppo delle *spore incluse* già ricordate dal De-Seynes nei suoi ultimi lavori sugli Imenomiceti od anche dalla germinazione delle *spore* propriamente dette, come lo attestano le numerose esperienze fatte dal Brefeld sullo sviluppo dei *Coprinus.*

Seguendo l'ordine delle prolificazioni *superiori, inferiori* od *incluse,* ricorderò anzitutto un esemplare di *Clitocybe laccata* Scop.

raccolto in un boschetto presso Crea (Monferrato). All'osservazione macroscopica (fig. 1) appariva formato da uno stipite regolarmente conformato, di color carnicino, da un pileo pure di color carnicino, piano-convesso, avente però verso i margini 2 piccolissimi individui alti un centimetro e mezzo, con stipite cilindrico, rosso-roseo, pileo regolarmente convesso ed imenio formato da rarissime lamelle.

La struttura interna dei due esemplari pileari si presentava perfettamente simile a quelle delle forme regolari; nelle lamelle apparivano numerosi basidii lunghi 25-28 μ, larghi 6 μ, con spore verrucose, tondeggianti, aventi un diametro di 8-9 μ. L'ifenchima invece del pileo principale appariva formato da ifi variamente settati, larghi 10-12 μ ed intrecciantisi in vario modo fra loro. In mezzo ad alcune cavità nell'ifenchima notai degli organi tondeggianti, lunghi 8 μ, larghi 6-7 μ. Tali organi resistettero all'azione degli acidi, non si colorirono col metil violetto, e collocati dentro una goccia di un decotto di stipiti e pilei fatti bollire nell'acqua coll'aggiunta di una buona quantità di zucchero, dopo 24 ore, con una temperatura ambiente di 20° C., emisero un piccolo tubicino che si ramificò variamente. Non v'è dubbio adunque che tali organi devono essere *spore* o *conidii* e precisamente *spore incluse*. Anche nell'interno dello stipite notai alcune spore incluse in via di germinazione ed i tubetti di sviluppo si dirigevano in generale verso la parte superiore del pileo; per il chè sarei indotto a ritenere, essere la formazione dei due esemplari sopra-pileari dovuta allo sviluppo di *spore incluse* o *secondarie*.

Al gruppo delle *prolificazioni incluse* debbo aggiungere alcuni casi che osservai in esemplari di *Clitocybe odora* Fries, e di *Lactarius deliciosus* Linné.

L'esemplare di *Clitocybe odora* Fries (fig. 6), lo raccolsi in un boschetto di proprietà del signor Renato Deaglio presso Torcello (Casale). All'aspetto esterno la struttura appariva regolare; senonchè, sezionando un esemplare, osservai nell'interno del pileo una cavità che si estendeva lungo lo stipite e che era nella parte superiore tappezzata da 5 piccole lamelle, costituite da uno strato sotto imeniale regolare e da basidii e spore pochissimo sviluppate.

Lo stesso fatto lo riscontrai in un esemplare di *Lactarius deliciosus* L. (fig. 7), cioè la parte interna del pileo appariva vuota e dalle pareti della cavità si staccavano 6 piccolissime lamelle con basidii appena rudimentali; oltre a ciò le lamelle esterne apparivano da un lato lungamente decorrenti.

Cercai di spiegare in qualche modo l'origine delle lamelle incluse e potei, tanto nella *Clitocybe* che nel *Lactarius* notare, che nella direzione delle lamelle incluse, le lamelle esterne erano molto meno sviluppate; oltre a ciò la polpa pileare appariva divisa in due regioni distinte, che poi formavano due strati sotto-imeniali, interno ed esterno; lo strato sotto-imeniale interno dava appunto origine alle lamelle incluse.

Del gruppo delle *prolificazioni dello stipite* raccolsi alcuni tipi, nei boschetti di Trino e dell'Abbadia di Lucedio, dati da esemplari di *Mycena pura* Fries, di *Marasmius oreades* Bolton e di *Hygrophorus pratensis* Fries.

L'esemplare di *Mycena pura* Fries (fig. 4), appariva formato da uno stipite che si divideva al livello del terreno in 2 parti, l'una proseguiva regolarmente verso l'alto, l'altra si piegava da un lato, incurvandosi ad arco, finchè andava ad attaccarsi al pileo.

A metà circa dello stipite principale nasceva da un lato un terzo stipite, il quale si dirigeva verso il basso per una lunghezza di 3 cm. dando quindi origine ad un pileo regolarissimo, rivolto però all'ingiù. Le lamelle del pileo principale si presentavano variamente increspate e si confondevano anche per un certo tratto coll'ifenchima dello stipite.

Le sezioni fatte nel pileo e nell'imenio, dimostrarono una struttura regolare; senonchè nelle lamelle notai, verso l'esterno, numerosi filamenti miceliari i quali si addossavano allo stipite e quindi si fondevano assieme. In certi punti delle lamelle notai anche delle spore in via di germinazione.

Tale fatto mi fece nascere il dubbio che la formazione dello stipite secondario potesse essere dovuta alla germinazione delle spore sulle lamelle stesse, cosa che avevo già notato in altri esemplari collocati in località molto umide e calde e che era già stata dimostrata dal Brefeld nel suo classico lavoro " Untersuchungen aus dem Gesammtgebiete der Mykologie ", vol. VIII, Basidomyceten, I.

La forma di *Marasmius oreades* Bolton (fig. 3), presentava

circa a metà dello stipite, un altro stipite secondario, il quale piegando leggermente da un lato attraversava il pileo ed incurvandosi all'ingiù dava origine ad un pileo che si attaccava al pileo principale. Questo caso più che una prolificazione si potrebbe ritenere un'adesione se non presentasse il carattere della traforazione del pileo.

Un altro caso pure molto interessante lo riscontrai in un esemplare di *Hygrophorus pratensis* Fries (fig. 5), raccolto in un prato molto umido nei dintorni di Casale, nell'ottobre 1893.

Lo stipite per circa due centimetri si dirigeva in posizione verticale, indi si presentava incavato ad imbuto nel mezzo e dal punto di divisione si elevava uno stipite secondario a diametro molto ristretto.

Le lamelle dell'individuo principale erano regolari, così pure l'individuo incluso aveva uno stipite regolare ed un pileo convesso-umbonato con lamelle ristrette a basidii e spore della stessa forma di quelle dell'individuo esterno.

Nel genere *Cortinarius* riscontrai frequentemente casi di prolificazione interna ed esterna. Un bel esemplare di *Cortinarius violaceus* Fries, sezionato trasversalmente, presentava verso la base dello stipite alcune lamelle incluse con spore straordinariamente sviluppate.

Nei boschi di Trino raccolsi pure un altro caso teratologico molto tipico e dato da un esemplare di *Inocybe pyriodora* Pers. Lo stipite si presentava fino ad una altezza di 2 cm. perfettamente regolare, poi, da un lato, si elevava un pileo pochissimo sviluppato, che presentava però l'imenio nella parte superiore con alcune lamelle di color verde-bruno e variamente ramificate; quindi lo stipite si innalzava regolarmente per altri 5 cm. e superiormente si formava un pileo pochissimo sviluppato. Sezionando il fungo in parecchie direzioni potei osservare che dal pileo rovesciato sino al pileo superiore, si notava un ifenchima con struttura pileare.

Sempre riferendomi al gruppo delle proliferazioni, ricorderò due altri casi, l'uno di proliferazione interna, l'altro di proliferazione superiore.

Sezionando longitudinalmente un esemplare di *Agaricus campestris* L. (fig. 9), notai lo stipite cavo e dalla metà circa della cavità nascere uno stipite sottilissimo il quale si dirigeva

verso l'alto e presentava superiormente un pileo rudimentale con imenio appena segnato. La struttura dell'ifenchima dello stipite principale, dalla base sino all'origine dell'esemplare incluso, si presentava molto contorta ed irregolare. Colorando la sezione colla *fuxina di metile* potei notare fin dalla base due distinti gruppi di ifi, il maggiore dei quali circondava completamente il minore. Seguendo il decorso di tali ifi notai che il gruppo minore di ifi si liberava dall'altro ifenchima e portandosi verso la cavità dello stipite, dava origine all'esemplare incluso.

Il fatto di un ifenchima che circonda l'altro, parmi possa spiegare la formazione di una tale anomalia. Infatti si sa che la formazione di un esemplare di *Agaricino* è dovuta a gruppi di ifi i quali tutti si concentrano in un punto e poi si accrescono dirigendosi verso l'alto; ora nel caso dell'*A. campestris* L., uno di tali gruppi di ifi impedito nel suo sviluppo, perchè circondato da un altro, è stato costretto a seguire nel suo sviluppo l'ifenchima più forte finchè, trovando verso l'interno una libera uscita, ha dato origine all'esemplare incluso.

L'altro caso di proliferazione e precisamente *proliferazione superiore* lo riscontrai in un esemplare di *Russula rubra* Fries. Tale esemplare (fig. 8) presentava lo stipite lungo 6 cm., che portava da un lato un semi-pileo, dall'altro lato si prolungava, restringendosi di molto, e formava un piccolo pileo con lamelle ristrette e regolari. Sopra questo pileo secondario nasceva da un lato un altro stipite molto più ristretto e breve, e su di esso si allargava un terzo pileo proporzionato allo sviluppo dello stipite e con lamelle regolari. In tutti e tre i pilei riscontrai un imenio con basidii lunghi 25-27 μ, larghi 4-5 μ e spore sferoidali con un diametro di 8-9 μ.

La struttura interna dello stipite principale si mostrava regolare, formata cioè da ifi lunghi e disposti parallelamente ed a parete più ispessita verso la periferia dello stipite, e così sino all'origine del semipileo. In quel punto gli ifi si ripiegavano sopra se stessi, si portavano in parecchie direzioni lasciando numerosi spazi vuoti, e si dividevano pur distintamente in due gruppi, l'uno andava a formare il pileo laterale, l'altro invece si dirigeva dal lato opposto verso l'alto; in mezzo a tali ifi notai alcune *spore incluse* di forma ellittica, lunghe 4 o 5 μ, perfettamente

jaline ed a parete ispessita. Alcune di queste spore presentavano un tubetto di germinazione che si dirigeva nella direzione dello stipite secondario. Asportai alcune di tali spore e potei farle germinare in decotto ricco di zucchero, con temperatura di 10° a 12° C., purchè tenute nell'oscurità. In una camera umida a goccia pendente ove collocai una quindicina di dette spore ottenni uno sviluppo straordinario; gli ifi micelici che si sviluppavano dalle singole spore tendevano a riunirsi fra loro e potei, dopo 15 giorni, notare due cordoncini di ifi disposti parallelamente e strettamente connessi. Tale fatto fa supporre che la produzione del secondo e del terzo esemplare sia dovuta appunto alla germinazione delle spore incluse.

Riassumendo quanto finora si conosce intorno alle mostruosità degli Agaricini, credo che tali anomalie si possano distinguere in 4 divisioni, cioè — *Prosfitiasi* o *Adesione* — *Eutochia* o *Proliferazione* — *Ipertrofia* ed *Atrofia.*

Divisione I. — **Prosfitiasi** (da πρός presso e φύω nasco).

a) *Isoprosfitiasi.*

(*Adesione* fra due o più individui appartenenti alla medesima specie).

Le mostruosità che si presentano sotto forma di adesione sono dovute essenzialmente al carattere del tessuto molle, filamentoso, che cresce rapidamente e cambia facilmente la direzione del proprio sviluppo a cagione di qualsivoglia ostacolo. Se l'ostacolo allontana di poco le porzioni del tessuto, queste possono ricongiungersi, come lo provano i ramoscelli, le foglie, i pezzi di roccia, ecc., che si trovano nell'interno del pileo e dello stipite degli Agaricini, mantenendo però sempre la posizione primitiva. Se invece l'ostacolo dà luogo ad una separazione dopo la quale riesce impossibile al tessuto di subito ricongiungersi, allora si hanno gli esemplari deformi.

I casi di adesione sono comunissimi ed offrono quasi nessuna importanza.

Nelle figure degli Agaricini date dai diversi autori sotto la denominazione *fungus deformis,* se ne trovano numerosi esempi

e di *adesione* di due, o tre o più stipiti, sia parzialmente che in tutta la loro lunghezza, o di pilei, o di stipiti e pilei nello stesso tempo.

Alcuni esemplari furono anche studiati particolarmente, fra i quali uno di *Lepiota procera,* formato da due individui congiunti per gli stipiti e per i pilei; di *Agaricus campestris,* di *Lactarius serifluus,* di *Russula alutacea* (tre esemplari congiunti per gli stipiti e per i pilei), di *A. niveus* (" Schaeffer Fungorum qui in Palatinat., ecc. ", tav. CCXXXII, f. II), di *Psathyra bifrons* a due pilei ed uno stipite diviso superiormente, di *Volvaria media,* di *Cortinarius (Hygrocybe) decipiens* con 1 pileo e 2 stipiti, di *Leptonia incana* a 2 stipiti ed un pileo, di *Clitocybe geotropa* Fries ad uno stipite e 2 pilei, ecc.

Più interessanti sono i casi di adesione che si presentano sotto forma di individui che sulla parte superiore del pileo portano uno o più pilei della medesima specie, coll'imenio però rivolto all'insù. Di queste anomalie se ne occuparono specialmente il W. Phillips ed il De-Seynes. Il Phillips ricorda appunto esemplari di *A. phyllophilus,* di *A. campestris,* di *Hypholoma fasciculare,* di *A. fornicola,* di *Russula vitellina,* di *R. nigricans* e di *R. fragilis,* che presentano nella parte superiore del pileo uno o più pilei capovolti.

In generale l'origine di queste anomalie è così spiegata: due o più esemplari che crescono in terreno molto disuguale aderiscono per i pilei, sviluppandosi poi ulteriormente, il più vigoroso solleva gli altri, e continua il suo sviluppo cogli esemplari minori attaccati e capovolti nella parte superiore o laterale del pileo.

Altre volte giovani individui che cominciano a crescere sotto esemplari con pilei molto sviluppati, si attaccano o per mezzo del pileo, o dello stipite all'imenio della forma maggiore, e non è raro il caso di vedere appunto esemplari aventi nella parte inferiore dell'imenio, individui più piccoli ancora, attaccati al suolo o portati in alto dallo sviluppo ulteriore dell'individuo più grande.

b) *Eteroprosfitiasi.*

(*Adesione* fra due o più individui appartenenti a specie diversa, ma dello stesso genere).

Di questo gruppo, certamente di grande importanza per la conoscenza della biologia degli Agaricini, non venne finora registrato che un solo caso del quale parlo nelle prime pagine di questo lavoro. Il fatto del riprodursi di questa anomalia per due anni di seguito è abbastanza caratteristico e merita di essere molto studiato.

Il gruppo quindi delle adesioni si potrà dividere in due parti:

I Adesione fra individui della medesima specie *(Isoprosfitiasi)*.
II „ „ „ di specie diversa *(Eteroprosfitiasi)*.

Divisione II. — **Eutochia** (da εὐτοχία).

Prolificazione.

La prolificazione è generalmente ritenuta come la riproduzione per mezzo di un ricettacolo generatore di uno o più ricettacoli minori, o di quella parte di un ricettacolo che produce le spore.

Secondo le mie osservazioni, la produzione dei ricettacoli minori è dovuta non solo ad uno accrescimento irregolare della ifenchima del pileo o dello stipite, ma bensì, in molti casi, allo sviluppo o delle spore incluse, o delle stesse spore dell'imenio principale sul luogo di loro formazione.

Come già accennai le prolificazioni si possono dividere in tre parti cioè: *prolificazioni sotto la sostanza del pileo (prolificazioni inferiori, Ipoeutochia)* e queste possono anche notarsi sullo stipite; *prolificazioni sopra la sostanza del pileo (prolificazioni superiori, Epieutochia);* ed infine *prolificazioni dentro la sostanza del pileo o dello stipite (prolificazioni incluse, Entoeutochia).*

a) *Prolificazioni inferiori, Ipoeutochia.*

Numerosi esemplari furono già studiati aventi sullo stipite principale, stipiti o pilei secondarii. Il Persoon, lo Smith nella *Cronaca del giardiniere,* il De-Seynes, il Plowright ed il Phillips ne descrivono appunto alcuni esemplari, come la *Clitocybe laccata* Scop, il *Lactarius quietus,* l'*A. racemosus* aventi uno o più stipiti secondari nascenti dallo stipite principale.

Nelle memorie già pubblicate nel *Bullettino della Società botanica italiana,* io ebbi pure a ricordarne alcuni casi, come un esemplare di *Collybia hydrophila,* che presentava sullo stipite quattro ricettacoli supplementari, un altro di *Mycena Pelianthina* Fries che aveva lungo lo stipite principale 5 ricettacoli supplementari, e due esemplari di *Collybia rancida* Fries, che presentavano lungo lo stipite principale 3 stipiti supplementari e nel pileo principale di uno di essi un piccolissimo stipite supplementare lungo pochi millim., che terminava in un pileo quasi rudimentale. Ricordai anche in altra memoria un caso di *ipoeutochia* ed *entoeutochia*, dato da un esemplare di *Clitopilus orcella* nel quale lo stipite si ingrossava ed emetteva lateralmente un pileo supplementare sviluppato solo per metà. Nelle sezioni longitudinali fatte nel fungo, l'interno del pileo appariva quasi completamente privo di sostanza cellulare e le pareti erano ricoperte da lamelle regolari, ma con spore rudimentali.

Nelle prime pagine di questa nota ne ricordai pure due altri casi, uno di *Mycena pura* Fries (fig. 4), e l'altro di *Marasmius oreades* Bolton (fig. 3), di *Hygrophorus pratensis* Fries (fig. 5) e di *Inocybe pyriodora* Pers.

La formazione di tali mostruosità è dovuta essenzialmente o al contemporaneo sviluppo di parecchi individui riuniti insieme fin dall'ifenchima del micelio e fra i quali uno solo dotato di maggiore vigoria, può raggiungere il suo sviluppo (1), o ad una vera prolificazione degli ifi dell'individuo principale, oppure alla germinazione delle spore sulle lamelle dell'individuo principale.

A questo gruppo si devono poi anche riferire le forme aventi sullo stipite numerose lamelle che arrivano alcune volte fino alla base dello stipite stesso (lamelle di scorrimento), come ad esempio ho potuto notare in un esemplare di *Clitocybe cyathiformis f. ferruginea,* che presentava lungo lo stipite cinque lamelle di scorrimento.

---

(1) Si potrebbe dire che questi casi dovrebbero essere riferiti al gruppo delle adesioni, ma siccome il congiungimento, se avviene, è al principio dello sviluppo, così anche essendovi gli ifi di numerosi individui, la formazione degli stipiti e pilei secondari è sempre anche in gran parte dovuta ad una prolificazione dell'ifenchima dell'individuo più forte.

b) *Prolificazioni superiori (Epieutochia).*

Di questo gruppo furono pure descritti numerosi casi, fra i quali dallo Smith nel *Giornale di Botanica,* uno di *Boletus edulis* Bull., avente sul pileo due ricettacoli supplementari, e di *Russula vitellina,* sul pileo della quale si elevava un ricettacolo secondario non avente al certo alcuna apparenza di essere un individuo indipendente. Così anche il Phillips ricorda due casi di *epieutochia,* l'uno di *Paxillus involutus* che aveva formata una superficie imeniale sulla sommità del pileo, l'altro di *Hydnum repandum* il cui pileo portava sulla sua superficie superiore gruppi di organi a forma di spina, diritti, ed esattamente simili all'imenio degli *Hydnum.*

Qua e là poi si trovano abbastanza frequentemente figurati esemplari aventi pilei od anche ricettacoli completi nella parte superiore o laterale del pileo.

Così incontrai numerosi esemplari di *Boletus scaber* aventi sul pileo 2 o 3 ricettacoli supplementari, ed un individuo *Clitocybe cyathyformis* Fries, nel pileo del quale si elevavano 3 piccoli stipiti alti circa 1 cm. e terminanti da piccolissimi pilei ognuno dei quali presentava lamelle con basidii e spore normali e frequentemente esemplari di *Armillaria mellea* Vahl. con uno a due ricettacoli completi sul pileo principale. In questa memoria ricordai anche due esemplari e di *Clitocybe laccata* Scop. (fig. 1) e di *Russula rubra* Fries (fig. 8).

L'origine di tali anomalie deve essere ricercata e nella prolificazione del pileo ed anche nello sviluppo delle *spore incluse.*

c) *Entoeutochia.*

Più rari sono i casi di prolificazioni incluse. Il Phillips non ricorda, a tale proposito, che un esemplare di *Agaricus campestris,* il quale aveva nell'interno del pileo principale un piccolo pileo con spore perfette. Io riscontrai gli esemplari già descritti ed un esemplare di *Clitopilus orcella* che aveva nell'interno delle lamelle incluse ed una specie di stipite, e di *Clitocybe odora* Fries (fig. 6), di *Lactarius deliciosus* L. (fig. 7) e di *Agaricus campestris* L. (fig. 9).

Tali anomalie devono ritenersi formate o da prolificazione del tessuto o dalla formazione contemporanea di due individui o dallo sviluppo non regolare dell'imenio.

Divisione III. — **Ipertrofia.**

Frequentissimi sono i casi di individui i quali raggiungono uno sviluppo enorme, che assumono quindi aspetto molto diverso dal normale, ma essi non presentano alcune difficoltà intorno al riconoscere la causa che li ha prodotti e quindi non hanno alcuna importanza.

Anche recentemente nei boschi dei bassi Pirenei fu raccolto un esemplare di *Boletus edulis* che pesava la bagatella di 5 chilogrammi.

Divisione IV. — **Atrofia.**

Comunemente si trovano pure esemplari che si sono di molto ristretti nel loro sviluppo, che hanno o pilei o stipiti poco o nulla sviluppati, ma anche questi non offrono alcuna importanza scientifica.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1 *Clitocybe laccata* Scop., prolificata
„ 2 *Clitocybe geotropa* Fries, con stipite diviso.
„ 3 *Marasmius oreades* Bolton, con stipite prolificato.
„ 4 *Mycena pura* Fries, „ „
„ 5 *Hygrophorus pratensis* Fries, prolificato.
„ 6 *Clitocybe odora* Fries, con prolificazione inclusa.
„ 7 *Lactarius deliciosus* Fries, „ „
„ 8 *Russula rubra*, con proliferazione superiore.
„ 9 *Agaricus campestris* S., con prolificazione inclusa.

Die Entwickelung der Theorie der algebraischen Funktionen in älterer und neuerer Zeit (Bericht erstattet der Deutschen Mathematiker-Vereinigung) von A. Brill und M. Noether [1].

Cenni del Socio CORRADO SEGRE.

Nell'adempiere all'onorevole incarico datomi dal nostro illustre Corrispondente, prof. Noether, di presentare all'Accademia questo libro, io sento il dovere di richiamare su di esso la vostra attenzione: trattandosi di un'opera di somma importanza, meritevole dei più caldi elogi. L'Unione dei matematici tedeschi, nel breve tempo da che è stata fondata, si è già resa benemerita della scienza, fra l'altro, coll'affidare annualmente a qualcuno dei proprî membri l'incarico di riferire in una prossima sessione sui progressi e sullo stato attuale di qualche determinato ramo della matematica, e col publicare poi questi rapporti nei suoi Rendiconti annui. Nel 1891 la riunione di Halle indicò come tema di un rapporto la teoria delle funzioni algebriche, e la Presidenza ne affidò l'incarico ai signori Brill e Noether: i quali avevano già tanto contribuito allo sviluppo di quella teoria con ricerche originali in varie direzioni, ed in particolare secondo un indirizzo algebrico-geometrico che deriva appunto da un noto lavoro, opera di entrambi.

Messisi all'opera i due valenti scienziati si trovarono condotti naturalmente ad ampliare il piano primitivo, che avrebbe consistito in un rapporto critico comparativo sullo stato attuale della detta dottrina. Per render possibili i raffronti fra i vari metodi essi ritennero opportuno di esporli, per quanto brevemente; e tale esposizione fecero in modo quasi esclusivamente *obbiettivo,* studiando attentamente i vari lavori e rilevando i pro-

---

(1) Pubblicato nel *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung,* III Band, 1892-93 (Berlin, Reimer, 1894); pag. I-XXIII e 109-566.

gressi essenziali, caratteristici, contenuti in essi: lasciando poi che i confronti dei vantaggi delle varie teorie rispetto ai diversi scopi derivassero, più che altro, da siffatta analisi. D'altra parte per descrivere lo stato *attuale* della scienza essi credettero necessario di far prima degli studi retrospettivi, non esistendo finora un'opera sulla storia della Matematica in cui la teoria delle funzioni, a partire dalla scoperta del calcolo infinitesimale, sia considerata con quell'ampiezza che a loro occorreva. Così questo libro è riuscito non un semplice, succinto, rapporto, ma un'ampia storia espositiva della teoria.

Dapprima viene esposto quanto fu fatto negli ultimi secoli, da DESCARTES, NEWTON, LEIBNIZ, ecc. ad EULER e BÉZOUT, intorno agli argomenti da cui derivò poi la teoria delle funzioni algebriche: cioè lo svolgimento del concetto di funzione, la teoria delle serie di potenze, la teoria delle curve algebriche e dell'eliminazione. Segue il periodo della vera fondazione della teoria delle funzioni con LAGRANGE, GAUSS, CAUCHY, PUISEUX. Ad ABEL, al suo fecondo teorema ed al problema d'inversione degl'integrali iperellittici, fino alle ricerche di WEIERSTRASS su questi integrali, è dedicato un capitolo. Il seguente tratta della teoria di RIEMANN delle funzioni Abeliane, la quale fornisce un nuovo metodo di studio delle funzioni algebriche. Successivamente vengono esposti gl'indirizzi algebrico-geometrici per lo stesso studio, divisi in vari gruppi: uno, algebrico-geometrico, caratterizzato da ricerche di RIEMANN, ROCH, CLEBSCH, GORDAN, BRILL e NOETHER; un altro, puramente algebrico, rappresentato da lavori di KRONECKER, WEIERSTRASS e CHRISTOFFEL; un 3° indirizzo, della teoria delle forme, di WEBER, NOETHER, CHRISTOFFEL, KLEIN ed altri; un 4° indirizzo, aritmetico, di DEDEKIND e WEBER, KRONECKER, HENSEL, ecc.; 5° indirizzo, geometrico, di SEGRE e CASTELNUOVO (1). Del metodo seguito dal WEIERSTRASS nelle sue lezioni sulle funzioni Abeliane vien fatta un'analisi minuta, la quale riescirà tanto più utile, perchè quelle lezioni non essendo ancora state publicate sono note solo a pochi. Infine altri capitoli trattano

(1) Questi due indirizzi sono solo nominati, non analizzati: principalmente perchè il loro studio avrebbe fatto ritardare di troppo la comparsa del libro.

della teoria dei punti singolari, delle rappresentazioni invariantive dell'ente algebrico, delle funzioni e forme *radicali* (strettamente connesse con le funzioni theta), delle corrispondenze algebriche e dei gruppi notevoli di punti dell'ente.

Come si vede, il tema svolto è amplissimo. E, compendiando il giudizio in una parola, si può dire che la trattazione è veramente ottima. Le analisi dei vari autori, antichi e moderni, sono tutte originali, fatte con grande esattezza e acume, rilevando in ogni scritto ciò che vi è di veramente essenziale, mettendo a posto in vari casi la priorità delle scoperte, correggendo spesso dei giudizi che correvano da un autore all'altro. L'interesse che desta la lettura di questo libro è sempre vivissimo: non meno in quei passi che si riferiscono alle ricerche dei minori che nelle molte pagine dedicate ai sommi, a Cauchy, ad Abel, a Riemann, a Weierstrass, ecc. La natura dell'argomento e l'ampiezza delle vedute degli Autori, li conduce talora nell'esposizione ad andare più in là dell'ambito delle funzioni algebriche: ma ciò vien fatto con molto riguardo, e non fa che accrescere l'importanza dell'opera. All'opposto si può osservare, come anche gli Autori avvertono espressamente, che non *tutte* le ricerche esistenti nel campo delle funzioni algebriche vengono esposte: ma non sarebbe stata possibile una esposizione completa!

I sigg. Brill e Noether desiderano che il loro libro si consideri come un programma o quadro per ulteriori sviluppi della teoria; ed in pari tempo come un lavoro storico di un carattere speciale. Esistono, essi dicono, vari saggi storici su determinati campi o questioni di Matematica, ma pochi scritti che, come questo, abbiano per iscopo di riferire distesamente su un ampio campo, esponendo le relazioni dell'antico col nuovo stato della scienza. È da augurare caldamente coi due chiarissimi Autori che altri scritti analoghi vengan composti, per altri argomenti matematici. Tutti insieme serviranno a preparare il terreno per una storia generale della Matematica che prosegua pei tempi moderni l'ottima opera di M. Cantor!

Relazione intorno alla Memoria intitolata:

Ditteri del Messico — Parte IV. — *Muscidae Calypteratae ed Acalypteratae;*

del Dott. E. GIGLIO-TOS.

Questa Memoria è la quarta parte delle Ricerche intorno ai " Ditteri del Messico „ di cui furono già pubblicate le tre prime nei volumi della nostra Accademia.

Con questa Memoria l'A. ha condotto a compimento lo studio della importante collezione di Ditteri messicani che il compianto collega Prof. Bellardi lasciò morendo al Museo Zoologico di Torino.

Questa parte comprende le seguenti famiglie di *Muscidae Calypteratae: Muscinae* ed *Anthomyinae* e le famiglie di *Muscidae Acalypteratae: Scatophaginae, Helomyzinae - Tetanocerinae, Ortalinae - Ulidinae - Sapromyzinae - Trypetinae - Sepsinae - Tanypezinae - Psilinae - Chloropinae - Ephydrinae - Drosophilinae.*

Centotrentanove sono le specie descritte e settanta i generi. Sessantotto specie e nove generi sono nuovi.

Questo lavoro del Dottor E. Giglio-Tos è come i precedenti assai ben fatto e costituisce un importante contributo alla conoscenza dei Ditteri.

I vostri Commissari ne propongono perciò la lettura alla Classe, e qualora questa lo approvi, la stampa nei volumi accademici.

T. Salvadori.

L. Camerano, *Relatore.*

Relazione intorno alla Memoria intitolata:

I Coccodrilli del Monte Bolca;

del Dott. **FEDERICO SACCO.**

L'A., prendendo occasione di nuovi e recenti rinvenimenti di resti fossili di Coccodrilli nella regione del Monte Bolca, resti che egli ebbe occasione di esaminare, ha rifatto lo studio del materiale appartenente al gruppo dei Coccodrilli fino ad ora stati trovati nella località sopradetta.

Questa revisione si era resa necessaria sia per la brevità delle descrizioni già esistenti, sia per i fatti nuovi osservati dall'Autore nel materiale recente, il quale è in parte proprietà del Museo Geologico di Torino.

La nuova forma descritta dall'A. è ben distinta da quella già nota col nome di *Cr. vicetinus* per la sua rassomiglianza col Gaviale. L'A. ha dato ad essa il nome di *Cr. bolcensis*.

I vostri Commissari considerando che il lavoro del Dottor F. Sacco costituisce un buon contributo per la conoscenza del raro gruppo dei Coccodrilli fossili ne propongono la lettura alla Classe, e qualora questa lo approvi, la stampa nei volumi accademici.

Torino, 29 novembre 1894.

T. Salvadori
L. Camerano, *Relatore*.

L'Accademico Segretario
Giuseppe Basso.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 9 Dicembre 1894.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Peyron, Vallauri, Claretta, Rossi, Manno, Bollati di Saint-Pierre, Schiaparelli, Pezzi, Nani, Cognetti de Martiis, Graf, Cipolla e Ferrero Segretario.

Il Socio Segretario, fra i libri offerti in dono alla Classe, segnala il 1° volume della " *Histoire ancienne des peuples de l'Orient classique* " (Paris, 1895) del Socio straniero Prof. Gastone Maspero, e fa rilevare l'importanza di quest'opera sì per il testo come per le copiose ed accurate riproduzioni di antichi monumenti che la ornano.

Il Socio Cognetti de Martiis legge una sua nota: " *Uno schema socialistico nell'* " *Aulularia* " *di Plauto* ".

Il Socio Graf legge un lavoro del Dott. Camillo Trivero, intitolato: " *Che cosa è la Storia* ".

Il Socio Cipolla legge una nota del Prof. Francesco Cipolla: " *Intorno al* " *Catone* " *del Purgatorio dantesco* ".

Questi lavori sono pubblicati negli *Atti* accademici.

LETTURE

*Uno schema socialistico nell'*Aulularia *di* Plauto;

Nota del Socio SALVATORE COGNETTI DE MARTIIS.

1. Nella scena quinta del terzo atto della *Pentolina* Megadoro, che s'è impegnato a sposare senza dote la figlia d'Euclione, dice che gli amici, informati da lui del caso, gliene han data lode:

Mi lodano. Dicon che mi consiglia
bene il cervello e con saviezza. — E in verità
se facessero gli altri ricchi come si fa
da me; se le figliuole dei poveri pigliassero
in spose senza dote, e a casa le menassero:
e molto più concorde questa città sarebbe,
ed a noi meno invidia la gente porterebbe,
e le donne il castigo ancor più temerebbero,
e da noi meno spese d'adesso si farebbero.
Sembra cosa eccellente questa alla maggioranza
dei cittadini; è avversa l'avida minoranza,
per la cui cupidigia e insaziabilità
nè l'opinione pubblica nè la legge non ha
freno alcuno (1).

(1) *Aulul.*, III. v.
Laudant: sapienter factum et consilio bono.
Nam meo quidem animo si idem faciant ceteri
Opulentiores, pauperiorum filias
Ut indotatas ducant uxores domum:
Et multo fiat civitas concordior,
Et nos minore invidia utamur quam utimur,
Et illae malam rem metuant quam metuant magis,
Et nos minore sumptu simus quam sumus.
In maxumam illuc populi partemst optumum,
In pauciores avidos altercatio est,
Quorum animis avidis atque insatietatibus
Neque lex neque rumor capere est qui possit modum.

2. Megadoro dunque propone ad esempio la propria condotta e opina che, se fosse imitata, un doppio vantaggio s'avrebbe: se ne gioverebbe ad un tempo la pace della città e quella delle famiglie. Riguardo al primo effetto delle nozze de' ricchi con fanciulle indotate di famiglie povere, la dimostrazione è data da ciò che egli dice della maggiore concordia tra' cittadini e della minore invidia contro i ricchi, come naturale e necessaria conseguenza dell'attenuarsi delle disparità patrimoniali in causa di que' connubi. I quali, avvicinando e stringendo co' forti vincoli del matrimonio e della affinità le classi povere alle doviziose, accomunando via via ricchi e poveri nella vita di famiglia, nella religione domestica, negli interessi, dovevano certamente favorire e rafforzare l'unione de' cuori nella cittadinanza. In quanto alla pace delle famiglie, la scelta, da parte de' ricchi, di partiti come quello della indotata figliuola d'Euclione, avrebbe rinvigorita l'autorità maritale ispirando un riverenziale timore di questa alle mogli per il pericolo del divorzio e avrebbe meglio tutelata l'azienda domestica contro facili sprechi a favore del " mondo muliebre ".

Su questo punto di vista suntuario insiste Megadoro ne' versi successivi a quelli testè riferiti del suo graziosissimo monologo.

Ma la Nota presente ha lo scopo di porre in evidenza il punto di vista economico-sociale della parlata, illustrando il contenuto de' versi in cui, come s'è visto, Megadoro esalta il merito *civico* de' ricchi i quali sposassero fanciulle senza dote.

Cotesto contenuto implica un concetto socialistico: l'eliminazione — sia pure graduale — della diseguaglianza di fortuna tra' cittadini, mediante una limitazione della libertà de' ricchi nella scelta de' partiti nuziali, a tutto vantaggio de' poveri. Concetto, dichiara Megadoro, tenuto ottimo dalla maggioranza de' cittadini, cioè dalla parte più numerosa e meno agiata; avversato dall'avida e insaziabile minoranza de' ricchi. E ciò facilmente s'intende.

3. È stata veduta da parecchi illustratori della commedia plautina una connessione tra questo monologo e la condizione di Roma negli anni immediatamente successivi all'abrogazione della Legge Oppia. Nella prima edizione del teatro plautino

cum notis variorum quel che v'è detto dell'alto prezzo de' muli è dal Saraceno riferito al lusso delle donne romane (1); e in seguito la maggior parte de' commentatori e degli storici della letteratura latina ammise che l'*Aulularia* fosse stata da Plauto composta e data alle scene dopo il 559 di Roma (195 av. C.). Teuffel scrive senz'altro: " epoca della composizione verso il quarto o quinto anno dopo l'abrogazione della Legge Oppia e perciò dopo il 559/195 " (2). E in verità tutto induce a credere che questa opinione abbia molta ragion d'essere, per poco che si pensi e alla consueta maniera con cui Plauto elaborava l'adattamento degli esemplari greci alla scena romana, e agli indizi che la commedia fornisce, e alle circostanze che dovevano assicurare il successo d'un lavoro drammatico di quel genere per l'appunto in un tempo in cui la pubblica opinione della cittadinanza romana era agitata dalle necessarie conseguenze della soppressione de' freni che i provvedimenti legislativi adottati nel 539/215 avevano posti al lusso femminile.

Non è naturale che Plauto nella scelta di quegli esemplari si regolasse anche con criterii di opportunità? La coloritura romana che ne' suoi rifacimenti egli soleva dare agli originali tanto maggiormente efficace doveva riescire quanto più corrispondenza vi fosse tra il contenuto originale del dramma e l'ambiente sociale in cui con meraviglioso adattamento artistico lo si riproduceva.

Sappiamo da Tito Livio (XXXIV, 1-8) a quale importanza fosse salita la questione se s'avesse a mantenere o revocare la legge Oppia, quanto tra' nobili fosse vivo il contrasto de' pareri, come si dessero da fare le matrone per aver causa vinta, insistendo presso i mariti, invadendo a torme le vie, raccomandandosi a' consoli, a' pretori e agli altri magistrati prima che la faccenda fosse portata a' rostri del Foro, e assediando le case de' tribuni, quando, dopo le arringhe del console M. Porcio Catone e del tribuno plebeo Lucio Valerio, si stava per votare. E le pagine nelle quali lo storico narra il caso e pone i discorsi del con-

(1) " Eousque lascivierant romanae mulieres quorum lasciviam carpit et detestat, etc. ". È l'ediz. veneta del 1518.

(2) Teuffel-Schwabe, I, p. 151. Non è di questo parere l'Ussing. Ved. vol. II della sua ediz. di Plauto, pag. 270.

sole contrario e del tribuno favorevole alla causa delle signore, sono bella illustrazione alla commedia in cui sull'avarizia del vecchio Euclione e sulle preoccupazioni economico-sociali del vecchio Megadoro trionfa l'impeto giovanile di Liconide e di Fedra.

Chi sa quanti babbi e quanti mariti avranno brontolato come fa Megadoro, contro le note di pagamento de' negozianti d'articoli di mode; chi sa che in qualche gruppo di novatori o di eruditi greci o grecizzanti non sia stato ventilato quello schema di riforma de' costumi in fatto di matrimonii, di cui egli con tanta abnegazione porgeva nobile esempio!

4. Lo schema, del pari che la sostanza della commedia, sono di provenienza ellenica. In quanto alla commedia i pareri sono varii. Il Francken che nella sua edizione dell'*Aulularia* (1877) aveva indicato Posidippo come il probabile autore del modello, più tardi opinò in favore di Menandro (1). Ussing sta per Menandro e così il Ribbeck (2). Goetz non s'accorda con nessuno di costoro, anzi ne combatte le ipotesi e dichiara che " nondum exploratum est „ a quale autore greco siamo debitori della commedia plautina (3). Teuffel non mette fuori nomi, contentandosi d'affermarne la sicura provenienza da una produzione della Commedia Nuova (4). Finalmente in una notevole dissertazione dottorale il sig. Hueffner dell'Università di Gottinga, dopo avere esaminato le varie congetture proposte dagli altri, conchiude favorevolmente a Menandro e assegna alla composizione dell'esemplare ellenico il tempo in cui Demetrio Falereo tenne il governo di Atene, cioè dal 318 al 308 avanti Cristo (5).

Il prof. Guglielmo Wagner, che in una dissertazione pub-

(1) Francken, *Over het origineel van Plautus' Aulularia* in *Mededeel*, 1882, p. 211-217.

(2) Ussing nel vol. cit. della sua ediz., p. 587, in forma però dubitativa; Ribbeck, *Geschichte der römischen Dichtung*. Stuttgart, 1887-1892, I, pag. 92.

(3) Nella prefazione alla ediz. dell'*Aulularia* curata da lui. Lips., 1881, pag. 1 sg.

(4) Teuffel, *Gesch. d. röm. Literatur n. bearb. von* L. Schwabe, 5ª Aufl., 1890, I, p. 151.

(5) Hueffner, *De Plauti comoediarum exemplis atticis*, etc. Gottingae, 1894, p. 61 sg.

blicata nel 1864 aveva trovato nel dramma del Sarsinate indizii di contaminazione, non ripetè diciassette anni dopo nella sua 2ª edizione dell'*Aulularia* gli argomenti messi innanzi allora e dal Goetz giudicati debolissimi (1).

5. Il giovane filologo dell'Università di Gottinga fa una acuta considerazione a proposito del verso 503 della commedia. Lo pronunzia Euclione, udendo non visto il monologo di Megadoro: " Moribus praefectum mulierum hunc factum velim ". Osserva l'Hueffner che i vocaboli " praefectum mulierum " traducono certamente la parola greca γυναικονόμον dell'esemplare, perchè un magistrato designato con cotesto nome c'era in Atene e fu abolito nel 307 av. Cristo. E il Lambino commentando questo verso dell'*Aulularia*, aveva riprodotto da Nonio un testo del libro IV *de Republica* di Cicerone che dice: " Nec vero mulieribus praefectus praeponatur, qui apud graecos creari solet: sed sit censor qui viros doceat moderari uxoribus ". Ciò rafforza la tesi dell'Hueffner che cioè così il contenuto del monologo megadoriano, salvo qualche verso, come la materia della commedia è fattura ellenica.

Sicchè possiamo dire che il detto monologo rispecchia una situazione sociale ellenica, probabilmente ateniese, e in quest'ultimo caso, anteriore al 307 av. Cristo.

Il vocabolo dubitativo che qui s'adopera riguardo ad Atene è suggerito da ciò che anche in altre città greche, come ad es. a Cheronea e a Siracusa c'erano i Gineconomi. Lo schema socialistico dunque è di provenienza greca. Proporlo però sulla scena romana tra il 559 e il 565 U. C. — se s'ammette che in quel periodo fu data la *Pentolina* — non urtava nè la legge nè, in astratto, i costumi, perchè da più di due secoli il divieto della XI Tavola: *ne patribus cum plebe connubium sit* era stato tolto con la legge Canuleia; anzi la proposta poteva parere, per l'antichità di quella legge, quasi oramai consentanea a' " mores maiorum ". E l'occasione di tirarla in scena era buona.

6. Ma quale fu la prima radice dello schema in parola? E in qual modo diramò nell'*Aulularia?*

---

(1) Wagner, *De Plauti Aulularia*, Bonn, 1864; T. M. Pl., *Aulul.* with notes, etc., 2d edit. Cambridge, 1881; Goetz, *loc. cit.*

Il primo quesito fu in parte risolto dal Lambino, il quale ad illustrazione della proposta megadoriana, citò un brano del sesto libro delle Leggi di Platone, che, tradotto, suona così: " Diciamo dunque a chi è di buona famiglia che gli conviene contrarre nozze con l'approvazione de' savii, i quali consiglierebbero a non rifuggire dal parentado co' poveri, nè troppo ricercare quello de' ricchi; ma, a parità d'ogni altra cosa, fare onore a chi ha meno e con quello convivere. Ciò torna utile allo Stato e alle famiglie che si uniscono. Dacchè ciò che è omogeneo e in eguale proporzione scevro di mescolanza infinitamente conferisce alla virtù " (1).

Con questo brano comincia un discorso che nel citato libro Platone fa tenere dall'Ateniese a Clinia, sul tema de' matrimonii. Prosegue poi l'Ateniese dichiarando che, di regola, in fatto di nozze, si deve consultare meno il proprio gusto e il proprio piacere che la pubblica utilità. Naturalmente si tende ne' matrimoni a cercare la maggiore conformità tra gli sposi, il che impedisce che nella società si abbia mescolanza di fortune e di temperamenti ed è un male. Tuttavia non gioverebbe con espressa disposizione di legge proibire al ricco di sposare la figlia del ricco, al potente di imparentarsi con una famiglia potente, a' temperamenti vivaci di far connubio co' caratteri fiacchi o viceversa. La cosa sarebbe ridicola e urterebbe molte suscettività (ταῦτα δὴ διὰ μὲν νόμῳ προστάττειν, μὴ γαμεῖν πλούσιον πλουσίου..... πρὸς τῷ γελοῖα εἶναι καὶ θυμὸν ἂν ἐγεῖραι πολλοῖς). L'intento s'ha da ottenere per via d'esortazioni non di precetti. Bisogna insegnare ai poveri esservi eguaglianza a non dare e a non ricevere se non ci sono sostanze. Le donne così saranno meno arroganti, e i mariti meno schiavi e meno vili con quelle in causa delle sostanze ch'esse conferirono all'azienda domestica (ὕβρις δὲ ἧττον γυναιξὶ καὶ δουλεία ταπεινὴ καὶ ἀνελεύθερος διὰ χρήματα τοῖς γήμασι γίγνοιτο ἄν).

La corrispondenza tra il testo platonico che s'è qui ripro-

(1) PLAT., *De legibus*, Lib. VI, Cap. XVI, 773 A. La traduzione è fatta sul testo dell'Hermann, non uguale in tutto al lambiniano. L'edizione plautina del Lambino è del 1578. Indicarono dopo lui il riscontro tra il monologo di Megadoro e il testo platonico Pier Vettori nelle *Lect.* citate qui appresso, e Vissering (*Quaest. Plaut.*, II).

dotto nella sostanza se non sempre nelle parole e la proposta di Megadoro è, certo, evidente. Chi non consentirà, domanda Pier Vettori, che nel discorso di Megadoro abbia Plauto espressa la dottrina di Platone circa i matrimoni, lasciando da parte avvedutamente le argomentazioni filosofiche? E continua, dopo aver riferiti il testo plautino e il platonico: " Huiuscemodi autem locos, qui discrepant ab opinionibus multitudinis, e mediaque philosophia sumpti sunt, a latinis comicis adumbratos mirari non debemus: cum fabulas suas e graecis poetis converterent, qui plerumque maioris eruditionis erant, cum Menandrum etiam diligenter audisse Platonem legamus " etc. (1).

Eccoci dunque in pieno ambiente ellenico.

7. Si badi a quelle parole con cui Platone dice che l'idea di eguagliare le sostanze con le combinazioni matrimoniali tra ricchi e poveri non si deve attuare per via di leggi, ma con avveduti ammaestramenti.

Esse indicano che il progetto d'un cosifatto agguagliamento non è fattura di Platone, ma altri lo aveva concepito ed espresso per l'appunto in quella forma che a Platone sembrava ridicola e urtante, cioè come un provvedimento da attuarsi per legge; mentre il filosofo ateniese, pur approvandolo, come consentaneo al suo ideale della uniformità dello Stato, opinava si dovesse effettuarlo co' soli mezzi morali.

Chi dunque aveva escogitato e proposto che l'agguagliamento delle fortune potesse via via ottenersi mediante una legge la quale prescrivesse ai ricchi di sposare senza dote le figliole de' poveri? Ce lo dice Aristotele nel secondo libro della *Politica:* Falea di Calcedonia.

Costui, a quanto scrive Aristotele, insegnò che in una nuova colonia l'eguaglianza patrimoniale potesse essere effettuata senza difficoltà, non così facilmente in uno Stato già costituito; che però in questo caso la via più breve per riescire all'intento fosse d'obbligare i ricchi " a dare doti ma non pigliarne e i poveri a pigliarne ma non darne ".

Ecco trovata la prima radice dello schema socialistico, e

---

(1) P. Victorii, *Variarum Lect.* Florent., 1582, Lib. 24, Cap. 22.

mostrato come solo in parte la citazione del testo platonico fatta dal Lambino risolva il primo quesito.

Falea fu uno de' più antichi scrittori politici greci, e aveva ideata una costituzione sociale in cui era canone supremo l'eguaglianza economica tra' cittadini, riguardo essenzialmente alla proprietà fondiaria, e mezzi l'uniformità d'educazione, i matrimonii regolati nel modo che s'è detto e l'esclusione degli artigiani dalla cittadinanza, trasformandoli in servi pubblici. Un'utopia egualitaria, come si vede, ispirata alle originarie norme della organizzazione sociale spartana nella cosidetta costituzione di Licurgo e suggerita dal proposito di evitare il pervertimento in cui era caduto l'ordinamento civile ed economico della Laconia nel periodo dal 405 al 390 av. C., che è quello in cui probabilmente Falea pose fuori il suo disegno di riforma sociale. Nell'ultimo anno di cotesto periodo Platone non aveva ancora quarant'anni, e il dialogo delle leggi appartiene alla vecchiaia del filosofo il quale morì nel 347 av. C. E a Falea dovevano alludere le espressioni che Platone adopera per dimostrare come la riforma economica proposta pe' matrimonii dovesse farsi per mezzo d'ammaestramenti non per legge. L'influenza delle idee di Falea sulla filosofia sociale di Platone è stata già da tempo avvertita (1).

8. Rimane a sciogliere il secondo quesito: a vedere cioè per quale mezzo lo schema egualitario del Calcedonese giunse a notizia di Plauto, come dall'ambiente ellenico passò a latinizzarsi nel monologo di Megadoro. Pier Vettori, come s'è visto, afferma che il passaggio avvenne mediante l'adattamento d'una commedia greca in cui si trovava lo schema e lascia intendere che, secondo la sua opinione, l'esemplare greco sul quale Plauto foggiò l'*Aulularia* fu una commedia di Menandro; anzi dice d'aver letto che Platone ebbe per uditore Menandro, — *Menandrum diligenter audisse Platonem.*

---

(1) " So scheint Phaleas einer von der Schulphilosophen gewesen zu sein durch welche schon im frühen Alterthum communistische oder Saint-Simonistiche Ideen verbreitet wurden..... deren influss aber zum Theil noch in der platonischen Politeia sich erkennen „. PAULY, *Real-Encycl.*, etc., T. V (1848), p. 1424.

Ora quando Menandro nacque (342 av. C.), Platone era morto da cinque anni. Ciò peraltro non toglie che dello schema socialistico possa avere avuto notizia Menandro e averne fatto uso in una sua commedia, che poi sarebbe stata utilizzata da Plauto per l'*Aulularia*.

Ma lasciamo stare Menandro per ora e cerchiamo un aiuto più sicuro per la soluzione del quesito.

Lo schema socialistico matrimoniale di Falea è — obbligo pe' ricchi di dare ma non pigliar doti; obbligo pei poveri di pigliare doti ma non darne; lo schema di Platone è: consigliare ai ricchi di sposare a preferenza figliole di poveri e dare mariti poveri alle proprie figlie. Lo schema di Megadoro nell'*Aulularia* è: nozze di ricchi con ragazze povere senza dote.

A quale de' due schemi ellenici somiglia il latino? A quello di Falea o a quello di Platone?

Il testo del dialogo delle leggi riferito dianzi mostra che sino ad un certo punto nel monologo di Megadoro traspare più il concetto platonico che quello di Falea. Infatti Megadoro dice che il suo divisamento fu trovato da' suoi amici *sapienter factum et consilio bono* e l'Ateniese del dialogo delle *Leggi* raccomanda a chi voglia contrarre nozze di consigliarsi con gente di senno e ottenere l'approvazione de' savii; Megadoro non invoca una legge che costringa i ricchi a sposare senza dote ragazze di famiglie povere, ma pensa che i ricchi farebbero bene a imitare l'esempio suo; Megadoro crede che se si praticasse così le mogli temerebbero più che non facciano il castigo, e nel dialogo di Platone è detto che maritando le povere ai ricchi e le ricche a' poveri scemerebbe l'arroganza delle mogli.

Tuttavia un'allusione all'idea d'una legge come quella voluta dal progettista calcedonese c'è quando Megadoro dice che agli animi avidi e insaziabili della minoranza ricca *neque lex neque rumor capere est qui possit modum.* Non si riescirebbe a tenerla a segno, vuol dire, nè con la forza della legge nè con quella della pubblica opinione; nè co' mezzi morali insomma, nè co' mezzi legali. Inoltre Megadoro vuole assolutamente l'abolizione della dote:

E se c'è chi dica: — chi dovranno
sposare le ragazze che han dote, se si dànno
questi dritti alle povere? — io dico: per marito

piglino pur colui che a loro è più gradito,
ma non portino dote (1).

Qui siamo lontani così da Platone come da Falea. Siamo ricondotti al tipo economico delle nozze spartane prima di Epitadeo e forse ancora più in su quando la legge vietava ai Laconi di dotare le ragazze che passassero a marito. In altra mia pubblicazione mostrai come vi sia ragione di credere che Falea nel foggiare la sua utopia egualitaria avesse la mente alle istituzioni di Sparta non quali erano a tempo suo ma quali erano state originariamente quando vigevano gli ordinamenti ai quali nella tradizione era congiunto il nome di Licurgo (2). Non che cercasse di rievocarle in tutta la loro rigidezza, e ciò appare nel non avere egli accolta nel suo schema l'abolizione dell'istituto dotale; piuttosto si può dire che egli volesse combinare le norme antiche spartane con le istituzioni degli ateniesi, presso i quali la dote era condizione essenziale d'un legittimo matrimonio.

Laonde si può dire che lo schema socialistico dell'*Aulularia,* pur rispecchiando specialmente le idee dello schema platonico, ha tratti che ricordano quello di Falea e un qualche altro ancora più radicale pullulato forse anch'esso al tempo in cui fiorivano in Atene gli *spartaneggianti* e serbato probabilmente nelle tradizioni filosofiche della scuola platonica con le idee di riforma sociale del maestro. La commedia ellenica se ne impadronì e ne compose lo schema che ci è offerto nella scena dell'*Aulularia.*

Fu la commedia ellenica media? fu la commedia nuova?

È difficile decidere. Scrive il prof. Wagner nella già citata prefazione alla seconda edizione dell'*Aulularia* essere molto probabile la congettura che Plauto avesse trovato nell'originale greco del suo lavoro un qualche passaggio relativo alla posizione delle ragazze ereditiere o ἐπίκληροι esposte alle insidie degli aspiranti a' grassi partiti. E questo passaggio lo avremmo ora nel monologo di Megadoro. Esistono frammenti di sei com-

---

(1) Namque hoc qui dicat: quo illae nubent divites
Dotatae, si istud ius pauperibus ponitur?
Quo lubeat nubant, dum dos ne fiat comes.

(2) *Socialismo Antico*, Torino, 1889, p. 616 sgg.

medie greche col titolo *L'ereditiera* (Ἐπίκληρος); quattro delle quali appartenenti ad autori della Commedia di mezzo: Alesside, Antifane, Diodoro ed Enioco; due della Commedia nuova: Menandro e Difilo. Inoltre appartengono quasi tutti alla Commedia di mezzo gli autori delle composizioni drammatiche nelle quali è preso di mira Platone; due soli fanno eccezione: Teopompo dell'Antica e Filippide della Nuova.

Non oserei dunque partecipare decisamente alla affermazione così sicura del Teuffel circa l'appartenenza dell'originale della *Pentolina* alla Commedia Nuova. E nemmeno oserei escludere, come fa il Goetz, ogni sospetto di contaminazione da parte di Plauto.

All'intento della presente Nota basta d'avere indagata e illustrata la provenienza dello schema socialistico che s'incontra in una delle più belle e celebri composizioni del Sarsinate.

Che cosa è la Storia (1).

Nota del Dott. CAMILLO TRIVERO.

(Sommario).

La Storia è scienza od arte? — La Storia e la storiografia. — Il concetto dell'arte e il concetto della Storia. — Critica dell'opinione del Croce. — Il concetto della Scienza. — Il concetto della Storia ripugna davvero al concetto della scienza? — Critica del procedimento generale del Croce.

---

(1) Questo scritto dovrebbe essere il secondo capitolo di un lavoretto pedagogico di cui ecco il titolo e l'indice:

L'EDUCAZIONE STORICA.

Avvertenza.

I. Parte teorica:

A. La questione pedagogica.

B. Che cosa è la storia.

II. Parte pratica:

A. La storia come materia d'insegnamento e mezzo d'educazione.

B. Le norme, i mezzi, i metodi dell'insegnamento storico.

Le varie elaborazioni cui può sottostare un fatto son più di due. — Che cosa è la Storia in realtà. — Che cosa è " lo storicamente interessante ". — Il passato dell'umanità. — Varî aspetti che presenta questo passato: 1° l'aspetto pratico; 2° l'aspetto artistico; 3° l'aspetto scientifico. — Corrispondente classificazione delle " Storie ". — Varî sensi della parola " Storia ". — Le sorgenti della Storia: 1° Gruppo; 2° Gruppo; 3° Gruppo.

Lo spirito scientifico e la Storia. — Che cosa vuole lo spirito scientifico? — Ciò che vuole la scienza e ciò che fa la Storia. — Della Storia che è scienza. — Che valore ha l' " individuo " nella Storia — La Storia e scienza in senso stretto. — La Storia-scienza non è la filosofia della Storia. — La personalità dello storico. — L'immaginazione nelle scienze. — I pregiudizi nella Storia.

Il sistema nella Storia. — Il sistema è ancora in certe scienze un pio desiderio; in altre è cervellottico. — Quale è il vero sistema scientifico.

La persona dello storico. — Il metodo storico. — Perchè la Storia non può avere un sistema. — Importanza della Storia. — Conclusione.

La Storia è scienza od arte?

La questione è a questo punto, che non si sa neppure con certezza se la Storia sia scienza od arte. E benchè al Villari sia già venuto in mente, che sarebbe stato bene risolverla dicendo che " la Storia non è nè poesia, nè filosofia, nè arte, nè scienza ", ma che " la Storia è Storia ", cioè una produzione particolare dell' attività spirituale umana, la qual produzione può per dignità ed importanza far parte da sè, accanto alle altre dell'uman genere, nondimeno egli stesso vi ha scritto su in più numeri della *Nuova Antologia* (1), nè la questione finì, ma l'ha ripresa Benedetto Croce (2), accademico pontaniano, il quale per aver tentato di risolverla nel modo più originale, meglio di tutti attira l'attenzione e suscita la critica.

Il Croce con un po' troppo disprezzo per tutto ciò che è francese o inglese, e un pochino anche per ciò che è italiano,

---

(1) 1 febbraio 1891 — 16 aprile — 16 luglio.

(2) *La Storia ridotta sotto il concetto generale dell'arte;* Memoria letta all'Accademia Pontaniana nella tornata del 5 marzo 1893 dal socio Benedetto Croce. Napoli, tipografia della Regia Università, 1893.

Di alcune obiezioni mosse a una mia memoria sul concetto della Storia; Nota letta all'Accademia Pontaniana nella tornata del 6 maggio 1894 dal socio Benedetto Croce. Napoli, tipografia della Regia Università, 1894.

e all'incontro con una grande ammirazione per gli ottimi Tedeschi, prende ad esame, con una erudizione che gli invidio, le dottrine tedesche in proposito ed espone con molta chiarezza, molto ordine, e tutta l'apparenza d'un rigoroso metodo logico, le sue idee su ciò che è la Storia. Il suo scritto è spesso stringente e talora convincente; ed egli sa che, se ebbe fortuna, non l'ebbe immeritata (1); non ostenta quindi una modestia che non ha, e fa benissimo; e volentieri dà altrui del confusionario.

La Storia e la storiografia.

Intanto per cominciare a spazzar bene il campo da tutte le confusioni, egli parla sempre di storiografia in luogo di Storia. Ora a me pare invece, che Storia e storiografia le siano due cose ben diverse. Altro è quel sapere che è patrimonio comune di molti dotti, a cui ciascuno ha portato il suo maggiore o minor contributo, che si è formato e accresciuto coi libri, coll'insegnamento, con ogni specie di comunioni intellettuali, che esiste si può dire quasi di per sè, oggettivamente, e come tale si trasmette, anche all'infuori delle opere classiche di tal materia (le quali possono invecchiare e diventare semplici letture amene, per l'arte con cui sono state scritte); e altro è l'arte stessa di narrare le scoperte fatte o di rendere popolare questo sapere. Anche l'etimologia ci può servire di guida in questo caso: etimologicamente *storia* vuol dire *ricerca,* e se la parola si venne a prendere pel risultato stesso della ricerca, non necessariamente esprime l'arte particolare con cui questo risultato può venire esposto; tanto è vero che s'è dovuto inventare un'altra parola, per indicar la scrittura delle ricerche fatte. Il racconto, detto o scritto, non è che il mezzo di trasmettere il sapere storico; come la lezione orale e il libro sono il mezzo di trasmettere quel che si sa, ad es., di Chimica generale; ma il sapere è quel che rimane dopo udito o dopo letto il racconto; ed è quello che importa nella storia, più che il *diletto* provato nell'udire o nel leggere; quel sapere che ha il fine di sostituirsi alle illusioni e agli errori della fantasia storica, o della memoria

(1) Secondo opuscolo; pag. 1.

poetica o della troppo rapida intuizione, la ricerca di quello che *fu veramente.*

Il concetto dell'arte e il concetto della Storia.

Il Croce si sforza di dimostrare che il concetto dell'arte ripugna solo al concetto della Storia, quando s'intenda l'arte in uno di quei tre modi che egli condanna e riprova, e non nell'unico modo vero che è quello naturalmente da lui scelto.

Ora per ben combattere l'opera sua, converrebbe pur troppo entrar nel campo dell'Estetica; e chi ci intenderebbe più?

Basti osservare questo. Chi può ora dire con sicurezza: " quattro sono i sistemi estetici fondamentali; tre sono falsi; questo unico è il vero „? Provatemelo, si può rispondere. E allora non si finirebbe mai.

Qui, invece, non è il caso d'entrare in particolari; qui abbiamo da isolare nel fenomeno estetico, quello che tutti sono più pronti a riconoscervi, per bene esser sicuri di parlare di uno almeno degli elementi costitutivi dell'arte, vedendo se quello entra nella storia.

Critica dell'opinione del Croce.

Il Croce s'attiene alla seguente definizione dell'arte: " L'arte è la rappresentazione della realtà „ e naturalmente osserva: " La storia non è forse anch' essa una rappresentazione della realtà? „ Dunque — ha diritto di concludere come un buono scolastico — la storia è arte.

Ma il guaio è che le premesse non sono così salde da giustificare la conclusione.

Difatti si può dir completa quella definizione dell'arte? O perchè il Croce tralascia di pensare ai *fini particolari* e diversi, con cui l' arte e la Storia possono rappresentarci il medesimo fatto accaduto realmente nel passato? Egli stesso più avanti insisterà sull'*elemento sensibile* (1) che entra nell' arte; ma qui sembra dimenticare che scopo della rappresentazione artistica

(1) Secondo opuscolo; pag. 16.

è di farci *sentire,* mentre quello della Storia è essenzialmente di farci *conoscere* ciò che è veramente avvenuto.

Riconosce (1° opuscolo, pag. 10) che " l'Arte rappresenta il Bello ", e benchè faccia distinzione fra bello comune e bello estetico, ammette tuttavia che il " *concetto del Bello* è senza dubbio lo stesso così nell'arte come nella natura "; e poco più sopra ha persino scritto che il Bello e il Vero non vanno confusi ed identificati. O dunque allora perchè, se oggetto dell'arte è il *bello,* sia pure *quel bello* che chiameremo estetico (e resterà agli specialisti della materia il definire l'estetico e far vedere se, come, quanto differisca dal bello semplice), perchè crede arte la Storia il cui oggetto è per l'appunto il *vero,* per quanto sia il *vero passato?*

Io non nego che ci sia dell' *arte storica* (sia poi prosa o poesia, romanzo o cronaca, quadro o statua), ma in questo caso *storica,* semplicemente, è la materia d'arte, come potrebbe essere, del resto, religiosa, etica, politica, scientifica, filosofica. Il dirmi che ci sono delle storie in versi, non prova mica che la vera storia sia poesia od arte! O che non si possono, volendo, scrivere in versi dei trattati di agraria? E le grammatichette in versi d'un tempo provano forse la natura artistica della Grammatica?

Così, almeno per me, il Croce non è riuscito nel suo primo intento, che era quello di provarci che il concetto dell'arte non ripugnava al concetto della storia.

Per me, l' oggetto dell' arte è il Bello; il Bello estetico, siamo d'accordo, differisce in modo che qui non occorre determinare dal Bello comune; ma può esser *fatta estetica* quasi la realtà intera, anche la realtà storica per conseguenza. Però esiste sempre disparità fra i due elementi; il bello-estetico non va identificato sempre col vero-storico; la coscienza estetica non è la coscienza storica.

Il Croce più avanti nella sua trattazione tornerà sull'argomento, e sentendo il bisogno di ricercare che cosa è estetico risponderà, coll'aiuto di un Tedesco (1), la cui trovata gli sug-

---

(1) Questo tedesco è il Koestlin, citato dal Croce alla pag. 23 del 1° opuscolo. — K. Koestlin, *Aesthetik.* Tübingen, 1869.

gerisce sincere parole di encomio: " l'estetico è l'interessante „; e gli parrà anche di potere aggiungere: " e non è l'interessante, lo storicamente interessante appunto, che nella realtà passata sceglie lo storico? „. O come mai non ha veduto che la trovata del Tedesco è molto .....ingenua? L'interessante non è forse l'oggetto d'ogni cosa al mondo? del giornalismo che vive di pettegolezzi e di scandali, della cronaca dei fatti raccapriccianti, della letteratura romanzesca, della critica, e .....per di più di tutte le scienze una per una; salvo sempre a qualificare meglio con degli avverbi in *mente* (come egli appunto ha sentito il bisogno di fare) che cosa s'intenderà per l'elastica e relativissima parola: interessante! E come non s'è accorto che con questa trovata altrettanto, per lo meno, accostava la Storia all'arte quanto alla scienza?

Il concetto della Scienza.

Passiamo al concetto della Scienza.

Qui ha molta ragione il Croce ad osservare, benchè con altre parole, che il *vero* in genere non è l'oggetto della Scienza. Qualsiasi verità non è scientifica; nè scientifico è ogni sapere. Quando esclamo: " Oggi ho fatto una passeggiata! „ (1), posso dire una cosa verissima, senza che sia per questo una proposizione scientifica.

Ma all'atto pratico non mi pare che egli, il Croce, chiarisca molto bene che cosa è dunque l'oggetto della Scienza. Il fatto sta che è molto facile il dire: " L'Arte è la continua ricerca e la graduale conquista del Bello „ – " La Scienza è del Vero „, ma non è altrettanto facile il rispondere alle due domande: " Di qual bello? „ — " Di qual vero? „. Ora è certo — lo ammette pure il Croce — che in materia è assai versato (bisogna riconoscerlo) — è certo che c'è *un bello estetico* e c'è *un vero scientifico;* ma sono, pare a me, assai incerti i limiti dell'uno e dell'altro; ecco perchè è tanto difficile il fissarli.

Il Croce dice che la scienza cerca sempre il generale e lavora per concetti (pag. 11). Altrove ripete che la scienza elabora dei *concetti*. Ma quella che egli dà della scienza mi sembra

(1) L'Esempio è del Croce: pag. 11 del 1° opuscolo.

piuttosto la definizione della filosofia, e non so se tutti sarebbero d'accordo a non riconoscere qualche differenza tra scienza e filosofia.

Ma non impacciamoci di questo per ora. Resta il fatto che egli dimentica di osservare qui, come pure aveva fatto per l'arte, che se il *vero scientifico* non è il *vero comune*, tuttavia è sempre identico il concetto del vero. Ora se, come pare evidente, si ha cura di ricordare che la storia studia il *vero*, per quanto il *vero passato*, io non so se resti così madornale (come vorrebbe il Croce) l'errore di coloro che dicono scienza la Storia!

Il concetto della Storia ripugna davvero al concetto della Scienza?

Resta la questione: la " realtà storica „ può considerarsi quale " vero scientifico „, come avviene ad esempio della realtà naturale? o in altre parole: la realtà storica, il passato di tutta l'umanità, fra gli altri molteplici interessi che desta, può riuscire interessante allo spirito scientifico più puro?

Le scienze non di rado s'ispirarono ai bisogni della vita reale, e anch'oggi non si può dire che molte non lavorino per l'industria e non le rendano importanti servigi; ma si va del pari d'accordo ad ammettere che la vera scienza ha il proprio fine in sè stessa, e che l'impulso scientifico può star da sè, come il religioso o l'artistico, e *crea* per *creare.* Ora non avviene perfettamente questo anche nella Storia? Lo spirito storico che, tra i suoi moventi conterà, e va bene, le più volgari contingenze della vita, le curiosità e i desideri dell'orgoglio pubblico e privato; gli interessi delle dinastie, delle città, dei comunelli, degli individui; le ragioni politiche più alte; i fini religiosi e morali; e persino, sicuro, il bisogno delle singole scienze di sapere quali furono i loro primi passi ..... lo spirito storico, dico, non può anch'esso purificarsi, per far parte da sè stesso, diventare uno spassionato, isolato, indipendente desiderio di sapere, di conoscere il *vero* dei tempi andati, per compiacersi, non nel rimbombo delle frasi altisonanti che riempiono la bocca e solleticano gli orecchi, ma semplicemente nel conoscerlo con certezza, nei termini e nelle condizioni nelle quali *veramente fu?* E se questo è tanto lontano dallo spirito scientifico, lascio a giudicare al lettore!

Critica del procedimento generale del Croce.

Ma vediamo ancora che cosa ha fatto il Croce. Egli si è posto infine queste due sole domande:

« *La Storia sarà per caso Arte?* »

« *La Storia sarà per caso Scienza?* »

Avendo alla seconda risposto *no,* egli ha creduto non solo di potere, ma di *dovere* per forza rispondere *sì* alla prima.

Ma è legittimo questo procedimento? Erano quelle le due sole domande da farsi? Lì sta il punto.

Ma egli crede di sì, perchè a pag. 16 (1) dice chiaramente: « Innanzi a un obbietto qualsiasi, a un personaggio, ad un'azione, ad un avvenimento, lo spirito umano non può compiere se non due operazioni diverse. Può domandarsi: che cosa è? e può raffigurarsi quell'oggetto nella sua apparizione concreta. Può voler *intenderlo,* o semplicemente vederlo. Può, insomma, sottometterlo a un'elaborazione *scientifica,* ovvero a un'elaborazione *artistica.* Di qui non si esce ».

Che volete? Io non sono che un modesto insegnante, che la professione non ha ancora reso assoluto nelle proprie opinioni, e oso appena dire quel che penso — varrà quello che può valere. — Ma a me pare invece che *di lì s'esca,* che non siano soltanto due gli aspetti sotto i quali un fatto si presenta alla coscienza.

Le varie elaborazioni cui può sottostare un fatto sono più di due.

Egli, il Croce, ne vede due soli, ed io *tanti.* Secondo me, un fatto qualsiasi (poniamo un fatto storico, e se volete anche tutto il passato dell'umanità, la materia dell'intera storia, nel senso più largo della parola) può andar soggetto a *tante* diverse specie di elaborazioni quante sono le tendenze caratteristiche che costituiscono la coscienza umana nelle sue principali manifestazioni. Queste elaborazioni sono:

(1) 1° opuscolo.

1° L'elaborazione scientifica.

2° L'elaborazione artistica (le due ammesse dall'autore; ma in più).

3° L'elaborazione morale. Un fatto da te già appena *inteso* o appena *veduto* o *sentito*, indipendentemente da ogni effetto sul tuo senso scientifico o sul tuo senso estetico, può agire sulla tua coscienza morale; tu sentirti pieno di sdegno nel giudicarlo o pieno di ammirazione; tu restare esterrefatto pensando alle sue conseguenze, o edificato; tu amarne od odiarne l'autore. Questa non è nè arte nè scienza, sebbene questi elementi possano entrare nelle creazioni dell'una o nelle disquisizioni dell'altra; questa è morale.

E basterebbe aver mostrato che ce n'è una di più; ma ce ne sono ancora altre.

4° L'elaborazione politica. Un fatto può rappresentare un'*idea*. Ma quell'idea può benissimo non essere nè un'idea artistica, nè un'idea scientifica, ma quello che si può chiamare un'*idea politica,* il trionfo ad esempio del partito cui tu appartieni; l'interesse con cui tu allora apprendi quel fatto non è nè un interesse scientifico, nè artistico, nè morale, ma è un quarto interesse, di natura assai diversa; il sentimento di gioia che ti invade ripensando al vantaggio di quelli che tu approvi è sì un fatto etico ancora, ma che fa parte di un'altra forma di coscienza, dalla coscienza morale in senso stretto.

5° L'elaborazione religiosa. La vita d'un santo non produce essa varî effetti sull'animo dello scienziato, dell'artista, dell'uomo semplicemente morale e buono, dell'uomo politico, del credente? Lo scienziato la studia come un caso psicologico qualsiasi. L'artista, se ne è colpito, o tosto o tardi, in virtù d'una grande ma spesso inconscia potenza di simpatia, rivive quella vita, e ancora in gran parte inconsapevolmente è tratto a ricostruirla per farla *sentire* altrui, ma non quale di per sè, coi soli suoi mezzi, ogni povero lettore o spettatore sarebbe stato capace di concepirla, ma quale egli, l'artista, l'ha resa, forse a sua insaputa, facendola passare attraverso la sua anima. L'uomo buono e morale può benissimo non credervi e tuttavia non condannare ciò che altri ha fatto in fin di bene. Finalmente il religioso, con un sentimento che ha pure i suoi caratteri proprî, s'inchina e adora. Questa è l'elaborazione religiosa.

Tralasciamo di parlare delle altre elaborazioni men nobili cui può sottostare un povero fatto umano, urtando contro i numerosi altri interessi che può destare negli uomini e subendo le metamorfosi cui inconsapevolmente lo costringono le mille forme dell'attività spirituale, come ho già detto più sopra, ma incidentalmente: le suggestioni dell'orgoglio sociale o individuale, le voci d'un malinteso onore, di tutte le superstizioni etico-religiose, di tutte le forme della curiosità vana e del pettegolezzo.

Ecco a quanti interessi risponde talora la ricerca del passato umano, cioè la Storia dell'umanità, non meno della biografia, ossia della ricerca del passato d'un individuo.

Altro che due soli aspetti!

Che cosa è la Storia in realtà.

Ecco ora perchè è sorta la questione di cui trattiamo. Perchè appunto, essendo bene spesso la Storia, quale la si è fatta fin qui, niente altro che il prodotto di questo o di quello degl'interessi suddetti o di tutti insieme, a chi l'aveva fatta con criterî artistici o la prediligeva così fatta da altri pareva arte; a chi aveva creduto invece che la Storia dovesse essere *cosa più seria* (come se anche l'arte non lo fosse a suo modo) pareva Scienza, e a quelli che sentivano confusamente qualcuno o molti insieme di quegli interessi che il passato dell'umanità può suscitare, doveva parere nè arte, nè scienza, ma qualcosa a sè, qualcosa *sui generis*, qualcosa d'indefinibile se non colla parola stessa in questione: Storia.

E naturalmente, poichè tutti credono di aver ragione, e l'hanno infatti in una certa misura e dal loro peculiare punto di partenza, l'accordo non è facile se non a patto d'una grande pazienza, che permetta di prender le mosse *ab ovo* e vedere di scoprire almeno donde è che la via si tripartisce e si comincia a discordare.

La Storia umana, nel senso più largo della parola, non è altro che la " conoscenza del passato dell'umanità ". Naturalmente questo passato ha già subìto una *scelta;* non è tutta la *realtà passata*, nè più nè meno — come non tutta la realtà è oggetto d'arte o di scienza. Sapere che Carlo Magno vestisse

in questo o in quel modo ha un mediocre interesse storico; ma ci sono degli storici che cercano questo ed altro ..... di più intimo — tanto è difficile anche qui, come nell'arte e nella scienza, sentire quando s'esce dalla propria materia!

Che cosa è lo " storicamente interessante ".

Il criterio dell' " interessante storicamente ", secondo me, si deve ricercare nella nobiltà ed importanza stessa dei bisogni, delle preoccupazioni intellettuali cui risponde. Ora questa non è tanto, come ognun vede, una questione teorica, quanto una questione di tatto pratico. Alcuni esempi possono valere a farmi capire. Se tu, ad esempio, fai la storia del tuo paese coll'intento chiaro e preciso, od anche coll'inconscia tendenza a dar ragione ad una Casa, ad un Partito, ad una Chiesuola politica, tu non fai della vera storia. Se tu, avido di pubblicare qualcosa, trovi un documento sulla vita di un poeta, e senza curarti di vedere che importanza abbia, che cosa provi, che cosa accerti di serio nella sua condotta, che relazioni possa avere coll'opera sua ..... lo dài tal quale, tu fai un mediocre servigio alla storia. Se tu finalmente, credente o eretico, scrivi per esaltare o per denigrare, tu farai opera che potrà servire allo psichiatra e magari anche allo storico, ma che non sarà in sè storicamente memorabile! Certo lo storico vero accoglie tutto, o quasi tutto, come del resto il vero artista, e il vero filosofo; quasi tutto nelle sue mani diventa importante, e a lui, che sa interrogare, rivela qualche cosa; ma egli è uno *storico nato;* ecco il gran mistero!

Ma voglia concederci il lettore di lasciare per ora in sospeso tale quistione. In seguito potremo averne un'idea più chiara e sapere se molto importa il risolverla.

Il passato dell'umanità.

Studiamo questo passato dell'umanità. Esso sta all'umanità come il passato d'un individuo a lui; nè più nè meno. E l'interesse che l'umanità ci trova è paragonabile anch'esso a quello dell'individuo. E quest'interesse cresce, piglia forme varie a se-

conda del grado di coltura, di complessità, di maturità dell'una o dell'altro.

Vari aspetti che presenta questo passato: 1° l'aspetto pratico.

All'umanità, come ad un individuo, il proprio passato importa sopratutto in quanto può essere ammaestramento, norma, guida pel presente e per l'avvenire — in quanto suona, cioè, *esperienza*. In tal senso appunto si è potuto dire quello che oramai non si osa più ripetere, che la storia è *magistra vitae*. Ma come la condotta sia dell'uomo, sia dell'umanità, è molto complessa, così è molto complesso questo interesse. Vi si trovano insieme confuse tutte quelle varie forme che (per una delle leggi dell'evoluzione) si sprigioneranno e si individueranno poi.

2° l'aspetto artistico.

Accanto però a questo aspetto utilitario e pratico, si presenta ben presto un altro aspetto, che spesso vi si sovrappone: il gusto, la poesia delle memorie per sè; il piacere di *contemplarsi* nel passato; di rivivere la vita già vissuta, che per certi rispetti (e per un'illusione ottica della fantasia), perchè ci si presenta come un miraggio delizioso, non si vorrebbe trascorsa e che l'arte appunto riesce talora ad eternare!

3° l'aspetto scientifico.

Come pure può sorgere l'altro vivo desiderio, di *intendere* e di *spiegare* quello che s'è fatto, indipendentemente da qualsiasi intento di giustificarlo (dal quale alle volte si sono pure prese le mosse): la passione della verità, l'ardore di sapere per sapere.

Queste tre correnti si presentano, come è chiaro, naturalmente, e si può dire si mantengono anche quando l'umanità è progredita e l'individuo è diventato più complesso.

Non si mantengono però nettamente separate, come per le necessità del ragionamento è tornato comodo a noi di presentarle. Anzi tante sono le infiltrazioni dall'una all'altra che diventa difficile in pratica il distinguerle.

Corrispondente classificazione delle Storie.

Tuttavia se leggete attentamente le prime pagine dello scritto del Villari, vi verrà fatto quasi involontariamente di procedere alla seguente classificazione:

1° Vi sono lavori storici che hanno un fine pratico, quello cioè di risolvere problemi di politica, di diritto, di tecnica artistica o scientifica, ecc., od un fine morale.

2° Vi sono lavori storici che hanno sopratutto e conservano talora per secoli un interesse artistico.

3° Vi sono lavori storici che mirano a diventare scientifici o addirittura già se ne arrogano il nome.

E in ciascuno di questi tre gruppi per giungere alle opere eccelse che meritano d'esser citate, c'è voluto evidentemente tutta una lenta evoluzione; evoluzione che si è infatti compiuta dalle origini sino ad oggi, seguendo il movimento generale del progresso e questo nei tre ordini suddetti: nell'arte di trarre dall'esperienza del passato norme per ogni sorta di questione o di difficoltà presente, come nel sentimento del bello e nel desiderio spassionato del vero. Evoluzione, che poi tuttora, come del resto in qualsiasi epoca determinata, si ripete sempre, in forma di gradazione infinita, dal livello comune delle menti all'altezza dei sommi.

Dunque si può ben dire che le tre correnti esistono; orbene:
Alla 1ª risponde la Storia, che non è nè arte nè scienza.
Alla 2ª, la Storia che si trasforma in arte.
Alla 3ª, la Storia che è o che vuol essere scienza.

Varii sensi della parola Storia.

E la povera parola *Storia* si piega infatti a significare (come del resto le più importanti parole) tutte le infinite specie di questi tre generi, rispondenti ai varii gradi di quella tripla evoluzione. E noi l'useremo nelle pagine seguenti, a volta a volta in mille sensi diversi, ma tutti reali e noti, appunto per provare che non si torcono i fatti per un'idea e non si mette anche la Storia sul letto di Procuste.

Le sorgenti della Storia.

In tre gruppi adunque si possono dividere le infinite sorgenti della Storia:

1° *Gruppo.* — In questo primo gruppo son compresi tutti quei casi in cui può sorgere il *bisogno* di conoscere il passato di alcun che, di alcun uomo, di una classe o società d'uomini. In questo senso di che non si fa mai la Storia? Voi discorrete poniamo d'una casa, d'un campo, d'un podere qualsiasi; ebbene le esigenze del vostro ragionamento, possono portarvi a farne la *Storia;* il giudice istruttore fa così la storia d'un reato; e magari, si badi, col metodo più rigorosamente scientifico, senza che perciò sia scienza l'incartamento del processo! Ansioso di avere informazioni precise sul conto di una persona, vi può benissimo sfuggir di bocca la frase: " Ma fatemi un po' la *storia* di tutta questa faccenda! „.

E badisi che anche in questo senso ordinario e comune della parola, già si racchiudono gli elementi del vero concetto storico, giacchè non s'intende per solito una cronacaccia qualsiasi, una filza di nomi, di fatti e di date, ma una ricostruzione logica del passato, ordinata, motivata, ragionata, tale da poterla ben capire e da poterne trarre sicure illazioni. Ecco che cosa s'intende anche ordinariamente per Istoria; nè si vuole perdere tempo e fatica sottoponendo a simile lavorìo qualsiasi azione comune, e per nessun rapporto significante; perchè se è vero che il passato d'ogni uomo può costituire la sua storia, è vero del pari che d'un uomo, il cui passato non abbia nulla di significante, si dice che *non ha storia* .....tanto l'uomo è sicuro nell'uso del suo linguaggio, e tanto è vero che nelle sue intuizioni il popolo che parla inconsciamente, è più profondo e più rigoroso dei filosofi!

Ogni volta adunque che sorgono contestazioni sul presente, per istinto ci rifacciamo da capo al passato; quando non si sa cavarsi d'impaccio è naturale la domanda: " Come s'è fatto prima di noi? „. A questa domanda tenta rispondere la parte storica, che precede naturalmente ogni industria, ogni arte, ogni scienza.

E questo è il *movente pratico,* dalla qual fonte, cioè dalla

necessità pratica di conoscere il passato, scaturirono in parte anche, a cagion d'esempio,

la storia del diritto e di tutte le istituzioni giuridiche e legali;

la storia della morale e di tutte le istituzioni morali;

la storia della religione e degl' istituti e corporazioni religiose;

la storia dello Stato, delle sue forme e delle sue relazioni coll'individuo e colla società;

la storia delle organizzazioni sociali medesime;

la storia dei varii istituti economici;

la storia dell'educazione e dei varii istituti educativi;

la storia degli eserciti;

la storia delle principali invenzioni materiali;

la storia dell'architettura;

la storia della metallurgia, ecc. ecc.;

in una parola:

la storia di tutte le arti;

la storia di tutte le scienze;

la storia delle istituzioni d' ogni specie, dei sentimenti più importanti (ad esempio l'amore, il patriottismo, la carità); tutte insomma le storie speciali, e la storia generale stessa, in quanto (intendiamoci) rispondono a qualche *bisogno* pratico, e soddisfanno una curiosità interessata, allacciata con qualcheduna delle attività umane, con uno scopo fisso.

E tutti questi interessi diversi possono benissimo venire indistintamente sentiti, come un unico indefinito bisogno di affacciare l'uomo di oggi allo specchio del passato, di purificarlo in un salutare lavacro. Guida allora la penna dello storico uno spirito che per quanto si informi alle severe norme della scienza e s'abbelli delle grazie dell' arte, è tuttavia da distinguere dal puro spirito artistico e più ancora dallo spirito scientifico: la vindice coscienza dell' umanità che si desta, condanna o glorificazione del presente a seconda se loda o colpisce il passato, minaccia o speranza per l'avvenire.

Questa è la forza che serpeggia nelle pagine di Plutarco e di Tacito; forza di cui possono essere nutrite anche opere di immaginazione, od opere miste di storia e di poesia come quasi tutte le storie o biografie antiche. Caldo l'animo d'affetto,

si capisce come lo storico allora non badi, se le parole da lui messe in bocca a un personaggio sono o non sono le sue; egli le scrive perchè le sente, perchè l'animo ispirato a una grande filantropia, o ad un vivo amor di patria, glie le detta. Così si spiegano quei procedimenti, che una volta cessato l'entusiasmo divennero vani artifizi rettorici, dall'arte perfezionatasi e dal senso scientifico fattosi più acuto giustamente banditi.

E questo è il senso in cui si minaccia, ad es., ad un uomo che i suoi atti " li registrerà la Storia ", che della Storia si implora il giudizio imparziale.

Riassumendo adunque, in questa prima categoria sarebbero compresi tutti quei casi in cui è *bene* il riandare il passato, anche se questo *bene* prende un significato strettamente etico.

2° *Gruppo.* — In questo secondo gruppo sono compresi all'incontro tutti i casi in cui *è bello* il ricercare il passato di alcun che, di alcun uomo, di una classe o società d'uomini. È tanto naturale e per sè poetico il farlo, che questo si può annoverare tra i mezzi retorici. Si può far così la storia di un olmo, d'un campanile, immaginaria o reale, poco poi importa. E se la cosa può riuscire estetica per un oggetto qualsiasi, è facile comprendere che lo sarà di più per la vita d'un gruppo d'uomini o d'un solo, e sempre più quanto lo studio è maggiormente verace e profondo e s' addentra nei misteri dei cuori e delle cose. Il Leopardi ideava: " La storia di un'anima ". Le autobiografie sono d'ordinario ispirate più a questo gusto estetico della contemplazione di sè che al pensiero di cui abbiamo detto, di rendere utile altrui la nostra esperienza. A questa seconda categoria vanno ascritte delle opere talora poco sincere; all'altra opere talvolta franchissime, quale la Vita del Cellini. Delle autobiografie dettate dall' orgoglio o dalla vanità, non è il caso di parlare.

Ma evidentemente lo spirito artistico sottentra dappertutto, ha i suoi diritti e sa farli valere.

Ognuna delle storie enumerate più sopra (1) può riceverne l'impronta. Ecco come delle opere pensate e scritte con un in-

---

(1) Pag. 139.

tento scientifico, o politico, o sociale, o pedagogico, possono, consciamente o inconsciamente da parte dell' autore, riuscire anche opere artisticamente belle.

Il prof. Giacosa, nelle sue lezioni di materia medica, ha talora da fare dei brevi cenni storici — nessuno si sognerà di dire che la Materia medica sia un' arte — ma le sue lezioni, dicono, sono addirittura poetiche.

Gli è che poetico è sempre di per sè il racconto di un'azione umana, qualunque ne sia l' oggetto, se l' azione è vivamente sentita dal narratore. Non che la storia d'una qualsiasi scoperta, dirò di più, anche le vicende di un'*idea* nella mente del filosofo o del matematico possono parer poetiche. Ma se ciò è vero, non deve farci concludere senz'altro che la storia è un'arte — no — ma che ci può essere e che c' è infatti la storia-arte, o meglio l'arte storica, ossia poesia, prosa, pittura, scoltura storica (1).

Se realmente le memorie del passato si presentano alla coscienza estetica di un uomo, nulla impedisce che diventino anche oggetto d'arte. Ma, conviene intendersi: se questo è molto bello che avvenga, non è però necessario alla natura della storia in sè.

Quando il Machiavelli, narrando la morte di Messer Buondelmonte scrive: " passando Messer Buondelmonte il fiume sopra un caval bianco .....fu (da loro) a piè del ponte sotto una statua di Marte assaltato e morto ", obbedisce anche alla sua coscienza artistica nel darci quei particolari del *caval bianco* e della *statua di Marte,* perchè queste immagini concrete servono a rappre-

(1) Ci sono degli artisti che non sentono che il passato; e fanno consistere gran parte del loro compiacimento estetico nel far rivivere con una scrupolosa e talora minuziosa diligenza ciò che è morto. Lì senza dubbio c'è del bello. Ma se mentre son soddisfatte tutte le più piccole esigenze del senso storico vengono poi dall'artista inosservate le più importanti esigenze del senso psicologico ed umano, del senso logico e morale; allora l'artista si condanna da sè ad avere una piccola cerchia di ammiratori nelle persone maniache di storia. Mentre accade tutto il contrario per l'artista che soddisfa tutte le esigenze meno quella storica; a lui facilmente perdona il pubblico dei fanciulli, delle donne ed anche degli uomini, che non sono sempre eruditi, perdona l'anacronismo storico e applaude dall'intimo del cuore alle verità del cuore.

sentarci più al vivo l'azione rapida e feroce, mirabilmente descritta. Dal punto di vista storico puro importano quei particolari? Tutto quel periodo si può compendiare e restringere in una sola parola; nè la storia ne soffrirebbe guari; ma ci scapiterebbe l'arte. Scemerebbe il piacere della lettura, l'autore si priverebbe così d'un *mezzo* per ottenere il suo fine. Può ora un autore ridurre al solo diletto della efficace rappresentazione il suo intento nello scrivere storie? Certo che no. Evidentemente adunque vi sono infiltrazioni artistiche nella storia, ma la storia non è arte. L'elemento artistico non deve soffocare quello storico; se lo fa, l'opera così costrutta diventa un lavoro meramente letterario, disprezzato dagli storici veri. Ma ciò non vuol già dire che il genere storico o misto di storia e d'immaginazione non possa riuscire un bellissimo genere letterario, tutt'altro: ma appunto perchè allora l'interesse dominante non è più quello storico, si perdonano all'autore ogni specie di licenze e magari di anacronismi, purchè l'opera sua sia esteticamente efficace. Nè tanto meno vuol dire che anche l'opera non rigorosamente storica, non possa esser veracissima nel rappresentarci nei suoi tratti caratteristici un personaggio, una società, un'epoca. Cosicchè anche quella in fondo in fondo diventa una forma di storia, o meglio un aiuto della storia, che se volete, potete chiamare: storia-arte.

3° *Gruppo.* — Fin qui l'interesse storico era cosa secondaria — nei casi del 1° gruppo sorgeva per rispondere a qualche quesito d'altra natura pratico o teorico, politico o morale, scientifico o artistico; in quelli del 2° gruppo si piegava a rendere servigio al senso estetico; — ma non è possibile che l'interesse storico non tenti alfine di emanciparsi e di aver vita rigogliosa e feconda da sè? Il passato non desta un interesse diretto? Certamente che sì: e questo è l'interesse storico propriamente detto. Se ne è dotati da natura, come della tendenza artistica o della disposizione al misticismo. C'è chi ha la passione di non perdere mai nulla di ciò che ode narrare o di ciò che ha potuto vedere coi proprii occhi, la passione di raccogliere, di conservare le memorie. C'entra, s'intende, come in tutte le passioni anche le più nobili un tantino d'orgoglio e d'amor proprio; ed è questo veramente che fa ringalluzzire il tuo portinaio, quando

s'accorge di ricordarsi meglio di te la data del matrimonio del principe tale o della baronessa tal'altra, o il tuo bidello quando, restituendoti un libro che gli hai lasciato in consegna, ti può con sicurezza dire in che anno è nato e in che anno ne è morto l'autore; tuttavia c'è qualcosa di più e di meglio, c'è il gusto di sapere ciò che è stato, e che cosa è stato quello che è ancora e che forse sarà.

Ora perchè mai questo senso non è capace di affinarsi, di elevarsi, come avviene appunto del senso morale o del senso estetico? Questi per cérto si trovano anche nell'uomo volgare... e man mano affinandosi giungono alle forme più elevate nella coscienza del moralista o dell'artista!

Orbene avrò torto, ma io credo sia lo stesso di quello che si potrebbe chiamare lo spirito storico. Esso esiste in mille gradi diversi e per una insensibile scala ascendente giunge fino alle forme più alte. Esso è pure passivo od attivo; passivo quando si limita a ritenere con piacere ciò che anche per caso gli perviene dal passato; attivo quando ricerca ansiosamente e senza riposo e da una forza irresistibile è tratto a ricomporre, a *ricreare* il passato (1).

Come ho già detto, questo spirito può sorgere da sè direttamente, o derivare da un' altra forma, come avviene spesso nell'anima umana. Non avviene che l'innamorato infelice diventi un poeta, e l'artista disgraziato un filosofo dell'arte? Così avviene che il giureconsulto si dimentichi e si smarrisca nella storia del diritto; il moralista nella storia della moralità o dei sistemi di morale; l'uomo politico nella storia politica; e via dicendo (vedi pag. 139), ma non più con un interesse indiretto, bensì con una diretta bramosìa di sapere per sapere.

È la solita tendenza alla individuazione, che è tra le leggi della realtà.

A prima giunta par questa fatica sprecata; e spesso al-

---

(1) Ci sono degli *artisti-teorici*, che sentono il bello e non sanno ricomporlo; questi, dotati di una grande virtù ricettiva, hanno la stoffa del *critico* più che del vero artista. Così ci sono i dotti di Storia e gli *storiografi*. Allo storiografo non bastano l'erudizione e la dottrina, occorre la potenza creatrice, la virtù attiva, il genio produttore.

l'uomo che dimentica in tal modo a che può servire la sua arte o la sua scienza, ardiscono gli ignari di rinfacciare il suo stesso nobile disinteresse. È vero pure che gli spiriti accecati talora da tal passione, schiavi d' una forza che agisce su loro ormai a loro insaputa e persino loro malgrado, spesso ricercano con smaniosa avventatezza. Ma, non dirò nell'*armonia della natura,* bensì però nella complessità di questo mondo, non si può mai sapere a che cosa può servire anche la minuzia più insignificante raccolta dallo scienziato, che vede le cose attraverso una lente d'ingrandimento. E se è lecito condannare questo spirito, quando è portato nelle scuole inferiori, là dove il *molto importante* e ai *più* deve naturalmente precedere l'*appena degno di nota* pei *meno,* l' uomo savio e prudente si guarda bene dal misconoscerne i servigi reali, nel concerto delle superiori attività umane.

Ora questo spirito, naturalmente mondo da tutte le preoccupazioni delle sette e dei partiti, superiore ai pettegolezzi, agli orgogli, alle vanità, agli interessi d'ogni specie men nobili, questo spirito che ci porta a desiderare di *conoscere* qual fu il passato d' ogni cosa, per il puro gusto di conoscerlo, non va più confuso con nessuno di quegli altri impulsi, da cui talvolta, non nego, può aver avuto la vita e con cui talora anche può accompagnarsi (come l' amore sincero può andare unito o succedere al calcolo più prosaico); non va confuso con quelli, e il popolo che è il più gran filosofo del mondo, ben lo distingue nel suo linguaggio. Orbene questo spirito storico non può, data la limpidezza della sua natura, essere accostato alla scienza?

Lo spirito scientifico e la Storia.

Se ben s' osserva, lo spirito scientifico non è quel patrimonio esclusivo degli scienziati, che per solito si crede. Esso si *evolve* e si *isola,* ma sempre dalla coscienza stessa che è patrimonio comune degli uomini. E spesso a destarlo, se non a nutrirlo, valgon più le circostanze varie della vita che, te inconscio, sviluppano le riposte qualità del tuo io, che non i lunghi studi tra gli scaffali delle biblioteche. Questi possono qual pesante fardello ingombrarti l'intelletto; quelle possono pur troppo

darti una forma priva di contenuto. Ora quali sono i caratteri successivi che deve pigliare la semplice e volgare curiosità di sapere, per diventare una curiosità scientifica? Come è ovvio, prima di tutto spogliarsi, almeno temporaneamente, di ogni diretto interesse, e farsi superiore alla leggerezza del bambino o della donnicciuola. A questo patto può cominciare a svilupparsi quello " *spirito d'osservazione* „ che, se occorre anche all'artista, è indispensabile allo scienziato. L' " osservazione „ propriamente detta, rappresenta di già un grado superiore alla semplice percezione; l' osservazione ti fornisce i *fatti* che tu dovrai anzi tutto bene *appurare;* i fatti che poi viene spontaneo il confrontare (comparazione); e quando ne avrai trovati molti sotto un determinato rispetto *simili,* tu sarai salito, molto probabilmente, ad una *legge,* cioè alla formola complessiva di più fatti, i quali sotto un dato rispetto avvengono tutti allo stesso modo. Ma, intendiamoci, volendo forzare un po' il linguaggio, la *legge* non è essa stessa un *fatto?* Ce ne sono di così semplici che sono patrimonio comune, e s' imparano coll' esperienza (es.: Il fuoco brucia — i corpi abbandonati a sè cadono; certe sostanze non cadono, restando *attaccate* ai corpi). Queste leggi difatti, tu le esprimi anche con una sola parola: — gravità — adesione; e la gravità e l'adesione sono *fatti.* Non è difficile — nei tempi del Positivismo — dimostrare che in fondo noi non conosciamo che *fatti.* Ora quel che importa a noi per ora di concludere è sopratutto questo: che alla scienza premono innanzi ad ogni altra cosa i *fatti.*

Che cosa vuole lo spirito scientifico?

I. Lo spirito scientifico cerca adunque di allargarsi e di affinarsi, anzitutto con una conoscenza sempre più estesa dei *fatti* osservabili, e sempre più profonda delle *relazioni* che tra loro intercedono o *cause* che le spiegano; e poi, quando può arrivarci, cerca di comprendere quanti più fatti e relazioni può in certe formole comprensive, che si dicon *leggi;* da ultimo di ordinare e sistemare fatti, relazioni e leggi.

II. E ciò fa, quando è più puro, senza altro scopo da quello di soddisfare sè medesimo, appena potendo obbedire nel primo impulso talora a ragioni d'utile universale, mai particolare; ma

spesso poi dimenticandosene prestissimo; lontano quindi assolutamente dalle mille e multiformi preoccupazioni della vita giornaliera.

III. S'intende che questa conoscenza vuol esser certa, *provata;* e che l'insieme delle cognizioni dovendo rispondere ad un insieme reale e per sè organico di fatti, deve essere pure connesso ed organico; ma ciò che lo fa essere sopratutto scientifico, non è questo carattere di organismo che può trovarsi anche in un sapere che non sia scientifico, ma il supremo disinteresse, l'elevata serenità, propria d'una forma della coscienza, che per dignità e grandezza sta a paro dello spirito artistico, dello spirito religioso, dello spirito etico.

IV. Il sapere scientifico adunque differisce dal sapere comune per un *maggiore* disinteresse, una *maggiore* acutezza, una *maggiore* profondità e larghezza; ma come le sue origini partono di là, così soltanto a poco a poco esso dal terreno delle prime e più elementari *relazioni* si eleva sempre più alto, fino a quelle che l'uomo crede le *ultime;* dal relativo all' assoluto, dalle *cose* ai *concetti,* dai *fatti* ai *principii,* dal *come* dei singoli fenomeni al *come* di più fenomeni o addirittura di tutti, dalla spiegazione dei particolari alla spiegazione dell' universo, dalla scienza cioè, alla filosofia.

Ora questo è il concetto ch'io mi son formato della scienza, che è cosa diversa ugualmente da ogni sapere che abbia uno scopo pratico e dal sapere teorico per eccellenza, cioè il filosofico.

Ciò che vuole la Scienza e ciò che fa la Storia.

A costo di ripeterci qualche volta, vediamo ora di confrontare quello che vuole la scienza, con quello che fa la Storia.

La scienza non cerca sempre ed esclusivamente la *legge* — la scienza studia anzitutto i fatti; e non sono i fatti che anzitutto cura la Storia di registrare? ma la scienza li *appura;* e la critica storica quale altra mira più essenziale può avere? Non basta: la scienza, accertati i fatti, li confronta, li mette in relazione fra loro, *degli uni* assegna *gli altri* come cause. E non lo fa anche la Storia?

Ma — qui mi potrà dire ancora lo stesso sig. Croce — i *fatti* che la scienza studia non sono i *fatti* che cerca e registra la Storia.

Quello che la scienza cerca e studia non è mai il *fatto individuale;* la zoologia ad esempio non istudia il gatto o il cavallo tali; ma *il gatto* o *il cavallo* soltanto, cioè il *genere*. La storia invece si occupa sempre di *questo* o di *quel* personaggio; di *individui* insomma; la storia — dice infatti lo Schopenhauer — sarebbe una *scienza di individui,* il che implica contraddizione (1).

Adagio un poco: che colpa ha la storia se tutte le scienze non hanno la stessa provincia dell'universo spaziale o temporale da illustrare? Nel campo della natura corporea, ad esempio, certi fatti si ripetono migliaia, infinito numero di volte; e nel numero infinito di forme, di generi, specie e varietà..... la natura ha ancora trovato modo di darci un numero infinito di individui per ciascun genere, ciascuna specie, ciascuna varietà, famiglia, gruppo o sotto-gruppo e via dicendo, tanto che lo scienziato non può assolutamente studiare le differenze fra individuo ed individuo, che nel mondo animale, specie inferiore, non avrebbero importanza e credo non esistano neanche; ma che tra gli animali superiori sono talora così nette e spiccate da fare stupire che la scienza (se pure è vero) non se ne occupi (2). Ora che ciò avvenga nel campo della natura animale ad esempio; non vuol mica dire che quando, in un campo su-

(1) Si veda tutto ciò che scrive e cita il Croce al riguardo nel 2° opuscolo.

(2) Lasciando anche di osservare quello che mi diceva a questo proposito un professore di Università che la scienza lavora sempre su *degli individui;* perchè si potrebbe allora ribattere che lo fa per necessità ma a fine di assorgere al tipo, alla specie, al genere: mi pare sia piuttosto il caso di notare qui un'altra cosa: che cioè vi sono *scienze* in cui possono importare *di per sè* le relazioni stesse fra individui, come la Psicologia comparata, e fra cose singole, come la Geologia. Ciò che la Geologia infatti dice sulla *valle del Po* è e sarà necessariamente diverso da quanto ci dirà delle montagne dell'Inghilterra; nè più nè meno che ciò che ci dirà la Storia d'Italia sarà diverso ma *solo in parte* da quanto ci dirà la Storia di Francia. Sempre in Geologia come in Storia si tratta dei medesimi elementi fondamentali, di fenomeni analoghi, di istituzioni consimili; salvo poi quelle modificazioni numerose che sono appunto il frutto di cause *diverse,* che *importa* di studiare. Qui sta anzi il fondamento d'un metodo essenzialmente scientifico, che ha reso tanti servigi nella critica letteraria, nella filologia e in tant'altre scienze, voglio dire la comparazione.

periore d'osservazione le differenze fra *certi* individui (giacchè la storia proprio non si occupa di qualsiasi individuo senza una ragione) diventino importanti, non abbia ad essere scientifico l'occuparsene. Quando il fatto si ripete in condizioni press'a poco uguali migliaia di volte; non per questo ha meno importanza il *modo* come si produce. È da secoli che piove, ad esempio: ma non per questo il *fenomeno della pioggia* cessa di meritare l'attenzione degli scienziati. Ora se nella natura superorganica (per dirla alla Spencer) è più difficile (badate ch'io non dico impossibile) che certi fenomeni si ripetano, perchè, essendo il frutto di troppe forze concorrenti, è difficile che quella precisa composizione di forze si torni a dare, ne viene forse che di questi fenomeni tanto più complessi, ma individuali, non importi più di sapere scientificamente il *come?* Perchè mai la scienza si dovrebbe limitare ad elementi isolati (1) dell'universo per sè imperfetti o alle forme più basse della vita cosmica, per poi arrestarsi sulla soglia della vita umana?

La storia sarà, se volete, una scienza *sui generis* (come tutte le altre del resto) per la singolarità del suo oggetto; ma non è dessa parte integrante della scienza della vita umana che essa studia naturalmente nel passato, giacchè il presente stesso, non appena essa lo può osservare, è già passato, e l'avvenire..... sfugge in gran parte alle indagine nostre? Una scienza in erba, se vorrete.

E di questo, con buona pace del Croce, si può anche dare qualche argomento.

---

(1) Le scienze pure sogliono in realtà *isolare* il loro campo; perciò vi si muovono con più agio; ma d'altra parte non è difficile provare che di lì partono le radici di certe loro irremediabili imperfezioni. Così la Matematica la si suol portare ad esempio di singolare precisione ed esattezza; eppure, come mi osservava un giorno un antico compagno d'Università, è facilissimo dimostrare che quanto è matematicamente verissimo può essere, in pratica, in certi casi, grossolanamente errato. Come nel seguente: poniamo che *dieci* operai impieghino *venti* giorni a fare un dato lavoro; crescete il numero degli operai, *deve* diminuire il numero dei giorni; è facile comprendere che se il numero degli operai può salire all'infinito, quello indicante il tempo impiegato dovrebbe discendere a *zero*, il che è assurdo. Del resto chi non sa che la Matematica è una scienza ideale?

Imperfezioni simili hanno l'Economia pura, la Logica, la Morale e via dicendo.

Della Storia che è scienza.

Ho già insistito più sopra, ma forse malamente, sul fatto per me incontestabile, che la scienza in generale non lavora sempre per " concetti ", nè sempre cerca " l'universale o il generale " nè sempre vuole " la legge ". Cosicchè l'obbiezione di chi nega la Storia essere scienza col dire che la Storia si occupa sempre d'individui, di casi concreti, e non di tipi o di generi (quand'anche fosse vero) non avrebbe per me un gran valore. Ma io contesto che la Storia sia una *scienza di individui.*

Vorreste dirla tale perchè vi parla di Alessandro, o di Cesare, o di Carlo Magno? Non incolpiamo ora la Storia dei difetti degli storici! Sarà vero (l'ho detto anche più sopra) che spesso gli storici esagerano, lasciandosi pigliar la mano dall'erudizione o da un puerile amor proprio; ma se talora lo storico, come del resto qualsiasi buono scienziato, entra in particolarità e in minuzie che poco hanno che fare col suo soggetto e non vi son messe per obbedire ad una esigenza scientifica ma bensì per una debolezza antiscientifica dell'autore, questo non vuol già dire che la *Storia* si occupi sempre dei particolari senza un motivo.

Che valore ha l'individuo nella Storia.

Se essa può scendere a parlare, a mo' d'esempio d'un pescivendolo o d'un semplice soldato, è sempre perchè *quell'uomo* fa parte integrante d'un dramma più vasto e grave; o perchè è un *sintomo* d'una condizione di cose; o perchè il carattere di quell'*uomo* spiega alle volte ciò che egli ha fatto e che può benissimo avere acquistato un'importanza storica superiore ad ogni dubbio.

Quante biografie (che pur si leggono per altri interessi e altrove) la Storia propriamente detta non è tratta a dimenticare? Altre al contrario sono necessarie. Perchè lasciate da parte tanti altri santi, ma giunti, ad esempio, a *S. Ignazio di Lojola* vi soffermate a rintracciarne la vita? perchè molti tratti del suo carattere e della sua indole spiegano l'Istituzione dei Gesuiti che da lui ebbe vita. Più difficile rimane il giustificare

perchè la Storia ti enumera tante battaglie, tanti capitani d'esercito, tanti *re* la cui importanza è spesso molto dubbia. Ma prima di tutto si potrebbe rispondere che il bisogno di sapere è imperioso e non accetta tante distinzioni e che appunto questa tendenza, in apparenza tirannicamente irragionevole, ha i suoi segreti destini (e questo in tutte le scienze!). E poi — se proprio ci ha indotto in fallo — già è sorta una corrente che mira a purificar la Storia da tanta roba inutile (che fu anche un poco il frutto di moventi meno scientifici delle storie, quali ad esempio l'orgoglio delle monarchie) e tende ad accostarla di più alla vera vita del popolo. Si può ancora in terzo luogo rispondere (giacchè i casi son molti e molte le *eccezioni*) che gli *anelli intermedii* non vanno dimenticati, giusto in tempi in cui si parla tanto di Evoluzione.

La Storia adunque si occupa delle moltitudini o degl'individui, di uomini e di cose, di amori, di odii, di passioni celebri per sè o indirettamente significanti; di tutto ciò che è accaduto e che può scoprire di vero, senza altra preoccupazione perchè questo è il suo oggetto e tale il suo assunto.

La Storia e la Scienza in senso stretto.

La ragione per cui ci sembra adunque tanto diversa dalle *altre scienze,* o dalle scienze propriamente dette se volete, non è nella natura del *bisogno* cui risponde, nè guari, come vedremo in seguito, nei procedimenti che addotta; ma bensì nell'indole del suo oggetto. Le scienze anzi, tutte quante, si potrebbero forse, a questo proposito, con profitto dividere in due categorie ben distinte.

1° Scienze che *a)* nel campo della natura propriamente detta studiano essenzialmente i fenomeni dello *spazio,* con secondario riguardo al tempo; e che *b)* nel campo della superiore natura, quella cioè intellettuale, fanno possibilmente astrazione dal tempo.

Tali sono o vorrebbero essere ad es.: *a)* le scienze matematiche; *b)* la sociologia, l'estetica generale, la filosofia morale, l'economia pura ecc......

2° Scienze storiche — le quali per contro si occupano appunto essenzialmente dei fenomeni del *tempo.*

Le prime possono avere un metodo rigoroso, talora matematico e un sistema; son costituite di assiomi; per analisi e sintesi successive possono indurre e dedurre, proporre e provare le loro dottrine.

Le seconde non possono avere, evidentemente, altro ordine che il cronologico. Il loro assunto non può essere che quello di conoscere anzitutto il *vero svolgimento* dei fenomeni studiati, mettendo in relazione gli eventi con le loro cause, ossia gli eventi tra di loro, distinguendo i vari periodi della genesi d'un fatto, e separando nel fatto quello che è costitutivo da quello che gli è aggiunto, cercare da ultimo di coglierne la legge.

S'intende che questa divisione non va presa in modo troppo rigoroso — ma soltanto nel senso che l'uno o l'altro dei due elementi può *prevalere.*

Si potrebbe infatti comporre una terza categoria, quella delle scienze in cui ad ogni passo ci si affacciano dei *problemi teorici* e dei *problemi storici* e che non possono fare a meno dei due elementi insieme.

Poco si giovano della Storia propriamente detta le scienze spaziali; ma non sarebbe difficile il provare che anch'esse contengono dei problemi di *natura storica;* e che se d'ordinario descrivono (1) e dimostrano, talora devono anch'esse *ricostruire* colla fantasia, basandosi su ipotesi scientifiche, tutto un evento e *narrarlo.* Ma tutte le scienze morali, occupandosi dell'*uomo* che difficilmente si può considerare in un istante, come fisso e immutabile, non possono guari fare a meno del *metodo storico*, che, anzi, secondo molti oggidì, ha da essere il loro esclusivo metodo, il che io però non credo.

---

(1) Il Croce non vuole che ci siano scienze descrittive o che nella scienza si tratti qualche volta semplicemente di descrivere. Sarà un *descrivere scientifico*, cioè così guardingo che non affermerà un carattere senza che sia stato provato con tutti i mezzi di cui possiamo ora disporre; ma è sempre un descrivere. Ora io parlo qui persino di *narrare:* mentre egli appunto sul fatto che la *Storia narra* si fonda per sostenere che la Storia non è scienza. Il divario viene sempre di là: che io pongo la differenza fra l'arte e la scienza nei *loro fini;* e non nei mezzi di cui entrambe indifferentemente si valgono; perchè se ne vale lo spirito umano il quale, considerando lo stesso essere sotto diversi aspetti, è sempre in fondo sostanzialmente il medesimo, ed usa quindi analoghi procedimenti.

La storia adunque verrebbe ad essere più che altro parte integrante di alcune scienze.

Ed eccoci giunti per altra via a quello che dicevamo a pag. 139.

Ma non per questo la storia è soltanto una preparazione necessaria, un fondo di conoscenze staccate di ciò che fu, e che possono occorrere a tutti, all'artista, allo scienziato, all'uomo politico, all'artigiano persino; ma è ancora una scienza vera e propria, che a somiglianza d'un grande stabilimento industriale, lavora e raccoglie materiali senza sapere *chi* verrà a provvedersene e *come,* dopo essersene provveduto, se ne potrà valere. La Storia è una fonte a cui tutti attingono e in cui tutti scelgono quello che loro occorre; il politico le vicende delle forme politiche, il sociologo quelle delle forme sociali, l'artista quanto essa ha di bello, e ogni singolo scienziato quanto a lui particolarmente importa. Ma è anche la scienza diretta del passato, che attingerà alla sua volta, per ben riuscir nel suo intento di conoscerlo e spiegarlo, a tutte le scienze, a tutte le arti, a tutte le industrie umane; perchè, se è discutibile che il passato ammaestri, non è forse meno sostenibile la tesi opposta che il presente serve ad illustrare il passato.

Perciò la Storia non accetta sempre i propri criteri da chi le vorrebbe imporre i suoi. In ciò appunto differiscono le storie fatte con criteri scientifici da quelle fatte coi criteri di cui parlavamo a pag. 140. Ben altro ritrova ad esempio in Dante un patriota da quello che vi potrà cercare eternamente un critico-artista; orbene è del pari evidente che nè l'uno nè l'altro fa intorno a Dante il lavoro di ricostruzione e di spiegazione che ha fatto la critica storica moderna.

Eppure non è un'opinione molto rara quella che crede in contraddizione lo spirito storico e lo spirito scientifico; opinione che si basa molto probabilmente sull'innegabile fatto psicologico che chi è più portato allo studio delle scienze cosiddette esatte sente talora per la Storia come un'istintiva ripugnanza la quale può persino indurlo a negarle il valore di scienza. Ma ciò è abbastanza spiegato dalla distinzione fatta più sopra tra le scienze non istoriche e le storiche. Il campo dello scibile è così vasto e vario che sono possibili ben più particolari avversioni e preferenze! Una mente elevata e larga però può solo essere

avversa a quella che immeritamente piglia nome di *Storia,* alla *pseudo-storia,* a certi dizionari o emporii viventi ed ambulanti, che sanno tutto e non capiscono niente.

Lo spirito storico non solo non è in contraddizione collo spirito scientifico; ma non ne è che una specie.

La scienza *della Storia non è la* filosofia *della Storia.*

Nè fa bisogno di ricorrere subito alla *filosofia della Storia* che, come tale, dovrebbe sempre ricercare quello che c'è di *comune* nei molteplici omonimi, i caratteri più costanti, l'universale, l'immutabile o almeno quello che è meno mutabile, le ragioni ultime delle cose, cioè le relazioni estreme, il rapporto finale tra le cose mutevoli e quanto c'è di più stabile nella Coscienza umana (Ragion pura), in una parola l'assoluto (almeno *rispetto a noi*), per fare tuttavia qualcosa che si può chiamare *scienza della Storia.*

A questa mirano molti scrittori e pensatori moderni, senza pretendere, anzi sdegnando il nome di filosofi. Il filosofo tende a qualcosa di molto più vasto e di molto più arrischiato per conseguenza di quello che sperano essi di ottenere. Non sono le leggi supreme, tanto meno la suprema legge quella che cercano essi, ma semplicemente l'applicazione di leggi già conosciute ai fenomeni cui si possono con sicurezza applicare; oppure la discoverta del *come* un fenomeno circoscritto può essersi prodotto. Sapere ad esempio che le civiltà non sono eterne, che sogliono nel loro svolgimento descrivere una specie di parabola, che nella loro caduta entrano più probabilmente le cause interne che le esterne ragioni; sapere che gli individui, per quanto di cuore e d'ingegno, nulla ottengono se quel che vogliono non è cosa cui siano i tempi preparati e se circostanze esteriori non li aiutino; riconoscere tuttavia la potenza dell'iniziativa individuale; sapere che le cause d'un fatto sono spesso molte, infinite, ma che bisogna distinguere fra cause reali, remote e cause occasionali e immediate; sapere che le istituzioni sorte a soddisfare un bisogno si reggono solo finchè quel bisogno perdura, e quando pure continuano ciò nonostante, sono condannate ad irremissibile rovina; sapere che il Greco ha un carattere, il Romano, il Germano

un altro; e che il carattere, il clima, la stagione, ecc...... qualche poco influiscono nelle azioni umane anche le più grandi; sapere che sorta d'apparato condensatore sia il genio e quante sorprese ci riserbi, sapere con le debite restrizioni, tutto ciò e molt'altro ancora, di cui a volte ci vagliamo *deducendone* il fenomeno avvenuto, a cui a volte invece perveniamo *inducendo* dai fatti, non è qualcosa che molto si avvicina alla scienza?

E come in tutte le scienze è continuamente aperta nella Storia la discussione sull'uso da farsi di questi elementi; secondo il quale varia lo spirito da dare al passato, cioè la Storia medesima.

La personalità dello storico. — L'immaginazione nelle scienze.

È vero che ciascuno scrittore, a seconda della sua natura e della sua coltura, a seconda se è più o meno ardente, più o meno coraggioso, più versato nell'intima psicologia o in quella delle " moltitudini ", più portato alla politica e alla pratica azione o alla vita contemplativa, vi introdurrà qualcosa di *personale* che può far credere *arte* la Storia; è vero pure che potrà e dovrà a molte deficenze supplire colla *immaginazione* e con questa colorire la sua ricostruzione. Ma questo non bisogna crederlo esclusivo della storia; è infatti proprio più che non si creda di tutte le scienze; tanto più poi di quelle che, avendo ad oggetto l'uomo, contengono e forse conterranno ancora tanta parte di " Inconoscibile ". Ma tutto ciò non vuol dire che non sia possibile oggidì in istoria come in qualunque scienza sottoporre per esempio in un articolo di Rivista un *ragionamento storico* che può venire accettato dalla pluralità dei dotti e portare quindi ad una lezione diversa dalle precedenti e forse definitiva un brano di storia. Certo che non di tutti gli articoli accadrà così; ma forse non avviene lo stesso nelle scienze più positive?

Questo perchè è difficilissimo il non cadere in errore — oltrecchè per la deficienza di documenti, di dati, di prove a certe affermazioni — per i numerosi, infiniti pregiudizî di cui può esser vittima lo studioso.

I pregiudizi nella Storia.

I pregiudizi, quelli sì intralciano il cammino della Storia come scienza! Ce ne sono del resto in tutte le scienze; ma ce ne sono forse più in questa per la natura del suo oggetto che abbraccia tante cose grandi e delicate. E ce ne sono di mille specie.

C'è il pregiudizio religioso, il pregiudizio politico, il pregiudizio patriottico che ti fa parer bello tutto quello che è tuo e cattivo l'altrui, ed anche qualche volta viceversa, i pregiudizi speciali a danno d'una nazione particolare, d'una classe di persone, d'una istituzione; i pregiudizi di casta, i pregiudizi della pagnotta, come del resto i pregiudizi .....della fame.....; e da ultimo anche il *pregiudizio storico!* Sicuro, c'è anche questo. Quando uno si è abituato da anni a non mai credere quello che han detto gli altri, per paura che abbiano obbedito dicendolo a qualcuno dei suddetti pregiudizi, a cercar sempre il *vero,* il *vero,* il *vero.....* è molto facilmente indotto da un certo pericoloso spirito di contraddizione a creder solo vero appunto il contrario di quello che s'è detto; s'aggiunga poi la soddisfazioncella che si prova nell'abbattere l'edificio altrui, e allora si capisce bene che cosa può essere il *pregiudizio storico.* Così si è tentato abbattere delle *leggende* che forse sono più vere che non si creda (1). E così si è sparso su tutto e su tutti una certa aura di dubbio che è per sè eminentemente scientifica, ma può portare nondimeno ad erronee conseguenze. Certo a un uomo cresciuto fra i libri non può sembrar vero, a cagion d'esempio, che un prigioniero, facendo miracoli di ginnastica, sia riuscito ad evadere da una fortezza. Certo ad un uomo profondamente onesto possono sembrare impossibili talune nefandità; e all'uomo fiducioso ed ingenuo certe accortezze e così via; ma bisogna ben guardare ai criteri del possibile e dell'impossibile! Non hanno da essere personali, soggettivi, ma *oggettivi* (vedete a quanto mira la storia?); hanno da risultare dall'eloquente confronto dei *dati* raccolti; e quando i dati mancano o non bastano,

---

(1) Di questo spirito anche si è già fatta la caricatura, dimostrando ad esempio che Napoleone fu un mito solare, ecc. ecc.

acqua in bocca! La Storia, che è altrettanto poco arte, quanto è invece scienza, la Storia allora non parla!

Il sistema nella Storia.

Mi rimane ancora di parlare d'un'altra obbiezione, secondo me ben più grave, che si muove alla Storia come scienza.

L'obbiezione è questa:

La scienza è un sistema di cognizioni certe e coordinate; ora la storia non ha e non può aver sistema; se c'è cosa che vi ripugni è anzi appunto la storia.

Ma il colpo è men fiero di quel che appaia.

È proprio molto esatto quel concetto della scienza?

Questo modo di considerarla è anzi un tantino invecchiato — e non invecchiato (questa parentesi ci vuole per prevenire gli appunti del Croce), non invecchiato per colpa dei giovani che lo sdegnano, — ma proprio perchè è stato riconosciuto dannoso. Quante scienze per farsi più moderne non han dovuto rinunciare al *sistema!* E anche la Storia ha dovuto fare lo stesso (perchè un poco di sistema, come vedremo, ce l'ha avuto sempre anch' essa, per rispondere ad una delle esigenze più imperiose della nostra mente). Gli storici moderni, infatti, si preoccupano assai meno di certe barriere, il cui valore hanno sottoposto a minutissime analisi, e che hanno spesso abbattuto correndo liberamente attraverso i campi della vita passata, senza tanti pensieri. Non dico che non si sia anche in questo esagerato, trascurando troppo le naturali e utili divisioni che pure si possono fare nella storia e che giovano certo alla chiarezza della esposizione.

Il sistema è ancora in certe scienze un pio desiderio; *in altre è* cervellottico.

Ma torniamo a noi. Quale è l'origine del sistema? È, secondo me almeno, un'origine essenzialmente psicologica. L'uomo ne ha tanto bisogno che *lo costruisce* anche prima d'averne gli elementi; precisamente come tu ti costruisci (colla mente s'in-

tende) una casetta molto prima d'aver raccolto i capitali bastanti; è così che in certe scienze il sistema è tuttora un pio desiderio; e in molte altre lo si è riconosciuto meramente *cervellottico*. Tuttavia possono raggiungere facilmente il *sistema* quelle scienze appunto che, isolando dagli altri il loro particolare oggetto, e circoscrivendone bene il campo, possono con uguale facilità, a seconda di criteri variabili e di ragioni talora di pratica utilità, quella materia dividere e suddividere più o meno scientificamente.

Qual'è il vero sistema *scientifico.*

Quando le ragioni della divisione sono *reali,* cioè non rispondono alle mutevoli esigenze del senso estetico, o dei servigi che la nostra materia deve prestarsi a rendere ai nostri preconcetti filosofici, religiosi, etici o politici, o peggio ancora ai comodi personali della nostra manchevole coltura, ma rispondono invece alle esigenze pure della ragione, cioè di quanto è in noi di accettabile ai più, di più fisso, di più *sicuro,* allora la divisione è *legittima, logica, scientifica.*

Ora quante son le scienze in cui ciò è avvenuto o abbia la probabilità di avvenire? Quante quelle in cui ad ogni piè sospinto si ritorna invece sulle anteriori divisioni e classificazioni? Le scienze spaziali (per così dire) possono dividere geometricamente il loro campo; tale zona, tal riparto. L'anatomia divide e suddivide il corpo umano in mille spaziettini; ma anche lì è tutt'altro che immutabile, credo, la divisione; così è della classificazione delle piante, degli animali, dei minerali. Orbene questa incertezza è naturalmente maggiore nelle scienze morali o storiche. Se della Storia si può dire che Dio solo dovrebbe scriverla, lo stesso si potrebbe dire delle altre scienze. Chi può pretendere d'aver la coscienza assoluta?

Ora nella Storia non sono possibili altre divisioni da quelle naturali: Storia orientale, Storia greco-romana, Storia medioevale, Storia moderna. Discuterete, volendo, sui limiti, ma ciò ha importanza secondaria; anche qui poi l'uso invalso può servire per una certa praticaccia che si ha, di intendere le cose a quel modo. Nè è vero che non ci siano poi nella storia certi

organismi, il cui svolgimento costituisce altrettanti capitoli a parte.

La persona dello storico.

E appunto perchè la Storia deve per la complessità del suo oggetto, ricongiungere ciò che le altre scienze considerano disgiuntamente, uguale complessità si richiede nella persona dello storico, e nel metodo del suo lavoro.

Difficilissimo è infatti lo scrivere un libro di vera *Storia generale* che non sia una compilazione, ed è per lo meno *difficile* anche allora, tante sono le qualità che si richiedono nell'autore, tanto larga e profonda vuol essere la sua coltura, tanto completo il suo *Io.*

Lo storico infatti non deve trascurare nessun lato dello spirito umano, tutti comprenderli e tutti nei loro reciproci influssi saperli valutare; deve aver l'erudizione che gli fornisce la copia appurata dei fatti, la memoria che gli permette di tenerne molti e facilmente presenti, la penetrazione che glieli fa comprendere, e bastante virtù di simpatia per potervisi trasfondere e poterli fortemente *sentire,* senza di che non li potrà mai convenientemente rappresentare. Tutto ciò congiunto a una *mente già fatta* (1), la quale sola può dargli il *criterio storico* di cui si discorreva a pag. 135 — una mente aperta alle più alte discussioni di politica, di sociologia, di morale, di scienza, di filosofia: una mente insomma piena di ideale.

A questa sola condizione, egli potrà andar sicuro da quel senso speciale di sbalordimento, che talora producono gli studi storici; non dovrà nulla temere dallo spettacolo della " evoluzione storica „; perchè, vedendo tutto mutare, non perciò smarrirà il senso del simile e quello delle differenze; e se la sua logica non sarà rigida come quella d'uno scolastico, tanto meglio: chi sa che non possa in qualche parte antivenire la logica futura!

---

(1) Vedasi a questo proposito quello che scriveva nelle ultime colonne d'un suo articolo il Tarozzi in *Gazzetta Letteraria,* n. 35, 1° settembre 1894.

Il metodo storico.

E così anche il metodo storico è molto complesso. Nè perciò bisogna credere che sia qualcosa di diverso dal metodo scientifico. È vero sì, che nella ricostruzione dei fatti entrano degli elementi che si ritrovano nell'arte; e che perciò? è l'arte che li presta alla storia o viceversa? oppure, molto meglio, non sono essi procedimenti naturali allo spirito umano, che esso adopra nelle varie forme delle sue creazioni indifferentemente?

" A ritrovare lo spirito dei fatti, per esporli poi secondo esso, occorre quasi *una creazione poetica* „ (così al dire del Villari scrive il Gebhardt in " Storia e Arte „) (1).

" La scoperta dello spirito vero dei fatti è assai più spesso una *divinazione* che una dimostrazione „, ribatte poco più avanti (2) il Villari stesso.

Tutto il suo lavoro, del resto, insiste su questo elemento della divinazione, dell'intuizione che è necessario allo storico; qualche cosa che non è più scienza, ma è coscienza (dice egli benissimo).

E io pure, nelle piccole proporzioni del mio studio, ho parlato più volte di *simpatia*, di *sentimento, d'immaginazione* e quasi vorrei ora aggiungere di *cuore;* ora tutti questi sembrano elementi artistici, non scientifici.

Eppure di essi si vale tanto la storia quanto la storiografia (di cui cade finalmente di parlare); di essi approfitta lo storico tanto nella ricerca e comprensione dei fatti quanto nella esposizione loro.

Ebbene, sono, come ho detto, procedimenti naturali allo spirito umano, che l'arte usa con uno scopo e la scienza con un altro. L'arte narrativa moderna toglie alla scienza i suoi metodi; analizza, sintetizza; induce e deduce; isola, confronta; tratta gli eroi come i microbi, e ne fa apposite colture; inventa nuovi ambienti per porveli e vedere che cosa vi fànno: prova tutti i reagenti chimici, dalla potenza della donna a quella del

---

(1) *Nuova Antologia*, 1° febbraio 1891, articolo citato, pag. 411.
(2) Pag. 412, ibid.

danaro o dell'ambizione; classifica, divide, definisce..... e quasi viene la tentazione di chiamare *scienza* un romanzo ad esempio del Bourget, e scienziato l'autore. Proprio l'opposto di ciò che avvenne per la storia. La storia, anche quando è vera scienza, ha forse conservato, per sua fortuna, alcuni dei metodi dell'antica arte. Cioè... meno apparato scientifico, meno formule, meno teoremi, meno assiomi, e... meno paradossi; cerca spontaneamente di *conoscere* con tutti i mezzi forniti da natura, prima che si inventassero la logica, la dottrina della prova, i metodi di dimostrazione e tutto l'armamento scientifico.

Il grande storico, come il grande scienziato, molte volte ha dovuto farsi lui una nuova logica, giacchè le prove logiche, nella difficoltà dell'applicazione, possono ingannarci; e non inganna invece lo scienziato l'intimo, profondo senso del vero.

Qui mi spiace di non potermi spiegar meglio; ma bisogna assolutamente che per ora mi accontenti di farlo così. A conoscere il vero non bastano i sensi: la vista, l'udito (a cui si vorrebbe ridotta la conoscenza umana da alcuni); e così nella storia, c'è qualcosa che ci sfuggirebbe inevitabilmente se non avessimo che occhi ed orecchi; ed è lo spirito delle cose; le intenzioni segrete degli animi, gli influssi profondi delle idee... che la Coscienza complessamente educata, aperta a tutte le possibili e varie manifestazioni della vita, la Coscienza sola rivela allo storico penetrante. Questa Coscienza ha modi e mezzi di scorgere il vero riposti, i quali per non essere stati studiati forse scientificamente, non per questo non hanno da essere scientifici in sè, cioè di uso sicuro.

Nè bisogna crederli esclusivo patrimonio dello storico; lo sono egualmente (come già ho detto a pag. 154) di ogni scienziato che studi l'*uomo,* sia poi esso considerato storicamente (cioè nel passato) o teoricamente (cioè all'infuori del tempo). Di questi mezzi si può valere l'economista, il sociologo, l'uomo politico, il moralista, il filologo, il critico d'arte o di scienza. E sono basati sopra questo gran principio: " Il simile sente il simile ". In virtù del minimo che è in te, tu senti e capisci il massimo che è in altri, sia in bene che in male. Salvo poi, si intende, a sottoporre tutto a quante prove e riprove tu vuoi, e sempre al giudizio dei competenti. Il che torna a confondersi con quanto dicevamo a pag. 154.

Perchè la Storia non può avere un sistema.

Del resto è facilissimo capire perchè la storia non si presta ad essere modellata in un sistema.

Tutte le scienze non storiche *isolano* il loro soggetto; la storia non lo fa. Quelle, anche occupandosi dell'uomo ne studiano un lato (quale l'Estetica, l'Etica, l'Economia politica, la Logica), la storia invece lo studia tutto, nella sua *complessità*. Perciò la storia sola può completare le scienze suddette, perchè ricongiunge utilmente e bellamente quello che esse sono state costrette, contro natura, a spartire.

Importanza della storia. — Conclusione.

Vi par poca, dopo ciò, l'importanza della storia?

La storia è dunque semplicemente, in senso larghissimo, la conoscenza del passato (1).

La storia civile è la conoscenza del passato civile.

La materia storica è suscettiva d'arte; e si possono fare con essa delle opere di arte pura, o anche delle opere storiche che sono insieme *artistiche*.

La storia non rifugge affatto dai metodi della scienza, e la coscienza storica propriamente detta, che nasce o può nascere da numerose sorgenti, può benissimo considerarsi come un ramo rigoglioso dello spirito scientifico.

(1) Questa conoscenza può prestarsi egualmente agli scopi della pratica utilità, della morale, dell'arte e della scienza.

Intorno al " Catone " del Purgatorio dantesco;

Nota di FRANCESCO CIPOLLA.

Graziano Paolo Clerici pubblicò nel 1888, coi tipi di S. Lapi, Città di Castello, i suoi " Studi vari sulla Divina Commedia ". Il primo di questi Studi è " Il " Catone Uticense " della Divina Commedia ". Il Clerici dice che le gravi difficoltà che si presentano a chi vuol rendersi ragione del Catone dantesco sono (pag. 1): " come mai Dante, poeta cristiano, spesso (?) cattolico ortodosso, ha creduto di poter commettere a un pagano siffatto uffizio (di guardiano del Purgatorio)? E per giunta, a un pagano che si tolse da sè stesso la vita! ".

Circa alla prima difficoltà, l'A. dimostra che, secondo il concetto di Dante, dietro la guida delle dottrine teologiche, quali si trovano in S. Agostino e in S. Tommaso, anche un pagano può salvarsi, c'è l'esempio luminoso di Rifeo. L'A. non conchiude per questo, che Catone, secondo l'intenzione di Dante, abbia da entrare poi in Paradiso. Dice (p. 37) che " la cosa non pare così spicciativa ": e crede di poter affermare soltanto questo (p. 39) " che Catone si trova in condizione *unica:* non averlo Dante ascritto a' beati, e neppure ai dannati; — che Catone muterà stato dopo il nuovissimo bando ".

Riguardo alla seconda difficoltà, dice (p. 39) " che non gli si deve attribuire a colpa il suicidio ", e ciò perchè (p. 37), " Dante, comechè cristiano, giudicò Catone secondo la morale pagana, e quindi non volle, nè poteva condannarlo, per aver violata una legge ignota ai pagani ".

Qui ci sono molte cose da notare.

Non c'è una *morale pagana* come c'è la *morale cristiana*, in modo che se ne possa parlare, come di cosa pienamente determinata, e intesa da ognuno, col solo enunciarla.

Non è poi vero, che i pagani non abbiano mai conosciuto, e insegnato che il suicidio è illecito in modo assoluto. Chi non

ricorda il *Fedone* platonico, e le parole di Socrate su questo argomento (capo VI)?

Dante poi non doveva giudicare Catone secondo la morale pagana; doveva giudicarlo secondo la *morale naturale*. È necessario dunque esaminare come, e perchè Dante abbia assolto Catone da colpa, secondo i precetti della legge di natura, quella legge, per la quale, dice S. Paolo, gli infedeli " ipsi sibi sunt lex; qui ostendunt opus legis scriptum in cordibus suis ". *(ad Rom.* II, 14, 15).

Avendo veduto che il Clerici non ha sciolto il problema del Catone, mi vi accinsi io, come meglio ho potuto, cercando le ragioni, non, come il Clerici dice, *per entro il labirinto della teologia scolastica,* ma nel lume di questa; perchè Dante fu teologo in senso stretto (1).

I.

Premetto pertanto che Dante non si parte mai dal domma cattolico. E dove non c'è niente di dommatico, s'attiene ad una buona ragione teologica.

---

(1) Dante stesso ce lo dice, che fece suo principale studio la filosofia: la filosofia nel modo in cui allora era intesa, cioè strettamente connessa colla teologia. Il passo è noto e più volte citato, ma non mi pare che se ne sia messa in luce la capitale importanza. Nel trattato II del " Convivio ", capit. 13, Dante racconta che, dopo morta Beatrice, egli si diede, allora soltanto, a studiare sul serio. Si mise a leggere il libro di Boezio, e il trattato di Cicerone dell'*Amistà*, a solo scopo d'aver consolazione nella sua jattura. Quelle letture gli apersero gli occhi dell'intelletto, e svegliarono il suo ingegno, che finallora vedeva le cose speculative come *sognando*. Senz'altro, divenne caldo amante della filosofia, e la immaginava come Donna gentile, e non la potea immaginare " in atto alcuno, se non misericordioso ". Qui continua: " E da questo immaginare cominciai ad andare là ov'Ella si dimostrava veramente, cioè nelle scuole dei Religiosi, e alle disputazioni dei Filosofanti; sicchè in picciol tempo forse di trenta mesi, cominciai tosto a sentire della sua dolcezza, che 'l suo amore cacciava e distruggeva ogni altro pensiero ". In una parola questa Donna gentile, Filosofia-Teologia, sostituì la morta Beatrice, e fu la Beatrice simbolica della " Divina Commedia ". Dante vide la sua prima Beatrice trasformarsi in questa seconda: non due Beatrici, ma una sola: dapprima creatura mortale, poscia, donna divinizzata. Non fu Dante teologo in istretto senso?

Ciò posto, i morti senza battesimo sono da Dante posti nel Limbo, *Limbo dello Inferno* (*Purg.* XXII, 14), perchè il battesimo è *porta della Fede* (*Inf.* IV, 36) (1), e senza la Fede *ben far non basta* (*Purg.* XXII, 60). Nel Limbo stanno gli *infanti* (*Inf.* IV, 30), cioè (*Purg.* VII, 31):

> i parvoli innocenti,
> Dai denti morsi della morte, avante
> Che fosser dell'umana colpa esenti.

Nel Limbo sono turbe grandi di *femmine* e di *viri* (*Inf.* IV, 30), che *non peccaro* (ivi, 34); che ebbero tutte virtù (*Purg.* VII, 36), ma non le virtù teologali (ivi, 34), e non credettero nè nei *passuri*, nè nei *passi piedi* (*Par.* XX, 105).

Fra costoro sono specialmente distinti gli *spiriti magni* (*Inf.* IV, 118), *onrevol gente* (ivi, 72), *genti di molto valore* (ivi, 44), che stanno entro a un *nobile castello* (ivi, 106), in un *prato di fresca verdura* (ivi, 111): unico luogo d'inferno, ove ci sia luce (ivi, 68, 103). È l'*onrata nominanza* (*Inf.* IV, 76), che di loro suona nel mondo, quella che (ivi, 78):

> Grazia acquista nel ciel che sì gli avanza,

e *dal modo degli altri li diparte* (ivi, 75).

I *sospesi* (*Inf.* II, 52: IV, 45) nel Limbo, hanno *duol senza martiri* (*Inf.* IV, 28: *Purg.* VII, 28): non piangono, ma sospirano (*Inf.* IV, 26: *Purg.* VII, 30). La loro pena è dovuta, *non al fare,* ma al *non fare* (*Purg.* VII, 25). Per questo non hanno tormenti, ma soltanto gemono in un *desìo senza speme* (*Inf.* IV, 42): desìo, che è per loro un *eterno lutto* (*Purg.* III, 42). In una parola hanno la pena del danno, avendo perduto *di veder l'alto Sol* (*Purg.* VII, 26).

Dante segue S. Tommaso nell'opinione che i morti col solo peccato originale, senza loro colpa, abbiano la sola pena del danno, e nessuna pena del senso (*S. App.* q. I, art. 1). Veramente

---

(1) Qui mi diparto dalla lez. del Witte, e leggo *porta* e non *parte*. Dante dice che il non aver ricevuto il battesimo esclude dal Paradiso. Questo è, perchè esclude dalla Fede. Dunque il battesimo è la *porta* della Fede. Dire qui che il battesimo è *parte* della Fede non ha senso adeguato.

S. Tommaso opina che anche la pena del danno sia senza spirituale afflizione (ivi, art. 2). S. Agostino (*Enchir.* 93) scrive: " Mitissima sane omnium poena erit eorum, qui praeter peccatum, quod originale traxerunt, nullum insuper addiderunt ". Dante diede a queste anime l'*angoscia* (*Inf.* IV, 19): dice che sono *in miseria* (*Inf.* V, 123). Notisi peraltro che si studiò di far capire che tale stato non toglie la tranquillità: *occhi tardi e gravi: grande autorità ne' sembianti: voci soavi* (*Inf.* IV, 112-114). Dei quattro poeti è detto (*Inf.* IV, 84):

Sembianza avevan nè trista nè lieta.

Notisi che anche i vecchi Padri conobbero questa *ambascia* (*Par.*, XXVI, 133).

Tra gli spiriti magni c'era (*Inf.* IV) Virgilio, Omero, Orazio, Ovidio, Lucano, Elettra con molti compagni, tra cui Ettore ed Enea: Cammilla, la Pentesilea, Latino, Lavinia, Bruto che cacciò Tarquino, Lucrezia, Iulia, Marzia, Corniglia. Dice poi: (v. 129):

E solo in parte vidi il Saladino.

C'erano i Filosofi: Aristotile, Socrate, Platone, Democrito, che *il mondo a caso pone* (v. 136), e così via. C'erano anche (*Purg.* XXII, 97 segg.) Terenzio, Cecilio, Plauto, Varro, Persio, Euripide, Autifonte, Simonide, ecc. Figurano qua insomma i più chiari nomi di Grecia e di Roma, vissuti innanzi al cristianesimo, o dopo, ma senza che ne avessero contezza. Il Saladino è nel caso di questi ultimi.

Per esser sinceri, conviene confessare che, se di ciascuno di questi si volesse esaminare la vita, non si troverebbe che tutti sieno stati integri osservatori della legge di natura. Dante s'è accontentato di questo, che abbiano avuto *onrata nominanza* (*Inf.* IV, 76): la quale nominanza egli considerò come segno di merito, e non cercò più oltre.

Del resto è debito di notare, che il giudizio, che va pronunciato di costoro, non deve essere così severo come quello che va pronunciato de' Cristiani: dico anche per quanto riguarda i precetti della legge di natura. S. Tommaso *I*[a] *II*[ae], q. 89, art. 5) scrive: " Infidelium peccata magis merentur veniam propter ignorantiam, secundum illud, 1, Tim., 1, 13: *Misericordiam Dei*

consecutus sum qtia ignorans feci in incredulitate mea: et peccata fidelium aggravantur propter gratiae sacramenta secundum illud Hebr., 10, 29: *Quanto magis deteriora mereri supplicia qui... sanguinem testamenti in quo sanctificatus est, pollutum duxerit?* „.

Di quest'osservazione dovremo trar profitto in seguito.

II.

È possibile che un infedele vada in luogo di salvazione?

Il Lombardi (a *Purg.* I, 31) dice che Dante, *a norma di una sana teologia* diede il paradiso a tre infedeli: Stazio, Rifeo e Traiano.

Osservo che Stazio non si trovò in questa condizione, perchè egli ebbe battesimo: solo per paura (dice) *chiuso cristian fu' mi* (*Pur.,* XXII, 89, 90).

L'atto caritatevole di Traiano verso la vedovella è descritto da Dante in Purg. X, 73 segg. (Cfr. *Par.,* XX, 44). Ivi è detto che il suo *valore — Mosse Gregorio alla sua gran vittoria.* Dante trova poi Traiano fra i giusti Principi, formanti la figura dell'aquila, ch'ei vede in Giove. Egli spiega la cosa nel senso che Gregorio ottenne colle sue preghiere, che Traiano risuscitasse dall'Inferno. Così potè poi morire cristiano (*Par.* XX, 104, 110, 113). La Fede lo fece salvo (ivi, 115):

> E credendo s'accese in tanto foco
> Di vero amor ch'alla morte seconda
> Fu degna (l'anima sua) di venire a questo loco.

Dante ha seguitato in ciò S. Tommaso (*S. Suppl.* q. 71, art. 5 ad 5^{um}.): “ De facto Trajani hoc modo potest probabiliter aestimari, quod precibus B. Gregorii ad vitam fuerit revocatus, et ita gratiam consecutus sit, per quam remissionem peccatorum habuit, et per consequens immunitatem a poena „.

Non è detto se ricevette il battesimo; ma è da credere. Ad ogni modo anche in Traiano non si ha un esempio ben chiaro.

L'esempio desiderato lo si ha propriamente in Rifeo (1).

---

(1) A questa conclusione viene anche il Clerici (Op. cit.): ma per diverso motivo. Egli dice (p. 12) che: “ per quanto riguarda la collocazione in luogo di salvamento tanto di Stazio, quanto di Traiano null'altro fece

III.

In Giove, Dante si rivolge all'aquila, formata dalle luci beate, dalle anime cioè di coloro che rettamente amministrarono la giustizia, e la prega (*Par.* XIX, 25) di solvergli il *gran digiuno*, che l'*ha tenuto lungamente in fame Non trovandogli in terra cibo alcuno.* L'aquila comincia con dire, che l'uomo non può investigare il fondo de' giudizî di Dio, senza lume, che da Dio stesso derivi. Però (dice) tu devi da ciò capire perchè ti si ascondeva la giustizia viva, di che sì frequentemente facevi questione, dicendo (*Par.*, XIX, 70):

Un uom nasce alla riva
Dell'Indo, e quivi non è chi ragioni
Di CRISTO nè chi legga, nè chi scriva,
E tutti i suoi voleri ed atti buoni
Sono, quanto ragione umana vede
Senza peccato in vita o in sermoni.
More non battezzato e senza fede;
Ov'è questa giustizia che il condanna?
Ov'è la colpa sua, se ei non crede?
Or tu chi sei, che vuoi sedere a scranna,
E giudicar da lungi mille miglia
Con la veduta corta d'una spanna?
Certo a colui che meco s'assottiglia,
Se la scrittura sopra voi non fosse,
Da dubitar sarebbe a meraviglia.

Segue dicendo, che di dubitare non c'è ragione, *Terreni animali, menti grosse* quelli che dubitano; chè *tutto è giusto quanto consuona alla prima volontà.* E, innanzi tutto, conviene tenere per fermo che (ivi, v. 103):

A questo regno
Non salì mai chi non credette in CRISTO,
Nè pria, nè poi ch'ei si chiavasse al legno.

(Dante) che approvare colla sua autorità una sentenza già *passata in giudicato* „; (p. 13) “ non fa che accogliere l'eco della coscienza popolare „. Io non vedo, nè il Clerici prova, che intorno a Stazio ci fosse una popolare credenza, come intorno a Traiano. Ma ciò poco importa. La verità è che in questi due, Stazio e Traiano, non si ha lo schietto esempio dell'infedele che si salva.

Quindi si fa dappresso alla questione, che tormentava Dante, e segue (v. 106):

> Ma vedi, molti gridan CRISTO, CRISTO,
> Che saranno in giudizio assai men *prope*
> A lui, che tal che non conosce CRISTO;
> E tai Cristiani dannerà l'Etiope,
> Quando si partiranno i due collegi,
> L'uno in eterno ricco, e l'altro inope.

L'aquila spiega a Dante quali sono le luci, onde è fermato il suo occhio. Delle cinque che figurano il ciglio, una è la luce di Rifeo (*Par.* XX, 67):

> Chi crederebbe giù nel mondo errante
> Che Rifeo Troiano in questo tondo
> Fosse la quinta delle luci sante?
> Ora conosce assai di quel che il mondo
> Veder non può della divina grazia,
> Benchè sua vista non discerna il fondo.

Dante non potè frenarsi dal dire (v. 82): *Che coše son queste?* L'aquila rispose (v. 88): Vedo che tu credi queste cose, perchè io le dico; ma non ne vedi il come. E si fa a dare qualche spiegazione (v. 94 segg.):

> *Regnum coelorum* violenza pate
> Da caldo amore e da viva speranza,
> Che vince la divina volontate;
> Non a guisa che l'uomo all'uom sopranza,
> Ma vince lei, perchè vuole esser vinta,
> E vinta vince con la sua beninanza.

Dice a Dante, ch'egli (Dante) si meraviglia della luce prima, che è Traiano, e della quinta, che è Rifeo, perchè le vede in cielo. Circa Traiano dà quelle dichiarazioni, che già abbiamo vedute: per ciò che spetta a Rifeo, ecco che cosa dice (v. 118 segg.);

> L'altra, per grazia, che da sì profonda
> Fontana stilla, che mai creatura
> Non pinse l'occhio infino alla prim'onda,
> Tutto suo amor laggiù pose a drittura;
> Per che, di grazia in grazia, Dio gli aperse
> L'occhio alla nostra redenzion futura;

Ond'ei credette in quella, e non sofferse
Da indi il puzzo più del paganesmo,
E riprendiene le genti perverse.

Quelle tre donne gli fur per battesmo,
Che tu vedesti dalla destra rota,
Dinanzi al battezzar più d'un millesmo.

O predestinazion, quanto remota
È la radice tua da quegli aspetti
Che la prima cagion non veggion *tota!*

E voi, mortali, tenetevi stretti
A giudicar; chè noi, che Dio vedemo,
Non conosciamo ancor tutti gli eletti,

Ed enne dolce così fatto scemo,
Perchè il ben nostro in questo ben s'affina,
Chè quel che vuole Iddio e noi volemo.

Anche qui Dante segue S. Tommaso, trasportando con retta analogia ai tempi avanti Cristo, quello che il Santo Dottore dice dei tempi dopo. La potenza di Dio, insegna S. Tommaso (*S.* III, q. 68, art. 2): " sacramentis visibilibus non alligatur ". C'è un battesimo di desiderio in largo senso (*S.* III, q. 66, art. 11), Dopo aver parlato del battesimo di sangue, soggiunge: " Eadem etiam ratione aliquis per virtutem Spiritus Sancti consequitur effectum baptismi, non solum sine baptismo aquae, sed etiam sine baptismo sanguinis; in quantum scilicet alicujus cor per Spiritum Sanctum movetur ad credendum et diligendum Deum et poenitendum de peccatis, unde etiam dicitur baptismus poenitentiae ".

È mirabile in Dante la precisione e la profondità del pensiero. Su questo episodio di Rifeo si potrebbe fare uno studio lungo, tante sono le cose meritevoli di nota. L'amore e la speranza vincono la volontà divina, ma per questo ch'essa vuole esser vinta; vinta vince. L'inizio del bene operare a salute vien dalla grazia. A chi corrisponde, grazia viene aggiunta a grazia, sino a che Dio giustifica quell'anima. Ma non usciamo dal rigoroso confine del nostro argomento.

Perchè Dante assunse Rifeo come esempio dell'infedele salvato? Rifeo è persona del tutto oscura, ma Virgilio (*Aen.* II, 426) disse di lui:

Ripheus iustissimus unus
Qui fuit in Teucris, et servantissimus aequi.

È il massimo elogio morale. Trattandosi di mettere un'anima al Limbo, Dante guardò all'*onrata nominanza:* trattandosi di mettere uno in cielo, trovò che s'addiceva questo premio a un uomo, oscuro sì, ma indicato come tipo di virtù.

IV.

Quale concetto ebbero gli antichi di Catone Uticense?

Ascoltiamo Lucano, Dante, figurando il suo Catone, ebbe sott'occhio Lucano. Da lui tolse anche il ritratto del Veglio (*Purg.*, I, 32 segg.):

> Degno di tanta reverenza in vista,
> Che più non dee a padre alcun figliuolo.

Il Tommaseo confronta qui *Phars.* IX, 601:

> Ecce parens verus patriae, dignissimus aris,
> Roma, tuis; per quem numquam jurare pudebit,
> Et quem, si steteris unquam cervice soluta,
> Tunc olim factura Deum.

(Vedi anche II, 388, che si cita più avanti).

Purg., I, 34:

> Lunga la barba e di pel bianco mista
> Portava, e i suoi capegli simigliante,
> De' quai cadeva al petto doppia lista.

Lo Scartazzini (ed. min.) confronta *Phars.* II, 373. Racconta Lucano che Marzia, nei tristi momenti della guerra civile, tornò al suo primo marito, Catone, e rinnovò le nozze con lui, ma (v. 372):

> Ille nec horrificam sancto dimovit ab ore
> Caesariem, duroque admisit gaudia vultu:
> (Ut primum tolli feralia viderat arma,
> Intonsos rigidum in frontem descendere canos
> Passus erat, maestamque genis increscere barbam,
> Uni quippe vacat studiisque odiisque carenti
> Humanum lugere genus).

Qui si vede Catone già elevato a tipo dell'umanità. Il ritratto morale, che Lucano fa di Catone, è quello dell'uomo perfetto. A vero dire è la virtù stoica: virtù gonfia, teatrale: ad ogni modo virtù che tende a perfezione. Bruto dice a Catone, sul primo rompere della guerra civile: *Phars.* II, 242:

> Omnibus expulsae terris olimque fugatae
> Virtutis jam sola fides, quam turbine nullo
> Excutiet fortuna tibi; tu mente labantem
> Dirige me, etc.

Catone gli risponde (v. 286):

> Summum, Brute, nefas civilia bella fatemur:
> Sed quo fata trahunt, virtus secura sequatur.

Chi era Catone? V. 380, segg.:

> . . . hi mores, haec duri immota Catonis
> Secta fuit, servare modum, finemque tenere,
> Naturamque sequi, patriaeque impendere vitam;
> Nec sibi, sed toti genitum se credere mundo.
> Huic epulae vicisse famem: magnique penates,
> Submovisse hyemem tecto: pretiosaque vestis,
> Hirtam membra super Romani more Quiritis
> Induxisse togam: Venerisque huic maximus usus
> Progenies: Urbi pater est, Urbique maritus:
> Iustitiae cultor, rigidi servator honesti:
> In commune bonus: nullosque Catonis in actus
> Subrepsit, partemque tulit sibi nata voluptas.

Catone è *invitto* (*Phars.* IX, 18). Egli fa l'elogio funebre di Pompeo (*Phars.* IX, 190, segg.), ma fa piuttosto l'apologia di sè stesso: professa stoica indifferenza: preferisce morte a disonore e servitù. — Diventato duce della guerra d'Africa, incoraggia i suoi nel Deserto: *Phars.* IX, 402:

> . . . serpens, sitis, ardor, arenae,
> Dulcia virtuti: gaudet patientia duris.

Labieno a Catone (ivi 554: passo citato dal Tommaseo):

> Nam cui crediderim Superos arcana daturos,
> Dicturosque magis quam sancto vera Catoni?
> Certe vita tibi semper directa supernas
> Ad leges, sequerisque Deum.

Non c'è bisogno, dice Catone a Labieno, di consultare Ammone per sapere che cosa s'addica all'uomo onesto: v. 574:

> Nec vocibus ullis
> Numen egit: dixitque semel nascentibus auctor
> Quidquid scire licet.

La forza dell'animo spicca in lui altamente: v. 881:

> . . . cogit tantos tolerare labores
> Summa ducis virtus.

V. 886:

> . . . puduitque gementem
> Illo teste, mori.

V. 888:

> . . . casus alieno in pectore vincit,
> Spectatorque docet magnos nil posse dolores.

Della morte di lui Lucano non parla. È bastante riferire quello che ne dice Valerio Massimo (III, 2, 14): " Tui quoque clarissimi excessus, Cato, Utica monumentum est, in qua ex fortissimis vulneribus tuis plus gloriae quam sanguinis manavit: si quidem constantissime in gladium incumbendo magnum hominibus documentum dedisti, quanto potior esse debeat probis dignitas sine vita quam vita sine dignitate „. — Seneca a Lucilio, 13, 14: " Cicuta magnum Socratem fecit; Catoni gladium assertorem libertatis extorque, magnam partem detraxeris gloriae „. — Chi non si ricorda il " Catonis nobile letum „, e il " cuncta terrarum subacta praeter atrocem animum Catonis „ (Orazio, I, 12, 35, e II, 1, 23, 24)? A quest'ultimo luogo d'Orazio, l'Orelli cita opportunamente Seneca; de Provid., 2, e Floro, 4, 2. — Dante stesso (*Mon.*, II, 5) cita Cicerone, *de Off.*, I, 31, 112: Non (1) enim alia in causa M. Cato fuit, alia caeteri, qui se in Africa Caesari tradiderunt, atque caeteris forsan vitium datum esset, si se interemissent propterea quod levior eorum vita et mores fuerunt faciliores. Catoni vero dum incredibilem natura

(1) Num. Klotz.
(2) Atqui. Klotz.

tribuisset gravitatem, eamque perpetua constantia roborasset, semperque in proposito susceptoque consilio permansisset, moriendum ei potius, quam tyranni vultus aspiciendus fuit „.

Ai fanciulletti romani, per educarli a virtù, si facevano imparare a memoria le parole di Catone morituro (Persio, III, 45: *grandia verba.* Leggasi Seneca, *ep.* 24, 7).

V.

Dante si formò un concetto elevatissimo di Catone.

Nel *Conv.* IV, 5, dopo aver detto che la divina Provvidenza ebbe speciale cura di Roma, e, a farla grande, e a stabilire il suo impero, suscitò molti uomini eccellenti e valorosi, così prorompe: " O sacratissimo petto di Catone, chi presumerà di te parlare? Certo maggiormente parlare di te non si può, che tacere: e seguitare Ieronimo, quando nel Proemio della Bibbia, là dove di Paolo tocca, dice che meglio è tacere che poco dire. Però manifesto essere dee, rimembrando la vita di costoro e degli altri divini cittadini, non senza alcuna luce della divina Bontà, aggiunta sopra la loro buona natura, essere tante mirabili operazioni state „.

Ivi, 6, dice che fu degli Stoici " quello glorioso Catone, di cui non fui di sopra oso di parlare „. Dice che gli Strici furono que' filosofi " che videro e credettero questo fine della vita umana essere solamente la rigida Onestà: cioè rigidamente, senza rispetto alcuno, la Verità e la Giustizia seguire, di nulla mostrare dolore, di nulla mostrare allegrezza, di nulla passione avere sentore. E definîro così questo Onesto: *quello che senza frutto per sè di ragione è da laudare* „.

Ivi, 27: " Alla Gioventute è data la perfezione e la maturità, acciocchè la dolcezza del suo frutto a sè e ad altrui sia profittabile; chè, siccome Aristotile dice, l'Uomo è *animale civile*, per che a lui si richiede non pur a sè, ma ad altrui essere utile. Onde si legge di Catone, che non a sè ma alla Patria e a tutto il mondo nato essere credea „. Ecco il pensiero che vedemmo svolto da Lucano.

Nel 28 cita Lucano a proposito di Marzia, che nella quinta Età — senio — tornò a Catone; e in lei vede simboleggiata la

nobile Anima, che nel *senio* ritorna a Dio. " E quale uomo terreno più degno fu di significare Iddio, che Catone? Certo nullo ".

Nella *Monarchia*, II, 5, Dante mostra come " quicumque... bonum Reipublicae intendit, finem juris intendit ". E ne deduce: " Si ergo Romani bonum Reipublicae intenderunt, verum erit dicere, finem juris intendisse ". Nel fatto è manifesto che i Romani tutto fecero pel bene della Repubblica, e di ciò segni non dubbii si hanno tanto " in collegiis, quam in singularibus personis ". E a proposito delle private persone, egli ricorda Cincinnato, Fabrizio, Camillo, il primo Bruto, Muzio, i Deci, e qui: " Accedat et illud inenarrabile sacrificium severissimi libertatis tutoris Marci Catonis ", il quale " ut mundo libertatis amorem accenderet, quanti libertas esset ostendit, dum e vita liber decedere maluit, quam sine libertate remanere in illa ". Cita poscia il luogo di Cicerone, che sopra abbiamo riferito (1).

Dante ammirò principalmente in Catone il *tutore della libertà*. È come tale, ch' egli è fatto custode del Purgatorio (*Purg.*, I, 4):

di quel secondo regno,
Dove l'umano spirito si purga
E di salire al ciel diventa degno.

Nel che sta l'acquisto della vera e piena libertà.

Virgilio, per render Catone benevolo a Dante, meglio non sa dirgli che (ivi, 71, segg.):

Libertà va cercando, che è sì cara,
Come sa chi per lei vita rifiuta.
Tu il sai; che non ti fu per lei amara
In Utica la morte.

Le *quattro stelle* (*Purg.*, I, 23) simboleggiano le quattro virtù cardinali, v. 37:

Li raggi delle quattro luci sante
Fregiavan sì la sua faccia di lume,
Ch'io 'l vedea come il sol fosse davante.

---

(1) Questi passi del *Convivio* e della *Monarchia* sono citati dallo Scartazzini nell'ediz. lipsiense e nella minore. Io li ho trascritti per intero, perchè, per il nostro argomento, troppo importa averli sott'occhio.

Già Pietro di Dante dice che le quattro stelle sono le quattro virtù. Benvenuto: " *e vidi quattro stelle*, idest, quatuor virtutes cardinales, ut autor se glossat, et exponit capitulo antepenultimo huius Purgatorii, quae merito appellantur stellae, quia sunt clarae et incorruptibiles velut stellae ".

Allude a *Purg.*, XXXI, 106:

Noi siam qui ninfe e nel ciel siamo stelle.

Dante vide in Catone la personificazione dell'*onesto* in senso stoico. Cosa intendessero gli Stoici per *onesto*, ce lo ha detto Dante stesso nel passo del Convivio, IV, 6, or ora citato. È la definizione di Cicerone, *de finib.*, II, 14, 15: " Honestum id intelligimus quod tale est, ut detracta omni utilitate sine ullis praemiis fructibusque per se ipsum possit iure laudari ". — Seneca, *ep.* 118, 10: " *Honestum* est perfectum bonum, quo beata vita completur, cuius contactu alia quoque bona fiunt ". Dov'è che Dante ha espresso questo concetto? In quella semplice frase *oneste piume* (*Purg.* I, 42), che altrove non avrebbe importanza, e che qui, trattandosi di Catone, tipo del sapiente stoico, ha tutto il peso del significato, ch'io dico.

Conchiudendo, Dante vide in Catone il perfetto seguace della virtù naturale: più il tutore della libertà, per la quale incontrò una morte gloriosa.

VI.

Dante pose Catone fra i destinati all'eterna gloria?

Il vederlo nel Purgatorio ci fa già rispondere affermativamente. Dante poi lo dice chiaro, quando chiama il corpo di Catone (*Purg.*, I, 75):

La vesta che al gran dì sarà sì chiara.

Scartazzini a questo luogo (ed. lips.) cita Dan., XII, 3, e Matth., XIII, 43, e afferma giustamente: " Il termine usato da Dante, posto in confronto coi passi biblici su cui si fonda, esclude ogni dubbio che egli abbia inteso dire che Catone, dopo la consumazione dei secoli, sarà salvo ".

Ricordisi *Par.* XIV, 52:

> . . . sì come carbon che fiamma rende,
> E per vivo candor quella soperchia
> Sì che la sua parvenza si difende,
> Così questo fulgor, che già ne cerchia,
> Fia vinto in apparenza dalla carne
> Che tutto dì la terra ricoperchia.

Insegna S. Tommaso (*S. Suppl.,* q. 85, art. 1): " Claritas illa causabitur ex redundantia gloriae animae in corpus... Et ideo secundum quod anima erit maioris claritatis secundum majus meritum, ita etiam erit differentia claritatis in corpore ". Di qui si capisce che Dante non ha detto a caso: *la vesta che sarà sì chiara,* ma l'ha detto per esprimere che grandissimo, tutto speciale, era il merito di Catone.

VII.

Il dubbio, che fece più o meno perplessi tutti i commentatori, è questo. Lo espongo colle parole di Benvenuto: " Primis videtur absurdum quod ponat Catonem custodem Purgatorii, quem debuisset ponere in inferno, tum quia fuit paganus infidelis, tum quia interfecit se ipsum; unde debebat melius reponi inter violentos contra se ipsos ". È il dubbio, che vedemmo enunciato tal quale dal Clerici.

Dopo quello che s'è ragionato intorno alla possibilità che un infedele si salvi: dopo che s'è veduto salvo Rifeo troiano, nessuna difficoltà, credo, per questo lato, a veder salvo Catone, l'uomo giustissimo, se altro mai. Senza esitare convien dunque accordarsi con Pietro di Dante che ha scritto: " ..... cum possibile sit et verisimile Deum, qui fecit eum tantum virtuosum, inspirasse ei credulitatem Christi filii venturi, et contritum decessisse, et sic salvatum ".

Il Cesari, teologo, s'è accostato al vero più forse d'ogni altro commentatore, ma infine restò perplesso anche lui; " Ora essendo il Purgatorio il mezzo purgativo da Dio ordinato a condurre le anime alla vera libertà, cioè al perfetto purgamento d'ogni macchia, che le impedisce il possesso del sommo bene,

per adombrar questo vero, ha posto il purgatorio sotto la signoria di Catone, amatore fortissimo di libertà. E perchè la virtù di questo uomo fu veramente un esempio singolarissimo; ed egli finge (sopra il fondamento della divina bontà, come fa di qualche altro a lui simile), che Dio per singolarissimo privilegio gli donasse la fede, e per essa altresì la salute, e qui il ponesse intanto a guardia di questo regno, ma tutto ciò è immaginato per sola figura „. (*Bellezze*, Verona, 1825, II, pag. 11).

Ma come va il fatto dell'essere stato suicida?

Non solo Dante non gliene fa colpa, ma anzi qui, come s'è visto, ripone la principale sua gloria. Per questo suo amore di libertà, dice il Cesari, Dante gli diede la signoria del Purgatorio.

Venuto al commento di I, 73, il Cesari, per bocca del Pompei, dice: " Qui è bisogno recarsi a mente quello che voi, Torelli, diceste poc'anzi che questo fatto è da prendere per figura, e come trovato di Dante; perchè nel vero, il darsi che fece Catone la morte per amore di libertà, non atto di vera virtù, ma fu vizio e peccato di vero omicidio: debolezza d'animo: che non gli bastò la forza a tollerare la sua sventura. Parmi che Sant'Agostino la pensi così „.

" *Rosa M.* Nè più nè meno nel libro I, capo 23 della Città di Dio (Op. cit., p. 13) „. E qui compendia quello che dice Sant'Agostino. Il quale ha ragione, dal punto di vista cristiano, a condannare il suicidio di Catone, come condanna anche quello di Lucrezia (ivi, capo 19).

Ora qui dobbiamo richiamare quello che dicemmo superiormente, che Dante cioè — e nella massima non ha torto — giudica gli infedeli da un punto di vista diverso da quello secondo cui giudica i Cristiani.

I Pagani esaltavano come suicidî gloriosi, e ispirati da eminente virtù, quello di Lucrezia e quello di Catone. Che essi così giudicassero lo dice lo stesso Sant'Agostino nel citato capo 23: " Sed tamen etiam illi praeter Lucretiam, de qua supra satis quod videbatur diximus, non facile reperiunt de cuius auctoritate praescribant, nisi illum Catonem, qui se Uticae occidit: non quia solus id fecit, sed quia vir doctus et probus habebatur, ut merito putetur recte etiam fieri potuisse vel posse quod fecit „.

Or bene: a dimostrar chiaramente che non abbiamo sbagliato nel valutare il criterio di Dante nel giudicare Catone,

valga il fatto che Lucrezia, parimenti suicida, non l'ha messa nel 1° girone, de' violenti contro sè stessi, ma, come s'è veduto, nel Limbo (*Inf.*, IV, 128).

VIII.

Non per questo credette Dante che Catone sia stato totalmente immacolato, per modo che non avesse punto bisogno di purgazione. È noto, p. e., che " Catoni ebrietas objecta est ". (SENECA, *de tranquill. an.*, XV, 15). Sul che è inutile accumulare erudizione. Dante pose che Catone debba stare nel Purgatorio finchè il Purgatorio dura. E in qual condizione? Su questo Dante non poteva stare in dubbio, Virgilio aveva fatto Catone Capo de' pii. *Aen.*, VIII, 670:

Secretosque pios; his dantem jura Catonem.

Dante gli assegnò un ufficio analogo. I Commentatori non dimenticarono questo confronto. Io aggiungo che Dante ha proprio tradotta l'espressione virgiliana in quel verso, che è in bocca appunto di Virgilio, che parla a Catone, e, per nominargli le anime del Purgatorio, le chiama, v. 65:

quegli spirti
Che purgan sè sotto la tua balìa.

Da quanto ho detto confido che il Catone dantesco non sarà più da annoverare tra quelle cose

Che danno a dubitar falsa matera,
Per le vere ragion che sono ascose.

L'Accademico Segretario
ERMANNO FERRERO.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 18 Novembre al 2 Dicembre 1894.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio;
quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Abhandlungen** herausg. von der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft. Bd. XVIII, Heft. III. Frankfurt a. M., 1894; 4°.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entregas I-IV, t. XXXVII. Buenos Aires, 1894; 8°.

Atti del Collegio degli ingegneri e degli architetti in Palermo. Anno XVII, 1894, gennaio-aprile. Palermo, 1894; 8°.

Beiträge zur Geologischen Karte der Schweiz... 24 Lieferung. Geologische Beschreibung des Centralgebietes der Schweiz... III Abteilung Geologische Beschreibung der Kalk- und Schiefergebirge zwischen dem Reuss- und Kienthal von Dr. Casimir Moesch. Bern, 1894 *(Dalla Commissione Geologica della Società Elvetica di Scienze naturali)*.

* **Bulletin** de l'Académie impériale des Sciences de St-Pétersbourg. Nouv. Sér., IV, n. 1, 2. St-Pétersbourg, 1894; 4°.

* **Bulletin** de la Société belge de microscopie. XX^e^ année, 1893-94, n. X. Bruxelles, 1894; 8°.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXV, n. 9. Cambridge, Mass., 1894; 8°.

* **Bullettino** delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società medico-chirurgica, ecc. Serie VII, vol. V, fasc. 10. Bologna, 1894; 8°.

Compte-Rendu sommaire de séance de la Société philomatique de Paris. N. 2, 10 nov. 1894. Paris, 1894; 8°.

* **Comptes-Rendus** de l'Académie des Sciences de Cracovie. Octobre. Cracovie, 1894; 8°.

* **Controversia.** Vol. VIII, 283. Madrid, 1894; 8°.

Extrait des Procès-Verbaux de la première réunion du Comité Météorologique international tenue à Upsal, en août 1894. Upsala, 1894; 8° *(Dal Comitato)*.

* **Flore** Fossile du Portugal. Nouvelles contributions à la flore mésozoïque par le marquis de Saporta, accompagnées d'une Notice stratigraphique par P. Choffat. Lisbonne, 1894 *(Dalla Direzione dei lavori geologici del Portogallo)*.

* **Giornale** del Genio civile; anno XXXII, f. 8, 9. Roma, 1894.

Matériaux pour la Carte géologique de la Suisse. Structure et histoire géologiques de la partie du Jura Central comprise entre le Doubs (Chaux-de-Fonds), le Val de Delémont, le Lac de Neuchâtel et le Weissenstein par Louis Rollier. Berne, 1893 *(Dalla Commiss. geolog. della Soc. elvetica di scienze nat.)*.

* **Monthly** notices of the Royal Astronomical Society. Vol. LIV, n. 9. London, 1894; 8°.

* **Musei** di Zoologia e Anatomia comparata della R. Università di Genova. N[i] 22-26. 1894; 8°.

* **Notulen** van de Algemeene en Bestuursvergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Deel XXXI, Afelv. 4, 1894; 8°.

Processo Verbale delle sedute della Commissione Geodetica italiana tenute in Bologna nei giorni 31 marzo e 1° aprile 1894. Firenze, 1894; 4°.

Pubblicazioni della Specola Vaticana. Vol. IV. Torino, 1894; 4°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 2ª, vol. VIII, fasc. 8-10. Napoli, 1894; 4°.

* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXVII, 2. Modena, 1894; 8°.

* **Tijdschrift** voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen etc.; Deel XXXVII, Aflev. 2, 3. Batavia, 1894.

Transactions of the Edinburgh Geological Society. Vol. VII, pt. 1. Edinburgh, 1894; 8°.

Verhandlungen der österreichischen Gradmessungs-Commission. Protokoll über die am 11 u. 13 april 1894 abgehaltenen Sitzungen. Wien, 1894 *(Dono della Commissione)*.

* **Wiskundige** Opgaven met de Oplossingen, door in leden van het Wiskundig Genootschap, ter sepreuke voerende: VI Deel, 3 Stuk. Amsterdam, 1894; 8°.

* **Zoologischer Anzeiger**, herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig. 1894, n. 461; 8°.

Brill (Dr. A.) und **Noether** (Dr. M.). Die Entwicklung der Theorie der algebraischen Functionen in älterer und neuerer Zeit (Berlin, 1893).

Comes (O.). Relazione sulla coltivazione sperimentale dei Tabacchi nel Regno durante la campagna 1893. Napoli, 1894; 4°.

Cossa (A.). Angelo Sala medico e chimico vicentino del secolo XVII°. Vicenza, 1894; 8°.

Fiorini (M.). Il Mappamondo di Leonardo da Vinci ed altre consimili mappe. Roma, 1894; 8°.

— Le sfere cosmografiche e specialmente le sfere terrestri. Roma, 1894; 8°.

Folie (F.). Théorie des mouvements diurne, annuel et séculaire de l'axe du monde. 1re et 2e partie. Bruxelles, 1884, 1888; 4°.

— Preuves de la nutation diurne. Bruxelles, 1888; 16°.

— Traité des réductions stellaires. Bruxelles, 1888; 8°.

Folie (F.). Nouveaux résultats relatifs à la détermination des constantes de la nutation diurne. Bruxelles, 1889; 8°.
— A l'occasion des variations de latitude constatées à Berlin, à Postdam et à Prague. Bruxelles, 1890; 8°.
— Notices extraites de l'Annuaire de l'Observatoire royal de Bruxelles pour 1890, 1891. Bruxelles, 1890-91; 16°.
— Sur les variations de la latitude. Bruxelles, 1891; 8°.
— Nouvelle recherche des termes du second ordre dans les formules de réduction des circompolaires en ascension droite et déclinaison. Bruxelles, 1892; 8°.
— Sur les termes du second ordre qui proviennent de la combinaison de l'aberration ou de la nutation avec la réfraction. Bruxelles, 1893; 8°.
— Sur l'invariabilité de la hauteur du pole. Bruxelles, 1893; 16°.
— Sur les termes du second ordre provenant de la combinaison de l'aberration et la réfraction. Paris, 1893; 4°.
— Essai sur les variations de latitude et calcul des constantes de la nutation, aberration, aberration systématique, nutation diurne, parallaxe de la polaire. Bruxelles, 1894; 16°.
— Catéchisme correct d'astronomie sphérique. I-II fasc. Roma, 1894; 4°.
— Du sens et de la période du mouvement Eulérien. Bruxelles, 1894; 8°.
— Encore un mot sur la définition de la latitude. Bruxelles, 1894; 8°.

Haeckel (E.). Systematische Phylogenie der Protisten und Pflanzen. Berlin, 1894; 8°.

Harlé. Restes de Marmottes dans la grotte de Lestélas, commune de Cazavet (Ariège). Toulouse, 1894; 8°.

Kölliker (A. v.). Ueber die feinere Anatomie und die physiologische Bedeutung des sympathischen Nerven-systems. Wien, 1894; 8°.

Righi (A.). Sulle oscillazioni elettriche a piccola lunghezza d'onda e sul loro impiego nella produzione di fenomeni analoghi ai principali fenomeni dell'ottica. Bologna, 1894; 4°.

Virgilio (F.). La collina di Torino in rapporto alle Alpi, all'Appennino ed alla pianura del Po. Torino, 1895; 8°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 25 Novembre al 9 Dicembre 1894.

* **Analele** Academiei Romane. Seria II, Tomulu XI. Memoriile Secțiuneĭ istorice. id. Partea administrativă și desbaterile. 1888-90. Bucuresci, 1889-92; 4°.

* **Anales** de la Universidad (*República Oriental del Uruguay*). Tomo VI; Entr. 1, 2. Montevideo, 1894; 8°.

* **Ateneo** Veneto. Serie XVIII, vol. II, fasc. 1-3. Venezia, 1894; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. sächsischen Gesellschaft, etc., philolog.-hist. Classe, 1894, I. Leipzig, 1894; 8°.

* **Bibliotheca** Indica: A Collection of Oriental Works published by the Asiatic Society of Bengal. New series, 623, 628, 634, 637, 643, 648, 653, 656, 659, fasc. X-XI; n. 842-846. Calcutta, 1894; 8°.

* **Boletin** de la Real Academia de la Historia. T. XXV, cuad. IV. Madrid, 1894; 8°.

* **Bollettino** delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa (Bibl. Naz. Cent. di Firenze) 1894, n. 214; 8°.

Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale. Anno XI, Luglio, Agosto e Settem. 1894. Roma, 1894; 8° (*Ministero delle Finanze*).

Bollettino di notizie sul credito e la previdenza. Anno XII, n. 9. Roma, 1894; 8° (*Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

Bulletin de la Société de Géographie Commerciale de Bordeaux. 1894, n. 22; 8°.

* **Bulletin** de la Société de Géographie, etc.; 7e série, t. XV, 1er et 2e trim. 1894. Paris, 1894.

Bulletin Mensuel de Statistique Municipale de la ville de Buenos-Ayres. Année VIIIe (1894), n. 9.

* **Consiglio** Comunale di Torino; Sess. ordin. di autunno, 1894. N° XXXIV-XXIX.

* **Nachrichten** von der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen Philologisch-historische Klasse. 1894, n. 3. Göttingen; 8°

* **Sitzungsberichte** der k. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, XXIV-XXXVIII. Berlin, 1894; 8°.

Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione. Ottobre 1894. Roma, 1894; 8° (*Dal Ministero delle Finanze*).

The Geneva Oriental Congress. 1894; 8° (*Dal Comitato del IX Congresso degli Orientalisti*).

Boselli (P.). Inaugurazione dei monumenti a re Vittorio Emanuele II e al Conte di Cavour in Santa Margherita Ligure. Discorsi. Roma, 1894; 8°.

De Nadaillac. Le Mashonaland. Paris, 1894; 8°.

Linati (F.). La famiglia e la società. Parma, 1894; 8°.

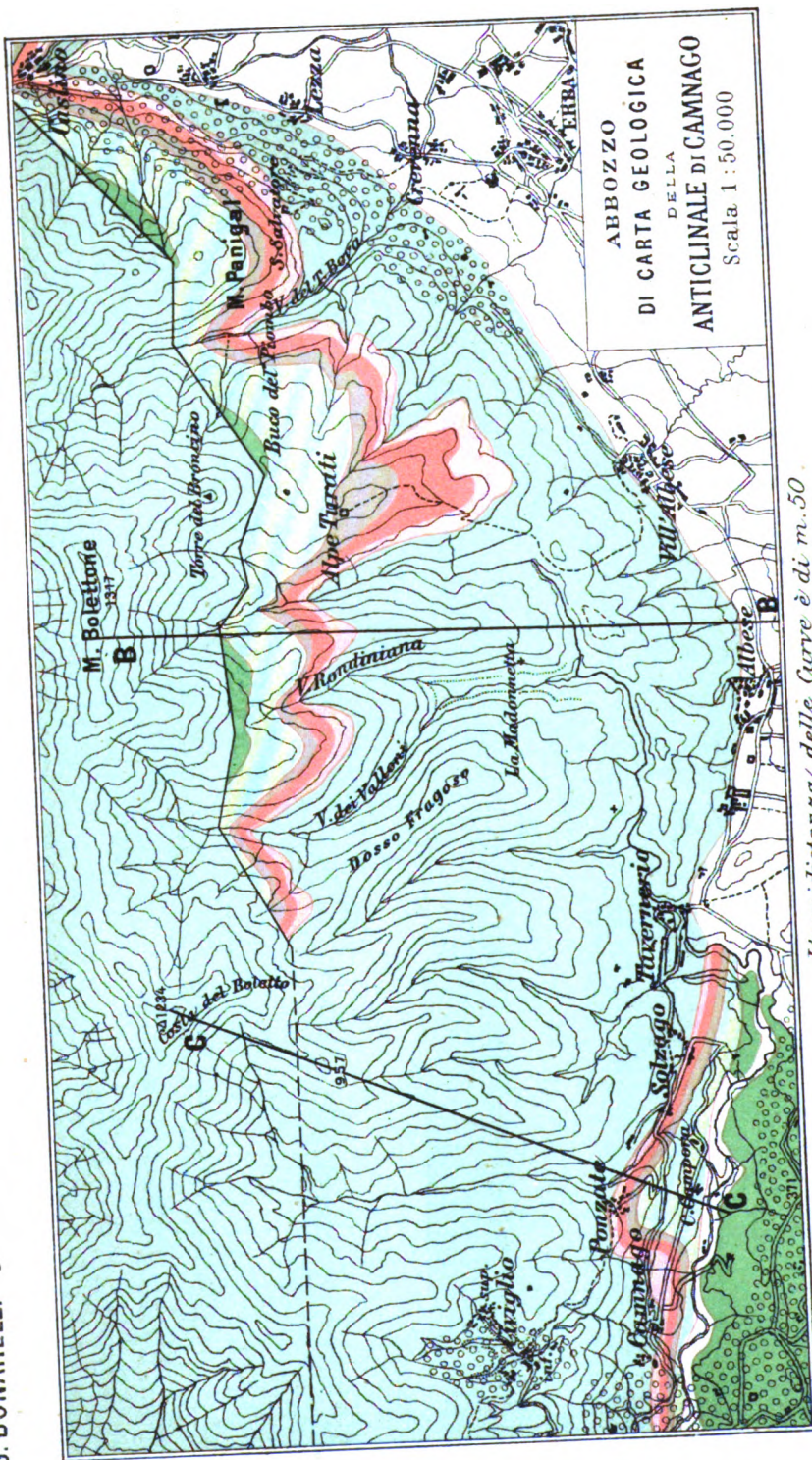
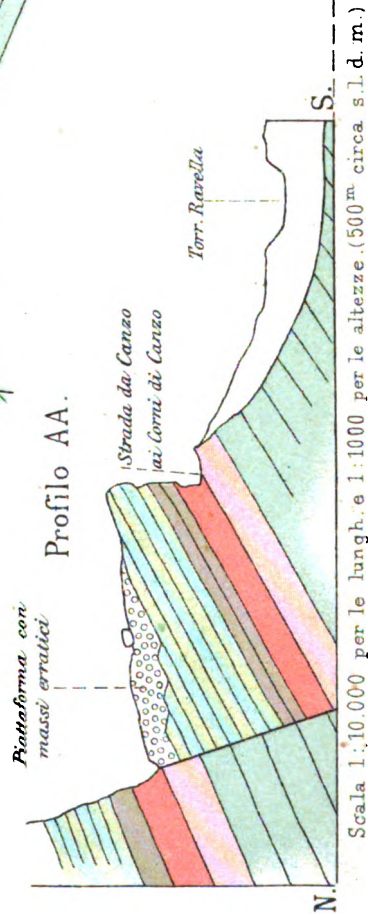
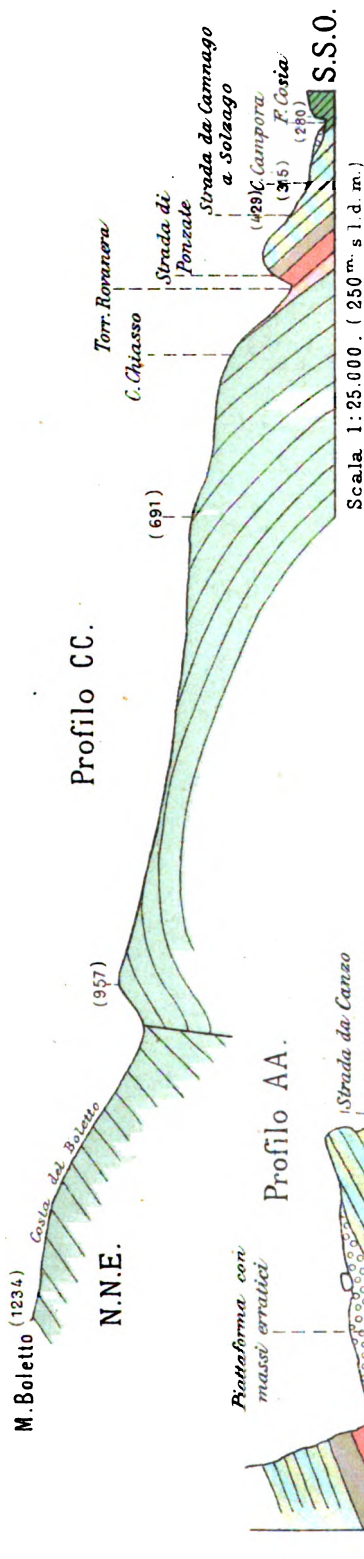
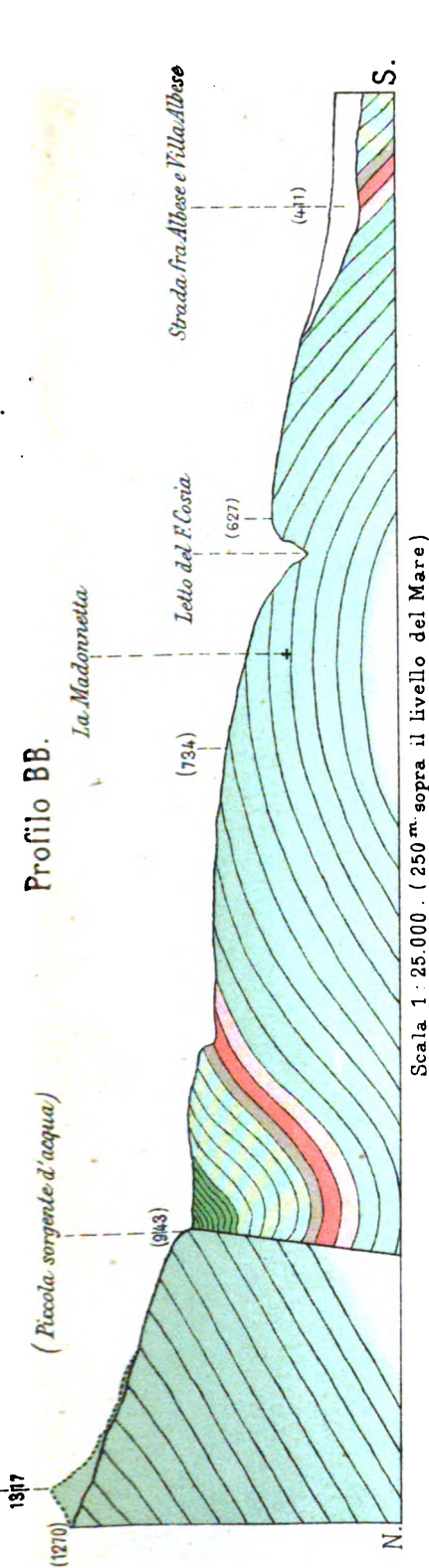
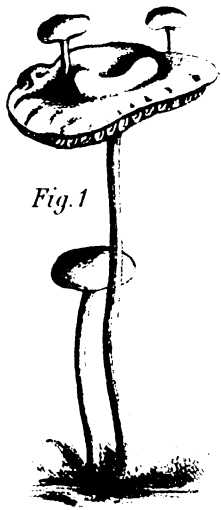
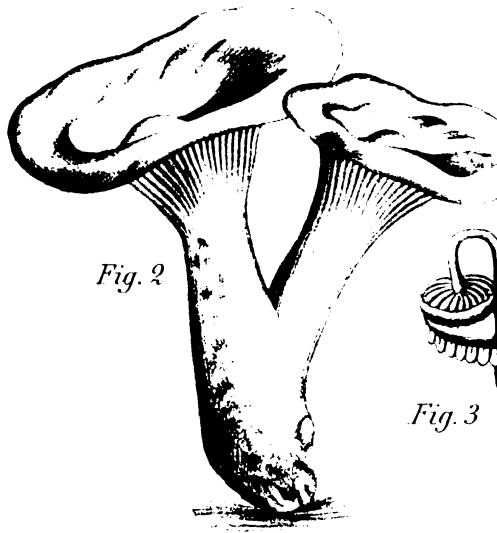
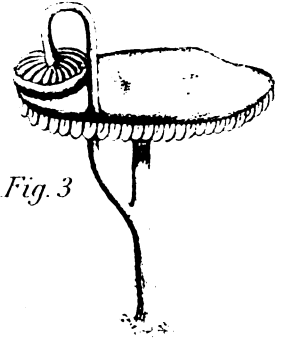
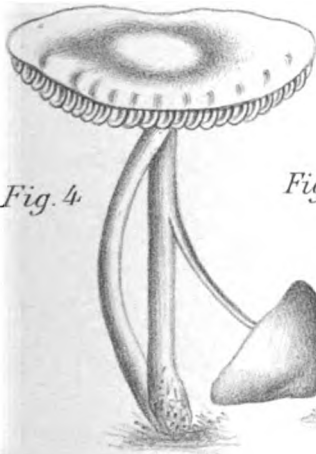
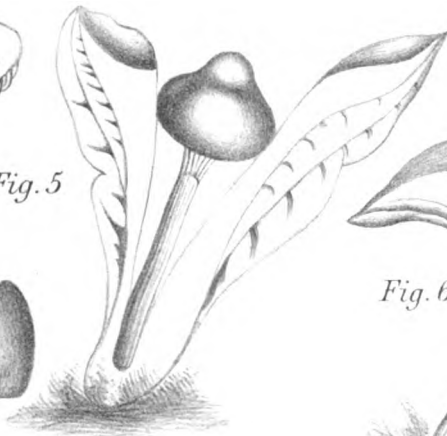
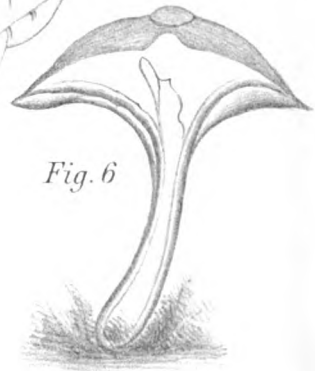
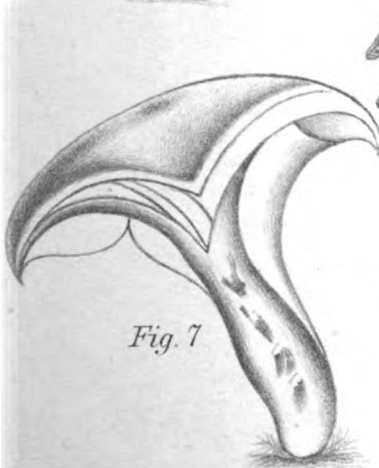
Pennisi Mauro (A.). Poesie giovanili. Catania, 1894; 8°.

Perrero (D.). Il matrimonio della principessa Maria Elisabetta di Savoia-Carignano sorella di Carlo Alberto coll'arciduca Ranieri d'Austria (1820). Torino, 1894; 8°.

** **Sanuto** (M.). Diari. Fasc. 180. Venezia, 1894; 4°.

Zanella (G.). Poesie; vol. II. Firenze, 1894; 32° (*Dal Socio Corr. Sen. F. Lampertico*).

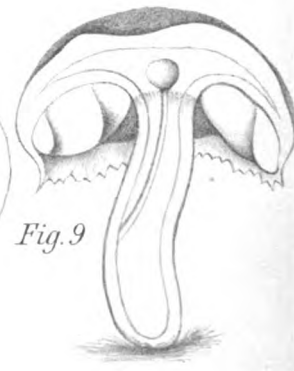
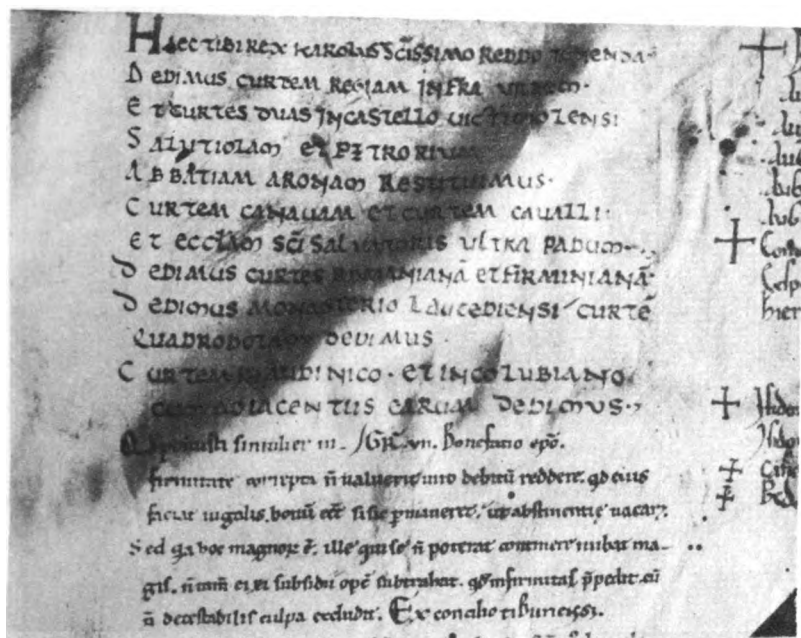
Ziemer (*H.*). Kurze Philologische Uebersicht über die Sprachwissenschaftliche Litteratur in den Jahren 1888-1891. Woking, 1894; 8° (*Dal Comitato del IX Congresso degli Orientalisti*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

ABBOZZO
DI CARTA GEOLOGICA
DELLA
ANTICLINALE DI CAMNAGO
Scala 1 : 50.000
L'equidistanza delle Curve è di m. 50
M. Bolettone
1317
Torre del Bronzino
M. Panigal
Buco del Piombo
S. Salvatore
Caslino
Lezza
Crevenna
ERBA
Alpe Turati
V. Rondiniana
V. dei Valloni
Dosso Fragoso
La Madonnetta
Costa del Bolatto
1234
957
Civiglio
sup.
inf.
Ponzate
Camnago
Solzago
Tavernerio
C. Campora
Vill'Albese
Albese
371
B
C
Sinemuriano e Charmoutiano inf.
(Domeriano)
Toarciano ed Aleniano
Dogger e Malm inf.
Titonico ed Infracretaceo
Cretaceo
Morenico a ridosso di formazioni Mesozoiche
Quaternario in genere

Lit. Salussolia, Torino

Guido Bonarelli delineò

Lit. Salussolia - Torino

Stab. Calcografico A. Fiorelli - Milano

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 16 Dicembre 1894.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
VICE-PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Direttore della Classe, Salvadori, Cossa, Berruti, Bizzozero, Ferraris, Naccari, Giacomini, Camerano, Segre, Peano e Basso Segretario.

Il Socio Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Il Socio Camerano offre in dono all'Accademia, a nome dell'autore Dott. E. Ardu-Onnis, una Monografia intitolata: " *Crani umani della* " *Magenta* " " del Museo di Anatomia comparata della R. Università di Torino.

Il Socio Naccari legge un lavoro del Dott. Antonio Garbasso, " *Sulla luce bianca* ", dov'è confermata l'analogia fra la natura di questa e quella della forza elettrica ottenuta col metodo di Hertz.

Questo lavoro viene accolto per la pubblicazione negli *Atti*.

LETTURE

Sulla luce bianca;

Considerazioni di A. GARBASSO.

Hertz, in una lettera scritta al Poincaré in occasione delle esperienze di Sarasin e De la Rive, ha respinto in modo assoluto l'idea che la vibrazione di uno dei suoi eccitatori possa equivalere ad uno spettro continuo (1).

Ho motivo di credere che se l'illustre uomo vivesse ancora e potesse manifestare il suo pensiero sopra questa questione interessante gli darebbe una forma alquanto diversa (2).

Per vero in questi ultimi anni fu posta in luce una serie di fatti i quali valgono a mostrare l'analogia perfetta che esiste fra il modo di comportarsi dei raggi di forza elettrica ottenuti col metodo d'Hertz e il modo di comportarsi dei raggi della luce bianca.

Che la radiazione emessa da un corpo liquido o solido incandescente risulti di infiniti raggi di diversi colori, cioè di diverse lunghezze d'onda si può riconoscere dall'esame di due serie di fatti.

Sono da un lato i fenomeni di interferenza e diffrazione, dall'altro tutti quelli in cui entra in giuoco la costituzione molecolare della materia.

In modo affatto analogo quando si tratta dei raggi di forza elettrica ci si offrono due vie ugualmente opportune per mostrare che essi non sono semplici.

(1) Vedi in POINCARÉ, *Électricité et optique*, II, 250. " Les expériences " de MM. Sarasin et De la Rive sur l'usage de divers résonateurs me " plaisent beaucoup et me semblent fort belles, mais leur explication par " un spectre continu émis par le primaire me déplaît absolument ".

(2) Ricavo questo da comunicazioni avute verbalmente e per lettera dal compianto Professore.

Basterà citare nel primo ordine di idee le esperienze di Sarasin e De la Rive sulle onde stazionarie (1), le belle esperienze di interferenza di Klemenčič e Czermak (2) e sopratutto le esperienze di diffrazione di Zehnder (3). Si sa che quest'ultimo ha costrutto un reticolo adatto ai raggi d'Hertz e di tali raggi ha ottenuto lo *spettro*.

Quanto alla seconda via ho avuto la fortuna di muovere in essa i primi passi; l'idea che mi ha guidato è semplice e consiste in ciò che un sistema di risonatori deve esercitare sui raggi di forza elettrica le stesse azioni che la materia ponderale sulla luce (4).

Seguendo questo concetto sono riuscito a produrre i fenomeni analoghi a quelli dell'assorbimento elettivo e della riflessione dei raggi luminosi per l'azione dei corpi colorati; ho descritto questi fatti in due lavori che ebbero l'onore di essere presentati all'Accademia nello scorso anno (5).

In certe esperienze poi che ho eseguito recentemente in collaborazione col sig. E. Aschkinass di Berlino ho mostrato come si possa ottenere la dispersione prismatica dei raggi di forza elettrica (6).

Se si esaminano uno ad uno i fatti ora ricordati si trova giustificato quanto ho detto più su, che cioè il parallelismo fra i fenomeni presentati dalla luce *bianca* e quelli offerti dai raggi d'Hertz è perfetto.

---

(1) *Archives des sciences phys. et nat.* (3), XXIX, 358 e 441, 1893.

(2) *Sitzungsbericht. d. k. Ak. d. W. in Wien*, CI, II Abth., 935, 1892.

(3) *Wied. Ann.*, LIII, 182, 1894.

(4) Cfr. a questo proposito: A. Righi, *Sulle oscillazioni elettriche a piccola lunghezza d'onda*, ecc. (Memoria letta all'Acc. di Bologna il 27 maggio 1894). Pag. 95 dell'estratto.

(5) A. Garbasso, *Sopra il fenomeno della risonanza multipla*. (Atti Acc. di Torino, XXVIII, 1893; Journ. de Physique (3), II, 259, 1893; Naturwiss. Rundschau, VIII, 370, 1893; Beibl., 1894, pag. 387).

A. Garbasso, *Sulla riflessione dei raggi di forza elettrica*. (Atti Acc. di Torino, XXVIII, 1893; Lum. électrique, XLIX, 489, 1893; Beibl., 1893, pag. 971).

(6) A. Garbasso und E. Aschkinass, *Ueber Brechung und Dispersion der Strahlen electrischer Kraft* (Wied. Ann., LIII, 534, 1894; Naturwiss. Rundschau, IX, 429, 1894).

***

Si può fare ancora un'obbiezione, la quale condurrebbe a negare che l'essenza del fenomeno nei due casi sia la stessa. Si può osservare infatti che nell'eccitatore d'Hertz le oscillazioni hanno senza dubbio un periodo unico ben definito, sebbene siano fortemente smorzate.

Senza parlare delle ragioni teoriche che militano in favore di questa opinione ne abbiamo da poco la prova sperimentale nelle curiose esperienze di Le Royer e Van Berchen (1). Impiegando nello studio della radiazione un apparecchio che *non* ha un periodo proprio di vibrazione, questi sperimentatori hanno potuto osservare nell'onda stazionaria i nodi corrispondenti all'eccitatore (2) e hanno mostrato che questi nodi decrescono rapidamente di nettezza quando ci si allontana dalla superficie riflettente.

Se si studiasse con l'apparecchio di Le Royer e Van Berchen lo spettro di un eccitatore d'Hertz vi si incontrerebbe un massimo d'intensità ben distinto e niente altro.

Ora si può domandare: dove è nel caso della luce bianca il periodo di vibrazione definito?

Rispondo che non siamo in grado di ripetere con onde luminose l'esperienza di Le Royer e Van Berchen; possiamo però studiare lo spettro solare con un apparecchio che non ha periodo proprio di vibrazione, cioè col bolometro, e vi troviamo un unico massimo di intensità. Anche da questa parte l'analogia sussiste.

---

(1) *Archives des sc. phys. et nat.* (3), XXXI, 558, 1894; *Naturwiss. Rundschau*, IX, 602, 1894.

(2) Queste esperienze contraddicono all'opinione del sig. Poincaré, secondo la quale le interferenze che s'osservano nell'esperienza dell'onda stazionaria sarebbero dovute al risonatore, mentre la radiazione dell'eccitatore non sarebbe capace d'interferire (Électricité et optique, II, 250).

***

Queste considerazioni ci conducono a pensare che probabilmente *la luce bianca ha origine da vibrazioni sinussoidali semplici fortemente smorzate.*

La verosimiglianza di questa ipotesi si fa anche più grande quando si riconosce che per mezzo di essa siamo in grado di prevedere nello spettro una distribuzione di energia perfettamente simile a quella che si rinviene studiando col bolometro la radiazione solare.

Hertz stesso ha fatto notare che una vibrazione semplice smorzata si può considerare come la sovrapposizione di infinite non smorzate di periodi diversi (1); non ha tratto però da questa osservazione tutto l'utile che se ne poteva ricavare.

In uno dei lavori citati (2) ho svolto il concetto d'Hertz mostrandone tutta l'importanza (3), sono giunto allora all'equazione:

$$e^{-at} \sin bt = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} \sin \alpha t \left\{ \frac{a}{a^2 + (\alpha - b)^2} - \frac{a}{a^2 + (\alpha + b)^2} \right\} d\alpha,$$

che si può ricavare con facilità sia direttamente sia per mezzo del teorema di Fourier (4).

Si faccia

(1) Presso: Poincaré, *Électricité et optique*, II, 251.

(2) *Atti Acc. di Torino*, seduta del 25 giugno 1893.

(3) Nella stessa forma è data la teoria della risonanza multipla nei libri recenti di Poincaré (Les oscillations électriques, p. 111) e Drude (Physik des Aethers, p. 430).

(4) Nel luogo citato descrivevo il fenomeno corrispondente a quello dell'allargarsi delle righe dello spettro dei gas con l'aumento della pressione e lo interpretavo per mezzo dell'equazione ora riportata.

Recentemente è apparso un lavoro del sig. G. Jaumann (Wied. Ann., LIII, 832, 1894) il quale tratta lo stesso problema con procedimenti affatto analoghi. Ammetto di buon grado che il sig. Jaumann abbia ritrovato indipendentemente da me i miei risultati, ma mi sembra incontestabile che la priorità dell'idea sia mia.

$$b = \frac{2\pi}{T} \qquad \alpha = \frac{2\pi}{\tau} \qquad a = \frac{\mathfrak{d}}{T}$$

l'equazione diventerà:

$$e^{-\frac{\mathfrak{d}}{T}t} \sin \frac{2\pi t}{T} = \frac{2\mathfrak{d}}{T} \int_0^\infty \sin \frac{2\pi t}{\tau} \left\{ \frac{1}{\mathfrak{d}^2 \left(\frac{\tau}{T}\right)^2 + 4\pi^2 \left(1 - \frac{\tau}{T}\right)^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\mathfrak{d}^2 \left(\frac{\tau}{T}\right)^2 + 4\pi^2 \left(1 + \frac{\tau}{T}\right)^2} \right\} d\tau,$$

dove, come s'intende subito, T rappresenta il periodo corrispondente alla radiazione *fondamentale,* a quell'unica riga cioè che si avrebbe nello spettro se $\mathfrak{d}$ fosse estremamente piccolo; $\mathfrak{d}$ è il decremento logaritmico dell'oscillazione e τ il periodo di una qualunque delle radiazioni dello spettro.

La quantità tra parentesi sotto l'integrale è proporzionale all'ampiezza dell'oscillazione di periodo τ, quindi, posto $\frac{\tau}{T} = x$, la curva

$$y = \frac{1}{\mathfrak{d}^2 x^2 + 4\pi^2 (1 - x)^2} - \frac{1}{\mathfrak{d}^2 x^2 + 4\pi^2 (1 + x)^2}$$

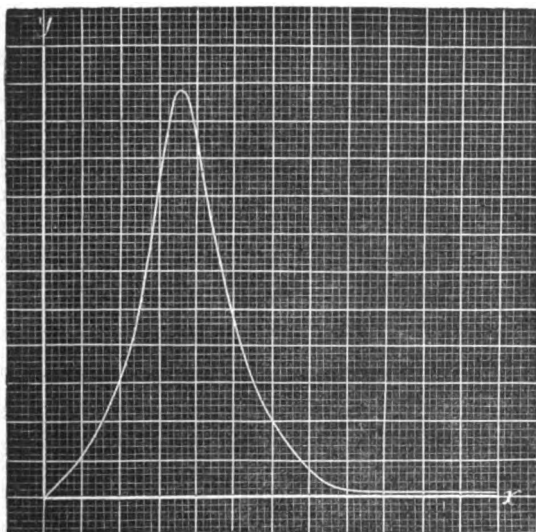
ci potrà rappresentare la distribuzione dell'energia nello spettro dovuto alla vibrazione smorzata di periodo T.

Come si riconosce subito la y è sempre positiva per x positivo; la curva passa per l'origine delle coordinate ed ha l'asse x per assintoto; la y offre un massimo solo.

Naturalmente la curva non si può costruire se non si dà un valore particolare alla costante $\mathfrak{d}$; noi sceglieremo $\mathfrak{d} = 2$, ciò corrisponde ad ammettere che l'ampiezza massima di una vibrazione sia uguale a quella della precedente divisa per e^2, cioè per 7,4 all'incirca; è un'ipotesi ragionevole poichè, sebbene con gli eccitatori d'Hertz lo smorzamento sia alquanto minore, con gli eccitatori sferici di Lodge le ampiezze massime di due vibrazioni successive stanno prossimamente come 10 : 1. Del resto la scelta di $\mathfrak{d}$, entro certi limiti, non ha una grande influenza sull'andamento della curva.

Nell'ipotesi che ho detto ho calcolato la tabella seguente:

x	y	x	y
0,00	0,0000	0,90	0,2683
0,10	0,0100	0,91	0,2685
0,20	0,0224	0,92	0,2680
0,30	0,0360	0,93	0,2672
0,40	0,0548	1,00	0,2396
0,50	0,0812	1,10	0,1855
0,60	0,1192	1,30	0,0922
0,70	0,1729	1,50	0,0520
0,80	0,2341	2,00	0,0032
0,89	0,2665	∞	0,0000

Con questi dati (prendendo delle unità convenienti) si costruisce il diagramma rappresentato nella figura; come si vede

l'andamento è quello della curva che Langley ha dedotto dalle sue determinazioni della distribuzione dell'intensità nello spettro del sole.

La tabella mostra che la massima intensità della radiazione non corrisponde alla vibrazione fondamentale (all'ascissa $x = 1$), bensì ad una vibrazione alquanto più rapida (1) la cui lunghezza d'onda è all'incirca 0,91 della fondamentale.

Se si vuole che, come accade nello spettro del sole, il massimo corrisponda ad una lunghezza d'onda di $0^{\mu},60$ all'incirca bisognerà prendere per fondamentale una vibrazione di lunghezza d'onda $0^{\mu},659$.

Nel diagramma di Langley l'ordinata e l'ascissa del massimo stanno prossimamente come 61 : 6; se prendessimo sui due assi le unità di misura in modo che per la nostra curva si verificasse la stessa proprietà, troveremmo che per l'ultravioletto e per la parte visibile dello spettro i due diagrammi coincidono quasi perfettamente e che nell'ultrarosso invece la nostra curva rimane un po' al disotto di quella di Langley.

La divergenza si può diminuire col far crescere $\mathfrak{d}$; oppure col supporre che con la vibrazione ora studiata cooperino altre vibrazioni fondamentali, meno intense, corrispondenti a raggi ultrarossi.

Riassumendo: *lo spettro solare si può, almeno per la parte principale, considerare come proveniente da oscillazioni smorzate nel modo che s'è detto, capaci, ove lo smorzamento fosse piccolo, di dare delle onde di $0^{\mu},659$* (2).

Altre considerazioni sono possibili in questo ordine di idee, le tralascio perchè potrebbero sembrare premature, mi pare lecito però esprimere la speranza che per questa via si possa giungere in avvenire a trovare dei metodi per l'analisi spettrale dei liquidi e dei solidi.

---

(1) Questa proprietà sussiste qualunque sia $\mathfrak{d}$.

(2) È interessante notare che la riga H_{α}, la più brillante dello spettro dell'idrogeno, corrisponde ad onde della lunghezza di $0^{\mu},656$; quindi se si avesse dell'idrogeno compresso ad una pressione tale che il decremento logaritmico delle oscillazioni delle sue molecole fosse prossimo a 2, esso emetterebbe della luce il cui spettro avrebbe all'incirca la stessa costituzione di quello del sole.

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 23 Dicembre 1894.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Peyron, Vallauri, Claretta, Bollati di Saint-Pierre, Pezzi, Nani, Cipolla e Ferrero Segretario.

Fra i libri inviati in dono alla Classe il Socio Segretario Ferrero segnala: " *Il Natale in Canavese* „ pubblicato e commentato dal Socio Corrispondente Conte Costantino Nigra in collaborazione col Prof. Delfino Orsi (Torino, 1894); due volumetti della " *Strenna savonese* „ (1894 e 1895) del Socio Corrispondente Cav. Vittorio Poggi; e un opuscolo del Socio Corrispondente Marchese di Nadaillac: " *Les populations lacustres de l'Europe* „ (Paris, 1894).

Egli presenta poi a nome dell'Autore Avv. Domenico Perrero un opuscolo: " *La diplomazia piemontese nel primo smembramento della Polonia* „ (Torino, 1894).

Lo stesso Socio legge una nota del Sig. Luigi Schiaparelli, Dottore di Lettere, intorno a " *Tre iscrizioni antiche nel Biellese* „. Questa nota è pubblicata negli *Atti*.

LETTURE

Tre iscrizioni antiche nel Biellese;

Nota del Dott. LUIGI SCHIAPARELLI.

L'attuale regione biellese, tanto nota per la ricchezza delle sue industrie, in fatto di antichità romane e del medio-evo conserva pochi monumenti, e di scarso valore per attestarci convenientemente le origini e lo sviluppo graduale della sua civiltà fino al sorgere del Comune.

La parte del Biellese che ha maggior importanza storica, ed è meno povera di monumenti è la meridionale, che anticamente costituiva il centro del *pagus* dei Vittimoli. I paesi vicini all'aurifodina Ἰκτουμούλων, dove certo questi avevano la loro sede principale e dove probabilmente si trovò la loro città — della cui distruzione parla Diodoro Siculo (1) —, dove sorse il loro *castellum,* — ancora ricordato nel Medioevo (2) —, conservano parecchie antichità degne di speciale studio.

Le iscrizioni, che sono oggetto di questa breve notizia, furono trovate in tale località, e precisamente in Salussola, pittoresco paese sull'estremo promontorio della morena *Serra,* in vicinanza dell'antica miniera dei Vittimoli. Ne ebbi gentile comunicazione dall'egregio sig. farmacista Annibale Scaravelli di Salussola, cui son lieto di poter pubblicamente testimoniare la mia gratitudine.

Iscrizione pagana.

Quest'iscrizione si trova nel piccolo villaggio di Arro, frazione del comune di Salussola, sulla sponda sinistra del torrente

(1) *Excerpta vatic.*, p. 64.

(2) Diploma di Ottone III, a. 999, in: Provana, " *Studi critici sopra la Storia d'Italia ai tempi di re Arduino.* Torino, 1844, pag. 349. Stumpf, I, n. 1190, pag. 99; e in una notizia del sec. X pubbl. dal prof. C. Cipolla, *Di un diploma perduto di Carlo III* (*Atti dell'Acc. delle scienze di Torino,* XXVI, p. 675).

Elvo. Le antichità, che il Durandi (1) descrive e afferma di aver ivi vedute, gli avanzi di mattoni romani e di costruzioni medioevali, che ancora oggidì, benchè in proporzioni piccolissime, si possono esaminare, attestano l'importanza e l'antichità del luogo.

ATICIA

P F

SECVNDA

È incisa su una rozza ed oscura pietra infissa nel suolo, che serve ora come paracarro. Misura in altezza 0,77; in larghezza, alla base 0,50, dove trovasi l'iscrizione 0,35; spessa 0,37.

Il Durandi, nel suo libro: *Dell'antica condizione del Vercellese* (2), riporta quattro iscrizioni romane che dice di aver vedute e trascritte in Arro; tra queste, quella ora riferita, aggiungendo che era scolpita su una rozza pietra.

Quest'iscrizione ha, come le altre tre, sollevato dei dubbi, e si finì per condannarla tra le false.

Il P. Bruzza (3), pur non osando classificarla tra le spurie, dice di riferirla sulla fede del Durandi; parole queste, che svelano il dubbio che aveva non, dirò, solo su questa iscrizione, ma sul valore del Durandi come epigrafista. Egli però non adduce motivazione alcuna, ma probabilmente il suo dubbio dovette originare dal non ricorrere altro accenno della gente Aticia nelle antiche iscrizioni del Piemonte; si aggiunga ancora che il Bruzza recatosi in quei luoghi, come egli stesso ci fa sapere, non aveva ritrovato l'iscrizione, che il Durandi affermava di aver veduta e copiata dai paesani di Arro.

Il Mommsen la classifica senz'altro tra le false (4), affermando che fu il prodotto di una invenzione del Durandi, e si esprime così: " Jacobus Durandus in libro " dell'antica con-

(1) Durandi, *Dell'antica condizione del Vercellese e dell'antico borgo di Santhià*. Torino, 1766, p. 74 e segg.

(2) Pag. 75.

(3) *Iscrizioni antiche Vercellesi*. Roma, 1874. p. 132.

(4) *C. I. L.*, V. n. 718*.

dizione del Vercellese e dell'antico borgo di Santhià „ praeter titulos, quos aut ex editis sumpsit aut ex chronicis scriptis Cusani duos n. 6654, 6655 primus edidit, falsos autem n. 715*-724* ipse finxit „ (1).

E altrove, ricordando i lavori del Durandi, dopo di avere, e con ragione, notato la falsità delle iscrizioni che questi attinse dal Meyranesio, esce in questo giudizio molto severo: “ Ipsum Durandium si non a culpa, a doli certe societate afuisse hodie viri docti persuasum habent, potesque sane allegari pro Durandio titulos falsos Meyranesianos nusquam ab eo autoptae testimonio confirmari, item in libris post Meyranesii obitum editis commenticia illa deficere vel certe rarescere; nam vel in commentario edito primum in actis Taurinensibus a. 1810 novae fraudes accesserunt. Vereor tamen ne aliter iudicet qui accurate expenderit librum Durandii de Vercellis editum, ut dictum est, anno 1766. Nam cum in eo volumine, nisi quod me fugit, Meyranesius non nominetur nec titulorum ibi primum feruntur tituli 715*-723* non magis sinceri sunt, denique, quod omnium gravissimum est, Durandius pluribus eorum adscripsit se eos vidisse. Quam ob rem non propter socium tantum, sed per se quoque testis iste suspectus est „ (2).

Ora almeno per una delle tre iscrizioni di Arro si può esser certi che il Durandi è stato sincero.

È da notare in questa la forma della Λ colla lineetta trasversale sciolta, che, partendo dall'asta di destra, corre, parallela a quella di sinistra, alla base. Questa forma della lettera Λ risale a grande antichità, e si trova talora usata anche nell'età imperiale (3).

Iscrizioni cristiane.

I.

In un frammento di marmo alto m. 0,225, largo m. 0,145, appeso alla facciata dell'antica cappella di S. Pietro Levita,

(1) *Op. cit.*, p. 735.
(2) *Op. cit.*, p. 777.
(3) HÜBNER, *Exempla scripturae epigraphicae*, p. LIV.

nella villa dello stesso nome di proprietà del signor Paolo Da-Vella (1), si legge:

ANASTAS
AVoTVmOLIM
ERTITVLV

.....*Anastas*[*ius*..... *contr*]*a votum olim*..... [*p* o *m*]*ater titulu*(*m*).....

Nella linea 2ª le tre lettere piccole si trovano collocate rispettivamente dentro la lettera vicina di sinistra.

Il carattere delle lettere è quello detto a pennello.

Le inserzioni della o nella V, della m nella V e della L nella O non hanno importanza grande per determinare l'età dell'epigrafe, poichè le incontriamo tanto in tempi molto antichi, quanto in età relativamente tarda.

La formola *contra votum* è abbastanza comune nell'epigrafia cristiana, specialmente della Gallia Cisalpina. Nell'agro vercellese ne incontriamo ben otto esempi: una volta sola si trova così modificata: CONTRA VOTA (2).

Tale formola pagana si conservò a lungo, e con predilezione, nell'epigrafia cristiana, e serviva a manifestare, con affettuosa espressione, il dolore di una persona sconsolata per la immatura

---

(1) Questa villa, situata su un piccolo colle rivestito di vigneti, ai piedi, e quasi come baluardo, di Salussola, da cui lo sguardo si stende sulla pittoresca pianura vercellese, fu anticamente sede della famiglia Bulgaro. La chiesa, che oggidì ben poco conserva del suo carattere antico, fu costrutta nel sec. X. Secondo un manoscritto (n. XLVII) dell'Archivio capitolare di Vercelli, sotto il vescovo Ingone, si sarebbe fatta in questa chiesa la traslazione delle ossa di S. Pietro Levita, che si trovavano nell'antico *Castrum* dei Vittimuli. Fu allora che la chiesa venne dedicata al Santo. Nel sec. XVIII le ossa furono trasportate nella chiesa maggiore di Salussola, dedicata a M. V. Assunta, dove oggidì sono venerate dai fedeli. Altre antichità si conservavano ancora alcuni anni fa, ed ora inesorabilmente perdute; l'egregio sig. A. Scaravelli mi comunicò di aver veduto una iscrizione e due sarcofaghi con acroterii.

(2) Bruzza, *op. c.*, n. CXVII; n. CXVIIII; n. CXXXVIIII; n. CXL; n. CXLII; n. CXLIII; n. CLV frammenti 3 e 4.

perdita di un suo congiunto, cui avrebbe voluto precedere nella tomba.

Secondo l'erudito P. Bruzza, questa formula " è assai comune nelle iscrizioni cristiane della Gallia Cisalpina del quinto e sesto secolo " (1).

II.

L'iscrizione di cui verrò a parlare ora si trova riferita nella " Copia degli atti di S. Pietro Levita di Salussola, fedelmente estratta dalla già esistente negli Archivi di questa Parrocchia Matrice di Salussola, con cui la presente concorda ", copia conservata nell'Archivio parrocchiale (2). Il manoscritto incomincia con queste parole, che determinano il suo contenuto: " Testimoniales super statu Ecclesiae seu Oratorii campestris sub titulo S. Petri Levitae in finibus loci Salussoliae erecti, nec non recognitionis Reliquiarum eiusdem sancti, quae ex vulgari antiqua traditione in Altari majore eiusdem Oratorii existere creduntur ". La Chiesa od Oratorio, di cui qui si parla, è quella che ho precedentemente ricordata. Il ms. ci fa sapere, che il re Vittorio Amedeo III, a cui con bolle pontificie erano stati concessi tutti i redditi del monastero di S. Gerolamo della città di Novara e di quello dello stesso nome, di Biella, largì " suppellectiles omnes existentes in hoc oratorio S. Petri Levitae una cum aliis iam spectantibus ad Ecclesiam S. Hyeronimi prope Bugellam " al seminario vescovile di questa città, e che in tale occasione i canonici della Collegiata di Biella " una cum D. D. Administratoribus Magnificae Comunitatis huius loci ", rivolsero preghiera al Sovrano di poter trasportare nella parrocchia di Salussola le antiche reliquie, che, secondo antica tradizione, si dovevano trovare nell'oratorio. Ottenuto il permesso si procedette tosto alla ricerca (3): il ms. ci dà notizia dei più minuti particolari.

---

(1) *Op. cit.*, p. 332.

(2) Al Vicario di Salussola R. D. Mosca, che mi permise l'esame del ms., i miei sinceri ringraziamenti.

(3) Anno 1782, 5 giugno.

Riporto integralmente il passo che serve per il nostro studio: " Si concedono Testimoniali esistervi in detto oratorio oltre ad un altare laterale verso Mezzogiorno, altro altare, quale si è il maggiore, e verso mattina tutto di cotto con calce ornato d'Incona gradini e predella di bosco dedicato a M. Vergine, a S. Pietro Levita e a S. Francesco d'Assisi, discosto alquanto dal muro della Chiesa, dietro di cui vi resta un piccolo coro chiuso da ambi i lati con portine di bosco munite di sua serratura: ed apertesi dette portine si è riconosciuto esistervi dietro detto altare un deposito ossia tumulo, quale da detto altare si unisce al muro, che forma il semi-circolo di essa chiesa (altezza e larghezza del tumulo oncie 33) ".

Praticatasi la rottura del tumulo, si trovò " al di sotto del voltino una pietra di marmo bianco tutta intatta e collocata nel mezzo di detto tumulo, lunga oncie 20, larga 16. Detta pietra aveva la seguente iscrizione:

✠ B ♁ M

HIC IN SOM NO PACES REQVIESCIT

VITALES V̄Ī ADOLESCEN˒ QVI VIXIT

IN HAC PRESENTI VITA ANN˒ VN˒

ET M˒ϛ OBIIT SVB D˒ϛ. NON̄ MAĪ

INDI˒ϛII FEL˒ ♁

Si è trovata un'altra lapide di marmo bianco lunga oncie 15, larga 13 oncie, ma senza iscrizione ". Il ms. continua a parlare di altre reliquie e poi delle ossa del Santo.

Non ho potuto rinvenire l'originale; e nessuno ha saputo darmene notizia. Poichè non presenta caratteri di falsità, ho creduto opportuno di pubblicarla, tantopiù che nella forma in cui ci è riferita, si possono ancora scorgere dati, che ci attestano la sua antichità. Di questi Testimoniali esistono nell'Archivio parrocchiale di Salussola parecchie copie, ma tutte identiche nel contenuto e, riguardo alla nostra iscrizione, il numero VI espresso col segno ϛ, come pure il segno di abbreviazione ˒ sono trascritti in modo perfettamente eguale.

Come data cronologica, il nostro documento non ci offre che l'indizione; quindi essa sola è insufficiente per determinarne con precisione l'età. " Nuda porro indictio nonnisi postquam ordinarii iam nulli consules erant et indictionibus passim adnotandis omnes adsueverant inani potuit cura epitaphiis adscribi „ (1). Il de Rossi assegna a tali iscrizioni la metà del secolo VI come limite massimo d'antichità (2).

Merita osservazione il numero VI espresso col segno ϛ.

Questa nota, che alcuni fanno risalire fino all'epoca romana (3), è comune nelle iscrizioni cristiane. Nel citato lavoro del de Rossi si incontra il primo esempio in un'iscrizione dell'a. 295; numerosi poi in quelle del IV, V e VI sec. Nelle iscrizioni della Gallia Cisalpina questo segno numerale compare costantemente in quelle del V e VI secolo.

Non è neppure da trascurarsi il segno di abbreviazione ʾ, che incontriamo con frequenza nelle iscrizioni cristiane della città di Roma, pubblicate dal de Rossi, e in quelle dei secoli V e VI della Gallia Cisalpina, pubblicate dal Mommsen.

La dizione corrisponde perfettamente a quella delle iscrizioni del VI secolo.

---

(1) De Rossi, *Inscriptiones Christianae urbis Romae*, I, p. 533.

(2) *Op. cit.*, p. 533: " Haec igitur epitaphia medio sæculo sexto haud antiquiora censebis „.

(3) Vedi Hübner, *l. c.*, p. LXX.

L'Accademico Segretario

Ermanno Ferrero.

PROGRAMMA

PER IL DECIMO

PREMIO BRESSA

La Reale Accademia delle Scienze di Torino, uniformandosi alle disposizioni testamentarie del Dottore CESARE ALESSANDRO BRESSA, ed al Programma relativo pubblicatosi in data 7 dicembre 1876, annunzia che col 31 dicembre 1894 si chiuse il Concorso per le opere scientifiche e scoperte fattesi nel quadriennio 1891-94, a cui erano chiamati Scienziati ed Inventori di tutte le nazioni.

Contemporaneamente essa Accademia ricorda che, a cominciare dal 1° gennaio 1893 è aperto il Concorso per il decimo premio Bressa, a cui, a mente del Testatore, saranno ammessi solamente **Scienziati ed Inventori Italiani**.

Questo Concorso sarà diretto a premiare quello Scienziato italiano, che durante il quadriennio 1893-96 " a giudizio dell'Ac-
" cademia delle Scienze di Torino, avrà fatto la più insigne ed
" utile scoperta, o prodotto l'opera più celebre in fatto di scienze
" fisiche e sperimentali, storia naturale, matematiche pure ed
" applicate, chimica, fisiologia e patologia, non escluse la geo-
" logia, la storia, la geografia e la statistica ".

Questo Concorso verrà chiuso col 31 Dicembre 1896.

La somma destinata al premio, dedotta la tassa di ricchezza mobile, in ragione del 20 per 100 a termine della legge 22 luglio 1894, n. 339, sarà di lire 9600 (novemila seicento).

Chi intende presentarsi al Concorso dovrà dichiararlo, entro il termine sopra indicato, con lettera diretta al Presidente del-

l'Accademia e inviare l'opera con la quale concorre. *L'opera dovrà essere stampata; non si tiene alcun conto dei manoscritti.* Le opere dei Concorrenti, che non venissero premiati, saranno loro restituite, quando ne venga fatta domanda entro sei mesi dal giorno dell'aggiudicazione del premio.

Nessuno dei Soci nazionali, residenti o non residenti, dell'Accademia Torinese potrà conseguire il premio.

L'Accademia dà il premio allo Scienziato che essa ne giudica più degno, ancorchè non si sia presentato al Concorso.

Torino, 1° gennaio 1895.

Il Vice-Presidente dell'Accademia

G. Carle.

Il Segretario della Giunta

A. Naccari.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 2 al 16 Dicembre 1894.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Actes** de la Société scientif. du Chilì. T. III (1894), 4e et 5e livr., T. IV (1894), 2e livr. Santiago, 1894; 4°.

* **American Journal** of Science, Editors James D. and Edward S. Dana, etc.; 3 ser., vol. XLVIII, n. 288; 1894.

* **Analele** Academiei Romane. Seria II, Tomulu XII, 1889-90. Memoriile Sectiunei Sciintifice. Bucuresci, 1892; 4°.

* **Anales** del Museo Publico de Buenos Aires,... Entr. 2a, 5a-10a, 14a. Buenos Aires, 1867-1885; 4°.

* **Annuario** 1892-93. Asti, 1894; 8° (*dalla R. Stazione Enologica sperimentale d'Asti*).

Anuario del Observatorio astronómico nacional de Tacubaya para el año de 1895. Mexico, 1894; 8°.

* **Archives** Néerlandaises des sciences exactes et naturelles publiées par la Société hollandaise des sciences à Harlem, tome XXVIII, livr. 3e et 4e. Harlem, 1894; 8°.

Boletin de la Academia Nacional de Ciencias en Cordoba. T. XIII, Entr. 3 y 4. Buenos-Aires, 1894; 8°.

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani. Anno IX, n. 22, 23. Roma, 1894; 8°.

* **Bollettino** medico-statistico dell'Ufficio d'igiene della città di Torino. Anno XXIII, n. 31.

* **Bollettino** mensuale della Società meteorologica italiana. Serie 2a, v. XIV, n. 11. Torino, 1894.

* **Bulletin** de l'Académie Royale des sciences et des lettres de Danemark. Copenhague, 1894, n. 2. Copenhague, 1894; 8°.

* **Bulletin** de la Société d'études scientifiques d'Angers. 1re et 2me année, 1871-72; 4me-10me année, 1876-1880. Angers, 1872-81; 8°.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXV, n. 10. Cambridge, 1894; 8°.

* **Compte-Rendu** sommaire de la séance de la Société philomatique de Paris. N. 3; 24 novembre 1894. Paris, 1894; 8°.

* **Glasnik** hrvatskoga naravoslovnoga Družtva. Uredjuje S. Brusina. Godina II-VII. Zagreb, 1887-1892 (*Società historico-naturalis Croatica*).

* **Journal** of the College of Science Imperial University Japan. Vol. VIII, p. I. Tokio, 1894; 4°.

* **Memorie** del R. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti. Vol. XXV, n. 3. Venezia, 1894; 4°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXIII, disp. 10. Roma, 1894; 4°.

* **Proceedings** of the Cambridge philosophical Society; vol. VIII, p. 3, 1894.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LVI, n. 338-339. London, 1894; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXVII, fasc. XVII. Milano, 1894; 8°.

* **Rivista** di Artiglieria e Genio. Anno 1894, novembre. Roma, 1894; 8°.

Rivista di Matematica edita da G. Peano. Vol. IV, fasc. 1-12, Gennaio-Dicembre 1894; 8°.

* **Rivista** mensile del Club alpino italiano. Vol. XIII, n. 11. Torino, 1894; 8°.

* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXVII, 3. Modena, 1894; 8°.

* **Transactions** of the R. Iirish Acad. Vol. XXX, part XIII-XIV. Dublin, 1894; 4°.

* **Zoologischer Anzeiger,** herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig. 1894, n. 462; 8°.

* **Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ**; t. XXVI, n. 7. 1894.

Agües (L.). Miscellanées Mathématiques. Barcelona, 1894 (*dall'A.*).

Guccia (G. B.). Sulle involuzioni di specie qualunque dotate di singolarità ordinarie. Palermo, 1894; 8° (*Id.*).

— Ricerche sui sistemi lineari di curve algebriche piane dotati di singolarità ordinarie. Palermo, 1894; 8° (*Id.*).

Marini (A.). La campagna serica italiana nel 1894. Cenni Riassuntivi Torino, 1894 (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 9 al 23 Dicembre 1894.

* **Abhandlungen** der k. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1870. Berlin, 1871; 4°.

** **Allgemeine** Deutsche Biographie. Bd. XXXVIII, Lfg. 187 u. 188. Leipzig, 1894; 8°.

* **Atti** del R. Istituto veneto di Scienze, lettere ed arti. T. LII, disp. 9. Venezia, 1893-94; 8°.

* **Boletin** de la Real Academia de la historia; t. XXV, cuad. V. Madrid, 1894; 8°.

* **Bollettino** delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa (Bibl. Naz. Centr. di Firenze); 1894, n. 215; 8°.

* **Bulletin** de l'Institut national Genevois. Travaux des cinq sections, t. XXXII. Genève, 1894; 8°.

* **Comptes-rendus** des séances de la Société de Géographie; n. 16. Paris, 1894; 8°.

* **Consiglio** Comunale di Torino; Sess. ordin. 1894. N° XXXVIII-XLI.

** **Monumenta** Germaniae historica. Auctorum antiquissimorum tomus XIII, pars I. Chronica minora saec. IV, V, VI, VII. Berolini, 1894; 4°.

* **Publications** de l'École des Lettres d'Alger. XIII, 2e fasc. Paris, 1894; 8°.

* **Rendiconto** delle tornate e dei lavori dell'Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti della Società Reale di Napoli. N. S., Anno VIII, Marzo a Giugno 1894. Napoli, 1894; 8°.

* **Studi** e Documenti di storia e diritto. Anno XV, fasc. 3°-4°. Roma, 1894; 8° (*dall'Accademia di Conferenze Storico-Giuridiche*).

Gerini (G. B.). Le Dottrine pedagogiche di M. Tullio Cicerone, L. Anneo Seneca, M. Fabio Quintiliano e Plinio il Giovane, preceduto da uno studio sull'educazione presso i Romani. Torino, 1894; 8°.

Maspero (G.). Histoire ancienne des peuples de l'Orient classique; t. I. Les origines; Egypte & Chaldée. Paris, 1895; 4°.

** **Sanuto** (M.). Diari. Fasc. 181. Venezia, 1894; 4°.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 30 Dicembre 1894.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: Salvadori, Berruti, Bizzozero, Ferraris, Naccari, Mosso, Giacomini, Camerano, Segre, Peano e Basso Segretario.

Il Socio Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato e presenta poscia in dono all'Accademia, a nome dell'Autore il Socio Corrispondente Prof. Augusto Righi, una Memoria intitolata: " *Sulle onde elettro-magnetiche generate da due piccole oscillazioni elettriche ortogonali, oppure per mezzo di una rotazione uniforme* ".

L'Accademico Segretario
Giuseppe Basso.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 13 Gennaio 1895.

PRESIEDE IL VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

PROF. GIUSEPPE CARLE

Sono presenti i Socii: Peyron, Vallauri, Claretta, Rossi, Bollati di Saint-Pierre, Pezzi, Nani, Cognetti de Martiis, Graf e Ferrero Segretario.

La Classe elegge Socii nazionali residenti dell'Accademia, salvo l'approvazione sovrana, l'Avv. Cav. Emilio Brusa, Professore di Diritto e Procedura penale nella R. Università, l'Avv. Cav. Domenico Perrero, Membro della R. Deputazione di Storia Patria per le antiche provincie e la Lombardia, ed il Comm. Giuseppe Allievo, Professore di Pedagogia e Antropologia nella R. Università.

L'Accademico Segretario
Ermanno Ferrero.

CLASSI UNITE

Adunanza del 18 Gennaio 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
VICE-PRESIDENTE

L'Accademia elegge all'ufficio di Presidente triennale, salvo l'approvazione Sovrana, il Socio Prof. Giuseppe **Carle**, Vice-Presidente dell'Accademia.

Gli Accademici Segretari
GIUSEPPE BASSO.
ERMANNO FERRERO.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 16 al 30 Dicembre 1894.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio;
quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

Anales del Museo Nacional de Montevideo, II. Montevideo, 1894; 4°.

** **Annalen** der Physik und Chemie. Herausg. von G. Wiedemann. Leipzig, 1894.

** **Annales** de Chimie et de Physique. Paris, 1894.

* **Annales** de la Société Entomologique de Belgique; t. 37. Bruxelles, 1893; 8°.

* **Annales** de la Société géologique de Belgique. T. XXI, 2e livraison. Liège, 1893-1894; 8°.

* **Annales** de la Société belge de Microscopie. T. XVIII, 1er fasc. Bruxelles, 1893; 8°.

* **Annals** and Magazine of Natural History. London, 1894.

** **Annals** of Mathematics. Charlottesville, 1894.

** **Archiv** für Entwickelungsmechanik der Organismen. Herausg. von W Roux. Leipzig, 1894.

** **Archives** des Sciences physiques et naturelles, etc. Genève, 1894.

** **Archives italiennes** de Biologie... sous la direction de A. Mosso. Turin, 1894.

** **Archivio** per le Scienze mediche, diretto da G. Bizzozero. Torino, 1894.

* **Atti** della R. Accad. dei Fisiocritici in Siena. Serie IV, v. VI, fasc. 10. Siena, 1894; 8°.

** **Beiblätter** zu den Annalen der Physik und Chemie. Leipzig, 1894.

** **Bibliotheca mathematica**; Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausg. von G. Eneström. Stockholm, 1894.

Boletin del Observatorio Astronómico Nacional de Tacubaya. Tom. I, n. 19; 4°

* **Bollettino** medico-statistico dell'Ufficio d'igiene della città di Torino. Anno XXIII, n. 32-34.

Bulletin Mensuel de Statistique Municipale de la ville de Buenos-Aires. Année VIIIe (1894), n. 10.

** **Bulletins** de la Société anatomique de Paris, etc. Paris, 1894.

* **Cimento** (Il nuovo). Pisa, 1894.
* **Compte-Rendu** sommaire de la séance de la Société philomatique de Paris. N. 4; 8 décembre 1894. Paris, 1894; 8°.
* **Comptes-rendus** hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences. Paris, 1894.
* **Comptes-Rendus** de l'Académie des Sciences de Cracovie. Novembre. Cracovie, 1894; 8°.
* **Controversia** (La). Madrid, 1894.
* **Éclairage** (L') électrique. Revue hebdomadaire. Paris, 1894.
* **Électricien** (L'). Revue internationale de l'électricité. Paris, 1894.
* **Elettricista** (L'). Rivista mensile di elettrotecnica. Roma, 1894.
* **Földtani** Közlöny kiadja a Magyarhoni Földtani Társulat. Vol. XXIV, n. 6-10. Budapest, 1894; 8°.
* **Gazzetta** chimica italiana. Roma, 1894.
Gazzetta delle Campagne, ecc. Direttore Enrico Barbero. Torino, 1894.
* **Jornal** des sciencias Mathematicas e Astronomicas. Publicado pelo Dr. F. Gomes Teixeira. Coimbra, 1894.
** **Journal** de Mathématiques pures et appliquées. Paris, 1894.
** **Journal** für die reine u. angewandte Mathematik. Berlin, 1894.
* **Mittheilungen** aus dem Jahrbuche der kön. ungar. geologischen Anstalt. Bd. X, Heft 6. Pest, 1894; 8°.
* **Monatshefte** für Mathematik und Physik. Herausg. von Prof. G. v. Escherich und Prof. Em. Weyr. Wien, 1894.
* **Monthly** notices of the Royal Astronomical Society. Vol. LV, n. 1. London, 1894; 8°.
Mortalità per infezione malarica in ciascun comune del regno d'Italia nei tre anni 1890-91-92. Scal. 1: 1.000.000. Carta in 2 fol. (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).
Morphologisches Jahrbuch. Herausg. v. C. Gegenbaur. Leipzig, 1894.
** **Nature,** a Weekly illustrated Journal of Science. London, 1894.
** **Neues Jahrbuch** für Mineralogie, Geologie und Palaeontologie, etc. Jahrg. 1894. Stuttgart, 1894.
** **Philosophische Studien** herausg. von W. Wundt. Leipzig, 1894.
* **Processi** verbali delle adunanze. Anno accademico 203, n. 6. (Accad. dei Fisiocritici). Siena, 1894; 8°.
* **Quarterly Journal** of pure and applied Mathematics. London, 1894.
* **Rendiconti** della R. Accademia dei Lincei — Classe di Scienze fisiche, ecc. Roma, 1894.
* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXVII, fasc. XVIII. Milano, 1894; 8°.
Report (12-13 Annual) of the United States Geological Survey 1890-'91, 1891-'92. Washington, 1891-93, 5 vol. in-4°.
Resultados del Observatorio Nacional Argentino. Vol. XVII. Catalógo de las Zonas de Exploracion. Entr. II, 32° á 42°. Buenos Aires, 1893-94; 4° e Atl. fol.
** **Revue** générale des sciences pures et appliquées. Paris, 1894.
* **Revue** sémestrielle des publications mathématiques. Amsterdam, 1894.

Rivista di matematica edita da G. Peano. Torino, 1894.
* **Transactions** of the Manchester Geological Society. Vol. XXIII, n. I-II.
* **Zeitschrift** für mathematischen und naturwissenschaftl. Unterricht. Herausg. von J. C. Hoffmann. Leipzig, 1894.
* **Zoologischer Anzeiger**, herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig. 1894, n. 463; 8°.

Arda Onnis (E.). Crani umani della " Magenta „ del Museo d'Anatomia comparata della R. Università di Torino. Firenze, 1894; 8°.
** **Baillon** (H.). Histoire des plantes. Monographie des Taccacées... Paris, 1894; 8°.
** **Barrande** (J.). Système Silurien du centre de la Bohême. Vol. VIII, t. 1er. Prague, 1894; 4°.
Dubois (E.). Pithecanthropus erectus. Eine Menschenaehnliche Uebergangsform aus Java. Batavia, 1894; 4° (*dalla Soc. d'Arti e Sc.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 23 Dicembre 1894 al 13 Gennaio 1895.

** **Allgemeine** Deutsche Biographie. Bd. XXXVIII, Lfg. 190. Leipzig, 1894; 8°.
* **Annales** de la Société d'Archéologie de Bruxelles. T. VIII, liv. II-III. Bruxelles, 1894; 8°.
** **Archivio** storico italiano fondato da G. P. Vieusseux e continuato a cura della R. Deputazione di Storia patria per le provincie della Toscana e dell'Umbria. Firenze, 1894.
* **Archivio** storico lombardo. Milano, 1894.
** **Berliner** philologische Wochenschrift, herausg. von Chr. Belger und O. Seyffert. 1894.
** **Bibliothèque** de l'École des Chartes; Revue d'érudition consacrée spécialement à l'étude du moyen âge, etc. Paris, 1894.
* **Boletin** de la R. Acad. de la historia; t. XXV, cuad. VI. Madrid, 1894; 8°.
* **Bollettino** delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa (Bibl. Naz. Centr. di Firenze); 1894, n. 216; 8°.
** **Bollettino** ufficiale del Ministero dell'Istr. pubbl. Roma, 1894.
Bulletin de la Société de Géog. Comm. de Bordeaux, 1894, n. 23-24; 8°.
* **Bulletin** de la Société de Géog., 6e sér., t. XV, 3 trim. 1894. Paris; 8°.
* **Bullettino** di Archeologia e Storia dalmata. Spalato, 1894.
* **Comptes-rendus** des séances de la Soc. de Géogr.; n. 17-19. Paris, 1894; 8°.
Congrès (Le) orientaliste de Genève; 8°.
** Ἐφεμερὶς ἀρχαιολογική. Ἐν Ἀθηναῖς, 1894.
** **Giornale di Erudizione**; Corrispondenza letteraria, ecc., raccolta da F. Orlando. Firenze, 1894.
** **Giornale storico** della Letteratura italiana, diretto e redatto da F. Novati e R. Renier. Torino, 1894.
** **Heidelberger Jahrbücher** (Neue). Heidelberg, 1894.
** **Historische** Zeitschrift herausgegeben von H. von Sybel und F. Weinecke. München, 1894.
* **Johns Hopkins** University Circulars. Vol. XIV, n. 115. Baltimore, 1894; 4°.

** **Journal Asiatique**, ou Recueil de Mémoires, d'Extraits et de Notices relatifs à l'histoire, à la philosophie, aux langues et à la littérature des peuples orientaux. Paris, 1894.

** **Journal** des Savants. Paris, 1894.

** **Le Moyen Age**; Bulletin mensuel d'histoire et de philologie. Paris, 1894.

* **Mémoires** et **Documents** publiés par la Société Savoisienne d'Histoire et d'Archéologie, t. XXXIII. Chambéry, 1894; 8°.

** **Nord** und **Sud**; eine deutsche Monatschrift. Breslau, 1894.

** **Nuova Antologia**; Rivista di Scienze, Lettere ed Arti. Roma, 1894.

** **Raccolta** ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia. Vol. I; vol. II, pp. 1761-2576; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXVII, fasc. 19. Milano, 1894; 8°.

* **Rendiconti** della R. Accademia dei Lincei — Classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Roma, 1894.

** **Revue** archéologique, publiée sous la direction de MM. A. Bertrand et G. Perrot. Paris, 1894.

** **Revue** de Linguistique et de Philologie comparée. Paris, 1894.

** **Revue** des deux Mondes. Paris, 1894.

* **Revue** géographique internationale. Paris, 1894; 4°.

** **Revue** numismatique. Paris, 1894.

** **Rivista** di filologia e d'istruzione classica. Torino, 1894.

** **Rivista storica** italiana; pubblicazione trimestrale diretta dal Prof. C. Rinaudo. Torino, 1894.

* **Rivista** internazionale di scienze sociali e discipline ausiliarie. Anno II, vol. IV-VI, fasc. XIII-XXIV. Roma, 1894; 8°.

Il Rosario e la Nuova Pompei. Valle di Pompei, 1894.

** **Séances** et Travaux de l'Académie des Sciences morales et politiques. Compte rendu. Paris, 1894.

Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione. Novembre 1894. Roma, 1894; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

* *Dall' Università di Basilea.*

Barth (W.). Kaiser Zeno. Basel, 1894; 8°.

* **Beiträge** zur vaterlandischen Geschichte. Herausg. von der Historischen und Antiquarischen Gesellschaft zu Basel. N. F. Bd. III, Heft 4; Bd. IV, Heft 2. Basel, 1893-94; 8°.

Bernoulli (J.). Acta Pontificum Helvetica. Basel, 1892; 4°.

Burckardt (A.) u. **Wackernagel**. Das Rathaus zu Basel. Basel, 1886; 4°.

Dummler (F.). Prolegomena zu Platons Staat und der Platonischen und Aristotelischen Staatslehre. Basel, 1891; 4°.

Duemmler (F.). Delphika Untersuchungen zur Griechiscen Religionsgeschichte. Basel, 1894; 4°.

Jahresbericht (15, 16, 18) der Historischen & Antiquarischen Gesellschaft zu Basel über das Vereinsjahr 1889-90, 1890-91, 1892-93. Basel, 1890-93; 8°.

Overbeck (F.). Ueb. die Anfänge d. Kirchengeschichtsschreib. Basel, 1892; 4°.
Reinle (K. E.). Zur Metrik der Schweizerischen Volks- und Kinderreime. Basel, 1894; 8°.
Ryhiner (G.). De deminutivis Plautinis Terentianisque. Basileae, 1894; 8°.
Salis (L. R. von). Die Entwicklung der Kultusfreiheit in der Schweiz. Basel, 1894; 4°.
Schneider (J. J.). Die beiden Französischen Schweizergarderegimenter von Salis-Zizers (N. 7) und von Besenval (N. 8) während der Julirevolution des Jahres 1830. Basel, 1894; 8°.
Wackernagel (J.). Beiträge z. Lehre v. Griechischen Akzent. Basel, 1893; 4°.

Avolio (G.). La Chiesa e lo Stato. Il socialismo e la questione operaia nel Mezzogiorno. Napoli, 1895; 8°.
De Feis (L.). Storia di Liberio Papa e dello scisma dei Semiariani. Roma, 1894; 4°.
Eustratios (I.). Σευῆρος ὁ Μονοφυσίτης πατριάρχης Ἀντιοχείας. Ἐν Λειψίᾳ, 1894.
Nadaillac (M.is de). Les populations lacustres de l'Europe. Bruxelles, 1894; 8°.
Nigra (C.) e **Orsi** (D.). Il Natale in Canavese. Torino, 1894; 8°.
Perrero (D.). La Diplomazia piemontese nel primo smembramento della Polonia. Torino, 1894; 8°.
Poggi (V.). La Strenna savonese per l'anno 1894, 1895. Savona, 1894; 8°.
Schultz (E.). Gaskognische Grammatik. Greifswald, 1893; 8°.

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 20 Gennaio 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
VICE-PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Direttore della Classe, Salvadori, Cossa, Berruti, Ferraris, Naccari, Gibelli, Spezia, Giacomini, Camerano, Segre, Peano e Basso Segretario.

Il Socio Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Vengono presentate in dono, a nome dei rispettivi autori, le seguenti pubblicazioni:

Dal Socio Segretario: " il *Bollettino dei Musei di zoologia e di anatomia comparata* della R. Università di Torino ", vol. IX, dal n. 166 al 191 del 1894;

Dal Socio D'Ovidio: i primi tre fascicoli della " *Mathematical Gazette* " di Londra inviati dal Prof. Gino Loria della R. Università di Genova;

Dal Socio Camerano: " *Tre Monografie su argomenti di paleontologia* " del Prof. G. A. De Amicis;

Dal Socio Peano i fascicoli di Gennaio e Febbraio 1895 della " *Rivista di Matematica* ", periodico diretto dallo stesso Socio offerente.

Vengono in seguito lette ed accolte per l'inserzione negli *Atti* le due Note seguenti:

1° " *Sviluppo in serie relativo alle geodetiche dell'ellissoide di rotazione schiacciato* „ del Prof. P. Pizzetti; lavoro presentato dal Socio D'Ovidio;

2° " *Sul limite delle classi variabili* „ del Prof. C. Burali-Forti; lavoro presentato dal Socio Peano.

LETTURE

Sviluppo in serie relativo alle geodetiche dell'ellissoide di rotazione schiacciato.

Nota del Prof. P. PIZZETTI.

1. — Siano β la latitudine *ridotta* (positiva nella regione Nord, negativa al Sud), e α l'azimut (contato da 0° a 360° a partire da Nord nel senso N.E.S.O.), in un punto di una geodetica dell'ellissoide di rotazione terrestre, del quale l'eccentricità si indicherà con e. Sia κ la *costante* della geodetica stessa ($\kappa = \cos\beta . \operatorname{sen}\alpha$). — Assumiamo come senso positivo per l'arco della geodetica, quello che va verso Est, per modo che κ sia una quantità positiva.

Se β_1, β_2 sono le latitudini ridotte e $\Delta\omega$ la differenza di longitudine di due punti A_1, A_2 della geodetica considerata, si ha com'è noto (*):

$$\Delta\omega = \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{\kappa \sqrt{1 - e^2 \cos^2\beta}}{\pm \cos\beta . \sqrt{\cos^2\beta - \kappa^2}} . d\beta. \qquad (1)$$

Da questa, che può dirsi l' equazione delle geodetiche in coordinate geografiche, sono state dedotte, in varii modi, formole e sviluppi in serie, atti a risolvere taluni problemi fondamentali della geodesia ellissoidica.

Fra le più notevoli trasformazioni della (1) ricorderemo, dal punto di vista teorico, quella che consiste nell'esprimere il 2° membro per mezzo di due funzioni ellittiche, una di 1ª, l'altra di 3ª specie, e quelle, più moderne, che si ottengono coll'introdurre la funzione Θ di JACOBI, oppure le σ e ζ di WEIERSTRASS.

(*) Vedi p. es. LEGENDRE, *Analyse des triangles*, etc., " Mém. de l'Institut ", 1806.

E dal punto di vista del calcolo numerico vanno citati gli sviluppi di Bessel, di Winterberg, di Halphen ed altri.

Tutte queste trasformazioni e questi sviluppi si fondano sulla introduzione di certe costanti e variabili ausiliarie, diverse secondo i casi, ma che generalmente rappresentano gli elementi di certi triangoli sferici, che è qui inutile definire.

La introduzione di tali quantità ausiliarie ha il vantaggio, assai pregevole, di render semplici ed eleganti gli sviluppi in serie e di servire, in pari tempo, allo sviluppo dell'integrale che esprime la lunghezza dell'arco geodetico.

Ma nei problemi che interessano soltanto, o specialmente, le relazioni fra le coordinate geografiche e gli azimut dei punti estremi di un arco di geodetica, l'introduzione di molte nuove costanti e variabili deve in generale considerarsi come piuttosto ingombrante, e l'uso delle formole sopracitate come eccessivamente complicato.

Sopratutto si manifesta incomodo l'impiego delle dette formule nella risoluzione del così detto *problema inverso delle posizioni geografiche,* in quello cioè di *determinare gli azimut estremi e la lunghezza di un arco di geodetica date le coordinate dei punti estremi* (*). — Questo problema non può risolversi, com'è notissimo, se non per successive approssimazioni; la costante κ, che si considera come *data* nelle ricerche teoriche, è qui *incognita*; epperò sono pure incognite quelle costanti ausiliarie che figurano negli sviluppi di Bessel, di Halphen, ecc. Ed è chiaro che il procedimento, di per sè complicato, del risolvere un problema per successive approssimazioni, diventa tanto più malagevole e soggetto ad errori di calcolo, quanto maggiore è il numero di incognite ausiliarie che si introducono.

In realtà la risoluzione dell'ora ricordato *problema inverso,* consiste essenzialmente nella ricerca della costante κ di una geodetica della quale sono assegnati due punti (**); ed è desiderabile, per tale ricerca, di avere formole nelle quali la inco-

---

(*) Di questo problema è data, fra le altre, un'elegante, ma complicata, risoluzione nel 2° volume (p. 307) delle *Fonctions elliptiques*, etc., di Halphen.

(**) Determinata κ e quindi gli azimut estremi, un semplice e noto sviluppo di Bessel fornisce la lunghezza dell'arco.

gnita sia la κ stessa, ovvero gli azimut estremi, che son legati alla κ da relazioni semplicissime. — Molto opportunamente, pertanto, il prof. NOBILE (*) ha in un suo recente scritto, richiamata l'attenzione dei geodeti sulla utilità di ricercare uno sviluppo il quale leghi direttamente la κ cogli elementi $\beta_1, \beta_2, \Delta\omega$. Lo sviluppo, proposto a tal uopo dal prof. NOBILE, ha, come l'Autore ammette, il difetto di essere generalmente di troppo lenta convergenza, in quanto che figurano nei termini successivi di esso le potenze intere di κ, quantità in ogni caso, minore di *uno*, ma non necessariamente molto piccola. — Per geodetiche poco discoste dall'equatore, il calcolo con tale sviluppo riesce praticamente ineseguibile (**).

È mio proposito di dare qui lo sviluppo che si deduce dalla formola (1), quando, invece di svolgere in serie entrambi i radicali, come ha fatto il prof. NOBILE, si sviluppi soltanto il radicale che sta al numeratore. Si ottiene così una serie, rapidamente convergente, di termini, la cui integrazione non presenta difficoltà, come dimostreremo.

2. — Supponiamo, per ora, che l'arco di geodetica considerato appartenga tutto ad un ramo ascendente (β crescente, $\cos\alpha > 0$). Si dovrà allora, nel 2° membro della (1), scegliere il segno superiore.

Posto

$$(2) \qquad \Delta\omega' = \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{\kappa \, . \sec\beta \, . \, d\beta}{\sqrt{\cos^2\beta - \kappa^2}} = \left[\operatorname{arctg} \frac{\kappa \operatorname{sen}\beta}{\sqrt{\cos^2\beta - \kappa^2}} \right]_{\beta_1}^{\beta_2}$$

si ottiene dalla (1), sviluppando in serie il radicale superiore e ponendo

$$A_n = \frac{1 \, . \, 3 \, . \, 5 \, . \, . \, . \, . \, (2n-3)}{2 \, . \, 4 \, . \, 6 \, . \, . \, . \, . \, (2n-2)} \cdot \frac{1}{2n},$$

(*) *Saggio di determinazione diretta della costante di una geodetica nell'ellissoide*, ecc., " R. Accad. di Napoli „, 1894, fasc. 8-12.

(**) Per una geodetica la quale non si elevi al di sopra del parallelo di 45°, si ha $\kappa > 0{,}7$ e $\kappa^{21} > 0{,}0005$.

$$\Delta\omega = \Delta\omega' - e^2 \kappa \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{\cos\beta \,.\, d\beta}{\sqrt{\cos^2\beta - \kappa^2}} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{e^2\cos^2\beta}{8} + \frac{e^4\cos^4\beta}{16} + \right.$$

$$\left. + \ldots\ldots + A_n e^{2n-2}\cos^{2n-2}\beta + R \right\} \tag{3}$$

dove, per note regole intorno alle serie di potenze a termini positivi, il resto R è minore, in valore assoluto, di

$$A_{n+1} \frac{e^{2n}\cos^{2n}\beta}{1 - e^2\cos^2\beta}\,.$$

Sicchè l'errore R' che si commette arrestando lo sviluppo al termine in e^{2n}, nel 2° membro della (3) è numericamente minore di

$$A_{n+1}\, e^{2n+2} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{\kappa \cos^{2n+1}\beta \,.\, d\beta}{(1 - e^2\cos^2\beta)\sqrt{\cos^2\beta - \kappa^2}}\,.$$

Se si osserva che il rapporto $\frac{1 - e^2}{1 - e^2\cos^2\beta}$ è minore di *uno*, si potrà scrivere

$$|\, R' \,| < A_{n+1} \frac{e^{2n+2}}{(1 - e^2)^{3/2}} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{\kappa\sqrt{1 - e^2\cos^2\beta}}{\cos\beta\sqrt{\cos^2\beta - \kappa^2}}\, d\beta\,,$$

ossia

$$|\, R' \,| < \frac{1 \,.\, 3 \,.\, 5 \ldots\ldots (2n-1)}{2 \,.\, 4 \,.\, 6 \ldots\ldots (2n+2)} \; \frac{e^{2n+2}}{(1 - e^2)^{3/2}} \,.\, \Delta\omega\,. \tag{4}$$

Il 2° membro tende rapidamente a zero al crescere di n. Lo sviluppo (3), nel quale si intende eseguita l'integrazione termine a termine, è dunque giustificato.

Dando ad n valori particolari, ponendo per e^2 il valore Besseliano, e supponendo che $\Delta\omega$ si conti in *gradi* sessagesimali, ed R' in *secondi*, la (4) dà:

per $n = 2$, $\quad |\, R' \,|_{sec} < 0{,}000\,068 \,.\, \Delta\omega_{gr.}$,

per $n = 3$, $\quad |\, R' \,|_{sec} < 0{,}000\,000\,29 \,.\, \Delta\omega_{gr.}$;

vale a dire che, trascurando nella (3) i termini in e^6 si commette nel calcolo di $\Delta\omega$ un errore minore di un *mezzo millesimo di secondo*, quando l'arco considerato si estenda per non più di 7° in longitudine. E trascurando invece i termini in e^8, l'errore non arriva a un *diecimillesimo di secondo* per un arco di geodetica che compia un giro intero sull'ellissoide.

Ponendo in generale

$$C_n = \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{\cos^{2n-1}\beta}{\Delta}\, d\beta\,, \qquad \Delta = \sqrt{\cos^2\beta - \kappa^2},$$

la (3) diventa:

$$\Delta\omega = \Delta\omega' + \frac{e^2\kappa}{2}\Big(C_1 + \frac{e^2}{4}C_2 + \frac{e^4}{8}C_3 + \dots$$

$$+ \frac{1.3.5\dots(2n-3)}{4.6.8\dots 2n}\, e^{2n-2}\, C_n + \dots\Big) \tag{5}$$

Eseguendo le integrazioni, e ponendo

$$\operatorname{arctg}\frac{\operatorname{sen}\beta}{\Delta} = u\,,$$

si ha:

$$C_1 = u_2 - u_1$$

$$C_2 = \frac{1+\kappa^2}{2}(u_2 - u_1) + \frac{1}{2}\Big[\operatorname{sen}\beta\,.\,\Delta\Big]_{\beta_1}^{\beta_2}$$

$$C_3 = \frac{3+2\kappa^2+3\kappa^4}{8}(u_2 - u_1) + \Big[\Big(\frac{3+3\kappa^2}{8} + \frac{\cos^2\beta}{4}\Big)\operatorname{sen}\beta\,.\,\Delta\Big]_{\beta_1}^{\beta_2}$$

e, come indicheremo al termine di questa Nota, l'integrale C_n può *direttamente ottenersi per un valore qualunque dell'indice* n. I varii termini del 2° membro della (5) debbono dunque ritenersi funzioni perfettamente note di β_1, β_2, κ. In tal modo la equazione, che esprime la relazione fra la longitudine e la latitudine ridotta di un punto di una geodetica qualunque è sviluppata in una serie convergente, nel modo più semplice e più diretto.

3. — La quantità indicata con $\Delta\omega'$ può calcolarsi o colla (2) o più comodamente con formole di trigonometria sferica. Infatti, sopra una sfera arbitraria assunto un sistema qualsiasi di meridiani e di paralleli, si consideri un arco di cerchio massimo, la cui costante sia κ, e siano β_1, β_2 le latitudini estreme. — La differenza di longitudine $\Delta\omega'$ dei due estremi dell'arco sarà precisamente quella che figura nella formola (2). Ora chiamando α_1, α_2 gli azimut estremi dell'arco considerato, ossia ponendo

$$(6) \qquad \begin{cases} \cos\beta_1 \ \operatorname{sen}\alpha_1 = \kappa \\ \cos\beta_2 \ \operatorname{sen}\alpha_2 = \kappa\,, \end{cases}$$

dal triangolo sferico P β_1 β_2 si ottiene colle formole di Neper:

$$(7) \qquad \begin{cases} \operatorname{cotg}\frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_1) = \operatorname{cotg}\frac{\Delta\omega'}{2}\,\frac{\cos\frac{1}{2}(\beta_2-\beta_1)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(\beta_2+\beta_1)} \\ \operatorname{cotg}\frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) = \operatorname{cotg}\frac{\Delta\omega'}{2}\,\frac{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(\beta_2-\beta_1)}{\cos\frac{1}{2}(\beta_2+\beta_1)} \end{cases}$$

una delle quali può servire al calcolo di $\Delta\omega'$.

4. — Sostituendo nella (5) le espressioni indicate di C_1, C_2, C_3, osservando che in luogo di Δ si può porre $\cos\beta\cos\alpha$, e limitando lo sviluppo ai termini in e^6 compresi (ciò che per le applicazioni è sempre sufficiente), si ottiene una formola che può scriversi così:

$$(8) \qquad \Delta\omega = \Delta\omega' -$$

$$-\left(\eta\kappa + \frac{1}{4}\eta^2\kappa^3 + \frac{3}{16}\eta^3\kappa^5\right)\left(\operatorname{arctg}\frac{\operatorname{tg}\beta_2}{\cos\alpha_2} - \operatorname{arctg}\frac{\operatorname{tg}\beta_1}{\cos\alpha_1}\right) -$$

$$-\left(\delta^2\kappa + \frac{3}{16}\eta^3\kappa^3\right)\left(\operatorname{sen}\beta_2\cos\beta_2\cos\alpha_2 - \operatorname{sen}\beta_1\cos\beta_1\cos\alpha_1\right)\frac{1}{\operatorname{arc}1''} - P,$$

dove si è posto:

$$\eta = \frac{e^2}{2}\left(1 + \frac{e^2}{8} + \frac{3e^4}{64}\right),$$

$$\delta = \frac{e^2}{4}\left(1 + \frac{8}{16}\,e^2\right),$$

$$P = \frac{e^6\kappa}{64}\,(\operatorname{sen}\beta_2 \cos^3\beta_2 \cos\alpha_2 - \operatorname{sen}\beta_1 \cos^3\beta_1 \cos\alpha_1).$$

Abbiamo scritto a parte questo termine P, perchè è facile verificare che esso *è sempre trascurabile, quando,* come praticamente avviene, *non si voglia tener conto di quantità inferiori ad un mezzo millesimo di secondo.* Invero il valore massimo del prodotto $\kappa \cos\beta \cos\alpha = \kappa\sqrt{\cos^2\beta - \kappa^2}$, per un dato valore di β è $\frac{\cos^2\beta}{2}$. Quindi P non può superare il valore massimo di

$$\frac{e^6}{64}\;\frac{\operatorname{sen}\beta \cos^4\beta}{\operatorname{arc} 1''},$$

ossia

$$\frac{16}{25}\;\frac{1}{\sqrt{5}}\;.\;\frac{e^6}{64\,.\operatorname{arc} 1''} = 0'',000\,26\ldots$$

Adottando per e^2 il valore Besseliano si ha

$$\eta = 0{,}003\,339\,977\,2 \qquad \log = 7{,}523\,743\,5\,.\,0{-}10$$

$$\frac{1}{4}\,\eta^2 = 0{,}000\,002\,788\,9 \qquad \text{〃} \quad 4{,}445\,427$$

$$\frac{8}{16}\,\eta^3 = 0{,}000\,000\,007\,0 \qquad \text{〃} \quad 1{,}844\,2$$

$$\delta^2 = 0{,}000\,002\,791\,2 \qquad \text{〃} \quad 4{,}445\,787$$

5. — Le formole (6) (7) (8) possono evidentemente servire a calcolare per successive approssimazioni la costante κ di un arco di geodetica, del quale siano date le latitudini estreme e la differenza di longitudine $\Delta\omega$. A tale scopo, sostituendo a $\Delta\omega'$ il valore prossimo $\Delta\omega$, si calcolino, per mezzo delle (7) (6),

valori approssimati di α_1, α_2, κ. Con questi valori approssimati si dedurrà dalla (8) un valore prossimo di $\Delta\omega'$, e quindi dalle (7) (6) valori più approssimati di α_1, α_2, κ. E così si procederà per altre due successive approssimazioni, in modo da tener conto delle quantità dell'ordine di e^6.

Per quanto il procedimento che così si segue non sia in sostanza molto diverso (come il lettore può facilmente verificare) da quello che si fonda sull'uso degli sviluppi di Bessel (*) od analoghi, pure, dal punto di vista della semplicità e chiarezza del calcolo numerico, lo riteniamo preferibile.

6. — Abbiamo fin qui supposto che i due estremi dell'arco di geodetica appartengano ad uno stesso ramo ascendente. Se ciò non accade, in quelle porzioni dell'integrale (1) e degli integrali $C_1, C_2 \ldots$, che si riferiscono a rami discendenti della curva, il radicale Δ va cambiato di segno.

Così ad es. l'integrale, indicato con C_2, se il punto A_1 è sopra un ramo ascendente e il punto A_2 sul successivo ramo discendente, andrà scritto così:

$$C_2 = \int_{\beta_1}^{\beta_0} \frac{\cos^3\beta \,.\, d\beta}{\Delta} + \int_{\beta_2}^{\beta_0} \frac{\cos^3\beta \,.\, d\beta}{\Delta}$$

dove β_0 indica la latitudine ridotta dei vertici della geodetica ($\cos\beta_0 = \kappa$). Quindi:

$$C_2 = \frac{1+\kappa^2}{2} \left\{ \pi - \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{sen}\beta_1}{\Delta_1} - \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{sen}\beta_2}{\Delta_2} \right\} -$$
$$- \frac{1}{2} (\operatorname{sen}\beta_1 \,.\, \Delta_1 + \operatorname{sen}\beta_2 \,.\, \Delta_2)\,,$$

dove gli arctg si intendono compresi fra $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$. Ora il radicale Δ è uguale a $\pm\cos\beta\cos\alpha$ secondo che si riferisce ad

(*) Le quantità $\Delta\omega'$ e $\left[\operatorname{arctg}\frac{\operatorname{tg}\beta}{\cos\alpha}\right]_{\beta_1}^{\beta_2}$ figurano pure, come variabili ausiliarie, negli sviluppi di Bessel.

un punto dei rami ascendenti o dei discendenti. Si avrà quindi nel caso qui considerato:

$$C_2 = \frac{1+\kappa^2}{2} \left\{ \pi + \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \beta_2}{\cos \alpha_2} - \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\cos \alpha_1} \right\} +$$

$$+ \frac{1}{2} (\operatorname{sen} \beta_2 \cos \beta_2 \cos \alpha_2 - \operatorname{sen} \beta_1 \cos \beta_1 \cos \alpha_1) .$$

E se poniamo la condizione che $\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \beta_2}{\cos \alpha_2}$ debba scegliersi fra i limiti $\frac{\pi}{2}$ e $3 \frac{\pi}{2}$ anzichè fra $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$ si avrà di nuovo l'espressione di C_2 trovata al n. 2.

Studiando gli altri possibili casi, si verifica senza difficoltà che le formole (5) (8) valgono, qualunque sia la posizione degli estremi dell'arco di geodetica, purchè nella valutazione degli arctg si osservino le regole seguenti:

1° che si assuma sempre $\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \beta_2}{\cos \alpha_2} > \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\cos \alpha_1}$;

2° che la variabile $\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \beta}{\cos \alpha}$ passa per un valore della forma $(2n+1) \frac{\pi}{2}$ ogni qualvolta la geodetica passa per uno dei suoi vertici.

7. *Valutazione dell'integrale*

$$C_n = \int \frac{\cos^{2n-1} \beta \, . \, d\beta}{\Delta} , \qquad \Delta = \sqrt{\cos^2 \beta - \kappa^2} .$$

Si verifica senza difficoltà che

$$C_{n+1} \parallel C_n + \frac{1}{2n} \frac{\operatorname{sen} \beta \cos^{2n} \beta}{\Delta} - \frac{1-\kappa^2}{2n} \left(C_n + \kappa \frac{d C_n}{d\kappa} \right).$$

Con questa relazione è facile ottenere, uno dopo l'altro, gli integrali C, partendo dall'integrale noto $C_1 = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{sen} \beta}{\Delta}$. Eseguendo il calcolo si scorge subito che C_n è della forma

$$(9) \qquad C_n = A \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{sen}\beta}{\Delta} + \operatorname{sen}\beta \, . \, \Delta \, . \, (p_0 + p_1 \cos^2\beta + \\ + \ldots + p_{n-2} \cos^{2n-4}\beta).$$

Derivando i membri di questa rispetto a β, e moltiplicando poi per $\Delta \, . \sec\beta$, il primo membro si riduce a $\cos^{2n-2}\beta$, mentre il secondo può porsi sotto forma di un polinomio intero di grado $n-1$ rispetto a $\cos^2\beta$.

Si hanno allora, per determinare le costanti $A, p_0, p_1 \ldots p_{n-2}$ le seguenti equazioni:

$$\begin{array}{l}
(2n-2)\, p_{n-2} = 1 \\
(2n-4)\, p_{n-3} - (2n-3)(1+\kappa^2)\, p_{n-2} = 0 \\
(2n-6)\, p_{n-4} - (2n-5)(1+\kappa^2)\, p_{n-3} + (2n-4)\,\kappa^2 p_{n-2} = 0 \\
(2n-8)\, p_{n-5} - (2n-7)(1+\kappa^2)\, p_{n-4} + (2n-6)\,\kappa^2 p_{n-3} = 0 \\
\quad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\
\quad 2p_0 \quad - \quad 3(1+\kappa^2)\, p_1 \quad + \quad 4\kappa^2\, p_2 \quad = 0 \\
\quad A \quad - \quad (1+\kappa^2)\, p_0 \quad + \quad 2\kappa^2\, p_1 \quad = 0
\end{array}$$

dalle quali si ricaveranno successivamente $p_{n-2}, p_{n-3}, \ldots p_1$, p_0 ed A.

Sul limite delle classi variabili;

Nota del Prof. CESARE BURALI-FORTI.

Sia u una classe di numeri reali ($u \epsilon \mathrm{Kq}$), f una funzione reale definita nel campo u ($f \epsilon \mathrm{q} f u$), e x_0 un elemento della classe derivata di u ($x_0 \epsilon \mathrm{D} u$) (1). Secondo l'odierno concetto di limite (2), il limite di fx per x variabile nella classe u e tendente ad x_0 ($\lim_{x, u, x_0} fx$) è una classe di numeri reali o infiniti ($\lim_{x, u, x_0} fx \epsilon \mathrm{K}(\mathrm{q} \cup \iota \infty \cup \iota(-\infty))$). Tale classe dipende dalla natura della funzione f, dalla classe u in cui x varia, e dall'elemento x_0 di $\mathrm{D}u$ a cui x tende: per f ed u costanti, varia col variare di x_0. Col limite di fx, per x variabile in u e tendente ad un elemento di $\mathrm{D}u$, viene ad esser definita una nuova funzione φ, tale che se $x_0 \epsilon \mathrm{D} u$, $\varphi x_0 = \lim_{x, u, x_0} fx$; viene cioè individuata una corrispondenza tra gli elementi di $\mathrm{D}u$ e classi di numeri reali o infiniti. Il segno di tale funzione si può ottenere facilmente modificando la notazione ora indicata di limite. In tale notazione la lettera x è *apparente*, cioè $\lim_{x, u, x_0} fx$ non dipende da x perchè $\lim_{x, u, x_0} fx = \lim_{y, u, x_0} fy$; eliminiamo tale lettera apparente scrivendo $(\lim_u f) x_0$, che può ancora leggersi come il segno a cui si sostituisce. In $(\lim_u f) x_0$ compariscono le lettere u, f, x_0 dalle quali solo effettivamente dipende la classe $\lim_{x, u, x_0} fx$. Nella notazione ora indicata, $(\lim_u f)$ può esser considerato come il segno della funzione che ad ogni elemento di $\mathrm{D}u$ fa corrispondere una classe di numeri reali.

Avendo u, f il significato precedente ed essendo x_0 un ele-

(1) Per le notazioni si consulti " *Introduction au formulaire de mathématique* " (G. Peano), e " *Formulario* ", pubblicati dalla *Rivista di matematica*. — *Logica matematica*, Manuali Hœpli, CLXVIII (C. Burali-Forti).

Indicheremo i due primi con le abbreviazioni (In. Form.), (Form.).

(2) G. Peano, *Sur la définition de la limite d'une fonction* (American Journal, Vol. XVII). — *Rivista di matematica*, vol. II, pag. 77. — R. Bettazzi, *Form.*, VI.

mento della classe Du avente in ogni suo intorno infiniti punti di Du (cioè se x_0 appartiene a $D(Du)$, ovvero $x \epsilon D^2 u$), possiamo considerare il " limite di $(\lim_u f)x$ quando x variando nella classe Du tende ad x_0 ". È questo l'elemento che intendiamo definire e del quale dimostreremo alcune proprietà.

Dalla definizione che daremo risulterà che il limite di $(\lim_u f)x$ per x variabile in Du e tendente ad x_0 è una classe, che è contenuta in $(\lim_u f)x_0$. Ora $(\lim_u f)x_0$ può contenere ∞ e $-\infty$, e questi elementi possono alla loro volta esser contenuti nella classe limite; in conseguenza dopo aver definito il significato della frase " y è un valore del limite di $(\lim_u f)x$ per x tendente ad x_0 ", ove $y \epsilon q$, dovremo definire la stessa frase quando al posto di y si ponga ∞ o $-\infty$. Non intendiamo occuparci degli infiniti della classe, riducendosi ciò ad una semplice estensione a tali valori di quello che diremo per i valori finiti, e quindi ammetteremo che $(\lim_u f)x_0$ sia definita semplicemente come una classe di numeri reali.

Riportiamo qui, per comodo del lettore, tale definizione. Per considerare le cose sotto la forma più generale possibile, ammetteremo essere u una classe di numeri complessi di ordine m (1), e f una funzione complessa di ordine n definita nel campo u. Introdurremo, per semplificare la scrittura, il segno Θ per indicare l'intervallo $0 \frown 1$, cioè l'insieme dei numeri reali compresi tra 0 ed 1, gli estremi esclusi,

$$(\alpha) \qquad \Theta = 0 \frown 1 \qquad \text{(Def.)}$$

essendo già stato indicato con θ lo stesso intervallo con gli estremi compresi (2). Posto ciò la classe $(\lim_u f)x_0$ (in luogo di $\lim_{x,u,x_0} fx$) dalla quale si escludono i valori ∞ e $-\infty$, resta definita così (3)

$$(\beta) \qquad m, n \epsilon N \,.\, u \epsilon K q_m \,.\, f \epsilon q_n f u \,.\, x_0 \epsilon Du \,.\, \supset .$$

$$(\lim_u f)x_0 = q_n \cap \overline{y \epsilon} \,\}\, h, k \epsilon Q \,.\, \supset_{h,k} : z \epsilon (u \cap (x_0 + \Theta \overline{m} h)) \,.$$

$$f z \epsilon (y + \Theta \overline{m} k) \,.\, - =_z \Lambda \,\{ \qquad \text{Def.}$$

(1) G. Peano, *Lezioni di Analisi infinitesimale*, vol. II, cap. VI.
(2) *Form.* V, § 4, P. 46.
(3) G. Peano, *Lez. di An. infin.* (l. c.), vol. II, pag. 60.

" Avendo m, n, u, f, x_0 il significato indicato, allora: dire che y è un valore limite di fx per x tendente ad x_0 nella classe u, equivale a dire, che y è un numero complesso di ordine n, e che, comunque si fissino i numeri reali e positivi h e k, si può sempre determinare un elemento z di u interno alla sfera di centro x_0 e raggio h, il centro escluso $(x_0 + \Theta \overline{m} h)$, tale che fz sia uno dei punti interni alla sfera di centro y e raggio k ".

A questa prop. possono darsi varie forme, che crediamo inutile riportare essendo tutte contenute nella citata memoria (Am. Journ.) del sig. Peano. Ci occuperemo ora del limite di una classe variabile.

Sieno m, n numeri interi $(m, n \varepsilon \mathrm{N})$; u una classe di numeri complessi di ordine m $(u \varepsilon \mathrm{Kq}_m)$; f una corrispondenza tra gli elementi di u e classi di numeri complessi di ordine n $(f \varepsilon (\mathrm{Kq}_n) \mathrm{f} u)$; e x_0 un elemento della classe derivata di u $(x_0 \varepsilon \mathrm{D} u)$, cioè un numero complesso di ordine m in ogni cui intorno esistono infiniti punti del campo u.

Scriveremo, per analogia con la notazione introdotta per il limite di una funzione ordinaria, $(\lim_u f) x_0$ al posto di " limite a cui tende la classe fx per x variabile nella classe u e tendente ad x_0 ".

Definizione. — Avendo u, f, x_0 il precedente significato diremo che: y è un elemento del limite della classe fx, per x variabile in u e tendente ad x_0 $(y \varepsilon (\lim_u f) x_0)$, quando; y è un numero complesso di ordine n $(y \varepsilon \mathrm{q}_n)$ e comunque si fissino i numeri reali e positivi h, k si può determinare almeno un elemento z di u interno alla sfera di centro x_0 e raggio h (escluso il centro) tale che esistano valori di fz interni alla sfera di centro y e di raggio k ".

Per le cose già dette questa defin. si traduce in simboli ponendo

$$1'. \; m, n \varepsilon \mathrm{N} \,.\, u \varepsilon \mathrm{Kq}_m \,.\, f \varepsilon (\mathrm{Kq}_n) \mathrm{f} u \,.\, x_0 \varepsilon \mathrm{D} u \,.\, \supset \,\therefore\!: y \varepsilon (\lim_u f)\, x_0 \,. =\, :: \\ y \varepsilon \mathrm{q}_n \,.\therefore\, h, k \varepsilon \mathrm{Q} \,.\, \supset_{h,k} : z \varepsilon (u \cap (x_0 + \Theta \overline{m} h)) \,.\, fz \cap (y + \Theta \mathrm{m} k) \,-\!= \\ \Lambda \,.\, -\!=_z \Lambda. \qquad \text{Def.}$$

Ovvero; operando nei due membri della Ts con l'operazione $\overline{y\epsilon}$ (Form. I § 4), ricordando che le due operazioni $\overline{y\epsilon}$, $y\epsilon$ applicate successivamente si distruggono e che $\overline{y\epsilon}$ gode della proprietà distributiva rispetto al prodotto logico (Form. I § 4 P 3);

$$1 . m, n\epsilon N . u\epsilon Kq_m . f\epsilon(Kq_n) f u . x_0 \epsilon D u . \supset . (\lim_u f) x_0 = q_n \cap \overline{y\epsilon} \{ h, k\epsilon Q . \supset_{h,k} : z\epsilon(u \cap (x_0 + \Theta \overline{m} h)) . fz \cap (y + \Theta \overline{m} k) -= \Lambda . -=_z \Lambda \}.$$

La funzione f può esser tale che la classe fy, per ogni x di u, contenga un solo elemento. Verificandosi ciò le prop. (β) ed 1 hanno eguali ipotesi, e sono di più eguali i primi membri delle tesi. È facile provare che anche i secondi membri sono eguali. Infatti; se, qualunque sia lo z di u, fz contiene un solo elemento, allora ad $fz \cap (y + \Theta m k)$ occorre sostituire la notazione $\iota(fz) \cap (y + \Theta \overline{m} k)$ " elementi *eguali* ad fz e appartenenti a $y + \Theta \overline{m} k$ ": ora dire che " esistono elementi eguali ad fz e appartenenti a $y + \Theta \overline{m} k$, $(fz \cap (y + \Theta \overline{m} k) -= \Lambda)$ " equivale evidentemente a dire che " fz è un elemento della classe $y + \Theta \overline{m} k$, $(fz\epsilon y + \Theta \overline{m} k)$ ". (Cioè, in generale $u\epsilon K . \supset : \iota x \cap u -= \Lambda . = . x\epsilon u$). Stando dunque l'ipotesi fatta, e sostituendo nella P 1 ad $\iota fz \cap (y + \Theta \overline{m} k) -= \Lambda$, la prop. $fz\epsilon y + \Theta \overline{m} k$, si ottiene la (β), che risulta quindi contenuta nella P1.

Nella P1 la lettera z è apparente. Ci proponiamo ora di eliminare z dalla P1.

Poniamo

$$(1) \qquad v = u \cap (x_0 + \Theta \overline{m} h); \quad w = y + \Theta \overline{m} k.$$

La parte a destra del segno $\supset_{h,k}$ nella P1 diviene

$$(2) \qquad z\epsilon v . fz \cap w -= \Lambda . -=_z \Lambda.$$

Sostituiamo ad $fz \cap w -= \Lambda$ la prop. equivalente $\lambda\epsilon fz . \lambda\epsilon w . -=_\lambda \Lambda$ ottenuta dalla prima operando nei due membri con $\lambda\epsilon$ (Form. I § 4). Si ha

(3) $z \epsilon v : \lambda \epsilon fz \,.\, \lambda \epsilon w \,.\, -=_\lambda \Lambda : -=_z \Lambda$ $[(2) \,.\!=\!.\, (3)]$.

Questa dice: " esiste un z di v tale che esiste un λ di fz appartenente a w ". Ciò equivale a dire " esistono gli elementi z e λ tali che $z \epsilon v \,.\, \lambda \epsilon fz \,.\, \lambda \epsilon w$ " (Intr. Form., pag. 22, P3, nella quale si prendono le negazioni dei due membri). La (3) è dunque equivalente a

(4) $z \epsilon v \,.\, \lambda \epsilon fz \,.\, \lambda \epsilon w \,.\, -=_{z,\lambda} \Lambda$ $[(3) \,.\!=\!.\, (4)]$

Applicando a questa la medesima trasformazione (in senso inverso),

(5) $z \epsilon v \,.\, \lambda \epsilon fz \,.\, -=_z \Lambda : \lambda \epsilon w : -=_\lambda \Lambda$ $[(4) \,.\!=\!.\, (5)]$

Operando nei due membri con $\overline{\lambda \epsilon}$ (Form. I § 4)

(6) $\overline{\lambda \epsilon} \{ z \epsilon v \,.\, \lambda \epsilon fz \,.\, -=_z \Lambda \} \cap w -= \Lambda$ $[(5) \,.\!=\!.\, (6)]$.

Ora, per Hp, f è una corrispondenza tra gli u e Kq_n, e poichè $v \supset u$, f è anche una corrispondenza tra i v e classi di q_n (Form. I § 5 P 4). Con fv indichiamo una classe i cui elementi sono le Kq_n corrispondenti agli elementi di v (Form. I § 5 P 3). Dunque fv è una classe di classi. La somma logica delle classi di fv, cioè l'insieme degli elementi uno qualunque dei quali appartiene almeno ad uno degli elementi di fv, si indica con $\cup\text{'}fv$ (Form. V § 1 P 10). Si intuisce che

(7) $\cup\text{'}fv = \overline{\lambda \epsilon} \{ z \epsilon v \,.\, \lambda \epsilon fz \,.\, -=_z \Lambda \}$,

cioè che $\cup\text{'}fv$ è " l'insieme degli elementi λ tali che esiste almeno un z di v tale che λ appartenga ad fz ". Ciò del resto si ottiene trasformando le definizioni dei simboli fv, $\cup\text{'}fv$, come ora faremo. Abbiamo

(7') $\mu \epsilon fv \,.\!=:\, z \epsilon v \,.\, \mu = fz \,.\, -=_z \Lambda$ (Form. I § 5 P 3).

(7'') $\cup\text{'}fv = \overline{\lambda \epsilon} \{ \mu \epsilon fv \,.\, \lambda \epsilon \mu \,.\, -=_\mu \Lambda \}$ (Form. V § 1 P 10).

Sostituendo nella (7″) a $\mu \varepsilon f v$ il secondo membro della (7′), e applicando la trasformazione mediante le quali siamo passati dalla (3) alla (4), abbiamo

$$(7''') \qquad \cup ' fv = \overline{\lambda \varepsilon} \,\{\, z \varepsilon v \,.\, \mu = fz \,.\, \lambda \varepsilon \mu \,.\, - =_{z,\mu} \Lambda \,\}.$$

Ora abbiamo (Form. I §4 P10), $\mu = fz \,.\, \lambda \varepsilon \mu \,.\, \supset .\, \lambda \varepsilon fz$, e anche $\mu = fz \,.\, \lambda \varepsilon fz \,.\, \supset .\, \lambda \varepsilon \mu$. Da queste, per la regola $a \supset b \,.\, = .\, a = ab$ (Form. I §1 P33) abbiamo: $\mu = fz . \lambda \varepsilon \mu \,.\, = : \mu \varepsilon fz \,.\, \lambda \varepsilon \mu \,.\, \lambda \varepsilon fz$; $\mu = fz \,.\, \lambda \varepsilon fz \,.\, = : \mu = fz \,.\, \lambda \varepsilon fz \,.\, \lambda \varepsilon \mu$. Queste due equivalenze hanno un membro a comune e sono quindi eguali gli altri due, cioè $\mu = fz \,.\, \lambda \varepsilon \mu : = : \mu = fz \,.\, \lambda \varepsilon fz$. Sostituendo nella (7‴) ed operando ancora con la trasformazione mediante la quale siamo passati dalla (3) alla (4), abbiamo

$$(7^{\text{IV}}) \qquad \cup ' fv = \overline{\lambda \varepsilon} \,\{\, z \varepsilon v \,.\, \lambda \varepsilon fz : \mu = fz \,.\, - =_{\mu} \Lambda : - =_{z} \Lambda \,\}.$$

È stato in generale ammesso che essendo a un elemento di una classe sia vera la prop. $a = a$ (Form. I §4 P7). Segue da ciò che si può, data una classe u ed un suo elemento a, trovare un elemento x eguale ad a; cioè, è in generale vera la prop. $a = x \,.\, - =_{x} \Lambda$. Dunque nella ($7^{\text{IV}}$) possiamo sopprimere la prop. vera $\mu = fz \,.\, - =_{\mu} \Lambda$, in virtù della regola $a \,.\, \supset .\, b = ab$ (Form. I §1). Soppressa questa prop., la (7^{IV}) è identica alla (7) che resta così dimostrata.

Sostituendo nella (6) al primo fattore logico del primo membro, il primo membro della (7), abbiamo

$$(8) \qquad (\cup ' fv) \cap w - = \Lambda \qquad [(6) \,.\, = .\, (8)]$$

nella quale non comparisce più z. E si noti che l'eliminazione di z dalla (2) si è fatta in virtù di *due* convenzioni, espresse dai segni fv, $\cup ' fv$, e definite dalle (7′), (7″).

Ponendo al posto di v e w i valori (1) e nella P1 sostituendo alla (2) la (8), abbiamo

$$2. \qquad \text{Hp P1} \,.\, \supset .\, (\lim_{u} f) x_0 = q_n \cap \overline{y \varepsilon} \,\{\, h, k \varepsilon Q \,.\, \supset_{h,k} .$$

$$[\cup ' f(u \cap (x_0 + \Theta \overline{m} h))] \cap (y + \Theta \overline{m} k) - = \Lambda \,\}.$$

Si può in questa formula eliminare k, introducendo il concetto di *limite inferiore* (Form. V § 3) o di *classe chiusa* (For. V § 7). Tale eliminazione si fa ripetendo le trasformazioni fatte dal sig. Peano (l. c., Amer. Jour.) per analoga eliminazione. Non le ripetiamo, e indichiamo solo i risultati.

3. $$\mathrm{Hp\,P1} \,.\, \supset \,.\, (\lim_u f)x_0 = \mathrm{q}_n \cap \overline{y\epsilon}\ \{ h\epsilon \mathrm{Q} \,.\, \supset_h .\ \mathrm{l_1 m}$$

$$[\, \cup \text{`} f(u \cap (x_0 + \Theta \overline{\mathrm{m}} h)) - y] = 0 \,\}.$$

4. $$\mathrm{Hp\,P1} \,.\, \supset \,.\, (\lim_u f)x_0 = \mathrm{q}_n \cap \overline{y\epsilon}\ \{ h\epsilon \mathrm{Q} \,.\, \supset_h .\ y\epsilon$$

$$\mathrm{C}\, [\, \cup \text{`} f(u \cap (x_0 + \Theta \overline{\mathrm{m}} h))] \,\}.$$

In espressioni come quelle del secondo membro della Ts. delle P 3, 4, eliminiamo la lettera apparente h, mediante la convenzione indicata dal segno $(\lim_u f)$.

Introducendo il segno $(\lim_u f)x_0$ in luogo del segno $(\lim_{x,u,x_0} fx)$, abbiamo detto di voler considerare $\lim_u f$ come il segno di una funzione che ad ogni elemento di Du fa corrispondere una Kq_n. Ciò è implicitamente contenuto nella definizione (P1) della classe $(\lim_u f)x_0$, come ora proveremo.

Indichiamo con a la classe secondo fattore del secondo membro della Ts. della P1. La Ts. della P1 assume la forma $(\lim_u f)x_0 = \mathrm{q}_n \cap a$. Ora $\mathrm{q}_n \cap a \supset \mathrm{q}_n$ (Form. I § 1 P 5) e quindi (Form. I § 1 P 21) $(\lim_u f)x_0 \supset \mathrm{q}_n$. Ma dire che, essendo u, v classi qualunque, $u \supset v$, equivale a dire che $u \epsilon \mathrm{K} v$ (u è una classe di v). Quindi dalla Ts P1 si ha che $(\lim_u f)x_0 \epsilon \mathrm{Kq}_n$, cioè

$$\mathrm{Ts\,P1} \,.\, \supset \,.\, (\lim_u f)x_0\, \epsilon\, \mathrm{kq}_n.$$

Dalla P1 e da questa, pel sillogismo (Form. I § 1 P 13), abbiamo

(9) $$\mathrm{Hp\,P1} \,.\, \supset \,.\, (\lim_u f)x_0\, \epsilon\, \mathrm{Kq}_n.$$

Osserviamo che qui al segno $\supset$ sono sottintesi gli indici m, n, u, f, x_0, poichè la deduzione si fa rispetto a tutte queste

lettere variabili (Int. Form., pag. 16 e seg.). Dall' Hp della (9) facciamo uscire il fattore $x_0 \epsilon Du$ (in virtù della regola $ab \supset c . = : a . \supset . b \supset c$. Form. I §1 P39), sottintendiamo al primo segno $\supset$ gli indici m, n, u, f e poniamo nel secondo esplicitamente l'indice x_0 (Int. Form., pag. 21 §18 P2). Abbiamo

$$5. \quad m, n \epsilon N . u \epsilon Kq_m . f \epsilon (Kq_n) f u . \supset : x_0 \epsilon Du . \supset_{x_0} . (\lim_u f) x_0 \epsilon Kq_n .$$

Ora questa, per le convenzioni fatte (Form. I §5 P1), esprime appunto che " avendo m, n, u, f il significato espresso da Hp P5, $\lim_u f$ è un segno che posto dinanzi ad un elemento qualunque di Du produce una classe di q_n ", il che si esprime scrivendo $(\lim_u f) \epsilon (kq_n) f Du$. Dalla P5 si ha che

$$6. \qquad \text{Hp P5} . \supset . (\lim_u f) \epsilon (Kq_n) f Du .$$

È del resto facile riconoscere che ad elementi x_0, x_1 eguali di Du corrispondono classi di q_n eguali (Form. I §5 P2), e quindi $\lim_u f$ può esser considerato come una corrispondenza univoca tra i Du e Kq_n, nel senso che ordinariamente si dà alla parola *univoco*.

Stando l'Hp della P5 (o P6), sia x_0 un elemento della classe derivata di Du, cioè un elemento di $DDu = D^2u$. In virtù della P6, resta dalla P1 definita la classe $(\lim_{Du}(\lim_u f)) x_0$ che è pure una classe di q_n. Se poniamo $\lim_{Du}(\lim_u f) = \lim_u{}^2 f$, allora, per la P6, $\lim_u{}^2 f$ è un segno di funzione che ad ogni elemento di $D^2 u$ fa corrispondere una Kq_n. Analogamente ponendo $\lim_{D^2 u} (\lim_u{}^2 f) = \lim_u{}^3 f$, abbiamo che $\lim_u{}^3 f$ è un segno di funzione che ad ogni elemento di $D^3 u$ fa corrispondere una classe di q_n. E così di seguito.

In generale, stando l'Hp della P5 ed essendo r un numero intero porremo

$$7. \qquad \text{Hp P5} . r \epsilon N . \supset . \lim_u^{r+1} f = \lim_{D^r u} (\lim_u^r f) \qquad \text{Def.}$$

e resta così definito *per induzione* (1) il simbolo $\lim_u^{r+1} f$, rite-

(1) C. Burali-Forti, *Logica Matematica* (l.c.), pag. 26 e seg.

nendo identici i simboli $\lim_u^1 f$, $\lim_u f$; il che per la P6 è conseguenza di convenzioni generali per i segni di funzione (Form. I §5 P15).

Definito così il segno $\lim_u^r f$, risulta dalla P6 che esso è un segno di funzione che ad ogni elemento di $D^r u$ fa corrispondere una Kq_n. Cioè

8. $$\mathrm{Hp\,P5} \,.\, r \epsilon \mathrm{N} \,.\, \supset \,.\, (\lim_u^r f) \epsilon (\mathrm{Kq}_n) \mathrm{f} \mathrm{D}^r u.$$

Infatti. Questa prop. è, per la P6, vera quando $r = 1$. Se la P8 è vera, allora per la P6 si ha che $\lim_{D^r u}(\lim_u^r f)$ è un $(\mathrm{Kq}_n)\mathrm{f}\mathrm{D}^{r+1}u$, cioè per la P7, $(\lim_u^{r+1} f)\epsilon(\mathrm{Kq}_n)\mathrm{f}\mathrm{D}^{r+1}u$. Dunque ammessa vera la P8 per un numero r essa è vera per il numero $r + 1$. Da questo e dal principio d'induzione si deduce che la P8 è vera in generale.

È noto (Form. V §5 P7) che, se $r \epsilon \mathrm{N}$ e $x_0 \epsilon \mathrm{D}^r u$, allora x_0 appartiene anche alle classi $\mathrm{D}^{r-1}u$, ... $\mathrm{D}u$. Avendo dunque r e x_0 il significato ora indicato e stando l'Hp P5, $(\lim_u^s f)x_0$, ove s è un numero intero non maggiore di r, è una classe di q_n. La classe $(\lim_u^r f)x_0$ è contenuta in una qualunque delle classi $(\lim_u^s f)x_0$ per s non maggiore di r. Cominceremo a dimostrare questo teorema per $r = 2$. Cioè

9. $$\mathrm{Hp\,P5} \,.\, x_0 \epsilon \mathrm{D}^2 u \,.\, \supset (\lim_u^2 f)x_0 \supset (\lim_u f)x_0.$$

Dimostrazione. — Nella P1′ sostituiamo al segno $=$ fra i due membri del Ts, il segno $\supset$; e ciò in virtù della regola $a = b \,.\, \supset \,.\, a \supset b$ (Form. I §1 P16) e del sillogismo (Id. P13). Otteniamo così una prop. della forma $a \,.\, \supset \,.\, b \supset_{h,k} c$. Facendo entrare il fattore b nell'Hp (Form. I § 1 P39), e sottintendendo *tutti* gli indici $m, n, u, f, x_0, h, k,$ al segno $\supset$ (Int. Form. § 18), abbiamo

(10). $$\mathrm{Hp\,P1} \,.\, y \epsilon (\lim_u f)x_0 \,.\, h, k \epsilon \mathrm{Q} \,.\, \supset : z \epsilon (u \cap x_0 + \Theta \overline{\mathrm{m}} h) \,.$$
$$fz \cap (y + \Theta \overline{\mathrm{m}} k) - = \Lambda \,.\, - =_z \Lambda.$$

Poniamo al posto della Ts di questa la (4) nella quale a v, w si sieno sostituiti i valori (1). Dopo aver distribuita l'operazione $z\epsilon$ alle due classi di cui v è prodotto, abbiamo

$\mathrm{Hp}\,(10)\,.\,\supset : z\epsilon u\,.\,z\epsilon\,(x + \Theta\overline{\mathrm{m}}h)\,.\,\lambda\epsilon fz\,.\,\lambda\epsilon(y + \Theta\overline{\mathrm{m}}k)\,.\, -=_{z,\lambda}\Lambda.$

Ora dire che z è uno dei numeri che si ottengono da x aggiungendovi un numero il cui modulo è h ed è moltiplicato per uno dei numeri di Θ, equivale a dire che il modulo di $z - x$ è minore di h. Cioè si ha $z\epsilon(x + \Theta\overline{\mathrm{m}}h)\,.=.\,\mathrm{m}(z - x) < h$, e, $\lambda\epsilon(y + \Theta\overline{\mathrm{m}}k)\,.=.\,\mathrm{m}(\lambda - y) < k$. La prop. precedente assume quindi la forma

(11). $\mathrm{Hp}(10)\,.\,\supset : z\epsilon u\,.\,\mathrm{m}(z-x) < h\,.\,\lambda\epsilon fz\,.\,\mathrm{m}(\lambda - y) < k\,.\, -=_{z,\lambda}\Lambda.$

Poniamo:

$$(12)\begin{cases} \mathrm{H}\,.=:\mathrm{Hp\,P5}\,.\,x_0\epsilon \mathrm{D}^2u\,.\,y\epsilon(\lim_u^2 f)x_0\,.\,h, h', k, k'\epsilon \mathrm{Q}. \\ \mathrm{R}\,.=: z\epsilon \mathrm{D}u\,.\,\mathrm{m}(z-x) < h\,.\,\lambda\epsilon(\lim_u f)z\,.\,\mathrm{m}(\lambda - y) < k. \\ \mathrm{S}\,.=: \mu\epsilon u\,.\,\mathrm{m}(\mu - z) < h'\,.\,\rho\epsilon f\mu\,.\,\mathrm{m}(\rho - \lambda) < k'. \\ \mathrm{T}\,.=: \mu\epsilon u\,.\,\mathrm{m}(\mu - x_0) < h + h'\,.\,\rho\epsilon f\mu\,.\,\mathrm{m}(\rho - y) < k + k'. \end{cases}$$

Ora per la regola già citata $a\supset b\,.=.\,a = ab$, dalla P6 si ha

$$\mathrm{Hp\,P5}\,.=:\mathrm{Hp\,P5}\,.\,(\lim_u f)\epsilon \mathrm{Kq_n fD}u.$$

Sostituendo in H si verifica facilmente che H contiene, insieme ad altri, i fattori che compaiono nell'Hp della (11), quando si ponga Du al posto di u e $\lim_u f$ al posto di f. Dunque per la regola $ab\supset a$ (Form. I § 1 P5) e pel sillogismo (Id. P13), avremo che assumendo H come ipotesi si ha come Ts la Ts della (11) nella quale per u e f si sia fatta la sostituzione indicata; tale Ts per la 2ª delle (12) è $\mathrm{R} -=_{z,\lambda}\Lambda$.

Abbiamo dunque che

$$(13)\qquad \mathrm{H}\,.\,\supset\,.\,\mathrm{R} -=_{z,\lambda}\Lambda.$$

Consideriamo il prodotto HR. Esso contiene, insieme ad altri, i fattori dell'Hp della (11) nella quale si ponga z al posto

di x_0. Se nella Ts della (12) poniamo μ al posto di z, ρ al posto di λ ed operiamo come nel caso precedente abbiamo

$$\text{(14)} \qquad \mathrm{HR} . \supset . \mathrm{S} - =_{\mu,\rho} \Lambda.$$

Si intende che nelle P(13),(14), come nella (11) dalla quale sono dedotte, la deduzione si fa rispetto alle lettere m, n, u, f, x_0, h, h', k, k'; cioè rispetto a tutte le lettere che compariscono nelle prop. H, R, S eccettuate le lettere z, λ, μ, ρ.

Ora abbiamo:

$$\mathrm{m}(z - x_0) < h . \mathrm{m}(\mu - z) < h' . \supset . \mathrm{m}(\mu - x_0) < h + h'$$

$$\mathrm{m}(\lambda - y) < k . \mathrm{m}(\rho - \lambda) < k' . \supset . \mathrm{m}(\rho - y) < k + k'.$$

Moltiplichiamo membro a membro queste due proposizioni; cioè applichiamo la regola $a \supset b . c \supset d . \supset . ac \supset bd$ (Form. I § 1 P 30). Moltiplichiamo poi l'Hp della prop. ottenuta per i fattori che le mancano per essere identica ad RS (regola $ab \supset a$ già citata). Abbiamo

$$\mathrm{RS} . \supset . \mathrm{m}(\mu - x_0) < h + h' . \mathrm{m}(\rho - y) < k + k'.$$

I due membri di questa si possono moltiplicare per i fattori $\mu \epsilon u$, $\rho \epsilon f \mu$, ($a \supset b . \supset . ac \supset bc$, Form. I § 1 P 11) e la Ts della prop. ottenuta è T. L'Hp è ancora RS poichè i fattori per i quali si è moltiplicato sono contenuti in RS ($a = aa$, Form. I § 1 P 6). Si ha

$$\mathrm{RS} . \supset . \mathrm{T}.$$

Facendo uscire il fattore S dall'Hp (Form. I § 1 P 29), abbiamo

$$\mathrm{R} . \supset . \mathrm{S} \supset \mathrm{T}.$$

Moltiplicando membro a membro con la (14) si ha

$$\mathrm{HR} . \supset : \mathrm{S} \supset \mathrm{T} . \mathrm{S} - =_{\mu,\rho} \Lambda.$$

Ora se l'Hp di una deduzione non è assurda, non è assurda

nemmeno la Ts. Cioè vale la regola $a \supset b \,.\, a - = \Lambda \,.\, \supset \,.\, b - = \Lambda$ (Form. I § 3 P14). Allora abbiamo

$$S \supset T \,.\, S - =_{\mu,\rho} \Lambda \,.\, \supset \,.\, T - =_{\mu,\rho} \Lambda.$$

Da questa e dalla precedente, pel sillogismo, abbiamo

$$HR \,.\, \supset \,.\, T - =_{\mu,\rho} \Lambda.$$

E facendo uscire il fattore R dall'Hp

$$H \,.\, \supset : R \,.\, \supset \,.\, T - =_{\mu,\rho} \Lambda.$$

La Ts di questa prop. è una deduzione che nel primo membro ha una prop. contenente le lettere z, λ che non compariscono nel secondo membro. Essa cioè ha la forma $a_{x,y} \supset_{x,y} b_x$, e tale prop. equivale a $a_{x,y} - =_y \Lambda \,.\, \supset_x \,.\, b_x$ (Int. Form., pag. 22, P10). L'ultima prop. ottenuta prende quindi la forma

$$H \,.\, \supset : R - =_{z,\lambda} \Lambda \,.\, \supset \,.\, T - =_{\mu,\rho} \Lambda,$$

e facendo entrare un fattore nell'Hp

$$H \,.\, R - =_{z,\lambda} \Lambda \,.\, \supset \,.\, T - =_{\mu,\rho} \Lambda.$$

Ora, per una regola più volte citata, dalla (13) abbiamo che $H \,. = : H \,.\, R - =_{z,\lambda} \Lambda$. Sostituendo nella precedente abbiamo

$$H \,.\, \supset \,.\, T - =_{\mu,\rho} \Lambda.$$

Facendo uscire il fattore $h, h', k, k' \in Q$,

(15). $\quad$ Hp P5 $. \, x_0 \in D^2 u \,.\, y \in (\lim_u{}^2 f) x_0 \,.\, \supset : h, h', k, k' \in Q \,.\, \supset_{h,h',k,k'} .$

$$T - =_{\mu,\rho} \Lambda.$$

Moltiplichiamo i due membri della Ts di questa per $h_1 = h + h' \,.\, k_1 = k + k'$. Alla prop. a destra di $\supset_{h,h',k,k'}$ si può sostituire $T - =_{\mu,\rho} \Lambda$, ove in T al posto di $h + h'$, $k + k'$ si legga h_1, k_1. La parte a sinistra dello stesso segno diviene $h, h', k, k' \in Q \,.\, h_1 = h + h' \,.\, k_1 = k + k'$ che può essere moltiplicata

per la prop. $h_1, k_1 \epsilon Q$ sua conseguenza. Allora nella Ts della (15) non comparendo più a destra di $\supset$ le lettere h, h', k, k' si può a sinistra di $\supset$ porre

$$h, h', k, k' \epsilon Q \,.\, h_1 = h + h' \,.\, k_1 = k + k' \,.\, h_1, k_1 \epsilon Q \,.\, - =_{h, h', k, k'} \Lambda$$

che per una regola più volte applicata equivale a

$$h_1, k_1 \epsilon Q : h, h', k, k' \epsilon Q \,.\, h_1 = h + h' \,.\, k_1 = k + k' \,.\, - =_{h, h', k, k'} \Lambda .$$

Il secondo fattore di questa è una prop. vera e può esser soppressa, e quindi la (15) assume la forma

$$\text{Hp}(15) \,.\, \supset \therefore h_1, k_1 \epsilon Q \,.\, \supset_{h_1, k_1} : \mu \epsilon u \,.\, \text{m}(\mu - x_0) < h_1 \,.\, \rho \epsilon f\mu \,.$$

$$\text{m}(\rho - y) < k_1 \,.\, - =_{\mu, \rho} \Lambda .$$

Nella Ts di questa poniamo al posto di h_1, k_1, μ, ρ, rispettivamente h, k, z, λ; poi facciamo la trasformazione inversa a quella eseguita per ottenere la (11) dalla P1′; finalmente moltiplichiamo la Ts per il fattore $y \epsilon \text{q}_n$ che, per la P6, è conseguenza dell'Hp di (15). Avremo

$$(16). \quad \text{Hp}(15) \,.\, \supset :: y \epsilon \text{q}_n \therefore h, k \epsilon Q \,.\, \supset_{h,k} : z \epsilon (u \frown (x_0 + \Theta \overline{\text{m}} h)) \,.$$

$$f z \frown (y + \Theta \overline{\text{m}} k) - = \Lambda \,.\, - =_z \Lambda .$$

Osserviamo ora che se $x_0 \epsilon \text{D}^2 u$ si ha anche che $x_0 \epsilon \text{D} u$ (Form. V); quindi dalla prop. Hp(15) si deduce la prop. Hp P1′ e quindi Hp(15) . = : Hp(15) . Hp(P1′).

Osserviamo ancora che il secondo membro della Ts di P1′ è identico alla Ts della prop. (16).

Moltiplicando dunque la P1′ membro a membro con la (16), abbiamo

$$\text{Hp}(15) \,.\, \supset \therefore y \epsilon (\lim_u f) x_0 \,.\, = \,.\, \text{Ts}(16) : \text{Ts}(16).$$

Ora per la regola $a = b \,.\, b \,.\, \supset \,.\, a$ (Form. I § 1); si ha

$$y \epsilon (\lim_u f) x_0 \,.\, = \,.\, \text{Ts}(16) : \text{Ts}(16) : \supset \therefore y \epsilon (\lim_u f) x_0 .$$

Da questa e dalla precedente, pel sillogismo,

$$\mathrm{Hp}(15) \,.\, \supset .\, y \epsilon (\lim_u f) x^0.$$

Facendo uscire dall'Hp, il fattore $y \epsilon (\lim_u{}^2 f) x_0$, abbiamo

$$\mathrm{Hp}\ \mathrm{P5} \,.\, x_0 \epsilon \mathrm{D}^2 u \,.\, \supset : y \epsilon (\lim_u{}^2 f) x_0 \,.\, \supset_y .\, y \epsilon (\lim_u f) x_0.$$

Operando nella Ts con $\overline{y\epsilon}$ si ha la P9 che è così dimostrata.

Si ha in generale

10. $$\mathrm{Hp}\ \mathrm{P5} \,.\, r \epsilon \mathrm{N} \,.\, x_0 \epsilon \mathrm{D}^{r+1} u \,.\, \supset .\, (\lim_u^{r+1} f) x_0 \supset (\lim_u^r f) x_0.$$

Infatti. La P10 è vera per $r = 1$ (P9). Se la P10 è vera per un numero r, allora se $x_0 \epsilon \mathrm{D}^{r+2} u$, dalle P9, 7 si ha che $(\lim_u^{r+2} f) x_0 \supset (\lim_u^{r+1} f) x_0$; cioè la prop. supposta vera per il numero r è vera per il numero $r + 1$. Da questo e dal principio d'induzione si deduce che la P10 è vera in generale.

Si ha anche che

11. $$\mathrm{Hp}\ \mathrm{P5} \,.\, r \epsilon \mathrm{N} \,.\, x_0 \epsilon \mathrm{D}^{r+1} u \,.\, \supset .\, (\lim_u^{r+1} f) x_0 \supset (\lim_u f) x_0.$$

Infatti. La P11 è vera per $r = 1$ (P10). Supponiamo vera la P11 per un numero r; allora se $x_0 \epsilon \mathrm{D}^{r+2} u$, dalla P10 abbiamo che $(\lim_u^{r+2} f) x_0 \supset (\lim_u^{r+1}) f x_0$; da questa e dalla Ts della P11, per il sillogismo si ha che $(\lim_u^{r+2} f) x_0 \supset (\lim_u f) x_0$. Dunque la P11 supposta vera per il numero r è vera per $r + 1$. Ecc.....

Se x_0 è un elemento della classe derivata di ordine infinito di u (cioè $x_0 \epsilon \mathrm{D}^\infty u$ — Form. V § 5 P21), allora possiamo indicare con $(\lim_u^\infty f) x_0$ la classe di q_n comune alle classi $(\lim_u^r f) x_0$; cioè porre (Form. V § 1 P9)

12. $$\mathrm{Hp}\ \mathrm{P5} \,.\, x_0 \epsilon \mathrm{D}^\infty u \,.\, \supset .\, (\lim_u^\infty f) x_0 = \cap \text{‘} (\lim_u^{\mathrm{N}} f) x_0 \qquad \text{Def.}$$

ed abbiamo così la classe limite di ordine infinito. Di tale classe può considerarsene ancora il limite, e chiamarlo di ordine $\omega + 1$,

e così di seguito, per ottenere la classe limite il cui ordine è un numero transfinito qualunque.

Possiamo applicare il limite di una classe (P1) per trasformare il limite di una funzione ordinaria (β), nel limite di una classe variabile. Per comodo di notazione — valga l'Hp di (β) o della P1 — scriveremo anche $\lim_{x,u,x_0} fx$ in luogo di $(\lim_u f) x_0$; cioè porremo

13. $\mathrm{Hp}(\beta) . \cup . \mathrm{Hp\,P1} : \supset : \lim_{x,u,x_0} fx = (\lim_u f) x_0$. Def.

Abbiamo m, n, u, f, x_0 il significato loro attribuito nell'Hp della P(β), e consideriamo la classe $f(u \cap (x_0 + \Theta \overline{\mathrm{m}} a))$. Questa classe varia col variare di a. Facendo variare a nella classe Q possiamo considerare il limite della classe $f(u \cap (x_0 + \Theta \overline{\mathrm{m}} a)$ per a tendente a 0 poichè 0 è un elemento della classe derivata di $\mathrm{Q}(\mathrm{DQ} = \mathrm{Q}_0)$. Stando le ipotesi fatte vogliamo provare che tale limite è uguale al limite di fx per x variabile nella classe u e tendente ad x_0. Che cioè

14. $\mathrm{Hp}(\beta) . \supset . (\lim_u f) x_0 = \lim_{a,\mathrm{Q},0} f(u \cap (x_0 + \Theta \overline{\mathrm{m}} a))$.

Infatti. Se nella P2 poniamo $x_0 = 0$ risulta che $\cap ' f(u \cap (x_0 + \Theta \overline{\mathrm{m}} h)$ rappresenta l'insieme dei valori presi dalla classe quando la variabile varia nella sfera di raggio h e centro 0. Nel caso nostro tale insieme è indicato da $f \} u \cap (x_0 + \Theta \overline{\mathrm{m}} (\Theta \overline{\mathrm{m}} h)) \{$. Ora $\Theta \overline{\mathrm{m}} (\Theta \overline{\mathrm{m}} h) = \Theta \overline{\mathrm{m}} h$ e quindi dalla P2 abbiamo

$$\mathrm{Hp}(\beta) . \supset . \lim_{a,\mathrm{Q},0} f(u \cap (x_0 + \Theta \overline{\mathrm{m}} a)) = \mathrm{q}_n \cap \overline{y \epsilon} \} h, k \epsilon \mathrm{Q} . \supset_{h,k} .$$

$$f(u \cap (x_0 + \Theta \overline{\mathrm{m}} h)) \cap (y + \Theta \overline{\mathrm{m}} k) - = \Lambda \{.$$

Ora al secondo membro della Ts di questa si dà facilmente (Peano, Am. Journ., l. c.) la forma del secondo membro della Ts di (β). Onde la P14.

In modo analogo si dimostra che

15. $\mathrm{Hp\,P1} . \supset . (\lim_u f) x_0 = \lim_{a,\mathrm{Q},0} [\cup ' f(u \cap (x_0 + \Theta \overline{\mathrm{m}} a))]$.

Non intendiamo, per ora, di esporre altre proprietà della funzione $\lim_u f$. Ci limiteremo ora a provare che la classe $(\lim_u f)x_0$ coincide con la classe limite di una classe variabile definita dal sig. Peano, nella sua memoria " Démonstration de l'intégrabilité des équations différentielles ordinaires „ (Math. An., B. XXXVII).

Nella P1 sostituiamo alla $fz \cap (y + \Theta \overline{m} k) -= \Lambda$, la prop. equivalente

$$\lambda \epsilon fz \, . \, \mathrm{m}(\lambda - y) \epsilon k - \mathrm{Q} \, . -=_\lambda \Lambda .$$

Ora se u, v sono classi e f una funzione definita nel campo u, affermare che esiste un x di u tale che fx è un v, equivale ad affermare che le classi fu, v hanno elementi a comune. Cioè si ha in generale che $x \epsilon u \, . \, fx \epsilon v \, . -=_x \Lambda : = : fu \cap v -= \Lambda$ (Int. Form., pag. 36, P5). Allora la prop. precedente assume la forma

$$\mathrm{m}(fz - y) \cap k - \mathrm{Q} -= \Lambda .$$

Ora è evidente che se u è una classe di numeri reali, e in questa classe esistono numeri minori di h, il $\mathrm{l}_1 u$ è minore di h e viceversa; cioè

$$u \epsilon \mathrm{Kq} \, . \, h \epsilon \mathrm{q} \, . \supset : u \cap h - \mathrm{Q} -= \Lambda \, . = . \, \mathrm{l}_1 u < h .$$

Tale formola si ottiene facilmente dalla def. di l_1 (Form. V §3 P1'). La prop. precedente prende quindi la forma $\mathrm{l}_1 m(fz - y) < k$, ovvero

$$\mathrm{l}_1 \mathrm{m}(fz - y) \epsilon \Theta \overline{\mathrm{m}} k .$$

La P1 diviene

$$\mathrm{Hp\,P1} \, . \supset . \, (\lim_u f)x_0 = \mathrm{q}_n \cap \overline{y\epsilon} \, \} \, h, k \epsilon \mathrm{Q} \, . \supset_{h,k} : z \epsilon (u \cap x_0 + \Theta \overline{\mathrm{m}} h) \, .$$

$$\mathrm{l}_1 \mathrm{m}(fz - y) \epsilon \Theta \overline{\mathrm{m}} k \, . -=_z \Lambda \, \{ .$$

Nella (β), poniamo $y = 0$ e $fx = \mathrm{l}_1 \mathrm{m}(fx - y)$. Soppressa la prop. vera $0 \epsilon \mathrm{q}_n$ il secondo membro della Ts si riduce alla parte tra parentesi } { della prop. precedente che diviene quindi

16. $\mathrm{Hp\,P1} \, . \supset . \, (\lim_u f)x_0 = \mathrm{q}_n \cap \overline{y\epsilon} \, \{ \, 0 \epsilon \lim_{x,u,x_0} \mathrm{l}_1 \mathrm{m}(fx - y) \, \} .$

Questa P coincide con la P1 § e della nota citata del sig. Peano a meno del segno ϵ portato naturalmente dal nuovo concetto di limite. Tutte le prop. del § e sussistono dunque per la classe da noi indicata con $(\lim_u f)x_0$.

L'Accademico Segretario

GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 27 Gennaio 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: PEYRON, CLARETTA, ROSSI, BOLLATI DI SAINT-PIERRE, NANI, COGNETTI DE MARTIIS, CIPOLLA e FERRERO Segretario.

Il Vice-Presidente annuncia la morte del Socio Corrispondente Monsignor Isidoro CARINI, prefetto della Biblioteca Vaticana, ed affida al Socio CIPOLLA l'incarico di prepararne una breve commemorazione per una prossima adunanza della Classe.

Il Socio Segretario FERRERO presenta il volume VII delle " *Campagne del Principe Eugenio di Savoia* ", inviato in dono all'Accademia per ordine di S. M. IL RE.

Il Socio CLARETTA offre, a nome dell'autore, una notizia sul defunto Prof. Alfonso CORRADI, già Socio Corrispondente dell'Accademia, composta da suo figlio il Prof. Augusto CORRADI ed accompagnata da un elenco delle pubblicazioni dell'illustre scienziato.

Lo stesso Socio legge un suo lavoro: " *Una ricognizione dell'archivio del Cenobio d'Oulx nel 1607 ed il cartario ulciense* ".

Il Socio CIPOLLA legge un lavoro del Dott. Giovanni FILIPPI: " *Dedizione di Savona a Filippo Maria Visconti (1422)* ".

I due lavori anzidetti sono pubblicati negli *Atti*.

LETTURE

Una ricognizione dell'archivio del Cenobio d'Oulx nel 1607 e il Cartario Ulciense;

Nota del Socio GAUDENZIO CLARETTA.

I torinesi bibliotecari Antonio Rivautella e Francesco Berta nel 1753, com'è noto, pubblicavano per la prima volta, dedicandolo al sommo pontefice Benedetto XIV, il Cartario d' Oulx. E meritamente essi rallegravansi di aver potuto, in grazia della liberalità del pinerolese Antiste di quei giorni, essere in grado di far conoscere una preziosa raccolta diplomatica dall' XI al XV secolo, che più d'una volta aveva corso rischio di cadere preda delle fiamme e dell'avidità degli stranieri calati a'danni del nostro paese. Ma pur troppo, alla soddisfazione provata da quegli eruditi di aver nelle mani un codice che era stato apprezzato ai loro tempi dal Guichenon, dal Gioffredo, dal Chorier, e da altri storici delfinenghi, non corrispondeva pienamente l'edizione. Invero il progresso raggiunto oggi dalla critica storica fa sì, che in quella pubblicazione, in cui, a cagion d'esempio, si fa rivivere allegramente e ripetutamente il marchesato di Susa, oltre alle mende paleografiche, abbiansi a deplorare scarse e deboli notizie storiche illustrative del testo; cenni insufficienti nelle note, che avrebbero invece potuto fornire elementi alla topografia e alla biografia dei tanti e poi tanti luoghi e personaggi accennati nei documenti, e che invece talor ti presentano scambi di persone e di nomi.

L'aver potuto nelle scorse ferie visitare l'archivio del Capitolo della cattedrale di Susa mi fornì mezzo di conoscere un documento inedito, il quale ne consente a supplire almeno l'omissione fatta da quegli eruditi nella descrizione esatta del codice, e in pari tempo di poter aggiugnere qualche notizia su alcuni dei documenti di quella collezione. Avverto però subito,

che il documento che pubblicherò non permetterà di farvi aggiunte o correzioni di grande rilievo, limitato assai essendo il numero dei documenti ai quali esso accenna.

Quest'opera veniva, sebbene sommariamente, in qualche parte già compiuta dall'abate Iacopo Bernardi, a cui in un non antico rimaneggiamento dell'archivio del vescovato di Pinerolo, sorto dall'abolizione appunto del cenobio d'Oulx, era venuto in mano altro codice ulciense, più recente (ora esistente presso l'archivio di Stato), ma ch'egli affermò più esatto dell'antico, del che dava poi ragione in una sua speciale monografia (1). Ad ogni modo, senza che il documento di cui si tratta, come or ora dicemmo, ci consenta troppo discutere sul valore dei documenti, e sia ancor esso infarcito d'idiotismi ed errori cronologici, che vogliono essere ascritti all'imperizia del notaro d'Oulx Giovanni Giustetto, che compilò quell'atto, esso ci porrà in grado di far qualche lieve osservazione, e notare alcune particolarità che forse potranno essere da chi ha maggior competenza nella materia, ravvisate non affatto inopportune. Poichè si tratta di notizie già divulgate, per rinvigorirne sol la memoria, mi limiterò qui unicamente ad osservare, che il cenobio ulciense o congregazione dei canonici regolari agostiniani d'Oulx fondato verso la metà del secolo undecimo, era l'antico *ad Martis fanum* degli itinerari romani, detto poi ne' bassi tempi, dopo le stragi predicate dei Saraceni *plebs martirum*. Esso è posto alle radici del Monginevro, alla destra del confluente della Bardonecchia nella Dora, ned è scevro di qualche importanza storica, tutto che non abbia raggiunto la fama dell'altro non lontano monistero, assiso su di un poggio staccato dai massi delle Alpi Cozie, vo' dire della Novalesa, le cui vicende si allacciarono anche con quelle d'interesse storico generale. Accarezzato esso dai sommi pontefici, due de' quali ivi ebbero ospizio, Celestino III ed Eugenio III, dai principi Sabaudi, dai Delfini di Vienna, e da molti pii personaggi che fiorirono nell'età trascorsa, fornì pure qualche asilo agli studii, poichè que' canonici non caddero in ozii infecondi, e dedicaronsi invece a dirozzare i costumi, anzichè no rubesti, di quei valleggiani.

(1) Della pubblicazione del Cartario dell'antica abbadia d'Oulx e del codice Peralda, nel tomo XX della Miscellanea di storia italiana.

Vero è bensì che le insigni prerogative della chiesa Ulciense, che aveva soggetta a sè la chiesa di S. Maria maggiore di Susa, capo a sua volta di 28 chiese (1), procacciaronle anche contese non lievi, che finirono poi per recare grave jattura ai suoi possedimenti ed alle sue preminenze, le quali vennero altresì a ricevere danno dallo stabilirsi de' Valdesi nelle valli del Delfinato.

Già nel secolo XIV gli agostiniani canonici d'Oulx venivano sottomessi ad abati secolari commendatarii; e se per qualche tempo ancora poterono avere i loro prepositi generali, finirono per rimanerne assoggettati affatto all'apparire del secolo XV. Si aggiungano a ciò le fazioni guerresche, le pestilenze del secolo XVI, ed anche un grande incendio che costrinse quei canonici a rifugiarsi or in Susa, or in Chiomonte ed or a Briançon, sinchè nel 1609 ebbero ancor mezzo di riedificare l'antica lor chiesa. Dell'or accennato incendio fa menzione appunto il documento che diè alimento a questo scrittarello, il quale c'istruisce, come nel 1607 il vicario del capitolo e della congregazione Ulciense dimorava presso Ludovico Oliveto procuratore del re di Francia *propter incendium et ruinam monasterii Ulciensis*. In quell'anno parimente ferveva ancora un grave litigio in Torino innanzi al nunzio pontificio ivi residente fra il priore e i canonici di Oulx e l'abate Antonio Provana (2) (famiglia che da oltre un secolo godevasi la pingue abbazia dellaNovalesa), che quei canonici ritenevano come intruso nel priorato di S. Maria maggiore di Susa. Era un'acre controversia agitatasi sin dal finir del secolo XI, ed a cui si riferiscono il famoso placito, pubblicato nel cartario ulciense, criticamente interpretato dal professore Fedele Savio, e varii altri posteriori giudicati. Gli atti del processo contenevano notevoli documenti a sostegno delle ragioni asserte; e fu allora che si dovette ricorrere all'archivio Ulciense per collazionarli cogli originali e col codice onde erano stati ricavati gli estratti. Si pose mano a quell' opera il 19 aprile dell'anno anzi accennato, accertata legalmente la contu-

---

(1) Cfr. un placito a Susa sulla fine del secolo XI, del prof. Fedele Savio nel critico suo lavoro: *Gli antichi vescovi di Torino*. Torino, 1889.

(2) Del ramo dei conti di Collegno, ecc., fu arcivescovo *in partibus* di Durazzo (Macedonia), ma poi arcivescovo di Torino.

macia della parte contraria, cioè dell'anzidetto abate Antonio Provana, e si proseguì indi, sempre col ministero di Giovanni Besson castellano e giudice ordinario di Oulx, commissario deputato a quell'ufficio, essendovi presenti; e rappresentando Geronimo Birago, preposito di S. Lorenzo d'Oulx (1) e quei canonici, Gian Pietro Marchiandi priore di S. Maria maggiore di Susa e Stefano Bazano rettore dell'elemosineria di quella chiesa.

Quanto si compieva in quei giorni veniva adunque consegnato ad apposito documento, che è quello per l'appunto che c'informa dello stato dell'archivio Ulciense e dell'abbastanza suo famoso codice. E qui anzi tutto dobbiamo dare una lode ai reggitori di quel cenobio, che in mezzo alle accennate peripezie avevano saputo conservare abbastanza cautamente il loro tesoro diplomatico, rimaso immune, se non pienamente, nella massima parte dall'opera distruggitrice del tarlo e dei sorci, e chiuso a doppie chiavi, tenute in quel momento dal canonico vicario Pietro Collon e da Lorenzo Medaille procuratore di quel Capitolo.

Previe le necessarie formalità, dirigevasi a quell'archivio l'accennato giorno 19 aprile il commissario or nominato, coi testimonii e col notaio e causidico di Susa Ippolito Dema. Ed adempiendo al mandato avuto, non ostante la contumacia accertata dell'abate Novaliciense Antonio Provana, facevansi aprire la porta *aule sive camere predicte domus in qua de presenti et iam ab aliquot annis citra propter incendium et ruynam edificiorum monasterii tenetur archivium scripturarum prepositatus predicti Ulciensis et reverendi capituli canonicorum regularium illius.*

Entrati adunque nell'archivio, quei delegati procedevano subito all'esame delle pergamene originali, ed in difetto di queste, ricorsero al codice pergameno, dai suoi editori riputato composto sul finir del secolo XIII; e che viene descritto così: *Liber continens transumptum diversorum privilegiorum et iurium dicti prepositatus Vlciensis,* e scritto: *principio usque ad finem una et eadem litteratura valde antiqua et antiquis caracteribus facta, excepto*

(1) Originario milanese, ma del ramo stabilito in Francia e signore di Ottobiano. Due de' suoi già avevano avuto precedentemente a lui quel priorato.

ultimo actu continenti consecrationem altarium sanctorum Marie et Augustini in ecclesia sancti Laurentii monasterii Vltiensis Taurinensis diecesis qui legitur scriptus aliena manu et litteratura, locchè viene egualmente notato dagli editori del Cartario (1). L'essersi gli editori del cartario valsi di questo codice, rimane provato, oltre al saggio datone dei caratteri onde fu scritto, dal non aver conosciuto l'altro più recente e cartaceo di pag. 124, compilato cioè dal priore e vicario generale d'Oulx Ugo Peralda (2) sullo scorcio del secolo XVI, sebbene più corretto, e dai varii idiotismi, dei quali non è scevro invece il più antico, e che così deturpano un poco l'edizione procurata da loro, e nemmeno con tutta la dovuta esattezza.

Proseguendosi nel nostro documento la descrizione del codice, usato poi dai nostri illustratori, esso viene definito: *liber satis bene compositus duabus partibus copertis coreo albo vel saltem discolorito munitus et affoliatus seu propaginatus, continens folia ducentum et octo, quorum deficit unum sub numero centesimo septuagesimo tertio videlicet in bergameno sive caprina membrana cuius rubrice seu titulli sunt scripti scriptura rubea, et ut legitur liber ipse continet transumptum sive exemplum diversorum privillegiorum et iurium prepositatus Ulciensis et reverendi eius capituli.*

Aggiungono i visitatori di quell'archivio che ebbero alle mani quel codice nel secolo XVII, ch'esso *non legitur intitulatus in principio quid contineat, minusque a scriptore subscriptus excepta subscriptione dicti actus consecrationis altarium.*

Avendo quei deputati avuto peranco a mano ai loro giorni qualche raro originale dei documenti inserti nel codice, e notandosi anche qualche discrepanza fra questo medesimo e l'edizione procurataci dai signori Berta e Rivautella, non sarà inopportuno di far qui qualche osservazione al proposito.

A carte 25 dell'edizione del 1753 viene riferito l'importante privilegio del vescovo di Torino Cuniberto, del 1065, quel desso che, se non fu fra i più esemplari prelati de' suoi giorni,

---

(1) *Ulciensis ecclesiae Chartarium,* pag. 210.

(2) Si poteva anche avvertire che a quel Codice seguono alcune pagine, ove leggonsi notizie di pubblici e segnalati avvenimenti succeduti in quei tempi, in un con altre di varie concessioni fatte a quel Cenobio.

essendosi attirati rimproveri da S. Pier Damiani e da alcuni de' suoi superiori, nondimeno assodò l'esistenza di quel cenobio. Il documento fu dagli editori completato coll'aiuto della lezione datane dal Gioffredo nell'allora inedita sua storia delle alpi marittime, anzichè di quella procurata da Gabriele Pennotti, nostro valsesiano, nell'importante sua opera: *generalis totius sacri Ordinis, clericorum canonicorum historia tripartita. Romae 1624.* Esatte ne sono le date *pridie kalendas maii* (30 aprile), l'indizione, che correva la seconda: vi manca però il luogo onde emanò, cioè Torino, indicato pure nel Codice Peralda, ch'eglino invece ricavarono egualmente dal Gioffredo, in un coi nomi dei canonici torinesi che furono presenti all'atto. Ma nel nostro documento si accenna invece all'originale, uniforme peraltro nelle date.

La donazione poi, citata dagli editori a carte 32, fatta ad Oulx da Carlo II, vescovo di Torino, è esatta nelle date 1165, indizione decimaterza *quindicesimo kalendas martii* (28 febbraio). Ma nel transunto presentato dagli interessati per collazionarlo coll'originale si nota il luogo, di cui fa difetto l'edizione del 1753, e che fu *apud plebem Comoviane,* cioè Cumiana.

Veniamo ora all'esame di alcune bolle papali.

Ad una bolla di Alessandro III ascritta all'anno 1172, la lezione del codice assegna unicamente l'anno decimoquarto del pontificato, senza cenno, nè del mese nè dell'indizione. Nel documento che pubblichiamo se ne fa variata ripetizione ma con errori cronologici, essendo verisimile che si voglia ivi fra le varie bolle di quel papa concedute ad Oulx alludere a questa. Anzitutto devesi avvertire, che l'originale di questa bolla fu ritrovato *in aliqua parte a muribus corrosa spatio latitudinis unius palmi multis deficientibus dictionibus que tamen integre comperiuntur cum tota scriptura signis et caracteribus in eius extractu per nobiles Iugetum et Chalvetum notarios subscriptos.*

Ma codeste mancanze non possono nuocere troppo all'esattezza ed all'integrità del testo, poichè vi si supplisce altrimenti nelle copie; e così troviamo quella bolla data ad Anagni *manu Gratiani sancte romane ecclesie subdiaconi et notarii sub die septima idus aprilis* (9 aprile) *indictione sexta.* Ed anche il sottinteso del centesimo non deve fare specie alcuna. Così non nocquero i diffetti suddetti, ripetiamo, poichè la bolla originale viene descritta:

privilegium beatissimi patris Alexandri datum Anagnie die septima idus aprilis anni 1172 debite subscriptum et sigillatum signatumque signis et caracteribus et informiter in extractu protractis et depinctis.

Comunque sia, devesi anche osservare che la parte cronologica è abbastanza esatta, ancorchè in alcuna delle lezioni manchi l'anno del pontificato di Alessandro III, accennato nel codice Peralda, *anno XIIII.* Quindi questi brevi confronti servono a correggere la lezione della stampa degli editori del Cartario. Vuolsi qui notare che il Jaffè assegna questa Bolla all'anno 1173. Qui peraltro cade opportuna l'osservazione, che la disposizione cronologica delle bolle di Alessandro III offre sempre delle difficoltà, poichè, come osserva il Mas-Latrie nel suo *Thrésor de cronologie d'histoire et de géographie,* le bolle di quel papa, ovvero le così dette piccole bolle non solevano essere datate che dal luogo e dal giorno del mese, senza il millesimo, e senza l'anno del pontificato, laddove le bolle o privilegi recavano sempre la data del luogo, del millesimo, dell'incoronazione, dell'indizione e dell'anno del pontificato. Ora quella in questione, contenendo un privilegio, doveva essere munita di tutti questi dati, alcuni dei quali, come or dicemmo, mancanti all'edizione del Cartario.

Proseguiamo intanto col mezzo dei pochi documenti accennati nell'atto di cui si tratta, a notare le discrepanze che si hanno col codice pubblicato, differenze le quali ci lasciano supporre quanti siano gli errori ond'esso è ricolmo. Riferendo il Berta e il Rivautella alcune bolle di Callisto II, essi pubblicarono senza alcuna data quella del 1120, assegnandole l'anno 1120, solamente dietro l'autorità del Gioffredo. Ora il nostro documento ricorda pure questa Bolla in tre punti: primo, nella presentazione di un suo estratto fatto dalla parte avversaria, ov'è detto: *Privilegium beatissimi patris papae Calixti datum Astis ut legitur sub anno incarnationis dominicae millesimo septuagesimo vigesimo indictione decimatertia et quinto calendas aprilis.* E notevole qui è lo scambio dell'anno *centesimo* col *septuagesimo.*

In secondo luogo la parte avversaria metteva fuori: *bina praecepta beatissimi pape Calixti, alterum datum Astis quinto calendas aprilis,* che è il precedente; *alterum vero datum Romae decimoctavo callendas ianuarii,* il quale anzi secondo gli editori

più volte ricordati sarebbe stato dall'amanuense del Codice scambiato con Celestino.

In terzo luogo la Bolla, dirò così astigiana, viene descritta, come si trovava nel suo originale, letto per collazionarla colle copie presentate, cioè; *privillegium beatissimi patris pape Calixti debite subscriptum et signatum signo et caracteribus uniformiter in illius extractu producto depinctis datum Astis sub die quinto callendas aprilis.*

Di tutte queste lezioni, più compiuta dovrebbesi qui dire quella del codice Peralda, ove secondo la lezione Bernardi si leggerebbe: *Dat Astis per manum Crisogoni S. R. E. diaconi cardinalis ac bibliothecarii quinto kalendas aprilis indictione decimatertia incarnationis dominicae anno millesimo centesimo vigesimo, pontificatus autem domini Calixti secundi papae anno secundo* (1). Il documento accenna ancora ad altra bolla dello stesso papa Callisto II, data a Roma *apud S. Petrum decimoctavo kalendas ianuarii* (15 gennaio), il cui anno omesso viene dal Jaffè indicato pel 1120.

Così del paro può dirsi di una Bolla di Adriano IV del 1138, anno quarto del suo pontificato, a cui manca la data del luogo e del giorno, ed alla quale il nostro manoscritto, alla guisa del codice Peralda, assegna il 12 marzo (4 idus martii). Anzi il transunto presentato aggiugne, essersi data dal Laterano, e scritta *manu domini Rollandi sanctae romanae ecclesiae presbiteri cardinalis et cancellarii indictione sexta*, siccome ho letto nel Codice Peralda.

Parimente una Bolla di Lucio III, che il codice Ulciense dice unicamente del 1183, anno secondo del pontificato di quel papa, nell'originale su cui venne collazionato l'estratto presentato dai commissarii, è descritta: *Privilegium beatissimi patris pape Lucii datum Sagniae,* a vece di *Signiae, sub die decimo quinto callendas iulii anno millesimo centesimo octuagesimo tertio.* L'estratto aggiugneva: *subscriptum per Hugonem sanctae Romanae ecclesiae notarium.* Il Jaffè ascrive questa Bolla al 31 dicembre, e la dice

(1) *Miscellanea di storia italiana,* XX, p. 561. Ma con buona venia dell'odierno illustratore del Codice Peralda, questo recava anche l'errato *septuagesimo,* corretto poi in *centesimo,* come lo denota ad evidenza l'inchiostro assai, anzi molto più chiaro e vorrei dire quasi fresco, e forse opera di qualche mano pietosa.

data da Anagni, sull'autorità anche del Pennotti; ma che dal luglio al settembre papa Lucio III sia stato a Segni lo dimostrano anche altre Bolle.

Manca poi al nostro Cartario stampato un atto di liberalità concernente una delle più antiche famiglie feudatarie della val di Susa, che è quella dei *De Jalliono,* primi feudatari del Giaglione, villaggio che fu soggetto altresì ad altre case, come dei Bermondi, dei Ferrandi e degli Aschieri, per non accennare alle famiglie che lo ebbero nei tempi più moderni (1). Si tratta

---

(1) Della prestanza di questa, che fu una delle più antiche famiglie della valle, si hanno parecchi riscontri in varii documenti. Ma per non uscire dai limiti della discrezione ne basta avvertire, che in una transazione del 31 marzo del 1368 seguita in Susa tra il cenobio di S. Giusto alla presenza di Leonardo Baralis. Ippolito ed Antonio degli Aschieri, Giovanni pur dei Barali, Emanuele Ferrandi di Susa, ed Antonio detto Cambreta ed Umberto De Poypone, scudieri di Edoardo di Savoia, abate di S. Giusto, e Vincenzo di Giaglione, si legge di questo: *Considerata etiam persona ipsius Vincentii qui est de nobilioribus et potentioribus loci Secuxie qui nunc et semper temporibus retroactis desservierunt pro posse res, honores et iura ipsius monasterii fideliter conservando.* Documento, dal suo possessore, avvocato Domenico Perrero, donato all'archivio della Cattedrale di Susa. Nella parete nord dell'antichissima chiesa di S. Francesco di Susa trovasi incastonata una piccola lapide marmorea circolare, su cui leggesi:

ANNO DOMINI
MCCLXVIII
III DIE AVGV. Φ. D. A
MEDE. D. GIALONO
ET H. E. SEPVLC.
EIVS

che si può interpretare così:

ANNO DOMINI MCCLXVIII III DIE AVGVSTI
OBIIT DOMINVS AMEDEVS DE GIALONO
ET HOC EST SEPVLCHRVM EIVS.

Sono impresse nei quattro lati: 1 e 2, due stelle, e 3 e 4, due fiori di giglio.

Probabilmente questa famiglia feudataria di Giaglione era quella detta de Roma. Un atto del due ottobre 1353 (vedi un mio articolo " Un'escursione in Val di Susa " nell'*Arte* e *storia* del 1886) risguarda la Rosa di cui sovra, e dice che questa pia gentildonna *Rosa de Jallono dicta de Roma missam unam ebdomadariam in feria 2 dicendam ad altare S. Petri instituit in erectione cappellae et beneficii dicti sancti in ecclesia olim S. Mariae Maioris.*

di una donazione fatta da Rosa di Giaglione al preposto d'Oulx. qual priore di Santa Maria maggiore di Susa, ricevuta da Lerisone Clavino, notaio ulcense il dì nove settembre del 1371. Mancano ancora al Cartario altri atti accennati nel documento che sono però di età meno remota e di minor momento.

Qualche erudito più versato negli studii della diplomatica potrà ancora, avendo sott'occhio il documento, notare a suo piacimento altri confronti ed altre discrepanze fra esso e il codice di cui sinqui ci siamo intrattenuti. Se si avessero ancora quei preziosi originali che esistevano ai tempi del documento in questione, senza dubbio che sparirebbero le lacune, le frasi interpolate e quanti altri difetti si vogliano ascrivere all'edizione di quel codice. Ad ogni modo il documento che or vede la prima volta la luce potrà sempre giovare pel caso di una seconda edizione del Cartario Ulcense, o più verosimilmente a chi fosse per accingersi a tessere la storia di quella celebre abbazia e delle varie chiese ad essa suffraganee. Alla quale storia, per quanto sia difficile farsi l'illusione che possa toccare la sorte di avere l'illustratore odierno, che con profonda dottrina, e con acume critico singolare si è occupato e si occupa della badia novalicense, recherebbero senza dubbio notevole sussidio i vari documenti relativi ad Oulx, che si conservano in paesi stranieri all'Italia, e che di buon grado sarebbero ceduti a noi, ove tempi e varie congiunture, che mi astengo dallo accennare, fossero per favorire questo proposito, che servirebbe ad illustrare senza dubbio una parte notevole della storia medievale della valle di Susa. che si collega a quella di alcune regioni finitime.

Testimonialles presentationis actorum collationis extractuum et descriptionis status originalium privilegiorum et aliarum scripturarum.

" Anno Domini millesimo sexcentesimo septimo et die decima nona mensis aprilis ac hora prima ipsius diei in loco Vltii et in domo magnifici domini Ludovici Oliveti regii procuratoris moderne habitationis infrascripti reverendi domini Vicarii illic residentis propter *incendium* et *ruinam* monasterii Vlciensis coram nobili Iohanni Bessono castellano et iusdicenti ordinario dicti loci Vltii et mandamenti illius pro regia Francorum mayestate et in hac parte commissario deputato comparuerunt reverendus dominus Iohannes Petrus Marchiandus canonicus Vlciensis priorque prioratus beate Marie Maioris de Secusia auctoritate ordinaria prouisus et reverendus dominus Stephanus Bazanus ex predictis canonicis Vltiensibus helemosinarius et rector helemosinarie dicte ecclesie beate Marie Secvsie a prepositatu Vltiensi dependentis vti procurator et procuratorio nomine illustris et reverendi domini Hieronimi Biraghi prepositi Sancti Laurentii Vltiensis Ordinis Sancti Augustini de plebe martirum nuncupati taurinensis diecesis et reverendorum dominorum canonicorum regularium ipsius monasterii Sancti Laurentii Vltiensis Ordinis Sancti Augustini de plebe martirum nuncupati Taurinensis diecesis et reverendissimorum dominorum canonicorum regularium ipsius monasterii Sancti Laurentii constante instrumento procure rogato mihi Iohanni Iusteto notario et secretario subter signato sub die vigesima quinta mensis novembris proximi fluxi de quo fidem fecit, dicentes nominibus premissis vertere litem et causam indecisam in civitate Taurini coram illustrissimo et reverendissimo domino domino nuntio appostolico apud Celsitudinem ducalem Sabaudie residente et in ea parte appostolico ivdice delegato per et inter supernominatos illustrem et reverendos dominos prepositum priorem et canonicos parte una supplicantes et per illustrem et reverendum dominum Anthonium Prouanam abbatem sive priorem Sancti Petri Novaliciensis se asserentem de dicto prioratu Secusie a sede appostolica provisum ex altera. In qua quidem lite et causa fuerunt parte dictorum supplicantium ministerio eorum procuratoris producta quedam iura et inter ceteros rellatio illustrissimi et reverendissimi domini episcopi Bouiciensis olim nuntii appostolici apud dictam Celsitudinem ducallem residentis facta in responsionem literarum epistole ill.mi et rev.mi domini cardinalis Aldobrandini ad eum ordine sue beatitudinis scriptarum una cum iuribus in ipsa rellatione et facti informatione rellatis seu *vernia !* cum extractibus ip-

sorum iurium infra designatis quorum fuit ordinata collatio fienda cum illorum originallibus et illa commissa prefato domino iusdicenti ordinario pro iuribus et scripturis conferendis seu collationandis in presenti loco, et pro collatione fienda allibi aliis ordinariis locorum vt infra dicitur. Ideo exibentes dicti comparentes nominibus premissis et presentantes prefato domino commissario acta predicte litis quorum primum memoriale legitur tentum sub die decima septima mensis novembris anni proximi lapsi, et vltimum sub die vltima mensis martii anni presentis cum omnibus in eis deductis productis et agitatis in parte et passibus dictis reverendis dominis supplicantibus vtilibus et non aliter nec alio modo una cum ordinatione dicte collationi conventionique et monitione in partem adversam exequtione in dicto memoriali ultimo scriptis debite sigilatis et subscriptis Loyra, exibentes vlterius et producentes extractus privilegiorum et iurium infra designatorum. Et primo extractum unum donationis facte per tunc reverendissimum Cunibertum episcopum taurinensem congregationi dictorum canonicorum de multis ecclesiis et iuribus et presertim de ecclesia plebe et penitentiali ut in ea legitur Sancte Marie que sita est et edificata infra civitatem Secusie cum omnibus pertinentiis et possessionibus suis que scilicet longeva matrix et baptismállis ecclesia quadam prerogativa et excellentia honoris in omnibus quibus licitum est in suo plebanatu dono et assensu taurinensis ecclesie vicem gerit episcopallem et antiquitus nullo iam tempore gerere consuevit ut ita in ipsa donatione legitur data Taurini anno ab incarnatione domini nostri Iesu Christi millesimo sexagesimo quinto indictione secunda pridie callendas maii cum designatione caracterum ab originalli sumptorum et depictorum recepta et scripta ut legitur manu Curaudi (il Pennotti dice Ebrardi (1)) scriptoris et cancellarii dicti reverendissimi domini episcopi Cuniberti qui extractus legitur subscriptus per nobiles notarios regios Iohannem Iugetum et Iohannem Franciscum Chalvetum. Item exibuerunt alium extractum per eosdem notarios subscriptum scilicet confirmationis precedentis donationis cum noua donatione aliarum ecclesiarum et iurium facta predictis reverendis preposito et canonicis Vltiensibus per tunc reverendum dominum Humbertum episcopum taurinensem de quibus legitur instrumentum actum in civitate Taurini anno incarnationis dominice millesimo nonagesimo octavo inditione sexta duodecimo callendis octobris et ut legitur ab ipso quondam reverendissimo domino Humberto episcopo et ab cunctis reverendis canonicis suscriptum.

(1) Fu pubblicato per il primo dal valsesiano Gabriele Pennotti nella citata sua opera: *Generalis totius sacri Ordinis Clericorum canonicorum historia tripartita*. Romae, 1624, p. 491.

Item exibuerunt alium transumptum siue extractum instrumenti confirmationis predictarum donationum et noue donationis aliarum ecclesiarum et iurium facte predictis reverendis preposito et canonicis Vltiensibus ab reverendissimo tunc taurinensi episcopo Carolo extractum et subscriptum per eosdem notarios Iugetum et Chalvetum. Quod quidem instrumentum legitur actum apud plebem Comouiane sub anno ab incarnatione domini millesimo centesimo sexagesimo quinto indictione tertiadecima luna prima epacta sexta decimoquinto callendas martii et ab ipso reverendissimo episcopo Carolo et suis reverendis canonicis subscriptum. Item exhibuerunt alium extractum privilegii beatissimi patris pape *Calixti* datum Astis ut legitur sub anno incarnationis dominice millesimo septuagesimo (*sic*) (a vece di millesimo centesimo vigesimo) indictione decima tertia et quinto callendas aprillis per dictos notarios Iugetum et 'Chalvetum subscriptum cum exemplatione caracterum et signorum ab originalli exemplatorum et depictorum. Item exhibuerunt allium extractum privillegii beatissimi patris pape Vrbani per eosdem notarios Iugetum et Chalvetum subscriptum. Item exhibuerunt alium extractum privilegii beatissimi patris pape Eugenii per dictos notarios subscriptum. Item exhibuerunt alium extractum privilegii beatissimi patris pape Adriani a predictis notariis subscriptum cum transumptione et exemplatione caracterum et signorum in predicto originalli depictorum quod quidem privilegium legitur datum Laterani scriptum manu domini Rollandi sancte romane ecclesie presbiteri cardinallis et cancellarii quarto idus martii indictione sexta anno millesimo centesimo quinquagesimo octavo. Item exhibuerunt alium extractum privilegii summi pontificis pape Allexandri quod legitur datum Anagnie scriptum manu Gratiani Sancte Romane ecclesie subdiaconi et notarii sub die septimo idus aprilis indictione sexta anno domini millesimo (manca il *centesimo*, aggiunto invece inferiormente dallo stesso amanuense discorrendo, come vedremo, del suo originale) septuagesimo secundo (1). Cuius extractus predictus est subscriptus a predictis notariis Iugeto et Chalveto cum depictione et exemplatione signorum caracterum et subscriptionum ab originalli extractarum. Item exhibuerunt *bina* precepta beatissimi pape *Calixti* alterum datum Astis quinto callendas aprillis alterum vero datum Rome decimoctavo callendas ianuarii extractumque literarum restitutionis dicte ecclesie Sancte Marie secusiensis obtemptarum a beatissimo patre tunc papa Eugenio datarum Luce quinto idus februarii necnon alterius privillegii eiusdem summi pontificis Eugenii dati Viterbi die ultimo octavo februarii et alterius privilegii eiusdem pape Eugenii datum

(1) È pure pubblicato dal Pennotti, l. c., p. 493.

Lant (*sic*) sexto callendas iunii qui extractus leguntur subscripti per eosdem notarios Iugetum et Ghalvetum (*sic*) attestantes illos extraxisse ab aliis extractibus existentibus in archivio prepositatus Vltiensis. Item exhibuerunt extractum donationis facte ab illustrissima domina Comitissa Adalaida reverendis dominis preposito et canonicis Vltiensibus subscriptum per nobilem Ioannem Franciscum Ghalvetum notarium regium attestantem extractum ipsum exemplasse a quodam libro extractuum diversorum privilegiorum prepositatus Vltiensis quequidem donatio legitur facta sub anno millesimo septuagesimo tertio indictione decima et duodecima saltem iunii feria tertia recepta et subscripta per Iohannem Canam sacri pallacii notarium. Item exhibuerunt extractum sententie late pro facto ecclesie Brusoli date Taurini scriptum ut legitur manu magistri Enselmi cancellarii reverendissimi domini Millonis episcopi taurinensis sub tertio idus decembris subscriptum per nobiles notarios Chalvetum et Dupuy attestantes copiam ipsam extraxisse ab alio extractu existente in archivio dicti prepositatus. Item exhibuerunt per tenorem transumptum alterius donationis facte ab eadem illustrissima comitissa Adalagida predictis reverendis preposito et canonicis que legitur facta die sabati decimo Kallendas maii anno domini millesimo octuagesimo tertio subscripta per Aldeprandium sacri pallacii notarium. Item et allium extractum donationis facte per dominam Eufemiam uxorem quondam vice comitis Baratonie et illorum filios ecclesie Vltiensi que donatio legitur facta anno domini millesimo ducentesimo vigesimo secundo indictione decima secunda idus octobris recepta et subscripta per Conradum authoritate imperiali notarium. Item et extractum litterarum protectionis ill.mi Humberti comitis Mauriane Savoye et Italie marchionis in favorem ecclesiarum Vltii et Sancte Marie Secusie datarum apud Sanctum Ambrosium anno domini millesimo centesimo sexagesimo septimo indictione decimaquinta epacta vigesima octava feria quinta luna vigesima octava et decimosexto callendas septembris qui tres extractus predicti leguntur subscripti per prenominatos notarios Iugetum et Chalvetum attestantes illos exemplasse ab aliis extractibus existentibus in archiviis dicti prepositatus Vltiensis. Item exhibuerunt extractum privilegii beatissimi pape Lucii quod legitur datum Signie subscriptum per Hugonem sancte romane ecclesie notarium sub die decimoquinto callendas iulii anno millesimo centesimo octuagesimo tertio (1) et signatum signis et caracteribus in ipso extractu exemplatis et depinctis qui quidem extractus legitur sub scriptura predictis notariis Iugeto et Chalveto atte-

(1) Fu anche pubblicato dal Pennotti, l. c., ma colle date aggiunte in appoggio da lui, avendolo pubblicato per intiero, p. 494.

stantibus copiam ipsam extraxisse a proprio originali in dictis archiviis existentem. Item exhibuerunt extractum confirmationis donationis iam factae cum noua et ampliori donatione per dominam Rozam de Ialliono reverendo preposito Vlciensi sicut priori beate Marie maioris Secusie de quibus legitur instrumentum receptum per Lerisonum Clauinum notarium de Vltio et a suis protocollis levatum et subscriptum per Nicolaum Clauinum notarium de Vltio eius filium sub anno domini millesimo tricentesimo septuagesimo primo die nona mensis septembris cum copia literarum legallitatis datarum Taurini die ultima februarii millesimo sexcentesimo quinto qui quidem extractus legitur subscriptus a prenominatis notariis Iugeto et Chalveto attestantibus illum exemplasse a propriis originallibus instantia dicti reverendissimi comparentis manibus premissis cuius extractus superius productus et designatus conferri et collationari cum eorum originalibus si in archivio comperientur aut alias ubi aliqua deficiant cum libro sive compendio extractuum et exemplorum a quo nonnulli dictorum extractuum hodie exhibitorum dicuntur exemplati et transumpti interpellatos ad hunc finem reverendos dominos Petrum Cellonum vicarium sacristam et ex canonicis regularibus predicti prepositatus Vlciensis et Laurentium Medaillium procuratorem reverendi capitulli et ex eisdem Canonicis regularibus penes quos dicuntur esse claves dicti archivii ibidem presentes et audientes ad aperiendum hostium ipsius archivii quo possit prefatus dominus commissarius cum partibus et testibus idoneys, in ipsum archivium ingredi predicta collatione fienda previa dilligenti perquisitione ad comperiendum dicta originallia et librum sive compendium cum quibus possit fieri ordinata et commissa collatio dictorum extractuum respective repetita si oppus fuerit collatione dictorum originallium cum dicto libro et compendio ut maior illi adhibeatur fides et sibi ipsis comparentibus concedi testimonialles de statu ipsorum libri sive compendii et originallium quathenus in ipso archivio ut credunt comperiantur accusantes contumaciam prefati perillustris et admodum reverendi domini Anthonii Provana adversantis ad hoc diem locum et horam moniti non comparentis contra quem petunt defectum dari eumque contumacem reputari et illius contumacia nonobstante procedi ad ordinatam et commissam collationem et ad alia ipsorum comparentium requisita cum opportunis dependentibus et de omnibus sibi dari et concedi literas testimoniales sive actum publicum presentibus prefatis reverendis dominis Cellono vicario et sacrista ac Medaillio canonicis regullaribus et clavium dicti archivii custodibus qui ad effectum perequisitum se obtulerunt paratos exhibere claves et hostium predicti archivii aperire et perquisitioni scripturarum superius requisita adsistere protestantes

per eos non stare. Quibus auditis et visis prefactus nobilis Johannes Bessonus castellanus et iusdicens ordinarius dicti loci Vltii et in hac parte commissarius ut supra deputatus receptis cum quibus decuit honore et reverentia actis predicte litis cum ordinatione et commissione superius designatis et sibi modo premisso presentibus obtulit se paratum pro viribus commissionem ipsam sibi factam exequi pro cuius executione visa monitione in partem supplicatam in personam sui procuratoris exequta attente quod illa non comparuit post lapsum hore tertiarum eumdem contumacem reputavit et illius contumacia non obstante exhibitis a prefatis reverendis custodibus duabus diversis clavibus quibus apperuerunt hostium aule sive camere predicte domus in qua de presenti et iam ab aliquot annis citra propter incendium et ruynam edifficiorum monasterii tenetur archivium scripturarum prepositatus predicti Vltiensis et reverendi cappituli canonicorum regularium illius, ingressus ipse commissarius cum predictis clavium custodibus et prefatis reverendis Marchiando et Bazano nominibus quibus supra comparentibus et cum eis nobili Yppolito Dema notario et ducali causidico Secusiensi, una cum testibus infra nominatis in predictum archivium in quo previa dilligente perquisitione comperta fuerunt iura originallia infra scripta videlicet primo privilegium seu litera donationis facte ab reverendissimo Cuniberto episcopo taurinensi reverendis preposito et canonicis Vltiensibus quod quidem privilegium legitur datum Taurini pridie callendas madii anno millesimo sexagesimo quinto debite subscriptum et sigillatum cum appositione signorum et caracterum uniformiter depictorum in extractu producto. Item privilegium reverendissimi Humberti etiam taurinensis episcopi datum in civitate taurinensi anno millesimo nonagesimo octavo duodecimo callendas octobris debite subscriptum modo quo legitur illius extractus. Item privilegium reverendissimi Caroli episcopi taurinensis debite sigillatum et subscriptum datum sub die decimo quinto callendas marcii anno millesimo centesimo sexagesimo quinto. Item privilegium beatissimi patris pape Calixti debite subscriptum et signatum signo et caracteribus uniformiter in illius extractu producto depinctis datum Astis sub die quinto callendas aprillis anno millesimo septuagesimo (1). Item privillegium summi pontificis Adriani datum Laterani sub die quarto idus martii anno millesimo centesimo quinquagesimo octavo debite sigillatum et subscriptum signatumque signis et caracteribus uniformiter in extractu producto exemplatis et depinctis. Item privilegium beatissimi patris pape Alexandri datum Anagnie die septimo idus aprillis

(1) Con omissione ancor qui del centesimo.

anno millesimo centesimo septuagesimo secundo debite subscriptum et sigillatum signatumque signis et caracteribus et informiter in extractu protractis et depinctis. Item privilegium beatissimi patris pape Lucii datum Sagnie (*sic*) (a vece di *Signiae*), sub die decimo quinto callendas iulii anno millesimo centesimo octuagesimo tertio debite subscriptum et signatum in pede signis et caracteribus modo quo leguntur depincta in illius extractu. Item authenticum instrumenti confirmationis donationis domine Roze de Jalliono recepti per quondam Lerisonum Clauinii notarium eius filium sub anno Domini millesimo tricentesimo septuagesimo primo die nona mensis septembris. Item comperte fuerunt litere collationis officii sacristie prioratus beate Marie Secusie facte in personam reverendi domini Anthonii Maritanii canonici Ultiensis registrate in prothocolo instrumentorum ut in eo legitur receptum per Brezetum Brazani de Vltio notarium et monasterii Vltiensis scribam ab ipso notario subscripto et signato B. Braze datum sub die vigesima tertia mensis aprillis anno millesimo quatercentesimo sexagesimo octavo. Item instrumentum receptionis predicti reverendi domini Stefani Bazani in canonicum regularem predicti monasterii et prepositatus Vltiensis cum assignatione prebende super fructibus et reditibus prioratus beate Marie maioris Secusiae ut supra receptum et subscriptum per nobilem Franciscum Chalvetum sub die vigesima mensis iunii anno domini millesimo quingentesimo nonagesimo debite sigilatum sigillis reverendi domini prepositi et cappellani. Item comperte fuerunt littere colacionis officii helemosinarie prioratus beate Marie maioris Secusie facte in personam reverendi domini Stefani Bazani date Calmontii sub die vigesimaquinta mensis iunii anni millesimi quingentesimi nonagesimi debite sigilate duobus sigilis et subscripte Chalveti ut supra. Item instrumentum missionis in possessionem eiusdem officii helemosinarie beate Marie maioris Secusie in favorem dicti reverendi domini Stephani Bazani receptum et subscriptum per nobilem Yppolitum Demam notarium Secusinum et tunc secretarium prioratus dicte ecclesie sub anno millesimo quingentesimo nonagesimo et die vigesima sexta mensis iunii. Item comperte fuerunt litere patentes receptionis reverendi Simonis Conque in canonicum regularem predicti monasterii Vlciensis date sub die vigesimaquinta mensis iunii anno millesimo quingentesimo nonagesimo duplici sigillo sigillate signate Chalveti. Item instrumentum assignationis prebende super redditibus prioratus Secusie in favorem dicti reverendi Conque sub eadem die vigesimaquinta mensis iunii eiusdem anni 1590 receptum et subscriptum per dictum nobilem Chalvetum. Item instrumentum missionis in possessionem pro receptione prebende in dicto prioratu cum habitatione et vestiario favore dicti re-

verendi domini Simonis Conque receptum et subscriptum per dictum nobilem Yppolitum Demam notarium et dicti prioratus secretarium sub die penultima mensis iunii anni predicti. In hoc actu supervenierunt et virtute predicte monitionis comparuerunt in dicto archivio et coram prefato domino commissario admodum magnifici et reverendi domini Bartholomeus Serenus cantor et canonicus ecclesie collegiate Ripolarum vicariusque generallis perillustris et reverendissimi D. D. Anthonii Provane abatis seu commendatarii perpetui almi monasterii Sancti Petri de Novalesia priorisque seu commendatarii perpetui prioratus beate Marie maioris de Secusia a Sede appostolica provisi et commendati nomine eiusdem reverendissimi domini. Qui citra nullitatem actorum et agendorum ac pretense collationis ad quam pars adversaria procedere vel procedi facere intendit de qua protestatur non consentit ad predictam collationem procedi nisi servatis de iure servandis presertim dependentibus a commissione et nisi admitatur interventus nobilis Gasparis Bagchibie Novalicciensis notarii et procuratoris specialliter substituti et prefati reverendissimi domini Provane prout de eius mandato et substitutione docuit per testimonialles publicas subscriptas Garreatus sub die ultima sexta mensis huius una cum oppositionibus siue legittimis et opportunis tam generalliter quam specialliter fiendis et quathenus secus fiat predicta nullitate salva protestatur de excessu commissionis iure sibi denegato et de habendo recursum ad quem seu qui expediverit de expensis et.... pro causa protestantes testimonialles . et quia ante huiusmodi horam que vespertinam precedit fuit processum ut asseritur ad prefatam collationem non expectato ipso domino comparente nec procuratore predicto; idcirco cum sit potius pecandum in tempore quam in sententia petit facta pro infactis haberi vel refici originaliaque et extractuum quorum collatio facta dicitur sibi communicari licetque in partibus opportunis opponere . non consentiendo insuper quod collationentur nec perquirantur alia iura nisi que producta fuere in causa cum ultro non se protollat commissio et si quid secus fiat protestatur ut supra. Repplicantibus dictis reverendis Marchiando et Bazano nominibus quibus supra qui negantes dictum perillustrem et reverendum dominum Provanam esse priorem prioratus beate Marie de Secusia nisi forsitan de facto intrusum sine tamen aliquo titullo saltem legitimo citra recessum ab hac oppositione et ab aliis in causa deductis non dissentiunt virtute monitionis facte admitti collationi fiende interventum dicti nobilis Bagheria (sopra Baghehibia) citra preiudicium iurium predicti domini Marchiandi legittimi et titulati prioris et dicti prioratus possessorii perillustris et admodum reverendi domini prepositi et venerandi cappituli canonicorum monasterii Vltiensis instantes interim procedi aut perquisitio-

nem libri continentis transumptum diversorum privilegiorum et iurium dicti prepositatus Vlciensis indeque procedi ad ordinatam collationem privilegiorum et iurium compertorum cum eorum extractibus necnon ad collationem alliorum extractuum quorum originalia non fuerunt comperta cum transumptis in dicto libro scriptis et contentis previa descriptione status dicti libri et ulterius ut maior fides dicto libro adhibeatur dicta privilegia et iura antiqua comperta collationari etiam et conferri cum eorum transumpto et exemplo in dicto libro contentis continuata monitione in crastinum, rogando ab eis omnibus testimonialles. Quibus auditis prefatus dominus commissarius admissa assistentia dicti nobilis Baghibie procuratoris et nomine quo supra presentati cum legitimis oppositionibus per eum fiendis comperto prius et sibi presentato dicto libro sive compendio diversorum privilegiorum et iurium dicti prepositatus duxit esse procedendum ad illius status descriptionem, et inde ad requisitam ordinatamque et sibi commissam collationem et procedendo viso aperto et palpato dicto libro concessit partibus testimonialles quemadmodum liber ipse est scriptus a principio usque ad finem una et eadem literatura valde antiqua et antiquis caracteribus facta excepto ultimo actu continenti consecrationem altarium sanctorum Marie et Augustini in ecclesia sancti Laurentii monasterii Vltiensis taurinensis diœcæsis qui legitur scriptus alliena manu et literatura subscriptus Damianus Barberini (1) sub die duodecima mensis septembris anno millesimo quatercentesimo octuagesimo liber ipse est satis bene compositus duabus partibus copertis coreo albo vel saltem discolorito (2) munitus et affoliatus seu propaginatus continens folia ducentum et octo quorum deficit unum sub numero 173 (3) videlicet in bergameno sive caprina membrana. Cuius rubrice seu titulli sunt scripti scriptura rubea et ut legitur liber ipse continet transumptum sive exemplum diversorum privillegiorum et iurium prepositatus Ulciensis et reverendi eius cappituli, quorum primum legitur sic intitullatum. Privilegium Vrbani pape et ultimum preter actum consecrationis predicte continet conventionem factam inter reverendum prepositum et canonicos sancti Laurentii Vltiensis ex una et venerabilem prepositum sancti Petri de burgo Vallentie ex altera

(1) Cioè Barbarini, siccome si legge nel Codice che si conserva presso l'archivio di Stato.

(2) Potevasi dir subito, rosso, come doveva essere in origine, od almeno nei primi anni del secolo XVII, lasciandolo scorgere il cuoio stesso che puossi ascrivere a quell'epoca.

(3) Ma invece non manca punto; nè dai dati riconosciuti potrebbe trattarsi di un terzo Codice ignorato da tutti.

partium sub anno millesimo ducentesimo septuagesimo secundo die decimo septimo callendas iunii. Qui tamen liber non legitur intitulatus in principio quid contineat minusque a scriptore subscriptus excepta subscriptione dicti actus consecrationis altarium. De quibus omnibus nec non de statu privillegiorum et iurium compertorum modo et forma superius descripti sunt concessit partibus literas testimonialles et procedendo ad requisitam collationem primo dictorum originallium servato ordine iuxta extractuum designationem superius factam cum ipsis extractibus respective ac etiam cum transumpto eorum in dicto libro scriptis tenentibus in eorum manibus dictis nobilibus Baghixie et Dema ipsa originalia, dictoque domino commissario tenente in suis manibus librum predictum et me Johanne Justeto secretario tenente et inteligibili voce legente extractum ipsorum privilegiorum ceteris legentibus audientibusque et auscultantibus fuit processum ad illorum omnium simul et ad invicem debitam collationem in qua omnia comperta fuerunt invicem concordare eo salvo quod in dicto libro transumpta dictorum privilegiorum in eo scripta carent copia subscriptionum et sig̊norum ac caracterum qui reperiuntur in originalibus et illorum extractibus productis et hoc excepto quod in originali privilegio Allexandri pape scriptura in aliqua parte reperitur a muribus corrosa spatio latitudinis unius palmi multis deficientibus dictionibus que tamen integre comperiuntur cum tota scriptura signis et caracteribus in eius extractu per nobiles Iugetum et Chalvetum notarios subscriptos quemadmodum etiam integre comperiuntur scripti in dicto libro dictionis in dicto originalli propter murium corrusionem carentes, sicque in ceteris ex dicta collatione iunctis alliquibus appostillis in extractibus adiectis resultat omnium concordantia de qua prefatus dominus commissarius concessit partibus literas testimonialles. Cui tamen collationi facte et forsitan fiende extractuum iurium productorum cum dicto libro dictus nobilis Baghexia nomine premisso non consensit sed protestatus fuit de ipsius collationis ut omnium actorum ac agendorum nullitate et excessu commissionis cum dictus liber careat subscriptione sit indigna aliqua sub rogando de iis testimonialles.

Et supraveniente nocte prefatus dominus commissarius distulit supplementum collationis cepte in crastinum diem, continuata monitione a solis ortu usque ad occasum ipsius diei.

Continuatio collationis.

" Anno premisso et die veneris vigesima mensis aprilis in loco domo et archivio predictis coram prefato nobili castellano et commissario bessono comparuerunt prefati reverendi domini

Iohannes Petrus Marchiandi et Stephanus Bazannius nominibus premissis qui reproducentes extractus iurium tam productos et nondum collationatos instant procedi ad illorum collationem cum originallibus compertis et cum libro sive compendio superius mentionato presentibus magnifico et reverendissimo domino vicario Novalesie et nobili Gaspare Bughexia procuratoribus perillustris et reverendi domini Provane qui citra recessum a nullitate opposita non consentiunt fieri aliquam collationem extractuum productorum nisi fiat cum originallibus de quorum statu petunt sibi si realliter exhibeantur dari et concedi testimonialles, alias protestantur ut supra et prefatus nobilis commissarius ordinavit esse procedendum ad supplementum collationis cepte prout processum fuit ut sequitur. Et primo facta fuit collatio extractus producte confirmationis et nove donationis domine Rose de Ialliono sub die nona septembris anno domini millesimo trecentesimo septuagesimo primo cum authentica debita per nobilem Anthonium Turinetum subscripta ex testimoniallibus legalitatis reverendi domini vicarii episcopallis Taurini subscriptis Constantini et compertum concordare unum cum alio. Demum fuit collationatus extractus collationis sacristie beate Marie maioris de Secuxia facte a Anthonio Maritani canonico Vltiensi sub die vigesima tertia aprilis millesimo quatercentesimo octavo cum originali prothocolo egregii brazetti braze notarii Ultiensis et comperti simul concordare.

" Inde fuit facta collatio per nos commissarium et prenominatos procuratores partium et me secretarium subsignatum extractuum receptionis in canonicum collationis et missionis in possessionem domini Stephani Bazani in huiusmodi causa productorum receptorum per dominum Chalveti secretarium subrogatum cum propriis originallibus a quibus sumpti fuere et comperti sunt concordare cum ipsis originalibus.

" Tandem facta fuit collatio literarum receptionis in canonicum D. Simonis Conque et assignationis prebende et missionis in possessionem in prioratu beate Marie de Secusia cum extractibus productis in hac causa more suprascripto et comperta est concordantia.

" Post hec comparuerunt prenominati reverendus dominus Iohannes Petrus Marchiandi et Stephanus Bazanius procurator nominibus premissis dicentes quod non possint in hoc loco perfici facere collationem iurium predictorum dominorum supplicantium in presenti causa productorum deffectu nonnullorum privilegiorum et iurium originalium qui non reperiuntur in hoc loco nec in archiviis predicti monasterii et intendentes procedi facere ad perfectionem ipsius collationis ordinate in loco Calmuntii ubi cadit monitio ad diem crastinam et necesse est pro ipsa collatione perficienda habere compendium sive librum pre-

dictum privilegiorum dicti monasterii Vltiensis superius designatum requisiverunt illi remicti dictum compendium sive librum predictum offerentes se se paratos illum restituere in presenti loco peracta dicta collatione. Qua requisitione audita prefati reverendi domini vicarius et canonici Vltienses compendium predictum ad dictum effectum remiserunt dicto domino Bazano presenti et acceptanti illudque dictis domino vicario et religiosis promitenti restituere.

" Quibus peractis prefatus dominus commissarius remisit partes comparituras in loco Calmontii coram ordinario ipsius loci ad formam commissionis et monitionis facte de quibus in actis cause presignate pro supplemento ordinate collationis concedendo partibus degestis coram eo testimonialles requisitas pro quorum omnium sub et testimonio hic se subscripsit apposita sigilli curie loci Vltii impressione. Datas ut supra. Ego autem Iohannes Iustetus notarius regius Vltiensis et curie spiritualis eiusdem loci secretarius precedentes actus collationis et status iurium descriptionis recepi pro quorum fide hic me manualiter subsignavi ".

Dedizione di Savona a Filippo Maria Visconti (1422);

Nota del Prof. GIOVANNI FILIPPI.

Come Genova cadesse nelle mani del Conte di Carmagnola sappiamo dagli storici di quella città, dagli scrittori della storia di Milano, e da ultimo dallo studio prezioso, che pochi anni or sono, intorno a Francesco Bussone, pubblicava Antonio Battistella (1). Il 28 ottobre del 1421 Tommaso di Campofregoso, doge di Genova, cedeva il suo dominio ai rappresentanti del duca di Milano, il Carmagnola e Guido Torello; e si ritirava a Sarzana, che egli conservava, dando promessa di non venderla ad altri se non ai Genovesi. E già nel giugno dello stesso anno, sulla riviera ligure era caduta nelle mani del condot-

(1) C. Rosmini, *Istoria di Milano*. Milano, 1820, II, p. 270-1. — Giustiniani, *Annali della repubblica di Genova*, vol. II, an. 1421. — A. Battistella, *Il conte di Carmagnola. Studio storico con documenti inediti*. Genova, 1889, p. 51.

tiero milanese Albenga; e successivamente si erano arresi a lui altri luoghi minori. Cosicchè al principio del 1422 sola Savona resisteva, animata alla lotta dall'opera ardita di Spineta Fregoso, fratello del già spodestato doge Genovese (1). Nè gli storici, nè le memorie cittadine ci dànno larghe notizie intorno a questa lotta, che si chiuse colla dedizione della città; di questo solo v'ha negli scrittori concorde testimonianza, che cioè la resistenza fu lunga e valorosa; finchè, caduto il castello di Quiliano (2), anche Savona cedette. Ma essa cedette a condizioni: Spineta Fregoso ricevette dal vincitore un'indennità di quindici mila fiorini, e la città ottenne promessa che le sarebbero stati conservati dal duca di Milano quei privilegi che essa aveva successivamente ottenuto dai suoi dominatori; sicchè il Torteroli potè scrivere che " aperte le porte non vi furono nè vinti nè vincitori „ (3).

Le convenzioni stipulate dal duca di Milano prima con la città di Genova, poi con Savona, furono in gran parte pubblicate dal Du-Mont (4) nel secondo volume del suo codice diplomatico. Ma poichè l'Archivio comunale di Savona, ove sono raccolte molte carte preziose per la storia della Liguria medioevale, conserva un documento che il Du-Mont o non conobbe o

---

(1) *Compendio cronologico delle istorie di Savona.* Ms. nella biblioteca comunale di Savona, all'an. 1421.

(2) Verzellino, *Delle memorie particolari e specialmente degli uomini illustri della città di Savona.* Ed. A. Astengo. Savona, Bertolotto, 1885, I, 293. — Torteroli, *Storia del Comune di Savona.* Savona, 1849, p. 272 e seg.

(3) *Id.*, p. 273.

(4) *Corps diplomatique.* La Haye, 1726, II, 2, 157. " Capitoli tra Tommaso di Campofregoso, doge di Genova, e Filippo Maria Visconti, duca di Milano, stipulati per la dedizione di Genova (2 nov. 1421) „, p. 159. " Strumento di dedizione e consegna di Genova e terre circostanti a Filippo Maria Visconti, fatta per opera di Tommaso di Campofregoso (2 nov. 1421) „, p. 162. " Nuova dedizione di Genova al duca di Milano (4 marzo 1422) „, p. 168. " Strumento pubblico di consegna della città di Savona a Filippo Maria Visconti (19 marzo 1422) „, p. 170. " Capitoli presentati dopo la dedizione del comune di Savona a Filippo Maria Visconti per ottenere la conservazione dei privilegi e delle consuetudini e delle convenzioni già vigenti per Savona (19 marzo 1422) „. Di questi due ultimi documenti esistono esemplari ms. nell'Archivio comunale di Savona, *Pergamene sparse*, n. 58 e 57.

trascurò, tale documento sarà qui pubblicato. Le altre carte saranno riassunte, in quanto servono a chiarire l'atto inedito.

Addì 11 febbraio 1422, con pubblico strumento (1), Savona nominò suoi procuratori presso la corte ducale di Milano Severino Gambarana dottore di leggi, Raffaele Riario, Gaspare Vegerio, Giuliano Corsi, Paolo Sansoni e Onofrio Pavesi i quali si unirono, per compiere il loro mandato, con altri venti cittadini delle famiglie più nobili (2). Dall'altra parte Filippo Maria Visconti delegò (2 marzo) Gaspare Visconti, suo consanguineo e consigliere, a ricevere il giuramento dei Savonesi; ed il giuramento fu dato il 19 marzo. I delegati di Savona cedono con esso al duca ed ai suoi eredi e discendenti la città loro e tutte le terre che sono nella giurisdizione di essa; giurano perciò, colla formola solenne, consueta in consimili occasioni, che solo al duca di Milano essi presteranno fedeltà ed obbedienza; che difenderanno la loro città come dominio del duca; che accetteranno e onoreranno gli ufficiali di lui; che non congiureranno mai ai danni dello Stato milanese, lo aiuteranno anzi a riacquistare quelle terre che in una guerra sfortunata avesse perdute. E questo giuramento essi prestano davanti al conte di Carmagnola e Tadiolo da Vimercato, consiglieri del duca; Corradino di Vimercato e Zanino Rizzi, segretari; Giovanni Roberti, Giacomo di Millio, Cristoforo Giglini, direttore delle dogane del duca; Paolino de Rande, Bertoldo Crivelli, ed altri testimoni.

Ma così non era compiuta l'opera dei messi Savonesi, volendo essi che fossero accolti tre capitoli, dei quali già avevano fatto conoscere il contenuto prima di giurare obbedienza. Volevano cioè che il dominio sulla loro città e sulle terre ad essa pertinenti non potesse mai e per nessuna ragione essere ceduto ad altri dal duca di Milano, se non ai suoi eredi e successori legittimi; ed il Visconti accettò questa condizione, a patto però che i Savonesi promettessero, come promisero, con giuramento, di conservargli fedeltà e di accettarne la signoria anche quando Genova avesse a ribellarsi a lui od a diminuirne il potere sulla

(1) Esso è ricordato nel doc. 19 marzo 1422 edito dal Du-Mont, II, 2, 168.

(2) Verzellino, *loc. cit.*, dice che questi messi si trattennero a Milano trentanove giorni, e spesero " per loro comodo " lire 750.

Liguria. Volevano ancora che Savona conservasse il diritto di riscuotere le gabelle presenti e future nel suo territorio, e mantenesse intatte tutte le prerogative ed i benefici avuti in passato; potesse anzi a piacer suo, come sempre aveva fatto, modificare la entità ed il modo delle sue riscossioni gabellari; ed il procuratore del duca consentì che Savona mantenesse illesa tale sua facoltà, riserbando tuttavia per il signore di Milano il diritto di regolare in altro modo i dazi, se fosse stato necessario: " addendi, minuendi et providendi prout ei videbitur „. Volevano da ultimo che " omnia loca pecuniaria „ del comune di Savona rimanessero quali erano coi loro proventi, obbligazioni, privilegi, diritti, statuti; fatta eccezione dei sessanta luoghi negli ultimi due anni distribuiti da Spineta di Campofregoso " contra deum ius et iustitiam et contra omnem debitam iurisformam „ e Gaspare Visconti, sapendo che il duca, dice il notaio, era disposto " semper complacere dicte comunitati „ accoglie anche questa domanda dei Savonesi in entrambe le sue parti.

Nè basta. I messi di Savona presentarono ancora lo stesso giorno 19 marzo altri patti al Visconti come condizione della loro sottomissione (1); ed il duca rispose benevolmente a tutte le domande ed accettò quasi tutti i nuovi patti dei Savonesi. Chiedono che le franchigie, le immunità, i privilegi ed i diritti che il comune di Savona ed i suoi cittadini ebbero sempre nella città e nel distretto di Genova siano mantenuti anche per l'avvenire nominalmente a ciascuno di essi, e collettivamente a tutta la città; ed il duca consente che questo sia. E così chiedono siano mantenute tutte le convenzioni fatte tra Genova e Savona, e in ispecial modo quelle del 19 febbraio 1251 e del 19 luglio 1332. Nel 1250 Genova aveva mossa guerra a gran parte dei luoghi della riviera, e, vincitrice, firmata con Savona nell'anno seguente una solenne dichiarazione che ancora due secoli di poi per molte parti vigeva (2). I Savonesi eran fatti

(1) Du-Mont, II, 2, 170.

(2) Agostino Abati, *Memorie e note varie.* Ms. cart. bibl. univ. di Genova. L'autore scrive sul principio del sec. XVI: " E nel ano de 1250 lo podesta de Genoa de ordine de lo consilio ne ando con esercito sopra la cita de Saona e dete il guasto a tuto il paese de Saonesi poi edifico due bastie

con essa cittadini di Genova, le due città dimenticavano le offese ricevute, Genova prometteva anzi difesa alle case, alle torri, al porto, al molo ed ai cittadini di Savona; essa avrebbe nominato ogni anno potestà dei Savonesi uno dei suoi cittadini; Savona avrebbe continuato a riscuotere, come per lo passato, le sue gabelle e le entrate consuete, salva tuttavia la gabella del sale, che sarebbe spettata al comune di Genova; questo avrebbe tutelati davanti al pontefice gli interessi del vescovato di Savona; nessun Savonese avrebbe mai acquistata alcuna parte del borgo e castello di Varazze, nè rivendicato diritti sul castello di Albissola tranne per quella parte di esso che prima della guerra spettava a Savona, nè ricoverato banditi genovesi; i Savonesi non avrebbero dovuto adire ai tribunali di Genova se non per i contratti stipulati in quella città e nei casi nei quali non si fosse scelto espressamente il fôro genovese (1). E poichè sorge dubbio più tardi su alcuni punti di questa convenzione, essa è commentata e completata nel 1332 con una nuova carta nella quale si fa parola ancora della riscossione delle gabelle, dell'accesso delle navi ai porti, dell'amministrazione della giustizia per parte dei tribunali di Genova, e si

---

sopra li sete monti de Saona e le lascio bene fornite de soldati e di vitoalie poi ritorno a Genoa. E nel ano de 1251 la republica de Genoa congrego uno esercito per volere andare a debelare tute le cita e terre a loro ribelle soe Saonesi e Arbenganesi Iacobo de lo Carreto marchese de Finaro e molti altri e congregono lo esercito a Varaze. Visto questo li Saonesi e Arbenganesi e Iacobo de lo Carreto mandorno ambassatori a lo potesta domandando la pace e lo comune di Genoa si contento de pacificare e dete perdono a tutti e di novo fese statuti e convencione da Genoesi e Saonesi e in dicte convencione li Saonesi furno fati citadini di Genoa e Saonesi se sotomesero a lo comune di Genoa con pato che pasato doi ani sia in liberta dei genoesi de potere fare impire li fosi e de butare a terra la muragia de la cita de Saona e di ruinare lo molo e di impire lo porto; e come lo podesta ebi capitulato e auto lobediencia da tuti ne ritorno a Genoa „. E infatti nel 1253 Genova metteva in atto questa minaccia abbattendo le mura e riempiendo il porto di Savona, così come aveva fatto già un'altra volta nel 1227, secondo lo stesso autore (ad annum).

(1) In *Hist. patriae monum. Liber iurium reipubl. genuensis*, vol. I: *leges municipales* pubblicasi la convenzione del 1251; la quale trovasi ms. nel II° *Registro a catena* dell'Archivio com. di Savona a c. XIIII: una copia del 1306 sta fra le *Pergamene sparse* dello stesso Archivio.

delibera che giudice dei dubbi, che potranno sorgere nell'interpretazione di tale convenzione, abbia ad essere un cittadino scelto di comune accordo dalle due città, non potendo essere giudice competente il comune di Genova (1). Ora, appunto di tali patti chiedono nel 1422 a Milano la conferma i messi di Savona. Ma non basta ancora. Ritornando al testo del nostro documento, vogliono pure i Savonesi che le convenzioni fatte negli ultimi sei anni coi marchesi del Carretto e con altri signori o comuni, ed in genere i privilegi della città loro, rimangano immutate; che la stessa città di Savona continui a governarsi come per lo passato secondo i suoi statuti, che i loro magistrati e ufficiali seguano anche per l'avvenire le leggi della città e le costituzioni imperiali; che nessun loro concittadino possa essere tratto per cause civili o per cause criminali davanti ai tribunali di Genova se non nei modi e nei casi fissati dalle convenzioni precedenti; che non possano essere imposte a Savona nuove tasse: ed il duca promette di trattare il suo nuovo dominio mitemente di preservarlo quanto più potrà dai pesi. Vogliono che i podestà, i castellani e tutti gli altri officiali di Savona debbano giurare obbedienza agli statuti della città; il che il duca concede per gli officiali, non per i castellani. Chiedono ancora i Savonesi che gli officiali, i quali saranno preposti al governo della loro città debbano essere ghibellini; esclusi i guelfi da ogni officio; che tutti, giunti al fine del loro ufficio, siano soggetti a sindacato nella stessa città; e che gli interessi dei Savonesi siano in ogni caso difesi contro chiunque anche colle armi. Ed il duca promette anche questa difesa, consente che gli officiali siano sottoposti a sindacato; ma osserva, quanto alla loro parte politica, che siccome " apud Deum non est exceptio personarum nec eam intendit apud ipsum esse ". Desiderano infine i messi di Savona che i loro concittadini conservino quelle immunità che ebbero per l'addietro; che alcuni di essi, creditori di una certa somma da Maria vedova di Antonio del Carretto, tutrice del figlio Giovanni Bartolomeo, invano più volte richiesta, possano essere soddisfatti; che da ultimo, come il duca ha promesso di rispettare, così dichiari che farà eseguire dal comune di Genova le convenzioni dianzi

(1) *Reg. a catena* I°, c. 87ᵗ e seg.

ricordate degli anni 1251 e 1332. Ed il Visconti promette che. per quanto la giustizia e l'onore consentiranno, farà che siano rispettate le franchigie, le immunità e le libertà della città di Savona; che " tam per eius litteras quam alio quocumque honesto modo „ favorirà il pagamento del debito di Maria del Carretto, ed esigerà da Genova il rispetto alle convenzioni da esse stipulate.

Non può dunque condannarsi il Torteroli, se scrivendo brevemente, nella sua storia, della dedizione della città di Savona al duca di Milano, volle dire che " sotto la protezione del milanese signore Savona avrebbe pace e tranquillità, avrebbe grandezza assai più che nè per altra signoria di Milano nè per quella dei re di Francia per li tempi passati non aveva conseguito „.

1422, marzo 19 (1).

" In nomine sancte et individue trinitatis patris et filii et spiritus sancti feliciter amen. Anno a nativitate domini millesimo quadrigentesimo vigesimo secondo quintadecima indictione die iovis decimanona mensis martii hora vesperarum in civitate Mediolani videlicet in domo in qua gubernatur reverendissimum consilium infrascripti illustrissimi domini domini ducis Mediolani, etc. videlicet in camera ipsius consilii porte verceline parrochie sancti Protasii in campo intus, ibique cum hoc sit quod hodie hora tertiarum egregii viri et cives notabiles civitatis Saone dominus Severinus de Gambarana legum doctor Rafael de Riario, Gaspar Vaegierius, Julianus Corsus, Paulus Sansonus, et Honofrius Pavexius, sindici ambaxiatores et procuratores notabilis civitatis comunitatis et populi Saone tradiderint, dederint et consignaverint plenum et liberum dominium notabilis civitatis Saone et omnium et singularum terrarum villarum et quorumcumque castrorum et iurium spectantium dicte comunitati Saone cum mero et mixto imperio et omnimoda jurisdictione et gladii potestate illustrissimo principi et excelso domino domino Filipo Marie Anglo duci Mediolani etc. Papie Anglerieque comiti ac Janue domino, filio quondam alte et nunquam delende memorie illustrissimi principis et excelsi domini domini Johannis

(1) Arch. comunale di Savona. *Pergamene sparse*, n. 59.

Galeazi primi ducis Mediolani etc. licet tunc absenti, nec non magnifico et potenti militi domino Gasparro de vicecomitibus consanguineo consiliario et procuratori prefati illustrissimi domini domini ducis tunc stipulanti recipienti et acquirenti pro ipso domino domino duce et eius liberis successoribus et heredibus masculis et legittimis ab eo de legittimo matrimonio descendentibus, ut hec et alia latius constant publico instrumento ipsius traditionis fieri rogato hodie hora tertiarum michi Johanni Francisco Galine secretario et notario infrascripto. Cumque dicti sindici ambaxiatores et procuratores dicto sindicario et procuratorio nomine dicte comunitatis Saone ante traditionem predictam illustrissimo domino domino duci predicto porrexerint infrascripta tria capitula et illustrissime dominationi sue supplicaverint ut dignaretur predicta infrascripta tria capitula et contenta in eis eis concedere, facere, promittere, approbare, observare et observari facere et sic successive post traditionem predictam eadem infrascripta capitula porrexerint pariter et ibidem presentialiter porrigunt prefato magnifico et potenti militi domino Gasparro vicecomiti consanguineo consiliario et procuratori prefati illustrissimi domini domini ducis, et supplicaverint pariter et presentialiter supplicent eidem magnifico procuratori et procuratorio nomine ipsius illustrissimi domini domini ducis dignetur dicte comunitati Saone et ipsius sindicis nomine ipsius comunitatis et nomine cuiuscunque intersit seu quomodolibet interesse possit ipsa tria capitula concedere promittere facere approbare observare et observari facere, protanto prefatus magnificus dominus Gaspar procurator et procuratorio nomine prefati illustrissimi domini domini ducis visis auditis et intellectis dictis tribus capitulis per me notarium ibidem lectis in presentia testium infrascriptorum, quorum trium capitulorum tenor primi capituli sequitur in hac forma.

" Primo quod dominium potestas et iurisdictio civitatis Saone seu villarum et terrarum aliquarum et feudorum spectantium et pertinentium ipsi comunitati Saone nunquam possint seu valeant transferri seu alias quoquomodo alienari in aliquam personam corpus comune collegium vel universitatem per directum vel per indirectum nisi in liberos heredes et successores eiusdem devotissime dominationis legittimos et naturales de legittimo matrimonio nascituros, habens a prefato domino domino duce plenum et suffitiens mandatum ad hec et alia peragenda fieri rogatum die seconda presentis mensis martii michi Johanni Francisco Galine notario infrascripto sciens et cognoscens quam caram habet prefatus dominus dominus dux dictam civitatem et comunitatem Saone omnibus iure modo via causa et forma quibus melius et validius potuit et potest respondit et respondet dicto capitulo procuratorio nomine dicti domini domini ducis

quod dictus dominus dominus dux et ipse eius procurator eius nomine contenti sunt quod fiat prout in ipso capitulo continetur et requiritur et sic promisit et promittit idem procurator dicto procuratorio nomine dictis sindicis acceptantibus stipulantibus et recipientibus nomine dicte magnifice comunitatis et cuiuscunque intersit seu quovismodo possit interesse observare et observari facere, cum hac tamen additione per expressum apposita per ipsum magnificum procuratorem dicto nomine quod dicti sindici et procuratores dicte comunitatis teneantur dicto sindicario nomine de presenti et in presenti instrumento solemniter promittere et iurare ac promittant et iurent in manibus dicti magnifici procuratoris dicto procuratorio nomine. Quod si quo casu, quod deus avertat, civitas Janue contra prefatum illustrissimum dominum dominum ducem et eius statum seu eius successores predictos quo tempore et modo faceret novitatem aliquam ipsi tamen Saonenses et comunitas predicta Saone in debita fidelitate prefato domino ducis et eius successoribus predictis perseverabunt et persistent semperque in omnem eventum requisitionibus et mandatis prefati domini ducis et successorum suorum predictorum parebunt omni causa respectu et contradictione cessante. Qua aditione facta per dictum magnificum procuratorem dicto procuratorio nomine per ipsos sindicos audita et intellecta ipsi sindici et procuratores sindicario et procuratorio nomine dicte notabilis comunitatis Saone uti fidelissimi prefato domino domino duci et eius statui alacriter juraverunt et jurant ad sancta dei evangelia manibus corporaliter tactis scripturis in et super animas eorum et dicte comunitatis et singularum personarum ipsius comunitatis in manibus prefati magnifici procuratoris et mei notarii iamdicti prius eis delato iuramento per ipsum magnificum procuratorem et me notarium et promiserunt et promittunt dicto magnifico procuratori dicto nomine et michi notario stipulantibus et recipientibus nomine et vice prelibati illustrissimi domini domini ducis eiusque successorum et heredum, quod si quo casu, quod deus avertat, civitas Janue contra prefatum illustrissimum dominum dominum ducem et eius statum seu eius successores predictos quo tempore et modo facerent novitatem aliquam ipsi tamen Saonenses et ipsa comunitas Saone in debita fidelitate prefato domino domino duci et eius successoribus predictis perseverabunt et persistent semperque in omnem eventum requisitionibus et mandatis prefati illustrissimi domini domini ducis et successorum suorum parebunt omni causa respectu et contradictione cessante et juraverunt et jurant et promiserunt et promittunt in omnibus et per onnia et de verbo ad verbum prout in dicta aditione ut supra facta per dictum magnificum procuratorem continetur.

" Secondo vero capitulo dictorum trium capitulorum cuius

secondi tenor talis est. Item quod ipsa vestra Saone civitas perpetuo et absque ulla temporis perfinitione et sine aliqua contradictione possit et valeat habere tenere et possidere seu quasi vendere alienare percipere et exigere omnes ipsius gabellas et intratas suas tam presentes quam futuras ac etiam omnes alios et quoscunque introitus redditus et obventiones quascunque et omnes libertates immunitates franchisias privilegia beneficia feuda et cetera jura sua ibidem consuetas et consueta per longa et per longissima tempora habere et tenere in perpetuum et cum plena potestate et larga bailia augendi minuendi et emendandi ac etiam de novo fatiendi et mutandi ipsas gabellas intratas et ipsos introitus prout et sicut longevis temporibus ibidem consuetum fuit et est usitatum. Prefatus magnificus procurator dicto procuratorio nomine de mente prefati illustrissimi domini domini ducis plenissime informatus respondet quod prefatus illustrissimus dominus dominus dux et ipse eius procurator eius nomine contenti sunt quod fiat prout in ipso secundo capitulo continetur, reservata tamen potestate prefato illustrissimo domino domino duci addendi minuendi et providendi prout ei videbitur, et sic promisit et promittit idem magnificus procurator procuratorio nomine prefati domini domini ducis dictis sindicis et procuratoribus acceptantibus stipulantibus et recipientibus nomine dicte comunitatis attendi et observari facere salva semper reservatione predicta.

" Tertio vero et ultimo capitulo cuius tenor talis est. Item quod omnia loca pecuniaria in comuni Saone descripta prout scripta et ordinata sunt perpetuo et absque ulla temporis perfinitione sint et remaneant firma illesa et inconcussa cum omnibus suis proventibus obligationibus privilegiis assignationibus iuribus regulis et statutis consuetis et cum potestate augendi minuendi emendandi tollendi et de novo faciendi prout hactenus ibidem fuit usitatum, exceptis tamen sexaginta locis factis et descriptis in comuni Saone et ordinatis ac etiam donatis et hinc inde distributis per dominum Spinetam de Campofregoso a duobus annis citra. Que quidem sexaginta loca possint et valeant irritari annullari cassari et aboleri per antianos modernos seu futuros vel per consilium civitatis Saone et absque alia pecuniarum satisfactione fienda aliquibus vigore seu occasione predictorum sexaginta locorum et non obstantibus aliquibus pactis factis cum ipso domino Spineta in contrarium facientibus cum verum sit quod predicta sexaginta loca per ipsum dominum Spinetam sint facta contra deum ius et iustitiam et contra omnem debitam iurisformam. Prefatus magnificus dominus procurator procuratorio nomine prefati illustrissimi domini domini ducis sciens prefatum dominum ducem dispositum semper complacere dicte comunitati respondet quod prefatus dominus do-

minus dux et ipse eius procurator eius nomine contenti sunt quod fiat prout in capitulo ipso continetur usque ad illam partem exceptis tamen sexaginta locis etc. ad quam partem usque in fine dicti capituli respondet quod illustrissimus dominus dominus dux et dictus eius procurator eius nomine contenti sunt quod antiani et consilium civitatis Saone possint ipsa sexaginta loca irritare cassare et annullare si sunt facta et descripta contra ordines dictorum locorum retroactis temporibus usitatos et per non habentes ad hoc potestatem et contra ius et iustitiam ..... dictis sindicis dicto sindicario nomine acceptantibus et recipientibus dictas responsiones et promissiones attendere et observari facere. Renuntiantes et renuntiaverunt et renuntiant dicte partes vicissim videlicet dictus magnificus procurator procuratorio nomine prefati illustrissimi domini domini ducis versus dictos sindicos nomine dicte comunitatis recipientes et ipsi sindici et procuratores sindicario et procuratorio nomine ipsius comunitatis versus dictum magnificum procuratorem dicto procuratorio nomine et me notarium nomine prefacti domini domini ducis stipulantes et recipientes exceptioni non factarum dictarum responsionum et promissionum non factorum dictorum iuramentorum et predictorum omnium et singulorum non sic actorum et gestorum exceptioni doli mali actionique et exceptioni inde factorum et generaliter omnibus probationibus et productionibus testium iurium et instrumentorum contra predicta. Et inde prefatus magnificus dominus Gaspar procurator et procuratorio nomine prefati illustrissimi domini domini ducis iussit et mandavit et dicti sindici ambaxiatores et procuratores sindicario et procuratorio nomine dicte notabilis comunitatis rogaverunt de predictis omnibus et singulis per me Johannem Franciscum Galinam secretarium et notarium infrascriptum publicum confici debere instrumentum unum et plura eiusdem tenoris presentibus spectabilibus viris domino Antonio de Boffiis filio quondam domini Bilioli et domino Tadiolo de Vicomercato utriusque iuris doctore consiliariis prefati illustrissimi domini domini ducis Gregorio de Zanello de Cremona filio quondam domini Bocatini Christoforo de Opreno filio quondam domini de Andrioli Nicolino de Gluxiano filio quondam domini Mafioli et Zonfredo de Prealonibus filio quondam domini Fedrici notariis cancellarie ducalis inde testibus notis vocatis et spetialiter ad predicta rogatis.

" (S. N.) Ego Johannes Franciscus Galina filius quondam domini Petri publicus papiensis imperiali auctoritate notarius secretariusque et notarius prefati illustrissimi domini domini ducis hanc cartam mihi sicut iussam rogatus tradidi et publicavi meumque consuetum signum tabellionatus in fidem et testimonium premissorum apposui et aliis occupatus negociis infrascripto Ambrosio de Tignosiis notario ad scribendum dedi.

" (S. N.) Ego Ambrosius de Tignosiis filius quondam domini Leonardi civitatis Mediolani porte Ticinensis parrochie Sancti Georgii in palacio publicus imperiali auctoritate notarius hanc cartam iussu suprascripti notarii scripsi " (1).

---

(1) I due documenti pubblicati dal Du-Mont qui non si riproducono. Raffrontati i ms. savonesi coi testi pubblicati, poche sono le varianti. Nel primo dei due documenti, le principali discrepanze sono le seguenti: Du-Mont, *Corps diplom.*, II, 2, 168 B, il ms. legge: " qua felix sua regio floret *incomparabilem potentiam qua quincumque terrentur* ad suam amplissimam ". Le parole scritte in corsivo mancano nell'edizione. Al fine del documento, 170 B, in luogo della sottoscrizione " Ego Beltiaminus ", il ms. ha: " (S. T.). Ego Iohannes Francischus Galina filius quondam domini Petri publicus papiensis imperiali auctoritate notarius secretariusque et notarius prefacti Illustrissimi domini domini ducis hanc cartam michi fieri iussam rogatus tradidi et publicavi meumque consuetum signum tabelionatus in fidem et testimonium promissorum apposui et alliis occupatus negotiis infrascripto Ambrosio de Tignosiis notario ad scribendum dedi.

" (S. T.). Ego Ambrosius de Tignosiis filius quondam domini Leonardi civitatis Mediolani porte ticinensis parrochie sancti Georgii in palatio publicus imperiali auctoritate notarius hanc cartam iussu suprascripti notarii scripsi ".

Nel secondo documento, 170 B, il ms. legge: " *mandantes* reverendis spectabilibus et egregiis consiliariis "; nell'ediz. in luogo di *mandantes* abbiamo *mandando*. Poco dopo, il ms.: " tenores sequuntur *ut infra* videlicet ", mentre nell'ediz. 170 B manca la frase *ut infra*. In seguito, 171 A, dove il ms. ha *reservare*, il ms. ha *preservare*, nella frase: " bene tractare et eam quantum poterit ab oneribus preservare ". Assai più notevole è la divergenza seguente, che risponde a 171 B dell'ediz. Il ms. legge: " Item quod ipsum comune homines districtuales et vassalli Saone perpetuo sint liberi franchi et immunes tam in here quam in personis in quibuscumque civitatibus locis et terris tam in mari quam in terra in quibus et prout et sicut soliti sint esse franchi et immunes et similiter quod eisdem omnibus prenominatis conserventur et in perpetuum manuteneantur omnes libertates immunitates franchisie iura privilegia et beneficia quas et que ipsi omnes seu aliqui ipsorum habent et soliti sint ubicumque habere et tenere. Responsio domini ad predictum decimum capitulum. Dominus quantum cum iustitia.... ". Il ms. termina: " — indictione quintadecima (L. S.) ", senza sottoscrizione alcuna. Veggasi invece a p. 172 A dell'edizione.

L'Accademico Segretario

Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 30 Dicembre 1894 al 20 Gennaio 1895.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Abhandlungen** (Wissenschaftliche) der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt (Charlottenburg). Berlin, 1894; 8°.

* **American** Journal of Science. Editors James D. and Edward Dana. Vol. XLVIII, 289. New-Haven, 1894; 8°.

** **Annuaire** pour l'an 1895, publié par le Bureau des Longitudes. Paris, 1894; 16°.

* **Atti** della Società Veneto-Trentina di scienze naturali. Ser. II, vol. II, fasc. 1. Padova, 1895; 8°.

* **Atti** del R. Istituto veneto di Scienze, lettere ed arti. T. LIII, disp. 1. Venezia, 1894-95; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sachsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig (Mathem. Phys. Classe) 1894, II. Leipzig; 8°.

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani. Anno IX, n. 24; n. 1, 1895. Roma, 1894-95; 8°.

* **Bollettino** mensuale della Società meteorologica italiana. Serie 2ª, v. XIV, n. 12. Torino, 1894.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXV, n. 11. Cambridge, 1894; 8°.

* **Bulletin** de l'Académie impériale des Sciences de St-Pétersbourg. Vᵉ Sér., t. I; n. 1-4. St-Pétersbourg, 1894; 8°.

* **Bullettino** delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società medico-chirurgica ecc. Serie VII, vol. V, fasc. 11. Bologna, 1894; 8°.

* **Catalogue** of 6424 Stars for the epoch 1890 (dal *Radcliffe Observatory*). Oxford, 1894; 4°.

Clinica Dermosifilopatica della R. Università di Roma. Prof. R. Campana, Direttore. Anno 1894, fasc. III. Roma, 1894; 8°.

* **Compte-Rendu** des séances de la Société géologique de France. N. 14-18. Lille, 1894; 8°.

* **Compte-Rendu** sommaire de la séance de la Société philomatique de Paris. N. 5; 22 Décembre 1894. Paris, 1894; 8°.

* **Giornale** del Genio civile; anno XXXII, f. 10. Roma, 1894.
* **Giornale** della R. Accademia di medicina. A. LVII, n. 11-12. Torino, 1894; 8°.
* **Journal** of Comparative Neurology; edited by C. L. Herrick, Prof. in Biology and C. Judson Fellow in Neurology Denison University. Vol. IV. Cincinnati, Granville, Ohio, 1894; 8°.
* **Journal** of Morphology. Edited by C. O. Whitman, ...with the co-operation of Ed. Ph. Allis. Vol. IX, n. 3. Boston, 1894; 8°.
* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1894, part 6. London, 1894; 8°.
* **Kongliga-Svenska** Vetenskaps-Akademiens. Handlingar Ny Följd. Bd. 25, senare Häftet, 1892. Stockholm, 1893-94; 4°.
* **Monthly** notices of the Royal Astronomical Society. Vol. LV, n. 2. London, 1894; 8°.

** **Morphologische** Arbeiten. Herausg. von Dr G. Schwalbe. 4 Bd., 2 Heft. Jena, 1894; 8°.

* **Records** of the Geological Survey of India. Vol. XXVII, p. 4. Calcutta, 1894; 8°.
* **Rendiconti** del Circolo matematico di Palermo. Tom. VIII, fasc. VI. Palermo, 1894; 8°.
* **Rivista** di Artiglieria e Genio. Anno 1894, dicembre. Roma, 1894; 8°.
* **Rivista** mensile del Club alpino italiano. Vol. XIII, n. 12. Torino, 1894; 8°.
* **Sitzungsberichte** der Physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, 1894, n. 5-7; 8°.
* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXVII, 4. Modena, 1894; 8°.
* **Transactions** of the Roy. Society of South Australia. Vol. XVIII, for 1893-94. Adelaide, 1894; 8°.
* **Verhandlungen** der Naturforschenden Gesellschaft in Basel. Bd. 9, 10, fasc. 1. Basel, 1892-93; 8°.
* **Verhandlungen** Physikalisch-Medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, 1894. N. F., XXVIII Bd., n. 2-5; 8°.
* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Sitzung. N. 10-13, 1894. Wien, 1894; 8°.
* **Zoologischer Anzeiger**, herausg. von Prof. J. VICTOR CARUS in Leipzig, etc.; XVII Jahrgang, n. 464. 1893.

* *Dall' Università di Basilea.*

Christ (H.). Ueber den Einfluss der Muskelarbeit auf die Herzthätigkeit. Leipzig, 1894; 8°.

Festschrift zur Feier des fünfundsiebzigjährigen Bestehens der Naturforschenden Gesellschaft in Basel. Basel, 1892; 8°.

Fuhrmann (O.). Die Turbellarien der Umgebung von Basel. Genève, 1894; 8°.

Gerstner (R.). Beiträge zur Kenntnis obligat Anaerober Bacterienarten. Emmendingen, 1894; 8°.

Koch (P.). Ueber einige neue Fluoresceïnfarbstoffe. Dresden, 1894; 8°.

Münch (G.). Ueber Aldolanilin, Aldolphenylhydrazon und einige Abkömmlinge derselben. München, 1894; 8°.

Muntendam (H. P.). Zur Kenntnis der p-Tolu-β-Alkylmiazin-α-Carbonsäuren. Basel, 1894; 8°.

Perrochet (Ch.). Beiträge zur Eklampsie-Frage. Basel, 1894; 8°.

Schläfli (G.). Fünf Fälle von Keratoconus jugendlicher Individuen. Basel, 1894; 8°.

Schmid (C.). Die Prognose der Zangenoperationen nach den Erfahrungen an der Geburtshülflichen Klinik zu Basel. Berlin. 1894; 8°.

Schneider (J.). Ueber einige Derivate des Pseudocumols. Wiesbaden, 1894; 8°.

Schneider (P.). Die Bedeutung der Bakterienfarbstoffe für die Unterscheidung der Arten; 8°.

Schubiger (R.). Beitrag zur Kenntniss der Aetiologie und Therapie der Proctitis ulcerosa chronica. Pfäffikon, 1894; 8°.

Simon (C.). Ueber Diphenylaminderivate und Azine. Basel, 1894; 8°.

Sokolowsky (N.). Ueber das m-Dibromchinon und Mononitrochinon. Karlsruhe, 1894; 8°.

Speyr (Th. v.). Die mehrfachen Geburten in ihren erblichen Beziehungen. 1894; 8°.

Stoitscheff (N.). Die Wirkung des *Digitalinum Verum* verglichen mit derjenigen des Digitalisinfuses. Leipzig, 1894; 8°.

Strauss (R.). Ueber die Konstitution der Anilide und Toluide der Glykosen. München, 1894; 8°.

Vogelbach (H.). Ueber die Erfolge der Uterusausschabungen bei der Endometritis fungosa. Basel, 1894; 8°.

Weill (J.). Beiträge zur Kenntnis der Chinazoline speciell Isomerieverhältnisse und Synthesen. Wiesbaden, 1894; 8°.

Appert (L.) & **Henrivaux** (J.). La verrerie depuis vingt ans. Paris, 1894; 8° (*dall'A.*).

Fatio (V.). Perdix Saxatilis *Var.* Melanocephala. Curieux déplacements de couleurs. Paris, 1894; 8° (*Id.*).

Hamilton (J. C.). John Brown in Canada. A Monograph; 8° (*Id.*).

Helmholtz (A. von). Handbuch der Physiologischen Optik. Neunte Lief. Hamburg u. Leipzig, 1894; 8° (*Id.*).

Mollame (V.). Sulle equazioni Abeliane reciproche le cui radici si possono rappresentare con x, θx, $\theta^2 x$..... $\theta^{n-1}x$. Napoli, 1894; 4° (*Id.*).

Righi (A.). Sulle onde elettromagnetiche generate da due piccole oscillazioni elettriche ortogonali oppure per mezzo di una rotazione uniforme. Bologna, 1894; 4° (*Id.*).

Spinola (G.). Lumen in Cœlo osea Teoría sobre el origen de las Esferas siderales. Guatemala, 1894; 8° (*Id.*).

Zinno (S.). Analisi qualitativa e quantitativa dei principii aeriformi (gassosi) dell'*Acqua Fiuggi* di Anticoli di Campagna. Napoli, 1891; 4° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 13 al 27 Gennaio 1895.

* **Bibliotheca** Indica: A Collection of Oriental Works published by the Asiatic Society of Bengal. New series, n. 847-849.

Bollettino di notizie sul credito e la previdenza. Anno XII, n. 10. Roma, 1894; 8° (*Ministero di Agric., Indust. e Comm.*).

* **Bollettino** delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa, 1894; n. 217, 8° (*Bibl. Naz. Centr. di Firenze*).

Bulletin de la Société de Géographie Commerciale de Bordeaux, 1895, n. 1; 8°.

* **Consiglio** Comunale di Torino; Sessione straord. 1894-95, n. I-VI.

* **Giornale** della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova. Anno XVI, fasc. IV. Genova, 1894; 8°.

Istruzione secondaria e superiore e Convitti maschili e femminili. Roma, 1894; 8° (*Ministero di Agric., Indust. e Comm.*).

* **Mittheilungen** auf dem Vaticanischen Archive. II Bd. Wien, 1894; 8° (*dall'I. Accad. delle Sc. di Vienna*).

Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Anno XI, quad. X-XII. Valle di Pompei, 1894; 8°.

Statistica delle Biblioteche. Vol. II. Roma, 1894; 8° (*Ministero di Agric., Indust. e Comm.*).

Statistica della Stampa periodica nell'anno 1893. Roma, 1894; 8° (*Id.*).

Maltese (F.). Socialismo. Vittoria, 1895; 8° (*dall'A.*).

** **Sanuto** (M.). Diari. Fasc. 182. Venezia, 1895; 4°.

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 3 Febbraio 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

VICE-PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Direttore della Classe, Cossa, Berruti, Bizzozero, Ferraris, Naccari, Mosso, Spezia, Gibelli, Giacomini, Camerano, Segre, Peano e Basso Segretario.

Il Socio Segretario dà lettura dell'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Il Presidente, a nome del Rettore della R. Università di Torino, offre in dono l'*Annuario* testè pubblicato per l'anno 1894-95 dell'Università stessa.

Vengono letti ed accolti per la inserzione negli *Atti* i tre lavori seguenti:

1° “ *Sulla temperatura, colorazione e trasparenza dei principali laghi piemontesi* „; Nota del Dott. Giovanni De Agostini, presentata dal Socio Spezia;

2° “ *Sulla teoria dei moti del polo terrestre* „; Nota del Prof. Vito Volterra, presentata dal Socio Segre;

3° “ *Sulla flessione dei cannocchiali nella misura delle distanze zenitali* „; Nota dell'Ingegnere Vittorio Baggi, presentata dal Socio Basso.

Il Socio Naccari presenta pure per la consueta pubblicazione annua le “ *Osservazioni meteorologiche* „ fatte nell'anno 1894 all'Osservatorio della R. Università di Torino e calcolate dall'Assistente Dott. G. B. Rizzo.

In seduta privata la Classe procede alle seguenti elezioni: sono eletti Soci nazionali residenti, salvo l'approvazione Sovrana, i Signori: Vito Volterra, Professore di Meccanica razionale e superiore nella R. Università, Nicodemo Jadanza, Professore di Geodesia, idem, Pio Foà, Professore di Patologia anatomica, idem.

È confermato a Direttore della Classe per un triennio il Socio Enrico D'Ovidio.

A Segretario della Classe viene eletto il Socio Andrea Naccari in sostituzione del Socio Giuseppe Basso che scade per compiuto sessennio.

Sono nominati Soci Corrispondenti i Signori: Sophus Lie dell'Università di Lipsia, Giuseppe Lorenzoni dell'Università di Padova, Lord Guglielmo Strutt Rayleigh del Reale Istituto di Londra, Andrea Fouqué dell'Istituto di Francia, Oreste Mattirolo dell'Università di Bologna e Alfonso Milne Edwards della Scuola di Farmacia di Parigi.

Infine la Classe conferma a Delegati presso il Consiglio Amministrativo dell'Accademia i Soci Alfonso Cossa e Giacinto Berruti.

LETTURE

Sulla temperatura, colorazione e trasparenza di alcuni laghi piemontesi

(Orta, Viverone, Mergozzo, Candia, Avigliana, Trana e Sirio).

Nota del Dott. GIOVANNI DE AGOSTINI.

Il merito principale d'aver dato un indirizzo veramente scientifico agli studi limnologici in Europa spetta in gran parte all'illustre prof. F.-A. Forel dell'Accademia di Losanna.

Con un notevole numero di osservazioni dirette e di pubblicazioni riguardanti il vasto campo della limnologia e ultimamente coll'importante monografia sul lago di Ginevra egli gettò le basi di un vero e proprio studio scientifico dei laghi.

Non solo singoli studiosi, ma commissioni scientifiche, come quelle della Svizzera, Russia, e Francia, nominate dai rispettivi governi, seguirono le norme da lui dettate, e già possiamo dire che sia nota approssimativamente gran parte dei laghi d'Europa.

In Italia forse meno che altrove, o per lo meno più di recente che altrove, si iniziarono tali studi, e quel poco che si fece, bisogna pur farlo notare, lo si deve quasi esclusivamente all'iniziativa ed all'attività individuale.

Manca però ancora quasi del tutto la conoscenza delle condizioni fisiche dei nostri laghi, conoscenza che interessa non solamente la scienza geografica, ma che ha attinenza colla biologia e quindi indirettamente cogli stessi interessi economici.

Riguardo ai laghi prealpini abbiamo solamente alcune osservazioni dell'Ufficio Idrografico della R. Marina (1) e del prof. F.-A. Forel (2) per i laghi lombardi; del prof. E. Richter (3)

(1) Carta idrografica del Verbano: Scala di 1:50000. Genova, 1891.

(2) *Ricerche fisiche sui laghi d'Insubria*, in " Rend. d. R. Istit. Lombardo di Scienze e Lettere „, vol. XXII, serie II. Milano, 1889.

(3) *Corrispondenza scientifica* in " Riv. geogr. ital. „, fasc. IX. Roma, 1894.

per quello di Garda; del signor Olinto Marinelli (1) per alcuni minori del Veneto; dell'ing. A. Delebecque (2) e dell'Autore (3) per alcuni del Piemonte.

Tranne quei pochi dati, per i laghi del Piemonte mancano del tutto altre notizie riguardanti le loro condizioni fisiche. E

---

(1) *Studi sul lago di Cavazzo in Friuli*, in " Boll. d. soc. geogr. ital. ", marzo 1894. — *Nuove osservazioni sulle condizioni di temperatura del lago di Cavazzo*, in " Riv. geogr. ital. ", fasc. VIII. Roma, 1894. — *Osservazioni batometriche e fisiche eseguite in alcuni laghi del Veneto nel 1894*, in " Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti ". Venezia, 1894.

(2) *Lac du Mont-Cenis*, in " Archives des Sciences physiques et naturelles ", Tomo XXX. Genève, 1893.

(3) *Scandagli e ricerche fisiche sui laghi dell'Anfiteatro morenico d'Ivrea*, in " Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino ", vol. XXIX, 1894.

Nota. — Per l'interesse storico che presentano, accennerò ancora ad alcune esperienze sulle condizioni termiche delle acque dei laghi Maggiore, d'Orta e di Mergozzo fatte circa un secolo fa dal conte Morozzo (*Sur la température de l'eau de quelques lacs et de quelques rivières à différentes profondeurs* in " Mémoires de l'Académie royale des sciences, année 1788-89 — Turin, 1790 "), e dal sig. de Lamanon pel lago del Moncenisio (" Journal de Paris ", N. 267, 23 sept. 1784).

I risultati però di tali esperienze non hanno alcun valore, essendo esse state fatte con strumenti non adatti per simili ricerche.

Ecco alcuni dei dati riferiti dal conte Morozzo pel *Lago d'Orta:*

31 agosto, ore 8 mattina

il termometro all'aria era 15°
" alla superficie 18°
" a 200 piedi (65 m.) e dopo averlo lasciato immerso durante due ore segnava 15°;

9 settembre, ore 6 sera

il termometro all'aria era 15°
" alla superficie dell'acqua 17°

e dopo aver " *plongé la pompe à 80 pieds* (26 m.) " e averla lasciata " *pendant 22 (!!) heures* ", ritirandola (verso le ore 4 pomeridiane del giorno seguente) trovò che il termometro segnava:

all'aria 18°
alla superficie dell'acqua 18°
ed a 80 piedi (26 m.) 14°.

fu appunto per colmare tale lacuna che io, nello scorso settembre, mentre stavo facendo gli scandagli del lago d'Orta, iniziai una serie di osservazioni fisiche di quelle acque, osservazioni che estesi in seguito al lago di Mergozzo in territorio di Pallanza, di Viverone, Candia e Sirio in quel d'Ivrea, e di Avigliana e Trana allo sbocco della Valle di Susa.

Ciò premesso ecco i principali dati topografici e morfologici riguardanti i laghi presi in esame (1):

LAGHI	Latitudine media	Longitudine media	Altezza sul mare	Lunghezza in km.	Larghezza in km.	Periferia in km.	Superficie in km.	Profond. massima in m.
Lago d'Orta . .	45°,49′	4°,3′	290	12,60	2,00	33,50	18,15	143
„ di Viverone	45°,25′	4°,25′	230	3,45	2,71	10,40	5,78	50
„ di Mergozzo	45°,57′	3°,49′	196	2,35	1,05	6,00	1,83	74
„ di Candia .	45°,20′	4°,33′	226	2,24	0,95	5,50	1,69	7,5
„ di Avigliana	45°,4′	5°,4′	352	1,25	1,00	3,60	0,84	26
„ di Trana .	45°,3′	5°,4′	356	1,15	0,75	3,15	0,58	12
„ di Sirio . .	45°,29′	4°,34′	271	1,02	0,62	3,30	0,32	43,5

E pel *Lago di Mergozzo:*

29 agosto, a ore 5 di sera

il termometro all'aria era 21°

„ alla superficie dell'acqua 18°

„ a 224 piedi (m. 72,75) ove era rimasto per un'ora segnava 17°.

Dati questi, come si vede, tutt'altro che attendibili, non essendo possibile nelle acque di tali laghi, una così alta temperatura a profondità notevoli.

(1) I dati di latitudine, longitudine, altezza sul mare, lunghezza, larghezza, periferia e superficie furono dedotti dalle tavolette dell'Istituto geografico militare; i dati di profondità massima dagli scandagli fatti dall'Ing. G. Spezia pel lago di Mergozzo, dal Geom. L. Dallosta per i laghi di Avigliana e Trana e dall'Autore per gli altri di Orta, Viverone, Sirio e Candia.

In ciascuno di questi laghi feci osservazioni di temperatura a varie profondità, studiai il colore delle acque e ne determinai il limite di visibilità.

Ecco i risultati delle mie ricerche:

Temperatura.

Per tali osservazioni mi servii del termometro a rovesciamento Negretti-Zambra (*Patent deep Sea Termometer*), il più indicato dei termometri per tali osservazioni. Il Prof. F.-A. Forel, che fece delle numerose osservazioni con questo termometro, trovò che bastano due minuti primi d'immersione perchè esso si metta in equilibrio coll'ambiente. Io però per maggior sicurezza lo tenni sempre immerso da 4 a 5 minuti. Mentre facevo osservazioni di temperatura, oltre a quello Negretti-Zambra, adoperai ancora un termometro comune comparato col primo, onde misurare la temperatura *dell'aria*.

Comincio col riportare le osservazioni termometriche fatte nel maggiore di questi laghi, cioè in quello d'Orta, in seguito quelle eseguite negli altri.

Lago d'Orta.

1ª Serie.

Temper. dell'aria	19°,5—20°	Giorno 5 settembre, ore 7—8,30. Parte settentrionale del Lago tra Borca ed il torrente Bagnella. — Profondità massima nel punto esplorato m. 105; cielo quasi coperto e vento di tramontana.
„ dell'acqua alla superficie	23°,2	
„ „ a 5 m.	23°,2	
„ „ a 10 m.	20°	
„ „ a 15 m.	14°	
„ „ a 20 m.	7°,6	
„ „ a 25 m.	6°,8	
„ „ a 30 m.	6°	
„ „ a 40 m.	5°,6	
„ „ a 50 m.	5°,5	

2ª Serie.

		Giorno 5 settembre, ore 18—18,45. Parte centrale del Lago tra l'Isola S. Giulio e la Punta Casario. — Profondità massima nel punto esplorato m. 30.
Temper. dell'aria	21°,5—19°,5	
" dell'acqua alla superficie	24°	
" " a 5 m.	23°,7	
" " a 10 m.	20°,3	
" " a 15 m.	14°	
" " a 20 m.	11° (?)	
" " a 25 m.	6°,7	

3ª Serie.

		Giorno 9 settembre, ore 8—10,30. Parte centrale del Lago tra Pella e la Punta Movero. — Profondità massima nel punto esplorato m. 110. — Stato del cielo: sereno, vento debole da Nord.
Temper. dell'aria	18°—19°	
" dell'acqua alla superficie	22°	
" " a 5 m.	21°,8	
" " a 10 m.	18°,5	
" " a 15 m.	11°,3	
" a 20 m.	8°	
" " a 25 m.	6°,2	
" " a 30 m.	6°	
" " a 40 m.	5°,7	
" " a 50 m.	5°,5	
" " a 60 m.	5°,3	
" " a 80 m.	5°,2	
" " a 100 m.	5°,2	

4ª Serie.

		Giorno 9 settembre, ore 18—19. Parte centrale del Lago tra l'isola S. Giulio e S. Filiberto. — Profondità massima nel punto esplorato 105 metri; interrotte le osservazioni ad ore 19 causa un forte vento di tramontana.
Temper. dell'aria	19°—18°	
" dell'acqua alla superficie	22°	
" " a 5 m.	22°	
" " a 10 m.	22°	
" " a 15 m.	11°,5	
" " a 20 m.	7°,5	
" " a 25 m.	6°,7	
" " a 30 m.	6°	
" " a 40 m.	5°,7	
" " a 50 m.	5°,5	

5ª Serie (1).

			Giorno 18 settembre (dopo due giorni di pioggia), ore 10,35—11,45. Parte settentrionale del Lago a 75 m. circa dalla foce del torrente Qualba. — Profondità massima nel punto esplorato 45 metri. — Stato del cielo: piovigginoso con vento assai forte da Sud.
Temper. dell'aria		17°—16°,5	
„ dell'acqua alla superficie		20°	
„ „	a 5 m.	20°,1	
„ „	a 10 m.	20°,1	
„ „	a 15 m.	12°	
„ „	a 20 m.	7°,5	
„ „	a 25 m.	6°,6	
„ „	a 30 m.	6°	
„ „	a 40 m.	5°,7	

6ª Serie.

			Giorno 20 settembre, ore 9,45—10,45. Parte meridionale del Lago tra Pascolo ed Imolo; profondità massima nel punto esplorato m. 30. — Stato del cielo: sereno.
Temper. dell'aria		20°—21°	
„ dell'acqua alla superficie		20°,1	
„ „	a 5 m.	20°	
„ „	a 10 m.	20°	
„ „	a 15 m.	11°,8	
„ „	a 20 m.	7°,7	
„ „	a 25 m.	6°,5	

7ª Serie.

			Giorno 20 settembre, ore 14,45—16,30. Parte settentrionale del Lago tra Oira ed il Casotto N. 32; profondità massima nel punto esplo-
Temper. dell'aria		21°—20°	
„ dell'acqua alla superficie		20°,8	
„ „	a 5 m.	20°,2	
„ „	a 10 m.	20°	
„ „	a 20 m.	7°,7	
„ „	a 30 m.	6°,2	
„ „	a 40 m.	5°,7	
„ „	a 50 m.	5°,5	

(1) Osservai in tal giorno anche la temperatura dell'acqua del torrente Qualba alla Cascata. Essa ad ore 13,15 era 14°,5 C., e quella dell'aria 16°,4.

Segue 7ª Serie.

Temp. dell'acqua a 60 m.	5°,4	rato m. 143. — Stato del cielo: sereno.
„ „ a 80 m.	5°,2	
„ „ a 100 m.	5°,2	
„ „ a 120 m.	5°,2	
„ „ a 140 m.	5°,2	

8ª Serie.

Temper. dell'aria	10°	Giorno 5 novembre, ore 9 antim.; parte meridionale del Lago tra la Villa Faà di Bruno e la Cascina Santone; profondità massima nel punto esplorato m. 22.
„ dell'acqua alla superficie	14°,5	
„ „ a 5 m.	14°,5	
„ „ a 10 m.	14°,5	
„ „ a 20 m.	7°,5	

9ª Serie.

Temper. dell'aria	12°,5	Giorno 5 novembre, ore 9,45; parte meridionale del Lago tra Pascolo e Corconio; profondità massima nel punto esplorato m. 29.
„ dell'acqua alla superficie	14°,5	
„ „ a 5 m.	14°,5	
„ „ a 10 m.	14°,5	
„ „ a 20 m.	7°	
„ „ a 25 m.	6°,7	

10ª Serie.

Temper. dell'aria	13°,5	Giorno 5 novembre, ore 10,20; parte meridionale del Lago tra la Punta Casario e Vacciago; profondità massima nel punto esplorato m. 33.
„ dell'acqua alla superficie	14°,7	
„ „ a 5 m.	14°,7	
„ „ a 10 m.	14°,7	
„ „ a 20 m.	7°,1	
„ „ a 30 m.	6°,2	

11ª SERIE.

Temper. dell'aria	16°,5	Giorno 5 novembre, ore 13,30—14,45; parte centrale del Lago tra Orta e Pella; profondità massima nel punto esplorato m. 108. — Durante tutto il giorno 5 in cui vennero fatte queste ultime osservazioni il cielo si mantenne sempre sereno con sole risplendente ed il Lago in perfetta calma.
„ dell'acqua alla superficie	14°,8	
„ „ a 5 m.	14°,8	
„ „ a 10 m.	14°,7	
„ „ a 20 m.	7°,2	
„ „ a 30 m.	6°	
„ „ a 40 m.	5°,8	
„ „ a 60 m.	5°,4	
„ „ a 80 m.	5°,2	
„ „ a 100 m.	5°,2	

12ª SERIE.

Temper. dell'aria	14°—15°	Giorno 6 novembre, ore 10,30—12; parte settentrionale del Lago tra Oira ed il Casotto N. 32; profondità massima nel punto esplorato m. 143. Stato del cielo: sereno. Lago in calma.
„ dell'acqua alla superficie	14°,4	
„ „ a 10 m.	14°,3	
„ „ a 20 m.	7°,5	
„ „ a 30 m.	6°	
„ „ a 40 m.	5°,8	
„ „ a 50 m.	5°,5	
„ „ a 60 m.	5°,4	
„ „ a 80 m.	5°,2	
„ „ a 100 m.	5°,2	
„ „ a 120 m.	5°,2	
„ „ a 140 m.	5°,2	

Dalle quali serie di osservazioni termometriche, eseguite nel Lago d'Orta, si rileva, come la stratificazione termica sia assai poco sensibile nella zona superficiale, che anzi, nelle osservazioni fatte nel mese di novembre, la temperatura dell'acqua sia la stessa dalla superficie fino a 10 m. di profondità, per la parte meridionale del lago, che è poco bassa, e, con una piccolissima differenza, per la parte centrale e settentrionale, come più profonda:

Che il salto di temperatura (*Sprungschicht* dei tedeschi) si è sempre verificato fra i 10 ed i 20 m.; oltre i 20 m. l'influenza del calore esterno diventa appena sensibile e l'abbassarsi della temperatura molto debole.

Risulta pure da alcune delle serie prima riferite che la differenza di temperatura nel corso di una giornata, anche alla superficie come a pochi m. di profondità, varia di quantità appena apprezzabili.

A 20 m. la temperatura si trovava sempre tra i 7° e gli 8° C., e ciò tanto, quando alla superficie il termometro segnava 23° come in settembre, o 14° come in novembre.

A 30 m. era tra 6° e 6°,2; a 50 metri 5°,5 costantemente. Oltre a questa profondità la temperatura diventava pressochè uguale fino agli 80 metri, in cui raggiungeva la minima di 5°,2, conservandosi poi sempre tale fino al fondo, tanto in settembre, come in novembre.

La temperatura dell'acqua alla superficie, superiore ai 20° nel settembre, scese sotto ai 15° nel novembre; per cui l'escursione di temperatura nel lago d'Orta fra l'agosto ed il novembre fu di 9°,6. Questi rapporti ed altri analoghi sono espressi nella seguente

Tabella dell'escursione di temperatura nel Lago d'Orta fra l'agosto ed il novembre.

	Massima	Minima	Differenza
Alla superficie	24°	14°,4	9°,6
A 5 metri	23°,7	14°,4	9°,3
A 10 "	22°	14°,3	7°,7
A 20 "	8°	7°	1°
A 30 "	6°,2	6°	0°,2
A 40 "	5°,8	5°,6	0°,2
A 50 "	5°,2	5°,2	0°.

Ecco ora le osservazioni di temperatura fatte negli altri laghi:

Lago di Viverone.

Temper. dell'aria			19°,5—20°
„ dell'acqua alla superficie			18°,7
„	„	a 5 m.	18°
„	„	a 10 m.	17°,9
„	„	a 15 m.	8°,4
„	„	a 20 m.	6°
„	„	a 25 m.	5°
„	„	a 30 m.	4°,9
„	„	a 40 m.	4°,7
„	„	a 50 m.	4°,7

Giorno 13 ottobre, ore 13 — 14,30; parte centrale del Lago; massima profondità nel punto esplorato m. 50. Stato del cielo: sereno.

Lago di Mergozzo.

Temper. dell'aria			18°,5—21°
„ dell'acqua alla superficie			20°,6
„	„	a 5 m.	20°,2
„	„	a 10 m.	16°
„	„	a 15 m.	8°,5
„	„	a 20 m.	6°,3
„	„	a 25 m.	5°,6
„	„	a 30 m.	5°,2
„	„	a 40 m.	4°,9
„	„	a 50 m.	4°,7
„	„	a 60 m.	4°,5
„	„	a 70 m.	4°,5

Giorno 11 settembre, ore 12 — 13,45; parte centrale del Lago; profondità massima nel punto esplorato m. 71. Stato del cielo: sereno; lago in calma.

Lago di Candia.

Temper. dell'aria			17°
„ dell'acqua alla superficie			16°,5
„	„	a 5 m.	16°

Giorno 17 ottobre, ore 11; parte centrale del Lago; massima profondità nel punto esplorato m. 7. Stato del cielo: sereno.

Lago di Avigliana.

			Note
Temper. dell'aria		16°	Giorno 27 ottobre, ore 14,20 — 15; parte centrale del Lago; massima profondità nel punto esplorato m. 25,5. Stato del cielo: coperto.
„ dell'acqua alla superficie		15°	
„ „	a 5 m.	15°	
„ „	a 10 m.	10°,1	
„ „	a 15 m.	5°,5	
„ „	a 20 m.	5°,3	
„ „	a 25 m.	5°,2	

Lago di Trana.

			Note
Temper. dell'aria		16°	Giorno 27 ottobre, ore 15,30 — 16; parte centrale del Lago; massima profondità nel punto esplorato m. 11.
„ dell'acqua alla superficie		14°	
„ „	a 5 m.	14°	
„ „	a 10 m.	9°	

Lago Sirio.

			Note
Temper. dell'aria		19°,5—18°,5	Giorno 11 ottobre, ore 15,30—16,30; parte centrale del Lago; massima profondità nel punto esplorato m. 43. Stato del cielo: in parte coperto.
„ dell'acqua alla superficie		17°,7	
„ „	a 5 m.	17°	
„ „	a 10 m.	7°	
„ „	a 15 m.	5°,5	
„ „	a 20 m.	5°	
„ „	a 25 m.	4°,8	
„ „	a 30 m.	4°,8	
„ „	a 40 m.	4°,8	

Anche nei laghi di Viverone e di Mergozzo, i più estesi, si nota come fino a 10 metri la temperatura dell'acqua varii molto poco con la profondità, mentre per gli altri minori di Sirio, Avigliana e Trana un cambiamento notevole si fa già sentire sotto i 5 m.

Oltre queste profondità avviene il salto di temperatura, che nei laghi maggiori si trova a profondità maggiore, ed in quelli

minori a profondità minore. Così nel lago d'Orta si verifica tra i 10 ed i 20 m.; in quello di Mergozzo, di Viverone e di Avigliana fra i 10 ed i 15 m., ed in quello di Sirio e di Trana fra i 5 ed i 10 m.; nel lago di Candia invece, che è il meno profondo di tutti, esso manca affatto.

Notevole, tra gli altri, il salto di temperatura di 10° C., osservato nel lago Sirio nell'ottobre passato. Esso corrisponde a quello verificato nell'anno antecedente l'11 settembre (1). In tal giorno il termometro, mentre segnava 19°,5 C. a 6 m. di profondità, a 10 m. non ne segnava che 7°, formando così un salto di 12°,5.

Oltrepassato lo strato di salto, la temperatura va via via abbassandosi lentamente, finchè raggiunge la temperatura abissale, che rimane poi costante fino al fondo.

Queste temperature, essendosi ottenute nei mesi di settembre e di ottobre, rappresentano pressochè la *massima* temperatura che possono raggiungere le acque del fondo. Dalle cifre esposte si vede come nei mesi più caldi, nei quali furono fatte le osservazioni, la temperatura profonda di questi laghi sia notevolmente superiore a quella del *maximum* di densità dell'acqua pura (4° C.), per cui questi laghi sono tutti appartenenti al tipo dei laghi tropicali nel senso attribuito a questo termine dal Forel (2).

Di questi laghi presentano la temperatura profonda più elevata quello d'Orta e di Avigliana, di 5°,2, indi quello Sirio di 4°,8, di Viverone di 4°,7, ed infine il lago di Mergozzo 4°,5, il più freddo di tutti.

Se si paragona la temperatura di questi laghi con quella dei laghi lombardi e veneti, si vede che quella dei primi è notevolmente più bassa (3).

---

(1) Il giorno 11 settembre 1893 la temperatura delle acque del lago Sirio misurata col termometrografo Bellani-Six era la seguente: temper. dell'aria 21°,5, alla superficie 24°, a 4 m. 22°, a 6 m. 19°,5, a 8 m. 11°,5, a 10 m. 7°, a 15 m. 5° e così fino al fondo. Per quello che riguarda le differenze, dipendenti dall'impiego dei due diversi termometri Negretti-Zambra e Bellani-Six, si può assicurare che non raggiungono i 2 o 3 decimi di grado. V. G. De Agostini, *op. cit.*, pag. 14.

(2) F.-A. Forel, *Comptes Rendus des séances de l'Académie des sciences.* Paris, 1889, pag. 587.

(3) Oltre le misure di temperatura dei citati laghi piemontesi, credo

Infatti, da osservazioni fatte dal prof. F.-A. Forel (1), oltre i 150 m. di profondità la temperatura abissale del lago di Como è di 6°,1, quella del lago Maggiore 5°,7 e quella del lago di Lugano 5°,3, tutte superiori a quelle dei laghi piemontesi.

Recentemente il prof. E. Richter (2) dell'Università di Graz, in un'escursione scientifica al lago di Garda, fece alcune osservazioni di temperatura fino a 264 m. di profondità. In queste ottenne dal fondo fino a 100 m. la temperatura costante di 7°,7 C.; a 50 m. 10°; a 30 m. 13°,8 e dai 20 m. sino alla superficie 18° a 19°.

Il lago di Garda sarebbe quindi di tutti i grandi laghi alpini quello che ha la temperatura più elevata.

Anche rispetto ai laghi minori del Veneto la temperatura abissale dei laghi piemontesi è notevolmente inferiore. Fra i laghi del Veneto, che, per avere una profondità abbastanza grande, sono paragonabili coi nostri, notiamo quelli: Morto (m. 51,6), di Cavazzo (m. 38,5) e di S. Croce (m. 34).

Ora la temperatura del fondo di questi laghi fu trovata dal signor Olinto Marinelli nello scorso settembre la seguente:

Lago Morto 6°,3
„ di Cavazzo 7°,4
„ di S. Croce 7°,9

ossia notevolmente maggiore di quella dei nostri laghi che hanno ugual profondità.

---

opportuno aggiungere ancora quelle dei laghi di *S. Michele* e *Nero*, a Nord d'Ivrea, da me ottenute nell'antecedente anno col termometrografo Bellani-Six. La temperatura del *Lago di S. Michele* (profondo m. 18,5) era il 26 settembre 1893, ore 6 pom., la seguente: temperatura esterna 20°, a 2 m. 19°, a 4 m. 17°,5, a 6 m. 10°,5, a 8 m. 6°,6, a 10 m. 6°,2, a 12 m. 6°, a 14 m. 5°,2, e così di seguito sino al fondo; e quella del *Lago Nero* (profondo m. 27), al 30 sett., ore 4 pom., era: temper. esterna 17°, a 1 m. 17°,5, a 5 m. 16°,5, a 10 m. 6°,5, a 15 m. 5° e così di seguito fino al fondo. Dalla quale graduazione termica risulta, come, anche questi laghi, la cui profondità non è molto notevole, abbiano una temperatura assai bassa, quale all'incirca si osserva negli altri laghi della nostra regione.

(1) *Ricerche fisiche sui laghi d'Insubria*, in “ Rendic. del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere „, vol. XXII, serie II, 1889. Facciamo notare come nella Carta idrografica della R. Marina sia data la temperatura abissale del Lago Maggiore in 6°. Crediamo che questo dato si riferisca all'anno 1887, in cui vennero eseguiti gli scandagli.

(2) *Corrispondenza scient[illegible]* “ Rivista geogr. ital. „, fascicolo IX. Roma, 1894.

Dalle osservazioni fatte risultano le seguenti considerazioni generali:

1ª Che la temperatura dell'acqua nella zona superficiale si mostra più uniforme di quella dell'aria soprastante;

2ª Che fino alla profondità di 10 metri la stratificazione termica è assai poco sensibile;

3ª Che in generale è soltanto intorno ai 10 m., per i laghi un poco estesi, che si trova, nella stagione calda, il salto di temperatura (*Sprungschicht* dei tedeschi);

4ª Che questo salto di temperatura dimostra in modo chiaro, come l'influenza del calore diurno esterno non si estenda oltre uno strato d'acqùa relativamente sottile;

5ª Che la temperatura dell'acqua, oltre ai 20 m. di profondità, ritorna ad abbassarsi lentamente fino al punto in cui l'influenza della temperatura esterna diventa nulla. Abbiamo allora la temperatura abissale, che si mantiene costante sino al fondo del lago;

6ª Che la temperatura del fondo non ha rapporto costante nè con la profondità del lago, nè con le dimensioni e nemmeno con l'altitudine in cui giace; che probabilmente essa è in relazione con le condizioni climatologiche dell'ambiente in cui il lago si trova;

7ª Che neppure la posizione dello strato di salto è in rapporto costante con tali elementi;

8ª Che i laghi del Piemonte presentano una temperatura abissale inferiore a quella degli altri laghi italiani.

Colorazione.

Una delle proprietà caratteristiche dei laghi è la colorazione. Io la studiai e la determinai servendomi della Scala proposta dal prof. Forel e che da lui prende nome. Essa è formata da un miscuglio in varie proporzioni di due soluzioni, l'una azzurra di solfato di rame ammoniacale, l'altra gialla di cromato neutro di potassio.

Varie cause influiscono sul colore delle acque dei laghi. Fra le altre sono specialmente da notarsi: lo stato del cielo, la profondità del lago, il colore del fondo, la natura delle torbide che vi portano fiumi e torrenti, la maggior o minor increspatura

prodotta dal vento o dalle correnti subacquee, la trasparenza delle acque, che varia secondo le stagioni, e specialmente la quantità e la qualità di alcuni fra i sali che vi stanno disciolti.

Secondo le varie osservazioni fatte nel mese di settembre sul lago d'Orta, notai che il colore di quelle acque nella parte nord e centrale corrispondeva al N° IV della Scala del Forel, tendente cioè all'azzurro, mentre nella parte sud si avvicinava al N° V. Nella prima metà di novembre invece, la colorazione delle acque del lago d'Orta corrispondeva in tutta la linea mediana al N° VI della citata Scala.

Per la colorazione degli altri laghi ecco la graduazione che ottenni:

Lago di Mergozzo	N°	VI	11	settembre
„ di Viverone	„	V	13	ottobre
„ Sirio	„	X-XI	11	„
„ di Avigliana	„	IX	27	„

Non potei servirmi della Scala del Forel per le determinazioni del colore delle acque dei laghi di Trana e di Candia, essendo di un color brunastro, il quale non si ottiene colla miscela dei colori che compongono la Scala del Forel.

La colorazione dei maggiori laghi piemontesi corrisponde presso a poco a quella dei grandi laghi prealpini. Infatti il Forel (1), nella sua escursione ai maggiori laghi lombardi, trovò che il colore delle acque del lago Maggiore e di Como corrispondeva al N° VI-VII, e quella del lago di Lugano al N° VIII.

Per il lago Maggiore studiò la colorazione nella sua linea mediana da Arona a Magadino, attribuendosi generalmente a quelle acque una differenza di tinta nelle due estremità, ossia un color verde nella parte settentrionale ed uno azzurro nella meridionale. Invece il prof. Forel riscontrò nei giorni 4 e 5 settembre (1889) che il lago Maggiore aveva lo stesso colore verdognolo in tutta la sua lunghezza, salvo nel golfo di Pallanza-Baveno che era torbido a motivo delle acque del fiume Toce.

Nel lago d'Orta invece, come ho già accennato, esisterebbero, almeno in certe stagioni, delle differenze di colorazione fra le due estremità.

---

(1) *Ricerche fisiche sui laghi d'Insubria*, in " Rendic. del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere „, vol. XXII, serie II, 1889.

Trasparenza.

La studiai col metodo del P. Secchi, facendo scendere nell'acqua un disco bianco e misurando la profondità al limite di visibilità.

Secondo le osservazioni fatte sul lago d'Orta, durante lo scorso mese di settembre, la trasparenza di quelle acque mi risultò sempre di 8 metri in diversi punti del lago: nei giorni 5 e 6 di novembre essa era aumentata a m. 9,50.

Ecco quale era quella degli altri laghi:

Lago	di Mergozzo	m. 6	il giorno	11	settembre
„	di Viverone	„ 7	„	13	ottobre
„	Sirio	„ 4	„	11	„
„	di Candia	„ 2	„	17	„
„	di Avigliana	„ 5	„	27	„
„	di Trana	„ 3	„	27	„

Paragonando questi dati limite di visibilità per i laghi di Viverone, Sirio e Candia con quelli già da me osservati l'anno antecedente, presso a poco nella stessa epoca, essi corrispondono tra di loro esattamente (1); ed avendo studiato la trasparenza di alcuni di essi anche nei mesi invernali, si può stabilire che il limite di visibilità delle acque è presso a poco identico nelle medesime stagioni, salvo cause eccezionali come torbide portate da torrenti o da fiumi, franamenti, ecc.; e che questo limite è maggiore nell'inverno che nell'estate, in mezzo ai laghi che non presso le rive od alla foce dei fiumi.

Pare che il maggior calore delle acque e la copia e la natura della materia tenuta in sospensione o disciolta nelle acque stesse influiscano sulla maggiore o minor trasparenza di esse.

Mettendo poi a confronto il limite di visibilità di questi laghi con quelli Maggiore e di Como, che, secondo il Forel (2), è di m. 6 e di Lugano di m. 3, risulta come il lago d'Orta sia quello le cui acque sono più trasparenti di tutte le altre.

---

(1) Pel lago di Viverone il limite di visibilità era di m. 7 nell'agosto e di m. 10 nel gennaio; pel lago Sirio di m. 4 nel settembre e pel lago di Candia di m. 2 pure nel mese di settembre. V. De Agostini, *op. cit.*, pag. 13.

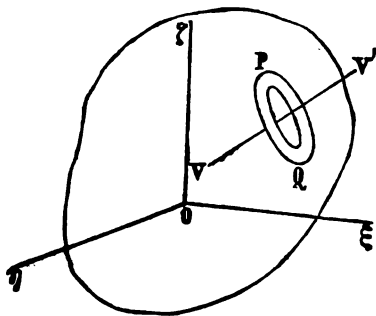
(2) *Ricerche fisiche*, ecc.

Sulla teoria dei moti del polo terrestre;

Nota del Prof. VITO VOLTERRA.

In una Nota comunicata alle *Astronomische Nachrichten* ho esposto una teoria di cui mi permetto di presentare brevemente i principii fondamentali a cotesta illustre Accademia.

Gli autori che hanno cercato la spiegazione dei cangiamenti che si osservano nelle latitudini geografiche esaminarono l'influenza che le azioni geologiche, la elasticità e la plasticità terrestre possono avere sulla rotazione della terra (1). Mi propongo ora di considerare il problema sotto un altro punto di vista esaminando altre cause che possono pure influire sulla rotazione stessa.

Immaginiamo un corpo i cui assi principali centrali d'inerzia siano ξ, η, ζ, e supponiamo che, senza che se ne alterino la forma e la distribuzione di densità, abbiano luogo nell'interno di esso o alla sua superficie, sotto l'azione di forze interne, dei *moti stazionarii* di una parte della materia che lo costituisce. Per esempio, onde fissare le idee, e per semplicità, supponiamo che il corpo sia omogeneo e che per l'effetto di forze interne un toro di rivoluzione P Q interno al corpo abbia, relativamente al corpo stesso, un moto uniforme di rotazione attorno al proprio asse VV′, mentre tutto il resto del corpo conservi la propria rigidità. Nè il baricentro del corpo, nè i suoi assi d'inerzia, nè i momenti principali d'inerzia A, B, C del corpo cangieranno.

(1) Vedi Tisserand, *Traité de Mécanique céleste*, T. II, Cap. XXIX e XXX. — Porro, *Astronomia sferica*, Cap. VII.

Le componenti secondo gli assi ξ, η, ζ della coppia di quantità di moto dovuta ai moti stazionarii (qualunque essi siano) saranno tre costanti M_1, M_2, M_3.

Se poi il sistema avrà un moto attorno al proprio baricentro O, e le componenti della velocità angolare di rotazione nelle direzioni degli assi stessi saranno p, q, r; le componenti della coppia totale di quantità di moto nelle direzioni ξ, η, ζ resulteranno $Ap + M_1$, $Bq + M_2$, $Cr + M_3$.

Supponiamo che il sistema sia sottratto all'azione di forze esterne: allora la coppia totale di quantità di moto dovrà esser costante in grandezza e direzione. Prendiamo come asse fisso z l'asse di questa coppia, e scegliamo gli assi fissi x, y nel piano invariabile. Rappresentiamo colla seguente tabella i coseni di direzione delle due terne di assi ξ, η, ζ e x, y, z:

	ξ	η	ζ
x	α_1 ,	α_2 ,	α_3
y	β_1 ,	β_2 ,	β_3
z	γ_1 ,	γ_2 ,	γ_3

Avremo allora le equazioni seguenti per gl'integrali delle aree:

$$(Ap + M_1)\alpha_1 + (Bq + M_2)\alpha_2 + (Cr + M_3)\alpha_3 = 0$$
$$(Ap + M_1)\beta_1 + (Bq + M_2)\beta_2 + (Cr + M_3)\beta_3 = 0$$
$$(Ap + M_1)\gamma_1 + (Bq + M_2)\gamma_2 + (Cr + M_3)\gamma_3 = K$$

denotando con K la grandezza costante della coppia di quantità di moto.

Derivando le precedenti equazioni rispetto al tempo ed applicando le formule del Poisson, si giunge con calcoli molto semplici alle equazioni:

$$(a)\quad \begin{cases} A\dfrac{dp}{dt} + (C - B)qr + M_3 q - M_2 r = 0 \\[2ex] B\dfrac{dq}{dt} + (A - C)rp + M_1 r - M_3 p = 0 \\[2ex] C\dfrac{dr}{dt} + (B - A)pq + M_2 p - M_1 q = 0 \end{cases}$$

Queste equazioni sono analoghe a quelle di Eulero e dimostrano che le reazioni prodotte sul corpo dai moti interni equivalgono ad una coppia motrice di componenti $M_2 r - M_3 q$, $M_3 p - M_1 r$, $M_1 q - M_2 p$.

Le precedenti equazioni si integrano senza difficoltà. Moltiplicandole infatti rispettivamente per p, q, r e sommando, otteniamo:

$$\frac{1}{2}\,(Ap^2 + Bq^2 + Cr^2) = \text{cost} = h.$$

Moltiplicando invece per $Ap + M_1$, $Bq + M_2$, $Cr + M_3$ e sommando, abbiamo:

$$A^2p^2 + B^2q^2 + C^2r^2 + 2ApM_1 + 2BqM_2 + 2CrM_3 = \text{cost} = K_1.$$

Questo integrale poteva evidentemente anche dedursi dagli integrali delle aree.

Ciò premesso se risolviamo le due equazioni precedenti rispetto a q ed r, e ne sostituiamo i valori nella prima delle (a), otteniamo una equazione della forma:

$$dt = F_1(p)\,dp,$$

ed in modo analogo possono aversi

$$dt = F_2(q)\,dq, \qquad dt = F_3(r)\,dr.$$

Il problema di integrare le (a) è dunque ridotto alle quadrature.

Conosciute p, q, r in funzione del tempo si avranno i coseni γ_1, γ_2, γ_3 mediante le formule:

$$\gamma_1 = (Ap + M_1)\,\frac{1}{K}, \quad \gamma_2 = (Bq + M_2)\,\frac{1}{K}, \quad \gamma_3 = (Cr + M_3)\,\frac{1}{K},$$

quindi applicando noti teoremi si potranno ottenere i sei rimanenti coseni mediante una nuova quadratura.

Ci si può ora chiedere: la precedente teoria può essere di qualche sussidio allo studio dei moti del polo terrestre?

Ammettiamo che nell'istante iniziale il corpo ruoti attorno ad uno dei suoi assi principali d'inerzia, per esempio intorno a ζ. Avremo allora nell'istante iniziale:

$$p = q = 0, \qquad r \gtrless 0,$$

onde nell'istante iniziale le equazioni (a) assumeranno la forma

$$A \frac{dp}{dt} = M_2 r, \quad B \frac{dq}{dt} = - M_1 r, \quad C \frac{dr}{dt} = 0,$$

il che prova che le derivate di p e q non sono nulle se M_1 e M_2 sono diverse da zero, e in conseguenza l'asse principale di inerzia ζ non sarà un asse permanente di rotazione, ma l'asse stesso tenderà a variare.

Ora certamente nell'interno e alla superficie della terra esistono dei moti stazionarii (che nulla esclude possano esser potenti), i quali senza alterare sensibilmente i momenti d'inerzia ed il baricentro della terra possono dar luogo a valori diversi da zero per M_2 e M_1 e quindi alterino l'asse di rotazione terrestre.

Per esempio le correnti marine potrebbero in certo modo riguardarsi come moti stazionarii del genere di quelli considerati, e così pure i moti dei fiumi, la susseguente evaporazione dell'acqua del mare, quindi la sua congelazione nelle nevi delle montagne, ecc.

I moti interni terrestri possono però considerarsi solo approssimativamente come stazionarii. Si può ammettere che, pur conservando inalterata la distribuzione di materia, possano in talune epoche rallentarsi, in altre accelerarsi, o anche mentre alcuni si rallentano, altri si accelerino. La modificazione che ciò apporta nelle formule consiste nel dover supporre fin da principio M_1, M_2, M_3 non più costanti, ma variabili, restando però sempre costanti le posizioni degli assi d'inerzia nell'interno del corpo ed i momenti principali d'inerzia A, B, C.

Alle equazioni (a) è necessario quindi in tale ipotesi sostituire le altre:

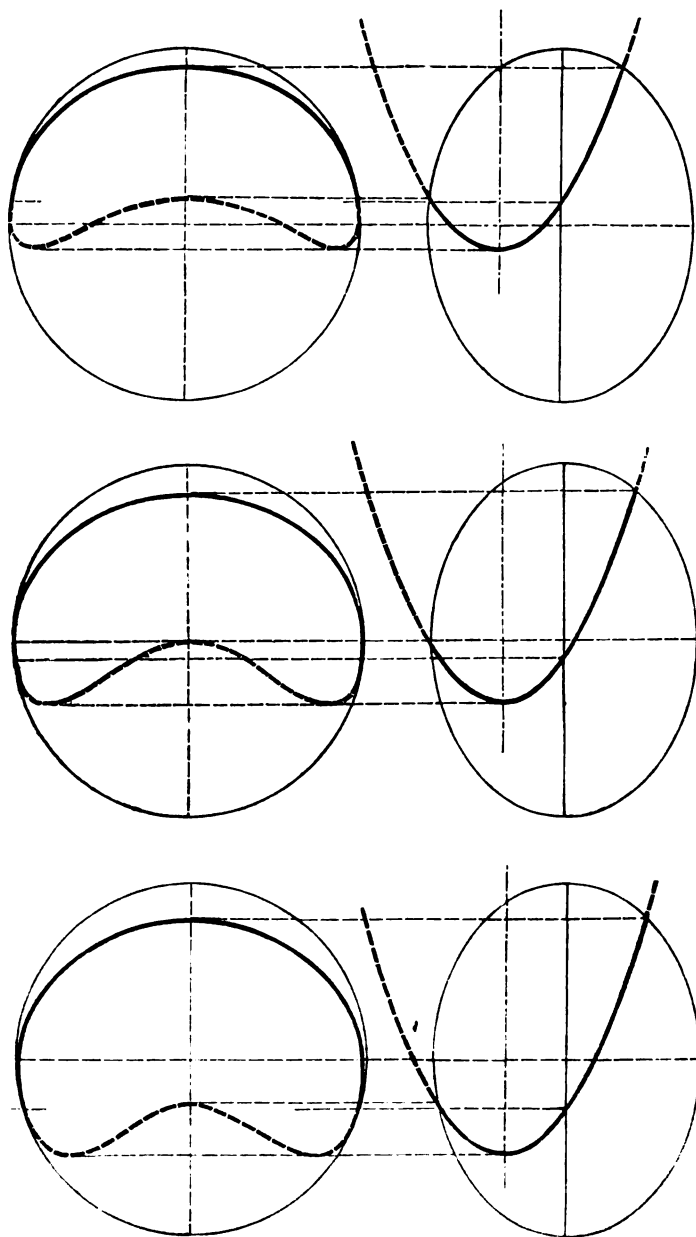
$$(b)\begin{cases} A\frac{dp}{dt} + (C - B)qr + M_3 q - M_2 p + \frac{dM_1}{dt} = 0 \\ B\frac{dq}{dt} + (A - C)rp + M_1 r - M_3 q + \frac{dM_2}{dt} = 0 \\ C\frac{dr}{dt} + (B - A)pq + M_2 p - M_1 r + \frac{dM_3}{dt} = 0 \end{cases}$$

Queste equazioni non hanno più i due integrali trovati per le (a), bensì il solo integrale

$$(Ap + M_1)^2 + (Bq + M_2)^2 + (Cr + M_3)^2 = \text{cost} = K^2.$$

Nella ipotesi in cui sia $B = A$, esse si integrano facilmente col metodo delle approssimazioni successive mediante serie.

Valendosi dei due integrali trovati per le (a) è facile esaminare con procedimenti del tutto elementari l'andamento del moto nella ipotesi che M_1, M_2, M_3 siano costanti, servendosi di quei metodi coi quali Poinsot delucidò così mirabilmente lo studio dei moti di rotazione. Si possono pure studiare le leggi secondo cui sono distribuiti gli assi permanenti di rotazione, le cui proprietà sono del tutto alterate per la esistenza dei moti interni. È cosa semplice studiare le traiettorie diverse *(polodie)* che il polo di rotazione può descrivere sull'ellissoide d'inerzia del corpo in moto, e stabilire le relazioni che passano fra i loro punti singolari e le rotazioni permanenti. Nel caso in cui l'ellissoide d'inerzia ha un asse di simmetria si dimostra che esiste un piano meridiano sul quale la polodia si proietta secondo una parabola; perciò coi metodi della geometria descrittiva, si disegnano le proiezioni della polodia con grande facilità.

Come esempio diamo il disegno di tre fra tali possibili polodie nel caso particolare in cui due dei momenti d'inerzia del corpo sono eguali, e minori del terzo.

Sulla flessione dei cannocchiali nella misura delle distanze zenitali;

Nota dell'Ing. VITTORIO BAGGI.

Le osservazioni ai circoli verticali tanto nell'Astronomia quanto nella Geodesia, rendono necessario di determinare l'errore prodotto dalla flessione dei cannocchiali nella misura delle distanze zenitali dei punti ai quali si collima.

Accenneremo brevemente a qualcuno dei principali procedimenti che si usano in pratica per la determinazione di tale errore e poscia, colla guida della teoria dell'elasticità dei corpi solidi, vedremo come lo si possa determinare direttamente quando si conoscano alcuni dati relativi alla forma ed alla sostanza dei cannocchiali che si adoperano.

I.

Applicando la serie del Fourier, il Brünnow dà nel suo classico trattato (*) le formole per la correzione delle distanze zenitali affette dall'errore dovuto alla flessione del tubo del cannocchiale e del circolo verticale graduato.

Se la flessione è la stessa per le due estremità del cannocchiale, in modo che il secondo punto principale della lente obbiettiva si abbassi della stessa quantità di cui si abbassa il centro del reticolo, è chiaro che la flessione non ha alcuna influenza sulla misura delle distanze zenitali z, inquantochè la retta che unisce questi punti (*asse ottico*) resta costantemente parallela ad una linea determinata del circolo verticale, ma se questa flessione differisce alle due estremità, la posizione della linea di collimazione cambia relativamente ad una linea determinata del cerchio e per conseguenza gli angoli descritti dall'asse ottico nelle varie posizioni del cannocchiale non sono

(*) Brünnow, *Traité d'astronomie pratique* (Trad. franc.), pp. 65-80.

uguali a quelli che si leggono sul circolo verticale. In questo caso le formole di correzione date dal Brünnow sono espresse da una funzione periodica di z che rappresenta tanto la flessione del circolo quanto quella del cannocchiale.

I principali metodi di osservazione destinati ad eliminare quasi completamente l'effetto nocivo della flessione dei cannocchiali nella misura delle z sono i seguenti:

Metodo di Bessel. — Esso consiste nell'osservare ciascuna stella *direttamente* e per *riflessione* nelle due posizioni dello strumento, *diretta* ed *inversa*. La media delle quattro osservazioni della stella dà un risultato nel quale non entrano più che i termini della flessione che dipendono dal seno dei multipli pari della distanza zenitale.

I valori più probabili dei coefficienti che entrano nelle equazioni che così si ottengono, possono essere determinati dall'insieme di un certo numero delle equazioni medesime.

Metodo di Hansen. — Il metodo diretto di eliminazione della flessione del cannocchiale fu per la prima volta suggerito da Repsold (1823) e dopo lui da Hansen, e consiste in una costruzione speciale del cannocchiale mediante la quale si può sostituire l'oculare all'obbiettivo senza alterare le distanze, sull'asse dello strumento, dei centri di gravità delle due estremità del tubo del cannocchiale; in questo modo l'equilibrio non viene turbato da questa sostituzione e si può ammettere che l'effetto del peso rimanga lo stesso nei due casi. Dalle osservazioni si ottengono così due equazioni, e la media aritmetica delle z ottenuta da esse risulta indipendente dai termini impari della flessione e basta correggerla dell'influenza dovuta ai termini pari quando essi hanno un valore sensibile.

Metodo Marth. — Per ottenere direttamente la flessione del solo cannocchiale, il sig. Marth ha suggerito di situare nel centro del tubo del cannocchiale un piccolo apparecchio ausiliario atto a formare una immagine di un segno appositamente tracciato sulla lente obbiettiva, nonchè quella del reticolo. L'apparecchio consiste di un tubo contenente alle estremità due piccoli obbiettivi e nel suo interno uno specchio inargentato sulle due

faccie nel mezzo del quale è praticato un piccolo foro circolare. Questo tubo deve essere disposto nel cannocchiale in modo che il reticolo ed il segno della lente obbiettiva cadano rispettivamente al fuoco dell'obbiettivo ausiliario che loro corrisponde.

Ammesso che le posizioni relative dei diversi pezzi che costituiscono l'apparecchio ausiliario restino invariabili, mettendo l'occhio all'oculare del cannocchiale si vede nel suo campo e vicino al filo medio, l'immagine riflessa di questo filo e l'immagine del segno fatto sulla lente obbiettiva. Muovendo successivamente il cannocchiale in altezza e misurando per mezzo del filo micrometrico reso orizzontale la distanza verticale di queste due immagini da un punto determinato del reticolo, riesce facile dedurre la flessione del cannocchiale (*).

In generale i trattati di Astronomia e di Geodesia dànno per termine di correzione della flessione del cannocchiale la formola (**):

$$f \,.\, \text{sen}\, z \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

nella quale f rappresenta il coefficiente di flessione da determinare per ogni cannocchiale e z la distanza zenitale del punto collimato.

Nell'anno 1881 l'astronomo Yvon Villarceau presentò all'Accademia delle Scienze di Parigi (***) una estesa Memoria sulla flessione dei cannocchiali e fra tutte quelle che ci fu dato di consultare, riteniamo che essa sia la più completa.

Dopo alcuni calcoli analitici il Villarceau giunge a semplici conclusioni pratiche per eliminare gli effetti della flessione dei cannocchiali nelle osservazioni astronomiche, e supposto che il cannocchiale rimanga in equilibrio nelle sue varie posizioni di altezza, egli esprime la correzione δz per la flessione colla formola seguente:

$$\delta z = f \,.\, \text{sen}\, z + g \,.\, \cos z \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

(*) Sopra un analogo apparecchio ausiliario vedi la Memoria dei signori Lœvy e Périgaud nel vol. 93, pag. 174 dei " Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences ".

(**) Cfr. i trattati di Astronomia del Chauvenet e del Gaspari e quello di Geodesia del Prof. Schiavoni.

(***) " Comptes Rendus ", vol. 93, pp. 14, 107, 449, 866.

nella quale i coefficienti f e g rappresentano rispettivamente la *flessione all'orizzonte* e la *flessione allo zenit*. Col sussidio dei collimatori, accenna poscia al modo di determinare i valori dei coefficienti f e g.

L'esistenza del coefficiente g dipende principalmente da un difetto di coincidenza dei centri di gravità del sistema obbiettivo ed oculare coll'asse di figura del tubo del cannocchiale. Nell'ipotesi che i costruttori potessero praticamente ridurre la eccentricità $\mathfrak{b}$ di questi sistemi al punto che il coefficiente g diventasse insensibile, inferiore per esempio a $o'', o1$, basterebbe naturalmente di preoccuparsi soltanto del coefficiente f della flessione orizzontale. Ma praticamente avviene che le forze che rappresentano i pesi del sistema obbiettivo e di quello oculare invece di incontrare le singole sezioni trasversali del tubo nel loro baricentro, agiscono con un certo braccio di leva, sia pure piccolissimo, cosicchè la compressione o trazione del tubo viene accompagnata da una flessione che cresce coll'aumentare dei detti pesi.

Il Prof. A. Nobile nella sua pubblicazione " *Il Cerchio Meridiano Reichembach-Heurtraux del R° Osservatorio di Capodimonte* (*) „ descrive il procedimento da lui seguìto per far sì che sostituendo alternativamente il pezzo oculare ed il pezzo obbiettivo del cannocchiale, risultasse una uguaglianza tale fra i loro momenti rispetto all'asse di rotazione del cannocchiale che mentre detti pezzi si scambiavano indifferentemente, l'equilibrio veniva turbato dall'aggiunta di un pezzo di gesso del peso minore di un gramma. Con questo istrumento cercò poscia, ammettendo la legge del seno, l'effetto della flessione del cannocchiale su alcune sue osservazioni, ed in una susseguente pubblicazione scrisse (**):

"........... vediamo che la legge del seno, se non è la stretta
" verità, deve esserle vicina. Ed inoltre la flessione di questo
" strumento segue l'oculare, vale a dire che dipende da questo
" sebbene i momenti dell'oculare e dell'obbiettivo siano *fisica-*
" *mente uguali* „.

(*) " Atti dell'Accademia Pontaniana „. Napoli, 1888.

(**) " Risultati delle Osservazioni meridiane della 2ª metà del 1890 „. Napoli, 1891, pag. 21. Tip. della R. Università.

Adunque non basta che i due tubi parziali del cannocchiale ed i carichi che essi sopportano, costituiscano dei sistemi meccanicamente identici per rendere nulla la flessione del cannocchiale sulla misura di z, inquantochè quest'eguaglianza non può sussistere per tutte le posizioni del cannocchiale e l'aggiunta di pesi ausiliarî al tubo del cannocchiale per eliminarne la flessione, richiede generalmente di variare il loro braccio di leva per ogni valore di z; per il che si preferisce di portare in calcolo la correzione dovuta alla flessione del cannocchiale.

Ora che coi progressi della Metallurgia sono grandemente ridotte le difficoltà che pel passato si presentavano per ottenere la perfetta omogeneità dei metalli, crediamo che il problema della flessione dei cannocchiali possa venire direttamente risolto ricorrendo alla teoria dell'elasticità dei corpi solidi, fonte di innumerevoli applicazioni nella meccanica delle costruzioni.

E tanto più ce ne convince il fatto che l'*Ufficio Internazionale di Pesi e Misure* ha applicato con vantaggio questa teoria allo studio della flessione delle aste metalliche per la misura delle *basi geodetiche* (*).

II.

Consideriamo un cannocchiale astronomico solidale ad un cerchio verticale graduato atto a dare le distanze zenitali z dei punti ai quali si collima.

Sia O (fig. 1ª) la proiezione verticale dell'asse di rotazione del cannocchiale, OZ la verticale che passa per O, C il secondo punto principale della lente obbiettiva ed R il punto d'intersezione dei fili centrali del reticolo: come è noto la retta CR determina l'*asse ottico* del cannocchiale.

Per considerare il caso più generale supponiamo che le due parti in cui il cannocchiale è diviso dall'asse di rotazione O abbiano lunghezze differenti e poniamo:

$$OC = l; \qquad OR = l_1.$$

(*) Vedi *Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures.* Tome VII, 1890, pp. B. 62.

Sia P il peso della lente obbiettiva e della sua armatura; P_1 quello dell'apparecchio oculare e supponiamo che le direzioni delle forze che rappresentano questi pesi, passino rispettivamente per i punti C ed R.

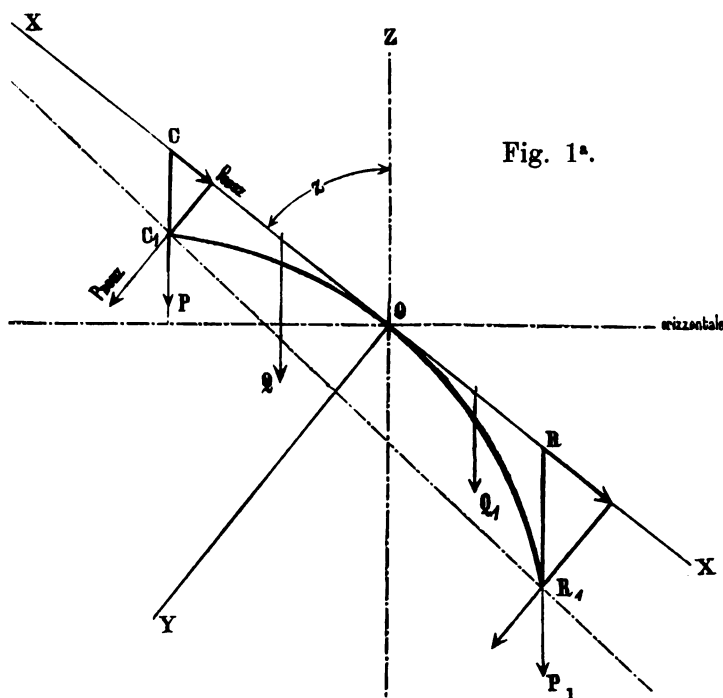



Fig. 1ª.

Indicando con Q e Q_1 i pesi di ciascuna delle due porzioni l e l_1 del cannocchiale, che supponiamo cilindriche e di spessore uguale e uniforme, i pesi Q e Q_1 risulteranno applicati nella metà dei segmenti OC e OR.

Consideriamo il cannocchiale in una posizione qualunque inclinato dell'angolo z alla verticale OZ: per effetto del peso proprio e dei carichi concentrati P e P_1 l'asse meccanico del tubo si deforma, i punti C ed R si abbassano e la retta C_1 R_1 rappresenta la posizione assunta dall'asse ottico per effetto della flessione del cannocchiale.

Evidentemente le due porzioni l ed l_1 del cannocchiale le

dobbiamo considerare come *incastrate* nel dado centrale che è attraversato dall'asse di rotazione O (*).

Assumiamo la retta CR come asse delle ascisse e la normale ad essa passante per O come asse delle ordinate e proponiamoci di trovare l'angolo che l'asse ottico C_1 R_1 forma coll'asse delle X.

Quest'angolo varia al variare di z, inquantochè pur rimanendo costanti in intensità le forze P, P_1, Q, Q_1, la curva C_1 O R_1 varia con z.

Cominciamo a considerare l'effetto prodotto dalle forze concentrate P e P_1, sulle due porzioni OC, OR del cannocchiale. Le componenti di ciascuna di queste forze secondo gli assi delle X e delle Y valgono rispettivamente $P \cos z$, $P \operatorname{sen} z$; $P_1 \cos z$, $P_1 \operatorname{sen} z$.

Quando si ha $z < 90^\circ$, come nel caso della figura, la componente $P \cos z$ ha per effetto di produrre una *compressione longitudinale* lungo il tubo del cannocchiale e quindi un raccorciamento della lunghezza l che indicheremo con δl_p e la componente $P \operatorname{sen} z$ sposta il punto C secondo l'asse delle Y di una quantità che determineremo in seguito.

La componente $P_1 \cos z$ determina nel tubo OR una *trazione longitudinale* e quindi un allungamento δl_{1p_1} e la $P_1 \operatorname{sen} z$ un abbassamento del punto R parallelamente all'asse delle y.

Indicando con E il MODULO DI ELASTICITÀ longitudinale alla *trazione* e con E_c quello alla *compressione*, proprii del materiale di cui è formato il tubo del cannocchiale (**), si ha:

$$(3) \quad \begin{cases} \delta l_p = l \dfrac{P \cos z}{E_c F} \\[2ex] \delta l_{1p_1} = l_1 \dfrac{P_1 \cos z}{E F} \end{cases}$$

(*) Per semplicità supponiamo il dado ridotto al punto 0, cioè trascuriamo le sue dimensioni rispetto alle quantità l e l_1.

(**) Non tutti i metalli sono tali per cui risulti $E_c = E$; per lo studio della determinazione di questi coefficienti, vedi la " Théorie de l'élasticité des corps solides " del Clebsch: la traduzione francese fatta da Barré de Saint-Venant è ricca di molte ed importanti note sulla determinazione delle costanti d'elasticità.

nelle quali F rappresenta l'area della sezione trasversale del tubo.

Analogamente le variazioni di lunghezza δl_q, δl_{1q_1} dovute ai pesi proprii Q e Q_1 valgono:

$$(4) \quad \begin{cases} \delta l_q = \frac{l}{2} \frac{Q \cos z}{E_e F} \\ \delta l_{1q_1} = \frac{l_1}{2} \frac{Q_1 \cos z}{E F} \end{cases}$$

Rammentiamo ora brevemente il procedimento da seguire per ottenere l'equazione della curva elastica di un solido prismatico inflesso (*).

Indicando con ρ il raggio di curvatura in un punto (x, y) dell'asse neutro del solido, con E il modulo d'elasticità, con I il momento d'inerzia della sezione trasversale del tubo e con M il momento statico delle forze che producono la flessione in rapporto al punto (x, y), si ha:

$$M : I = E : \rho.$$

Sostituendo a ρ la sua ordinaria espressione:

$$\rho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\pm \frac{d^2 y}{dx^2}}$$

si ha l'equazione differenziale seguente:

$$\pm \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}.$$

Supponiamo che sia $z = 90°$, cosicchè le forze P e Q risultino normali all'asse del cannocchiale.

Avendo assunto per asse delle ascisse l'asse geometrico del cannocchiale ed essendo piccolissime le deformazioni, rispetto all'unità possiamo trascurare il termine $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ e ritenere per cur-

(*) Cfr. la " Teoria dell'elasticità „ del prof. Camillo Guidi, Torino, 1891. Lezioni date nella R. Scuola d'applicazione per gli Ingegneri in Torino.

vatura in un punto della linea elastica l'espressione seguente:

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{d^2y}{dx^2}.$$

Tenendo conto delle deformazioni prodotte dal solo momento flettente, possiamo ritenere per equazione differenziale della linea elastica la seguente:

$$\pm \mathrm{EI} \frac{d^2y}{dx^2} = \mathrm{M} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

ed integrando due volte si ottiene l'equazione approssimata della linea elastica in termini finiti inquantochè i momenti M e I sono generalmente funzioni dell'ascissa x.

Del cannocchiale consideriamo la porzione che sta alla destra dell'asse di rotazione O e che ha per lunghezza l_1. Indicando con M_x il momento flettente per la sezione che dista di x dall'origine e riguardandolo come positivo o negativo secondo che è negativa o positiva la quantità $\frac{d^2y}{dx^2}$, la (5) sarà pel caso nostro:

$$\mathrm{EI} \frac{d^2y}{dx^2} = -\mathrm{M}_x = -\mathrm{P}_1 (l_1 - x) + \mathrm{Q}_1 \frac{(l_1 - x)^2}{2\,l} \quad \ldots \quad (6).$$

Integrando due volte questa equazione ed osservando che per $x = 0$ risulta $\frac{dy}{dx} = 0$, $y = 0$ e ponendo $x = l_1$ si ottiene per y l'abbassamento dell'estremo R che diremo $\mathrm{Y}_{\mathrm{R}_1}$ e sarà:

$$\mathrm{Y}_{\mathrm{R}_1} = \frac{\mathrm{P}_1}{\mathrm{EI}} \frac{l_1^3}{3} + \frac{\mathrm{Q}_1}{\mathrm{EI}} \frac{l_1^3}{8} \quad \ldots\ldots \quad (7).$$

Esaminiamo ora il caso di $z < 90^\circ$ come è indicato in figura e consideriamo le due porzioni OC, OR del cannocchiale i cui tubi li supponiamo di sezione costante. Indicando con $\mathrm{Y}_{\mathrm{R}_1}$ e $\mathrm{Y}_{\mathrm{C}_1}$ gli spostamenti dei punti R e C secondo l'asse delle Y prodotti dalle componenti dei pesi P, Q, P_1, Q_1 dirette secondo quest'asse, applicando le cose dette si ottiene:

$$Y_{R_1} = \left[\frac{1}{3} P_1 \left(l_1 + l_1 \frac{P_1 \cos z}{EF}\right)^3 + \frac{1}{8} Q_1 \left(l_1 + l_1 \frac{Q_1 \cos z}{2EF}\right)^3\right] \frac{\text{sen } z}{EI} \quad (8)$$

$$Y_{C_1} = \left[\frac{1}{3} P \left(l - l \frac{P \cos z}{E_c F}\right)^3 + \frac{1}{8} Q \left(l - l \frac{Q \cos z}{2 E_c F}\right)^3\right] \frac{\text{sen } z}{E_c I} \quad (9)$$

Le ascisse dei punti C_1 ed R_1 valgono:

$$x_{R_1} = l_1 + \delta l_{1p_1} + \delta l_{1q_1} = l_1 \left[1 + \frac{\cos z}{EF} \left(P_1 + \frac{1}{2} Q_1\right)\right] \ldots (10)$$

$$-x_{C_1} = l - \delta l_p - \delta l_q = l \left[1 - \frac{\cos z}{E_c F} \left(P + \frac{1}{2} Q\right)\right] \ldots (11),$$

e la correzione ϵ da apportare alla distanza zenitale letta per privarla dell'errore di flessione del cannocchiale si deduce dalla seguente espressione:

$$\text{tang } \epsilon = \frac{y_{C_1} - y_{R_1}}{x_{R_1} - x_{C_1}} \; \ldots\ldots (12).$$

È evidente che se la sezione F del tubo, e quindi il momento d'inerzia I, subisce una brusca variazione, oppure se in determinati punti hanno luogo discontinuità di carico, risulteranno negli stessi punti discontinuità della linea elastica e per ciascun tratto sarà possibile trovarne l'equazione (*).

Se i valori di Y_{C_1} e di Y_{R_1} risultano uguali fra di loro vuol dire che l'asse ottico riesce parallelo all'asse delle ascisse, ma rigorosamente questo fatto si può verificare soltanto quando il cannocchiale essendo orizzontale o di poco inclinato all'orizzonte è tale per cui $P = P_1$, $Q = Q_1$, $E_c = E$, $l = l_1$ ed i due tubi hanno uguale sezione trasversale.

L'effetto della flessione è evidentemente massimo nei *cannocchiali spezzati*. Questi cannocchiali sono muniti di contrappesi all'estremità opposta all'obbiettivo ed il loro effetto è *unicamente* quello di mantenere in equilibrio il cannocchiale nelle

(*) Cfr. le Lezioni del prof. Guidi, loc. cit., pag. 98.

sue varie posizioni, senza distruggere per nulla l'effetto della sua flessione. Il reticolo (punto da noi indicato con R) in questi cannocchiali è situato ad una delle estremità dell'asse di rotazione, il che è quanto supporre nelle nostre formule generali $l_1 = 0$.

Se supponiamo di avere un cannocchiale il cui asse ottico coincida perfettamente col proprio asse meccanico in modo che allo zenit si possa ritenere nullo l'effetto di P e di Q e trascurabili nelle altre posizioni del cannocchiale i valori di $P \cos z$ e $Q \cos z$ ed inoltre se $P = P_1$, $Q = Q_1$, $l = l_1$, $E_c = E$ ed F è costante, fatte le debite sostituzioni nella (12) si ha che la correzione da fare alle distanze zenitali lette per eliminarvi l'errore dovuto alla flessione del cannocchiale si ottiene dalla relazione seguente:

$$\operatorname{tang} \epsilon = \frac{8P + 3Q}{24 l EI} \operatorname{sen} z.$$

Essendo il coefficiente di sen z in questa espressione una costante per i cannocchiali i quali soddisfano a tutte le condizioni or ora supposte, ne segue che *le nostre formole comprendono come caso speciale la* LEGGE DEL SENO (formola 1[a]) ritenuta vera da molti astronomi e spiegano anche il fatto descritto dal professore Nobile nella pubblicazione di cui si è fatto cenno a pag. 313. Le formole (3) fanno vedere che crescendo i valori dei pesi P e P_1, cioè aggiungendo dei contrappesi fissi al tubo del cannocchiale, variano con essi le quantità δl e δl_1 a seconda del valore di z, e fatto eccezione del caso $z = 90°$ non risulterà mai Y_{R_1} rigorosamente uguale a Y_{C_1} come fanno vedere le espressioni (8) e (9).

È da avvertire che prima di applicare le formole trovate a qualche caso pratico, bisogna modificarle a seconda della forma del cannocchiale che si considera.

III.

Applichiamo le cose dette precedentemente al caso dei livelli a cannocchiale che si usano nelle livellazioni topografiche di grande precisione per vedere se l'errore che risulta dalla flessione del cannocchiale può o non essere trascurato nei risultati pratici.

Consideriamo un cannocchiale disposto orizzontalmente sopra i sostegni A e B (fig. 2ª). Sia C il secondo punto principale della lente obbiettiva ed R l'incrocicchio del reticolo: ad istrumento corretto l'asse ottico CR risulta orizzontale e parallelo all'asse delle x. Sia C'O'R' la posizione che avrebbe l'asse ottico se il cannocchiale fosse sottratto all'azione del peso proprio e di quello P e P_1 del pezzo obbiettivo e del pezzo oculare, e sia CAOBR l'asse neutro del tubo.

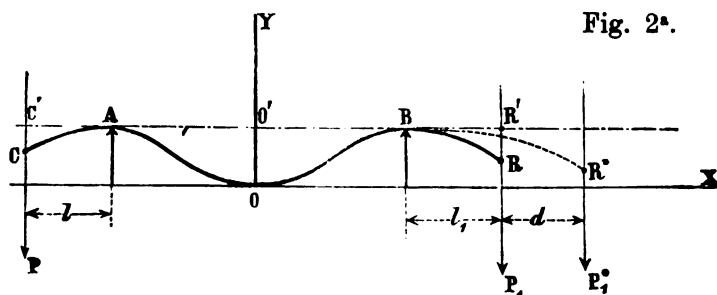



Fig. 2ª.

L'asse ottico CR si manterrà rigorosamente orizzontale in qualunque posizione si giri in azimut il cannocchiale (rimanendo verticale l'asse generale dello strumento), finchè non si alterano le distanze dei pesi P e P_1 dagli appoggi A e B. Dovendo però spostare il reticolo, e quindi il tubo oculare, per leggere sulla stadia situata a distanze variabili dall'obbiettivo, si viene ad alterare la distanza l_1 del reticolo R dall'appoggio B. Se non subentrano altre cause d'errore, il punto R si porta nel punto R* avvicinandosi all'asse delle x e perciò l'asse ottico si sposta dalla sua posizione orizzontale. In generale la massima variazione d della lunghezza l_1 negli strumenti di livellazione è di circa cm. 7, e nelle livellazioni di precisione non si ha mai bisogno di spostare il tubo oculare sino a questo limite massimo. Questo dei livelli rientra nel caso di un solido prismatico appoggiato in due punti intermedì e sollecitato, oltre che dal peso proprio, da carichi concentrati P e P_1.

Essendo questo caso ampiamente svolto nei libri che trattano dell'elasticità dei corpi solidi (*), basta qui dare il risultato ottenuto nell'applicazione fatta ad un livello di precisione appartenente alla Rª Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri in

(*) Vedi Guidi C., loc. cit.

Torino. A calcoli fatti si ebbe per lo spostamento massimo del tubo oculare (centimetri 6) un abbassamento del centro del reticolo di millimetri 0,001 circa; il che è quanto dire che nel determinare la differenza di livello fra due punti A e B situati sopra un medesimo allineamento collo strumento, nell'ipotesi che B sia alla minima distanza, alla quale si può leggere distintamente col cannocchiale e che occorra uno spostamento di centimetri 6 del tubo oculare per leggere sulla stadia in A distante di metri 100 da B, l'errore dovuto all'abbassamento del tubo oculare influisce sulla determinazione della differenza di livello fra A e B di soli millimetri 0,28.

Questo valore è assolutamente inapprezzabile nelle pratiche osservazioni, ma non è totalmente trascurabile rispetto alla correzione dovuta alla refrazione atmosferica.

Negli strumenti di livellazione è bene avvertire che la dentiera nella quale ingrana il rocchetto che sposta il tubo oculare rispetto al tubo del cannocchiale conviene che sia situata LATERALMENTE al tubo dell'oculare anzichè sopra o sotto al tubo stesso, ed inoltre conviene che i denti siano a fianchi rettilinei, affinchè le pressioni che si trasmettono mutuamente questi denti giaciano sopra un piano orizzontale e siano dirette secondo l'asse del cannocchiale anzichè obliquamente.

Queste avvertenze, alle quali non badano sempre i costruttori, sono indispensabili per eliminare ogni causa di spostamento dell'asse ottico dalla sua posizione orizzontale.

È ben vero però che nella pratica della livellazione gli effetti di questo spostamento si eliminano strumentalmente applicando il metodo detto della *livellazione dal mezzo.*

Non è il caso di parlare dei metodi che si potrebbero seguire per eliminare l'effetto della flessione del cannocchiale nella correzione del circolo verticale degli usuali *tacheometri* e *cleps*, inquantochè l'errore che ne risulta è assolutamente ed in ogni caso trascurabile rispetto alla approssimazione che si ha dai loro circoli graduati.

L'Accademico Segretario

GIUSEPPE BASSO.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 10 Febbraio 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: PEYRON, CLARETTA, ROSSI, BOLLATI DI SAINT-PIERRE, PEZZI, COGNETTI DE MARTIIS, CIPOLLA e FERRERO Segretario.

Il Socio Segretario FERRERO presenta un opuscolo del Socio Corrispondente, marchese di NADAILLAC: " *La dernière élection municipale à Pompei* „ (Paris, 1895), e il volume I delle " *Poesie edite ed inedite di Francesco Morelli conte di Aramengo* „ (Asti, 1895), che il Cav. Nicola GABIANI, raccoglitore ed editore di esse, offre in dono alla Classe.

È data comunicazione del R. Decreto del 3 febbraio approvante l'elezione a Socii nazionali residenti dei signori Prof. Avv. Cav. Emilio BRUSA, Avv. Domenico PERRERO, Prof. Comm. Giuseppe ALLIEVO.

Il Socio CIPOLLA legge un lavoro del Prof. Agostino DUTTO intitolato: " *Se gli Astigiani e l'abate di S. Dalmazzo del Borgo ebbero parte nella fondazione di Cuneo* „.

Questo lavoro è pubblicato negli *Atti* accademici.

Il Socio COGNETTI DE MARTIIS presenta, per l'inserzione nelle *Memorie* accademiche, un lavoro del Dott. Pasquale JANNACONE, " *La recente inchiesta inglese sul lavoro* „. Ad esaminarlo ed a riferirne alla Classe, in una prossima adunanza, sono delegati il Socio presentante ed il Socio NANI.

LETTURE

Se gli Astigiani e l'abate di S. Dalmazzo del Borgo ebbero parte nella fondazione di Cuneo;

Nota di AGOSTINO DUTTO.

Nelle mie *Origini di Cuneo* (Saluzzo, 1891) aveva conchiuso che questa città sorse sotto gli auspizi di Asti e dell'abate di S. Dalmazzo del Borgo. Più tardi il Prof. G. Calligaris (1) suppose invece che quelli che vennero a costrurre la nuova terra, l'abbiano costrutta senza il loro aiuto e consiglio. Credo pregio dell'opera riesaminare minutamente quel fatto.

Sul finire del secolo XII, nel Piemonte superiore, guerreggiano tra loro i rappresentanti del feudalesimo e gli uomini di diverse terre desiderosi di emanciparsene. Scudo di costoro è specialmente Asti; dei feudatari, il marchese di Saluzzo, divenuto allora il più forte dei marchesi detti del Vasto. Dapprima quel Comune è in contesa col marchese per proteggere i suoi commerci e difendere i suoi diritti specialmente su Romanisio, Saluzzo e Castiglione; poi si fa protettore dei nuovi Comuni.

Infatti il 28 maggio 1191 Manfredi II, marchese di Saluzzo, si obbliga a non levare alcun pedaggio sugli Astesi, oltre l'antico e consueto, e di più cede loro la signoria di Saluzzo, Castiglione e Romanisio, i quali luoghi riceve poi da loro in feudo, pagandone i relativi tributi (*Cod. Astensis*, doc. 690 e 908). Riaccesa la guerra, il 22 dicembre 1192 (*C. A.*, 893) Asti si alleò coi signori di Montaldo, specialmente contro i marchesi di Monferrato, di Saluzzo e di Busca, i conti di Biandrate e gli Albesi. Nell'11 aprile 1193, nel trattato di pace tra Asti e il Monferrato, Asti fece pur pace coi partigiani del marchese di

(1) *Riv. stor. ital.*, VIII, 738 e segg.

Monferrato, tra i quali il marchese di Saluzzo (*C. A.*, 918). E ai 26 maggio appresso negli accampamenti degli Astigiani a Strepeto lungo la Varaita, in quel di Saluzzo, il marchese Manfredo giura fedeltà ad Asti, come vassallo al suo signore, per Saluzzo, Romanisio e Castiglione; il giorno dopo ne riceve l'investitura (*C. A.*, 691-2). Il 3 giugno arbitri a ciò delegati risolvono alcune controversie vertenti il fodro da pagarsi dal marchese in Asti; e agli 11, sua moglie Alasia rinuncia ad ogni suo diritto sovra i tre luoghi sovranominati (*C. A.*, 909, 693). Ai 21 dello stesso mese il podestà d'Asti, tuttora presso la Varaita, sotto la propria tenda, riceve la rinuncia di Manfredo alla fedeltà degli uomini e dei militi di Romanisio, e circa 250 giurano fedeltà ad Asti (*C. A.*, 701). Il 3 novembre 1196 Manfredi è presente alla vendita di Dogliani e di altre terre, fatta da Manfredi Lancia, marchese di Busca, al marchese di Monferrato, che era in lotta cogli Astigiani (*C. A.*, 53). L'11 febbraio 1197 Manfredi, marchese di Saluzzo, compare come uno degli arbitri per la pace tra Asti e il marchese di Monferrato (*C. A.*, 919). Il 30 ottobre 1197 Asti rinnova l'antica alleanza con Alessandria contro il marchese di Monferrato, il conte di Biandrate e chiunque movesse contro l'una di esse, e si riserva di non combattere gli uomini di Savigliano, che ci compariscono per la prima volta come corpo politico; ivi il marchese di Saluzzo è ancora riconosciuto da Asti come uno de' suoi aderenti. Il 6 dicembre il marchese ebbe in dono dal marchese di Monferrato la valle di Stura, come dissi in una Nota inserta in questi *Atti,* 24 dicembre 1893, ed il 13 del successivo aprile si costituisce cittadino d'Alba, pure alleata col marchese di Monferrato. Così la guerra tra Asti ed il marchese di Saluzzo, a non parlare degli altri guerreggianti, ricominciò di nuovo. Nel 1198, il 23 giugno, gli uomini di Cuneo costituiti da poco a Comune, ottengono la cittadinanza d'Asti (*C. A.*, 717); nel 1199, tra il marzo ed il dicembre, il marchese di Monferrato lagnasi dei danni arrecati dagli Astigiani in Caraglio, Vignolo, Bernezzo, Brusaporcello, Boves e Quaranta, nonchè dell'occupazione di Roccasparvera, luoghi che erano parte sotto il diretto e parte sotto l'indiretto dominio del marchese di Saluzzo (*C. A.*, 996). L'11 novembre 1200, facendosi pace tra il marchese di Saluzzo e il Comune di Cuneo, questo si riserba i propri giurati, fra cui gli Astigiani (doc. II).

Ai 7 d'agosto 1201 i consoli ed alcuni uomini di Romanisio promettono di fare quanto per loro si può, acciocchè Asti riscuota sugli uomini, che ivi ha il marchese di Saluzzo, il fodro e le albergherie altre volte stabilite (*C. A.*, 702 e 690). Il 9 luglio 1204 il podestà di Milano e i consoli di Piacenza prescrivono una sospensione di guerra, divenuta quasi generale in Piemonte (*C. A.*, 920). Ma non ebbe effetto; il 24 dello stesso mese Mondovì, sorto e costituitosi da poco a Comune, domanda ed ottiene la cittadinanza e la protezione d'Asti (*C. A.*, 715). Il 3 settembre dello stesso anno quasi tutti i feudatari del Piemonte, con a capo il marchese di Monferrato e di Saluzzo, fanno lega fra di loro e giurano di far aspra guerra ad Asti, Cuneo e Vico. Finalmente nel 1206 si ha una pace generale, obbligandosi il marchese di Saluzzo verso Asti di riconoscere tutti i diritti che questa aveva in Romanisio, Castiglione e Saluzzo, e di più ad osservare la pace fatta prima col Comune di Cuneo (*C. A.*, 910).

Tre Comuni nuovi ci appaiono adunque in questo periodo di tempo sotto l'egida del Comune d'Asti: Savigliano, Cuneo e Mondovì o meglio Monteregale, come quasi sempre trovasi scritto allora. Vediamo più particolarmente come gli Astigiani poterono favorire il nascere e lo svolgersi del Comune di Cuneo.

La prima volta che questa terra appare nella storia è in un documento del 23 giugno 1198 (*C. A.*, 717), per cui quei di Cuneo si rendono cittadini d'Asti prestando varii servigi e pagando il fodro. Questo documento costituisce per la storia di Cuneo il vero principio della sua esistenza politica, come dimostrammo altrove. Gli uomini, venuti ad abitare al Pizzo del Cuneo, come chiamossi allora quel luogo, mettendosi sotto la protezione degli Astigiani, cercano di assicurare il proprio avvenire, perchè il compenso che ne ottengono, consiste solo nella loro tutela. Ciò induce a credere che la preoccupazione maggiore di quei nuovi abitatori fosse quella di trovare un appoggio per rimanere nella villa nuova.

Ma si può domandare: Gli Astigiani avranno solo cominciato a proteggere i Cuneesi col 23 giugno 1198, oppure fin dalla fondazione di questo Comune? Se così fosse, perchè in questo atto non se ne fa cenno, benchè si possa scorgere da diverse espressioni, che gli uomini del Pizzo si erano raccolti

da poco ad abitare in quel luogo? Si può rispondere che negli strumenti si suole notare solo quanto è strettamente voluto dalle convenzioni che vi si fanno, tacendosi quello che non può modificare in qualche maniera i patti stabiliti. Quindi, ancorchè il documento non ne parli, si può sospettare che già prima gli Astigiani siano stati loro amici. L'atto potè essere stato fatto solo quando gli abitanti della nuova terra si credettero di avere oramai effettuato il loro disegno: allora pensando che dovevano provvedere in modo stabile al loro avvenire, giudicarono bene di regolare definitivamente con un trattato il loro stato, e di assicurarsi così contro i signori antichi.

Puossi pur chiedere, se, oltre agli Astigiani, abbia aiutato la fondazione di Cuneo l'abate di S. Dalmazzo, cui il sito della nuova villa doveva appartenere. Infatti si legge nel documento che gli uomini del Pizzo del Cuneo fecero quei patti col Comune d'Asti " consilio et consensu expresso abatis sancti Dalmacii ibi presentis ". Queste parole sono certo una clausola alla quale si voleva dare una considerazione speciale (1). Esse dicono che gli uomini del Pizzo dovevano essere legati all'abate da molti vincoli, e che egli, pur prendendo vivamente le loro parti, non dimostrava gran desiderio di sovrana signoria su di essi. Ciò spiegasi supponendo che gli uomini, venuti a fondar Cuneo, provenissero specialmente dalle terre del marchese di Saluzzo, come abbiamo dimostrato altrove; ora essi ribellandosi al marchese, dovevano poi difendersi contro di lui. L'abate prevedeva tutte queste cose, come certo le prevedevano pure i Cuneesi, e si pensò quindi a regolare la loro posizione con un trattato di alleanza con Asti (2). Tutto ciò ci lascia sospettare che quelli che convennero al Pizzo del Cuneo per fondarvi una nuova villa, non vi vennero già all'insaputa dell'abate, ma con il suo consenso.

---

(1) C. Merkel (*Arch. st. ital.*, dispensa I, 1892) alla frase qui citata dà un valore indeterminato; ma non prova che in questo luogo non si possa lasciarle il suo valore naturale.

(2) A proposito della data della fondazione di Cuneo, osservisi che se Cuneo fosse già esistita da molto tempo, come dipendente dall'abate, difficilmente questo, così tenace dei diritti del monastero, avrebbe lasciato, nonchè consigliato, che ora, senza compenso alcuno, quella terra passasse sotto Asti.

A meglio chiarire la relazione fra l'abate suddetto e il marchese di Saluzzo, giova il documento 9 maggio 1195, contenente i patti fra essi conchiusi circa le pretese dal marchese avanzate su Centallo (1). Enumeratisi i principali diritti che il monastero volle ritenersi, l'atto continua: " parimenti l'abate si ritenne che fosse in suo arbitrio che si stabilisse un gastaldo da cui fossero esatti i diritti del monastero e del marchese, e di più che fosse in sua volontà di poterlo respingere. Però quando questo fosse stato posto secondo il desiderio dell'abate, egli doveva giurare in presenza del marchese che difenderebbe e darebbe a lui tutti i suoi diritti su Centallo, descritti nello strumento „. Questi diritti sono: " 1° la metà del fodro del predetto luogo, dei placiti, dei banni, delle successioni delle cose mobili, dei pascoli e di tutte le cose che possono cadere nel diritto del padrone, all'infuori di quanto si ritenne l'abate; 2° due albergarie all'anno, una al tempo del fieno e l'altra al tempo delle erbe (ad altrettante aveva diritto l'abate) „. Dopo questo si legge: " il marchese deve ritenere dal monastero ciò che l'abate gli diede; se egli quindi non osserverà questi patti, o vi usurperà qualche diritto del monastero, oltre quanto gli fu concesso, e ciò non restituirà quaranta giorni dacchè la cosa fu nota, egli ed i suoi eredi non potranno valersi di dette convenzioni, anzi tutte le concessioni fattegli saranno nulle. Nè potrà il marchese chiamare in giudizio gli uomini del Borgo (" convenire burgenses „) per quanto gli devono, ma sarà di competenza del monastero tutto quello in cui gli sono tenuti. Di più il marchese promise che farebbe giurare i signori di Brusaporcello, se potrà, che essi mancherebbero a lui, nè in alcun modo gli gioverebbero, anzi gli sarebbero affatto contrarii, se il marchese non osservasse le sovradette convenzioni „.

A tanto accondiscese l'abate per non essere più seccato dal marchese, come si impara da questo passo: " l'altra metà abbia il marchese e se la tenga in pace, e d'ora innanzi faccia tutto ciò che vorrà senza contraddizione alcuna del marchese „; e inoltre, " perchè lo stesso marchese fosse tenuto a salvare

(1) MORIONDO, *Momumenta aquensia*, II, 543; MULETTI, *Memorie diplomatiche del marchesato di Saluzzo*, II, 118.

e difendere in buona fede i diritti del monastero in Centallo e nelle sue pertinenze „. Chi veniva a vantaggiarne era certo Manfredi, il quale vedeva ingranditi e assicurati i suoi vecchi diritti in Centallo. L'abate, ad assicurarsi ciò che gli restava, cercò di avere una garanzia nei signori di Brusaporcello. Oltre all'autorità che Manfredi poteva avere su di essi perchè appartenevano alla casa dei marchesi di Busca, che erano allora Manfredi I Lancia e Berengario suo fratello, parenti ed alleati al marchese di Saluzzo, questi doveva forse già avere l'alto dominio su Brusaporcello (1). Però le parole “ si poterit „ mettono al coperto Manfredi, al quale quell'obbligo veniva ad essere come una clausola di poca o nessuna importanza, mentre che all'abate potevano forse parere di non piccolo effetto, perchè, in caso di rottura con Manfredi, se i signori di Brusaporcello l'aiutavano contro il marchese, egli si trovava sicuro da una parte vicina al monastero (Brusaporcello si trovava ad un miglio ad est dal Borgo di S. Dalmazzo); laddove, se si fossero accostati al marchese, sarebbe stato stretto da più lati, e mal avrebbe potuto difendere i diritti, che il monastero, come vedremo, aveva pure in Brusaporcello.

---

(1) In un doc. del marzo 1180 (Cfr. Grassi, *Memorie istor. d. Chiesa Vescov. di Monteregale*, Torino, 1789, I, 146 segg.) trovo Anselmo di Brusaporcello, che dona alla chiesa di S. Maria della Carità di Pogliola, in quel di Morozzo, la qual chiesa si edificava allora per opera di alcune monache del monastero omonimo, fra cui havvi *Jordana mater Ansermi de Brusaporcello*. G. Della Chiesa (*M. H. P.*, *SS.*, III, *Cronaca di Saluzzo*, c. 885) attinge certo ad un doc. all'anno 1200, quando di Brusaporcello dice: “ qual loco el marchexe aueua acquistato quel anno medemo da Manfredo, henrigo et ansermo de signory dy Busca „. Questo doc. citato da Gioffredo spiega quello che pubblichiamo qui per la prima volta (n. III) nel quale è detto che “ dominus anselmus de brusaporcello „ vendette la metà della villa, del castello e del territorio di questo luogo al marchese di Saluzzo, Manfredi, la qual metà “ dominus anselmus confitebatur quod tenebat in feudum a domino mainfredo marchione „. Dunque prima del 1201 egli era feudatario del marchese di Saluzzo; dopo, vendendogli i suoi possessi, egli cessava, almeno per quel che gli vendeva, di essere tale. Forse l'altra metà di Brusaporcello sarà stata di Manfredo ed Enrico, ricordati da Gioffredo, i quali forse l'avranno ancora continuato a possedere, ma di essi non ho trovato altro ricordo.

Secondo un altro passo del documento, gli uomini di Borgo S. Dalmazzo, se avevano obblighi verso il marchese, riguardavano come loro maggior signore l'abate, il quale studiavasi di impedire che, a scapito del monastero, crescesse l'autorità del marchese. I diritti che Manfredi aveva sui Borgesi saranno forse stati quelli, che nel 1181 troviamo deffiniti tra lui e il vescovo d'Asti, in un documento, di cui ci conservò un sunto G. Della Chiesa (1). Quivi si legge che ritrovandosi il vescovo d'Asti, Guglielmo, e il marchese di Saluzzo, Manfredo, al Borgo di S. Dalmazzo, fecero patti e convenzioni cogli uomini del Borgo, per cui non dovevano più domandare loro il fodro; i Borgesi dovevano dar loro mille soldi di Genova, invece del fodro, e dieci lire per gli alloggiamenti, quando le richiedessero i detti signori. Di questa somma poi quelli della valle di Gesso dovevano pagare la terza parte (2).

I due documenti, 1181, 1195, accertano pertanto che l'abate del Borgo di S. Dalmazzo e il marchese di Saluzzo dovevano essere frequentemente in lite per i rispettivi diritti su Borgo, Centallo e Brusaporcello. Al 23 giugno 1198 l'abate era di nuovo in lotta col marchese, perchè nell'atto sovracitato del 1198 egli era amico degli Astigiani allora in guerracol marchese di Saluzzo. Del motivo della rottura i documenti tacciono, e solo possiamo fare qualche induzione.

Il 28 marzo 1196, Manfredi marchese di Saluzzo cambiò i

---

(1) *M. H. P. SS.*, III, *Cronaca di Saluzzo*, c. 885.

(2) Questo documento riceve luce da un altro del 1234 (Grassi, *loc. cit.*, II, doc. XVIII; Moriondo, *Mon. aquen.*, II. 563) ove si trova che gli uomini del Borgo di S. Dalmazzo dovevan pagare, *come già erano usi di far prima*, lire cinque al marchese di Saluzzo "pro albergaria ". Queste corrisponderebbero ancora alle lire 10 del nostro passo, perchè cinque di esse dovevano spettare al vescovo d'Asti e cinque al marchese. C'è una sola differenza: nel 1234 si parla solo degli uomini del Borgo che vennero a stare a Cuneo, mentre qui si tratta di tutti i Borgesi propriamente detti, perchè Cuneo non esisteva ancora. Si dovrà dire che quegli uomini passarono in Cuneo fin dal tempo della sua fondazione, o solo più tardi? Pare che ciò sia avvenuto, almeno nella massima parte, solo più tardi, cioè nel 1230, quando, come scrive il cronista anonimo piacentino contemporaneo (*Mon. Germaniae Historica*, *Script.*, XVIII, 450), molti gentiluomini del Borgo, di Savigliano e di altri luoghi, si rifugiarono in Cuneo.

suoi diritti sopra Solaro (" villa Soleriorum "), con quanto possedeva in Centallo Sigismondo di Centallo (Cfr. doc. I). Non è detto il motivo della permuta, nè si fa parola dell'abate, al quale forse ciò dispiacque.

Un altro fatto, certo doloroso per l'abate, fu la concessione fatta il 6 di dicembre 1197 dal marchese di Monferrato a Bonifacio figlio di Manfredi di Saluzzo, suo nipote, di tutta la valle di Stura con altri possessi vicini, in feudo nobile e paterno.

L'ambiente politico del Piemonte rischiarasi ricordando la guerra generale ricominciata tra il finire del 1197 e il cominciare del '98. Il 3 novembre 1196, Manfredi, marchese di Busca, cedette fra l'altro a Bonifacio, marchese di Monferrato, la sua parte del Castello di Loreto (*C. A.*, 53). Asti, che, come si sa (*C. A.*, 919), possedeva veramente quella parte di Loreto, di cui Manfredi era solo vassallo, si rivolse al castellano di Annone, e addì 11 febbraio 1197, obbedendo all'ordine dell'imperatore, presentaronsi innanzi al castellano, Bonifacio di Monferrato e gli otto consoli d'Asti. L'arbitrato fa supporre che gli Astigiani non avessero ancora prese le armi contro i loro nemici; ma non essendo quello riuscito, ne nacque certo la guerra, durante la quale fu fatto prigione Manfredi Lancia stesso, come risulta da un atto del 15 aprile 1198. Tale cattura seguì tra il 15 aprile 1198 e il 13 marzo 1197, perchè in tal giorno lo troviamo ancora in Alba a fare uno strumento coi suoi creditori (*C. A.*, 46); e così si ebbe la guerra. Uno dei campi ove si combattè allora fu il Piemonte superiore. Prova certa ne sono i guasti fatti dagli Astigiani alle ville cospicue di Caraglio, Bernezzo, Vignolo, Brusaporcello, Boves e Quaranta, nonchè l'occupazione di Roccasparvera; del che si lagna Bonifacio marchese di Monferrato in un documento che fu scritto tra i 28 marzo e il dicembre del 1199 (*C. A.*, 995), quando Roccasparvera era ancora tenuta dagli Astigiani. Può essere che l'occupazione e i guasti suddetti siano avvenuti dopo la prigionia di Manfredi Lancia, ma pare che si debbano riferire al principio del 1198. Infatti quel fermento di lotte, come dimostrammo altrove, si connette coll'origine di Cuneo, che ci appare ancora in formazione ai 23 giugno 1198, quando chiede ed ottiene la protezione e la cittadinanza d'Asti.

Lorenzo Bertano (1), dotto indagatore di cose Cuneesi, opina che i guasti arrecati a Quaranta, anzi la distruzione e scomparsa, secondo lui, di questa terra, sarebbe avvenuta dopo l'8 marzo 1198, perchè Gioffredo della Chiesa riassumendo un atto dice che esso fu fatto nella sala di Quaranta alla presenza della corte del marchese di Saluzzo (2), mentre in un altro dell'11 novembre 1200 (cfr. doc. II) pur fattosi ivi, si dice che fu steso " nei prati di San Benigno di Quaranta ".

A questi fatti reca nuova luce l'atto di pace, 1200, tra Cuneo e il marchese di Saluzzo. Ivi dell'abate si dice: " che se tra il marchese e l'abate del Borgo fosse guerra o discordia, o avesse in avvenire a nascere, gli uomini di Cuneo devono aiutare e difendere il predetto abate, e tutte le cose sue tra il Gesso e la Stura, sia a diritto come a torto; ma, quanto alle cose che esistessero al di là dei due fiumi, non devono aiutare l'abate contro il marchese, nè dargli consiglio od aiuto, se facesse torto od ingiuria al marchese; ma se il marchese facesse torto all'abate, essi devono aiutare l'abate contro il marchese " (3). I Cuneesi rimanevano avvinti all'abate di S. Dalmazzo.

Se il luogo ove Cuneo fu fondata spettava all'abate, dai suoi dominii (come da Quaranta e Brusaporcello) vennero molti coloni. E l'abate spinse ancor altri a togliersi dalla soggezione al marchese, suo avversario.

In un altro paragrafo di quell'atto parlasi ancora del marchese e dell'abate. Fatto cenno dei diritti pretesi sopra Quaranta dal marchese di Saluzzo, si soggiunge: " Ma perchè l'abate del Borgo, o alcun altro, col tacito consenso del marchese, non potesse vendicare a sè qualche diritto sugli uomini di lui (del marchese), egli non concede agli uomini di Quaranta e di Brusaporcello di

---

(1) Cfr. *Le cento città d'Italia.* Milano, Sonzogno, 25 maggio 1893 (Cuneo).

(2) *M. H. P., SS.*, III, *Cronaca di Saluzzo,* 88.

(3) Cfr. doc. II. Se il marchese di Saluzzo riconosceva così la prevalenza dell'abate tra i fiumi Gesso e Stura, è molto probabile che la sovra indicata donazione della valle di Stura al marchese di Saluzzo offendesse in qual modo gli interessi dell'abate in quella valle, benchè non consti che egli avesse diritti feudali proprio nella valle. Forse qui lo spazio tra i due fiumi deve limitarsi tra la loro confluenza e i piedi delle Alpi, benchè si sappia che l'alto dominio della valle del Gesso appartenne all'abazia.

stare in Cuneo (nec concedit nec confirmat); ma se essi vorranno starvi, non lo proibisce loro, " nec inde debet eis damnum querere vel inferre „; ma dovunque deve averli come uomini suoi „. Questo conferma che anche Brusaporcello, nel 1200, dipendeva in gran parte dal marchese di Saluzzo: prova poi che l'abate aveva in addietro diritti sugli uomini di Brusaporcello e di Quaranta, perchè vi si dice che egli poteva rivendicarli quando essi stessero in Cuneo: chiarisce infine il passo del doc. del 1195 che si riferisce ai signori di Brusaporcello. Adunque quelli di dette due ville, che erano passati a stare in Cuneo prima d'allora, non dipendendo quasi più dal marchese, potevano continuare a pagare all'abate i diritti per cui erangli tenuti quando stavano in Quaranta e Brusaporcello. Ma quelli che d'allora innanzi passassero a stare in Cuneo, dipendendo dal marchese, l'abate, perchè si trovavano in Cuneo, poteva dinuovo pretendere da loro gli antichi diritti, però solo col tacito consenso del marchese. Ciò significa che quegli essendo suoi uomini, l'abate non poteva loro imporre tributi nuovi, dovendo il loro signore proteggerli dovunque fossero. Manfredi voleva mettere così un ostacolo all'affluire di nuovi abitanti in Cuneo; tuttavia se all'abate non piaceva aggravare di balzelli i nuovi venuti, gli abitanti delle due ville potevano andare a stare a Cuneo secondo la clausola contenuta nello stesso atto, per cui i Cuneesi potevano ricevere ad abitatori della loro terra, uomini del marchese, che non fossero posti nel suo *saimentum* o vi venissero *pro comuni ville,* cioè per far parte del nuovo Comune (1).

Quanto alla relazione tra gli Astigiani, i Cuneesi e il marchese di Saluzzo, il documento nostro dice: " Preterea predicti homines Cunei, debent adiuvare ac defendere Astenses, et res eorum omnes ubicumque sint siue iure uel non iure, sed non debent salire in terram marchionis cum eis, si marchio Astensibus tortum uel iniuriam non faceret. Preterea si aliquis de iuratis cunei, tortum vel iniuriam faceret marchioni, et ipse ad eos querimoniam faceret, debent inde dominum marchionem postea adiuvare „.

Riepilogando: 1° l'abate di S. Dalmazzo si trovò di nuovo in lotta con il marchese di Saluzzo tra il 1198 e 1200; 2° in

(1) Cfr. doc. II e IV e la nota al doc. IV relativa alla parola *saisimentum*.

questo tempo egli appare fautore degli Astigiani, che per altri motivi erano già in guerra col marchese medesimo; 3° gli Astigiani, forse per invito dell'abate, guerreggiarono nel Piemonte superiore, e devastarono nel 1198 sei luoghi cospicui, non lungi da Cuneo, occupando Roccasparvera che tenevano ancora nel 1199; 4° gli uomini che nel 1199 costruirono Cuneo, fuggendo dalle terre del marchese di Saluzzo, si misero sotto la protezione d'Asti nel 1198; ed ancora nel 1200, pur riconoscendo di avere obblighi verso il marchese, riguardavano per loro principale signore l'abate e per alleati gli Astigiani; 5° le terre dell'abate, non essendo libere, nè l'abate essendo neutrale in quella guerra tra gli Astigiani e il marchese di Saluzzo, è probabile che la fondazione di Cuneo sia avvenuta col consenso dell'abate.

II. Non troveremo l'abate di S. Dalmazzo in altri documenti a noi interessanti, fino al 1234 (1). Gli Astigiani e i Cuneesi ricorrono invece soventi anche prima. Già dicemmo come nel 1202 podestà a Cuneo era un astigiano; e come nel 1204 Asti, Cuneo e Vico avversassero una lega di feudatari piemontesi. Più importa il passo che riflette Cuneo nella pace del 1206 tra Asti e il marchese di Saluzzo: " Item homines de Aste non debent facere aliquem locum novum a Brayda superius et a Stoarda superius secundum vadit Santena usque ad collem de argenteria, nec dare forciam nec virtutem nec consilium nec auxilium ut fiat " (*C. A.*, 910). Questa clausola si spiega pensando che durante il periodo della guerra (1191-1206) sorsero, per l'appoggio d'Asti, uno o più luoghi nuovi, a danno del marchese: e terre che allora vennero edificate, sarebbero Cuneo, Mondovì e Costigliole d'Asti, a non parlare della costituzione a Comune di Savigliano. Quanto a Mondovì, benchè manchi ancora uno studio critico sulle sue origini,

(1) Cfr. Moriondo, II, 563. In un atto di quell'anno facendosi pace tra Monteregale, Savigliano, Cuneo e l'abate di S. Dalmazzo da una parte e il vescovo d'Asti e i principali feudatari del Piemonte dall'altra, si stabilisce fra le altre cose che i signori, dai quali una volta dipendevano gli uomini recatisi poscia ad abitare Cuneo, S. Dalmazzo, Monteregale e Savigliano, potessero esigere da tali uomini gli stessi diritti, pedaggi, ecc. che già godevano prima dell'*edificazione di Cuneo e Monteregale*. Come vedesi, l'abate trovavasi anche allora dalla parte dei nuovi Comuni.

tuttavia dai buoni lavori del Grassi e del Lobera, che poggiarono i loro argomenti su documenti (1), si può essere sicuri che anche questa nuova terra non può fare risalire la sua fondazione molto oltre il 1198, nel qual anno il vescovo d'Asti, che aveva giurisdizione sugli uomini dell'antica Vico, da cui provenne la massima parte degli abitatori del nuovo luogo, fa lega col marchese di Ceva, Guglielmo, per far guerra ad oltranza contro gli uomini del Monte (2) " usque dum illi de Monte satisfecerint, et concordati fuerint mandato et voluntate domini Bonifacii Astensium episcopi ". La fondazione di Mondovì sarebbe pertanto probabilmente una defezione degli uomini di Vico e di altre ville al Vescovo d'Asti. Nel 1200 trovasi che era potestà di Monteregale un dominus Anselmus Potestas Mallis (Grassi, II, 14). Agli Astesi unisconsi poi quelli di Monteregale nel 1204, 24 giugno (*C. A.*, 715; Grassi, I, VI, ha 15 maggio); poco dopo sono ancora compresi con Cuneo e Asti nella guerra contro i più grandi feudatarii piemontesi. Nel 1210, 7 agosto, gli uomini di Monregale stabiliscono che cinque uomini ricerchino gli usi, i redditi e le consuetudini del Vescovo d'Asti in Vico, tanto in favore del Vescovo, quanto del Comune e di ciascun uomo di Vico; e il 17 agosto dello stesso anno queste consuetudini e diritti vennero estesi in un documento, ove il Comune di Monteregale è diviso nei terzieri di Vico, Valle e Carassone. Nello stesso anno, 18 ottobre, i Monregalesi pattuirono nuove convenzioni col vescovo d'Asti, risguardanti specialmente la Podestaria e lo stipendio del Podestà. Il giorno seguente, riservandosi la fedeltà dell'imperatore e del vescovo d'Asti, fanno alleanza col marchese di Saluzzo Manfredi (3), e il 20 ottobre il consiglio di Monteregale l'approva. In essa è detto che si perdonano le offese fatte dal marchese al Comune durante la guerra contro il Comune e che gli uomini del Comune e delle sue ville gli giureranno fedeltà ed osserveranno i patti stabiliti

(1) In appendice al 1° vol. del Grassi, fu pubblicata da lui stesso una memoria del Lobera sull'origine di Mondovì.

(2) Grassi, *Memorie istoriche della Chiesa vescovile di Monregale*. Torino, 1789, vol. II, doc. 13, estratto dall'Archivio di Ceva di S. Michele. Nei suoi principii Mondovì appare molte volte col solo nome di Monte, ma più frequentemente con quello di Monteregale.

(3) Grassi, *Op. cit.*, II, doc. X e XI.

nello strumento, fra i quali vi è quello " quod homines montis siue Commune non recipiet aliquem hominem, uel homines Marchionis ad habitandum in monte, uel in eius castris uel villis, quos habet, vel est habiturus ". Non si può decidere di qual guerra qui si parli, probabilmente di quella del 1204. Può darsi che solo nel 1210, volendo essi accostarsi al marchese di Saluzzo, questi, in suo favore, abbia ottenuto da loro il condono dei danni fatti loro in tempo di guerra. Avvertasi poi che gli Astigiani, prima protettori di Monregale, ora non lo sono più, perchè nel documento citato non sono più fra i giurati di quel Comune. L'origine di Monteregale fu testè oggetto agli studi del ch. colonnello E. Morozzo Della Rocca (1), il quale crede che questa città, al pari che Cuneo e Savigliano, sorgessero tra il 1168 e il 1176; ma non azzarda di stabilire con precisione maggiore la data della erezione, nè corrobora la sua opinione con prove tratte da documenti.

Di Costigliole d'Asti sappiamo poco. C. Merkel (2), parlando di Costigliole d'Asti, a proposito della cittadinanza che il 23 luglio 1198 i suoi abitanti giurarono ad Asti, soggiunge che quella villa venne costrutta poco prima dagli Astigiani presso quella di Loreto loro tolta per ribellione di Manfredi Lancia. Egli non cita la sua fonte, che probabilmente è da cercarsi nei doc. 93 e 95 del *Codex Astensis,* da lui per altri scopi citati. Ma anche posto che gli Astigiani abbiano aiutato il passaggio di questi uomini a Costigliole, non pare che Manfredi, marchese di Saluzzo, dovesse aversela molto a male, perchè questo luogo si trova molto lungi dai possessi del marchesato saluzzese; piuttosto avrebbero dovuto protestare Manfredi Lancia ed il marchese di Monferrato.

Il paragrafo su riferito in ordine all'edificazione dei luoghi nuovi deve pertanto chiamare la nostra attenzione su località più vicine ai principali dominii del marchese di Saluzzo. E questa circostanza ci è pur suggerita da alcune parole del passo medesimo, ove la linea d'influenza d'Asti tracciata dal torrente Santena sino a Stoarda, e quindi fino a Bra, donde riscontrando

---

(1) *Le storie dell'antica città del Monteregale,* Mondovì, Fracchia, 1894, p. 300 e 341-2.

(2) *Manfredi I e II Lancia,* p. 34.

vicino la Stura, si prolungava fino al colle Argentera, indica palesemente che i luoghi o il luogo sorto era lungo questo limite. Qui s'incontra soltanto Cuneo della cui fondazione poteva preoccuparsi il marchese, e prenderne motivo a diffidare degli Astigiani (1). Ma un'altra circostanza ci dimostra ancora maggiormente che il marchese di Saluzzo in quelle parole voleva riferirsi specialmente a Cuneo. Subito dopo il passo sovracitato, si continua, prescrivendo che, se Manfredi si lagnasse dei Cuneesi, per patti non eseguiti, o viceversa, " potestas, vel consules in Aste per tempora existentes pro comuni debent hoc cognoscere et definire et dicere ut restituatur damnum illi cui cognoverint illam pacem fuisse fractam ", e ciò entro 40 giorni dalla querela: " Et si illi de Cuneo vel dictus marchio nollent vel nollet restituere damnum infra prefatum terminem, secundum quod a potestate vel consulibus de Aste esset cognitum definitum et dictum, homines de Aste debent illi, qui hoc facere nolet, deficere ". Un qualche nesso ci deve essere tra il punto esaminato sopra, e il riferito qui. Il documento può dividersi in due parti: *a*) regolazione de' rapporti tra il Comune d'Asti e il marchese di Saluzzo intorno ai diritti del Comune su Saluzzo, Romanisio e Castiglione, per i quali si era già venuti a convenzioni fin dal 1191 e 1193; *b*) il marchese vuole diminuire o almeno circoscrivere, per quanto può, l'influenza astigiana nel Piemonte

(1) A primo aspetto, si potrebbe pensare pure a Savigliano, che nel 1197 troviamo pure amico ad Asti e costituito oramai a Comune. Jacopo d'Acqui a riguardo di Savigliano ha questo luogo: " quidam rustici in unum congregati contra marchiones Saluciarum faciunt terram quae dicitur savillianum, quod est idem quod sapiens villanus, qui sunt de servitute marchionum cupientes venire in libertatem " (*M. H. P.*, *Script.*, III, 1568). Il cronista colloca quest'avvenimento sotto l'impero di Enrico VI, che, errando, fa morire nel 1171, anzichè nel 1197. Può essere che egli abbia raccolto in quelle parole un fatto che ha in fondo qualche cosa di vero, ma, così come lo narra, è errato. Savigliano esisteva già da molto tempo prima, ma è sempre ricordato come *locus* o *villa* e non mai come *Comune* (Cfr. Turletti, *Storia di Savigliano*, vol. VI). Forse solo verso il fine del sec. XII esso si costituì a Comune, accogliendo anche uomini di terre vicine dipendenti dal marchese di Saluzzo. Il Turletti, senza prova, lo dice costituito a Comune molto tempo innanzi. Ma la clausola del trattato di pace tra il marchese di Saluzzo e gli Astigiani non poteva riferirsi a Savigliano, specialmente perchè quivi trattasi chiaramente della fondazione di *luoghi nuovi*.

superiore; e siccome nell'ultima fase della guerra Asti dovette aver avuto parte nella fondazione di Cuneo, così Manfredi nelle condizioni di pace fa inserire quel paragrafo, che vieta agli Astigiani di più ingerirsi nell'edificazione di luoghi nuovi entro i sopradetti limiti. L'ultima parte dell'atto riflette pertanto la politica d'Asti nel Piemonte superiore contro il marchese di Saluzzo, frutto della quale fu la fondazione e costituzione del potente Comune cuneese. Quivi Manfredi si mostra preoccupato specialmente: di possibilità che altri nuovi luoghi venissero in avvenire a sorgere ai confini del suo dominio, come già era avvenuto di Cuneo; e di regolare in modo chiaro i rapporti tra lui e il nuovo Comune di Cuneo.

Se adunque gli Astigiani ebbero parte nella fondazione di Cuneo, non è facile definire la natura della loro partecipazione. Il passo, esaminato sopra, contempla diversi casi, e cioè: 1° che gli Astigiani non potessero costrurre un luogo nuovo; 2° che non dessero *forza, virtù, consiglio* od *aiuto* perchè ciò avvenisse. Potè quindi benissimo essere accaduto che l'iniziativa sia partita dagli uomini di terre vicine, anche ordendovi una specie di congiura, come ricorda la tradizione raccolta dal cronista di Cuneo. Costoro avrebbero manifestato il loro disegno all'abate, signore del luogo; questi l'avrebbe comunicato agli Astigiani, che erano venuti in questi luoghi per sostenerlo contro il marchese e così d'accordo, l'avrebbero aiutato a mandarlo ad effetto. Ma potrebbe pur darsi che l'abate e gli Astigiani ve li abbiano consigliati prestando loro soccorso. Di certo adunque dal nostro studio pare che risulti solo che l'abate e gli Astigiani appoggiarono la fondazione di Cuneo, ammettendosi solo come possibile che ne abbiano avuto essi stessi la prima idea ed abbiano quindi dato il primo impulso a quell'importante fatto.

Documenti.

I.

1196, 28 marzo, presso Lagnasco. Permuta di beni tra Manfredi marchese di Saluzzo e Sigismondo di Centallo (Archivio di Stato di Torino, Prov. di Cuneo, mazzo 5°, n. 2) (1).

---

(1) Nell'Archivio suddetto si hanno due esemplari di quest'atto, l'originale che servì alla presente edizione, ed una copia autentica del 1320.

(S. T.) Anno dominice Nativitatis. mclXXXXVI. Indicione XIIII. Quinto Kl. Aprilis Sigismondus de centallo dedit Domino Mainfredo marchioni de Saluciis omnia quecunque habebat in centallo tam in castro quam in uilla quamque eius pertinenciis. tam in hominibus quam in sediminibus. et in terris cultis et incultis. in pratis. pascuis. nemoribus. aquis. uenacionibus. piscacionibus. et in omnibus omnino que ad ipsum Sigismondum in predicto loco et eius iurisdicione quocunque modo usque nunc uisa sunt spectare iuste uel iniuste nulla retencione facta. Et eorum omnium ipse Sigismondus iamdictum marchionem in possessionem ire iussit. Talimodo ut ipse marchio et eius heredes aut cui dederit exinde a modo libere et in alodio cum omni contito et iurisdicione pleno iure et cum omni integritate quicquid uoluerit faciat, sine omni contradictione predicti Sigismondi et eius heredum et successorum omnium. Ad invicem iamdictus Marchio omnia iura si qua habebat in castro et uilla Soleriorium et eius pertinenciis iamdicto Sigismondo. Ipsumque Sigismondum in possessionem ire iussit. Talimodo ut ipse et eius heredes aut cui dederit exin[de] a modo (1) quicquid uoluerit faciat. sine omni contradictione predicti marchionis et eius heredum. Preterea tam predictus Marchio quam Sigismondus iurauerunt omnia predicta firma omni tempore per se suosque heredes bona fide tenere et obseruare, ita quod nulla iuris occasione se amodo (2) ad inuicem de his que supradicta sunt molestabunt per se aut suos heredes aut per aliquam aliam interpositam personam. Actum est hoc in pratis luagnasii feliciter. Ubi fuerunt uocati rogati testes dominus Vilielmus de lucerna. dominus bonefacius de braide. vuilielmus henganna. Gunfredus de nouello. Bonefacius de cortandono. Ruffinus de summaripa. ardicio de reuiglasco (3). Petrus Constantius. henricus de lomello. Anselmus de leuexis. Ogerus Cunradengus.

Delfino Muletti da un *Indice di scritture esistenti a Grenoble formato dal sig. Montagnini, colà spedito dalla nostra corte: articolo Centallo,* ci dà notizia che al tempo del Montagnini esso esisteva a Grenoble, ma i documenti furono di là trasportati al R. Archivio di Torino dopo il trattato di Torino (1760), ratificato a Versailles 10 luglio 1760. Noi non lo ritrovammo quando compilammo il primo studio sulla fondazione di Cuneo, e ci giovammo solo del sunto del cronista di Saluzzo (D. Muletti, *Memorie diplomatiche,* ecc., II, 122). L'atto, a tergo, ha in francese, e di scrittura moderna, un riassunto del contenuto.

(1) Nella copia: *exinde amodo.*

(2) Nella copia manca la parola *amodo.*

(3) Costui nel seguente documento del 1200 chiamasi: *arducio de re uillasco.*

Ego Raimondus dictus iudex qui et notarius interfui et rogatus scripsi (1).

II.

1200, 11 novembre, nei prati di S. Benigno di Quaranta. Patti e convenzioni tra il marchese di Saluzzo Manfredi, e il Comune di Cuneo (Archivio di Stato di Torino, prov. di Cuneo, Mazzo I, Cartella I) (2).

(S. T.) (III:) Anno. dnice incar: Mitto: ducentesimo: tercio idus nouembris: indicione tercia: || in eorum presencia quorum nomina subter leguntur talia pacta et conuenciones fuerunt facta et facte inter dominum mainfredum marchionem de Saluciis. et commune cunei. uidelicet quod homines de caranta. debent facere talem fidelitatem domino mainfredo marchioni et heredibus suis. qualem soliti sunt facere predicto. M(anfredo) et heredibus suis. et patri suo. et omnes debitos reditus quos habebat in caranta. sicuti sunt debita. et fita. et decime. pedagium et albergarie. debent dare marchioni et heredibus suis. De fodro autem et bannis. et successionibus et exquaitis. que casu fortuito eueniunt dominis. et marchio capiebat in caranta. debent duo homines ex parte marchionis. et duo de caranta iurare supra sancta dei euangelia. se bona fide et sine fraude. extimaturos inter marchionem et homines de caranta. et quod isti quatuor pro predictis exquaitis decreuerint dandum marchioni ab hominibus carante! hoc uno quoque anno prefato marchioni et heredibus suis dari debet. Pro his igitur que homines de caranta debent facere marchioni et heredibus suis. promisit dominus marchio. ipsos et res eorum omnes sicuti suorum hominum ubicumque sint! saluare custodire atque defendere ab omni homine pro posse suo. Verum ne abbas de burgo, uel aliquis alius. tacito consensu marchionis. posset in eius hominibus. aliquod ius sib(i) abinde uendicare. dominus marchio homines carante. et brusaporcelli. stare in cuneo! nec concedit nec confirmat. et si

---

(1) Nell'atto del 1195 su vertenze tra l'abate di S. Dalmazzo e il marchese di Saluzzo (Muletti, II, 118; Moriondo, *Mon. Aquensia*, p. 2ª, col. 543), redatto da questo stesso notaio, incontrasi: *Ruffino de Summaripa.*

(2) Il Muletti (*loc. cit.*, vol. II, p. 129) pubblicò quest'atto da una copia lacunosa ed errata comunicatagli dal padre Clemente Vittorio Doglio dei Minori Osservanti di Mondovì; G. Della Chiesa lo ricorda (*loc. cit.*, c. 885) in modo brevissimo e in parte errato.

stare uoluerint! non prohibet. nec inde debet eis dapnum querere. uel inferre. set ubique eos pro suis hominibus tenere | et habere. Hec de hominibus carante. Alii autem omnes homines cunei. ipsum marchionem et res suas omnes. adiuuare saluare ac defendere promiserunt. qui insuper omnes sua bona et spontanea uoluntate. et libero arbitrio. concesserunt et dare promiserunt domino mainfredo marchioni et heredibus suis. annuatim unum sextarium grani. pro una quaque celloria. uel aratro. que uel quod! a sturia uerssus salucias laboraret. Insuper exercitus et hostem. itinera. caualcatas. et succursus. homines cunei predicto marchioni et heredibus suis facere debent. Item predicti homines cunei. non debent recipere duos homines. uel tres. uel quatuor. uel deinceps predicti marchionis uel heredum suorum. quasi pro comuni uille; nec aliquem in suo sasimento positum. Set si aliquis de suis hominibus. non pro comuni uille. non in sasimento positum. cum mobilibus suis relicta terra uelit recedere! ipsum possunt recipere cunienses. Pro his igitur que debent facere homines cunei marchioni. fecit predictus marchio pacem cum hominibus cunei. et cum eorum iuratis. et cum eorum adiutoribus. et promisit homines cunei. et res eorum omnes ubicumque essent! saluare custodire atque defendere pro posse suo. et eos ab omni homine adiuuare. salua fidelitate imperatoris! et omnium dominorum suorum. Preterea hec inter eos et marchionem actum est! ut si inter marchionem et abbatem de burgo. guerra uel discordia esset. uel abinde oriretur homines cunei! debent adiuuare ac defendere predictum abbatem. et res eius omnes. inter gecium et sturiam. siue iure siue non iure. de his autem que essent extra gecium. et sturiam. non debent ipsum abbatem adiuuare contra marchionem. nec consilium nec auxilium dare illi. si tortum uel iniuriam faceret marchioni. Sed si marchio tortum uel iniuriam faceret abbati! homines cunei debent ipsum abbatem contra marchionem adiuuare. Preterea predicti homines cunei. debent adiuuare ac defendere astenses. et res eorum [eorum] omnes ubicumque sint iure uel non iure. sed non debent salire in terram marchionis cum eis. si marchio! astensibus tortum uel iniuriam non faceret. Preterea si aliquis de iuratis cunei. tortum uel iniuriam faceret marchioni. et ipse ad eos querimoniam faceret. debent inde dominum marchionem postea adiuuare. hec autem omnia iurauerunt super sancta dei euangelia tam dominus marchio. quam comune cunei. inter se. per se heredesque suos. firma tenere in perpetuum. Actum est hoc in pratis sancti benigni de caranta. per manus quatuor consulum cunei. scilicet uilielmi guecii. anselmi collapan. henricus guastaldi. uilielmi maniue. stipulacione subnixa hinc hinde. Testes ✠. dominus buuasius. dominus anselmus de vignolo. dominus arducio de reuillasco. Vilielmus con

stancia. henricus de rufa (1)oto de ceruignasco. Iacobus palonus. Bartholomeus de uiuerio. Vilielmus de rufa. Anfossus fronter.

Et ego hoto sacri palacii notarius. et iudex dictus. uoluntate et precepto consocii mei uilielmi notarii rogatu marchionis et comunis cunei! instrumentum istud per a. b. c. divisum. (2) inde composui. Feliciter (3).

---

(1) Fu forse lasciato il vuoto per un teste che doveva pure trovarsi e poi non fu presente.

(2) Al margine superiore si vedono le metà inferiori delle prime tredici lettere dell'alfabeto maiuscolo A—N. Le metà superiori di queste lettere rimasero naturalmente al margine inferiore dell'atto duplicato.

(3) Il cronista saluzzese, come dicemmo, conobbe il nostro documento (cfr. *Le origini di Cuneo*, 54), ma lo ricordò erroneamente. Ecco ora le sue parole: " Nel 1200 essendo stata la guerra dal marchexe al conte di Savoia. per la quale il conte hauia tolto qualche cossa al marchexe se conduceno a fare una pace in questa forma. che ly hominy dy quaranta debano fare la fidelità al marchexe come erano solity per inanty ad esso proprio et ancho a suo padre. fu ancho fatto il simile dy brusaporcello qual loco el marchexe hauia aquistato quelo anno medesmo da manfredo henrico et ansermo de signory de buscha " (*M. H. P.*, *Script.*, III, c. 885). Qui l'allusione al documento è evidente, ma il conte di Savoia c'entra per nulla. — C. Manfroni, studiando le primitive relazioni tra il conte di Savoia e il marchese di Saluzzo (*Rendiconti dell'Accademia dei Lincei*, 1885, p. 361 e segg.), con buone ragioni cerca di negare che abbiano potuto esistere inimicizie tra Manfredi II e Tommaso I prima del 1200. Ma venendo al surriferito luogo di Gioffredo, benchè avrebbe già potuto giovarsi di una nota fatta a proposito dal Muletti (vol. II, p. 129 e segg.) nonchè del doc. stesso da lui pubblicato, si limita a dire: " quantunque Gioffredo parli di una guerra avvenuta nel 1200, deve essere stata cosa di ben poco momento, perchè neppure le cronache di Savoia ne parlano ". Ora il nostro documento toglie ogni autorità al passo del cronista di Saluzzo, che sembrava voler appoggiare quella guerra ad un documento. Resta ancora a spiegarsi come mai il cronista si prese tanta libertà di modificare così un fatto storico. Dovremmo dire che questo fu solo un errore materiale e che egli non lo fece apposta? Questa opinione pare inammissibile perchè il doc. del 1200, che egli doveva avere tra mani, è pur così chiaro da rendere imperdonabile al cronista il suo silenzio sulla parte che vi ha il Comune di Cuneo e l'abate di S. Dalmazzo. Una grave accusa d'infedeltà viene qui a pesare sulla coscienza di Gioffredo. Già dissi (*loc. cit.*, 54) che egli si vuol mostrare poco informato della primitiva storia di Cuneo e della sua grande relazione col marchesato di Saluzzo. Due soli documenti egli ricorda a proposito del nuovo Comune, il sovraindicato, e quello del 1206

III.

1201, 9 dicembre. Vendita della metà del castello, villa e territorio di Brusaporcello dal signor Anselmo di Brusaporcello a Manfredi marchese di Saluzzo (Archivio di Stato di Torino, Prov. di Saluzzo, mazzo II, n. I).

(S. T.).

anno dmec incar; ontto; ducntcfimo pmo; quinto idus decembris indicione. IIII. In eorum presencia. quorum nomina subtus leguntur. dominus anselmus de brusaporcello uendidit concessit. et alienauit. ita libere. sicut liberius potuit. domino mainfredo. S. marchioni de Saluciis. filio domini mainfredi marchionis (1) itidem de Saluciis. medietatem castelli brusaporcelli. et uille. et territorij. intus et exterius eiusdem. omnes acciones. et iura omnia ad ipsum ad (*sic*) anselmum pertinentes ac pertinencia. quascumque acciones et iura. habebat uel habere poterat. in mobilibus et in inmobilibus rebus. ita ut predictus dominus mainfredus ab ea die in antea. haberet. teneret. et

---

(vedi sotto, doc. IV), ambedue in modo confuso. Egli vuol darsi ragione, perchè il marchese con quell'atto proibisce agli uomini suoi, e specialmente a quelli di Romanisio, di Centallo, di Villa, di Costigliole, di abitare in Cuneo, e soggiunge: " nel 1206 pare che il marchexe auesse per inimico conio, che lo tegnissa overo se si loro si tegnissero da loro stessi non si trova ", quindi riassume il documento (*M. H. P.*, *Script.*, III, c. 881). Avendo conosciuto il documento del 1200, questo dubbio non avrebbe dovuto averlo. Nè fu in ciò solo negligente, poichè sorvolò intieramente sulla guerra del marchese con gli Astigiani dal 1191 al 1206 e sui patti seguitine. In due luoghi soli egli ne parla, ma non già perchè vi fosse pure coinvolto il marchese di Saluzzo, ma solo come esistente tra il marchese di Monferrato e gli Astigiani. Alcune sue parole (c. 882) sui fatti del 1191 e del 1206 (c. 886) pare dipendano da Oggerio Alfieri, ma sembra impossibile che lo scrittore saluzzese, che conobbe tanti atti del suo marchesato, non abbia potuto aver notizia di alcuno di quelli, fatti tra il marchese di Saluzzo e il comune d'Asti nel 1191, 1193 e 1206, per cui, fra altre cose, Manfredo riconobbe in feudo da Asti i luoghi di Romanisio, Saluzzo stesso e Castiglione. Chi vuol vedere a quali contraffazioni sia andato soggetto il passo di Gioffredo, riguardante l'atto 1200, legga G. Meyranesio, *Storia di Cuneo*, ms. nella bibliot. di Sua Maestà a Torino.

(1) Dapprima l'amanuense aveva scritto: " marchionis marinfredi ", che poi corresse.

posideret. ipse et heredes eius. quicquid predictus anselmus habebat in (1) brusaporcello. tam in castello. quam in villa et in territorio et in eius pertinciis (*sic*). a cello! usque in abyssum. et intus et exterius. siue intra. siue in hominibus. siue in nemoribus. siue in pacuis (*sic*) et in riuis. siue in aquis. in terra culta. et inculta. siue in aliis quibuscumque rebus sub celo existentibus. Pro hac autem uendicione confessus est dominus anselmus se accepisse ducentas libras bonorum ianuinorum monete. a predicto domino mainfredo marchione. et actum est inter eos. quod si dominus mainfredus aliquid de suo poneret. in redempcione alicuius pignoris huius vendicionis! id computaretur in precio huius vendicionis super ducentas libras. et si predicta empcio minus dimidia iusti precij emeretur. dominus ancelmus! (2) fecit domino mainfredo de superfluo donacionem. et heredibus suis., hanc castelli medietatem confitebatur dominus anselmus! quod tenebat in feudum a domino mainfredo marchione cum omnibus pertinenciis suis., Hec autem omnia iurauit dominus anselmus de brusaporcello. per se heredesque suos. domino mainfredo et heredibus suis in perpetuum ut supradictum est obseruare., Actum est hoc in castello de Salucijs. domino anselmo exeunte de possessione! et iubente dominum mainfredum intrare omnium venditarum rerum possessionem.

Signa testium rogatorum ++++ ++++ +++

Dominus uilielmus mussus de reuello. Dominus ubertus. Dominus uilielmus pilosus. Dominus Henricus de dratta. et dominus auricus. Jacobus palon. Dominus arducio de reuilasco. Dominus uilielmus constancia. Henricus de rufa. Vilielmus tranpinus. Dominus anselmus parella.

Et ego hoto iudex dictus. (*sic*) et sacri palacij! his interfui. uidi. et audiui. et rogatus ab utraque parte. scripsi Fe-li-ci-ter (3).

IV.

1206, 17 giugno, Romanisio. Manfredi, marchese di Saluzzo, proibisce agli uomini suoi, ma specialmente a quelli di Roma-

(1) Dapprima l'amanuense scrisse: " in in ", e poi corresse.

(2) Dapprima l'amanuense scrisse: " ancellmus ", e poi corresse in: " ancelmus ".

(3) Originale o copia contemporanea. Questo documento mi fu trascritto dal prof. C. Cipolla.

nisio, Centallo, Villa e Costigliole, di abitare in Cuneo (Archivio di Stato di Torino, Prov. di Cuneo, mazzo 5°, doc. 3) (1).

(S. T.). Anno domini nostri Jesu Christi. m.° cc.° VI°. Indicione. IX^a. quinto decimo. Kl. Iuli. In presentia domini Lantelmi de landriano potestatis de Aste. Cartam saisimenti fecit fieri dominus mainfredus marchio de Salucijs. in presentia plurimorum aliorum nobilium uirorum subtus scriptorum (2) quod saisimentum fecit super omnes suos homines de romanisio et de centallo. de villa. de custilloliis. et super omnes homines quos in aliquo alio loco habebat. ponendo in saisimentum omnes eorum possessiones. tam in personis quam in rebus. omnium uidelicet hominum suorum qui sine sua uoluntate Cuneum habitarent. Actum est hoc in romanisio in ecclesia maiori canonice. Testes interfuerunt rogati. Dominus Willielmus saluaticus. Dominus petrus de Araz. Dominus petrus curteis. Dominus petrus calcagnus. Dominus henricus soldanus. Dominus iacobus de uiuerio. Dominus Anselmus calcagnus. dominus bonius de sancto Sistro. dominus mainfredus de drua. Dominus conradus de drua. dominus henricus de drua. Dominus Auricus de drua. et ambo sui fratres. Dominus Robaudus Werra. dominus nicolaus de sancto iohanne. dominus Willielmus de uineis et quam plures alii. tam de Aste quam de romanisio ⁂ ⁂ ⁂.

Et ego Gilibertus notarius sacri palacij interfui. Rogatus a marchione cartam composui. scripsi. et tradidi (3).

---

(1) Questo documento, che trascrivo dall'originale, fu noto a Gioffredo Della Chiesa, come già dissi, che lo riassunse nella sua cronaca (*M. H. P.*, *SS.*, III, *Cronaca di Saluzzo*, c. 886); però egli ne riportò inesattamente la data traducendo il *quinto decimo Kl. Juli* per il 15 luglio.

(2) È la prima volta che mi occorra di trovare la parola *nobiles* in documenti di questo tempo.

(3) Il documento prova l'uso di emigrare da alcune terre in un'altra, ove la popolazione aveva reggimento popolare. Concerne sudditi saluzzesi. La presenza del podestà astigiano si spiega sopratutto per mezzo del doc. 17 maggio 1206 (*Cod. Ast.*, 701), quando per opera d'Asti si riconfermò la pace dell'11 novembre 1200, tra il marchese di Saluzzo e Cuneo, rendendosene Asti mallevadrice. Fra le varie convenzioni che in quella si fecero, vi era pur quella, per cui i Cuneesi non potevano ricevere a loro abitatori uomini delle terre del marchese che fossero *posti nel suo sasimento.* Questa frase pare che voglia dire: uomini che possedessero qualche cosa avuta in possesso dal marchese, e per cui gli dovessero pagare tributi o prestar qualche servizio. Il Ducange alla parola *saisimentum* dà la spiegazione: *prestationis species;* così il verbo *saisire* vorrebbe dire, secondo lui,

mittere aliquem in possessionem, investire. Gli esempi che egli cita sono tutti presi fuori delle nostre regioni; ma non ne mancano anche presso di noi. Nell'atto di lega tra Berengario, marchese di Busca, e Manfredi, marchese di Saluzzo, del 1193 (cfr. Muletti, II, 131), si legge la frase: " ***et terram quam habent, de qua inuestiti sunt et de qua sunt in sazimento, tenentur alter alteri ab omni homine defendere et amissam recuperare*** ". E così pare appunto da interpretarsi il passo sovracitato, tanto più che dopo si dice (cfr. doc. III): " ma se alcuno degli uomini suoi ***non in sasimento positus*** con i suoi beni mobili, lasciata la propria terra, vuol ritirarsi in Cuneo, questo possono ricevere i Cuneesi ". Dunque costui poteva andare ad abitare in Cuneo solo coi suoi beni mobili. — Nell'atto che esaminiamo, e nella frase " saisimentum fecit — ", la voce ***saisimentum*** ha un significato diverso, perchè evidentemente il modo di dire ***porre in saisimento i beni di alcuno,*** sembra equivalere ***sequestrarne i beni, confiscarli,*** per metterli poi in ***saisimentum,*** cioè in possessione di altri. E questo significato registra pure il Ducange allato all'altro, dicendo: ***saximentum: idem quod obsignatio, manucaptio, sequestratio.***

L'Accademico Segretario
Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 20 Gennaio al 3 Febbraio 1895.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio;
quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Annales** des Mines. 9e série, t. VI, livr. 9-11. Paris, 1895.
* **Annual** Report of the Curator of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College,... for 1893-94. Cambridge, 1894; 8°.
* **Atti** dell'Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania. An. LXXI, 1894; ser. 4a, vol. VII. Catania, 1894; 4°.

Atti dell'Accademia Pontaniana. Vol. XXIV. Napoli, 1894; 4°.

* **Atti** della Società dei naturalisti di Modena; serie III, vol. XII, fasc. III; vol. XIII, fasc. I. Modena, 1894; 8°.
* **Atti** della Società toscana di Scienze naturali residente in Pisa. Processi verbali, vol. IX, 1 luglio al 18 novembre 1894; 8°.
* **Atti** e **Rendiconti** dell'Accad. Medico-chir. di Perugia; vol. VI, f. 2, 1894.
* **Bulletin** de la Société belge de microscopie. XXe année, 1894-95, n. I-III. Bruxelles, 1895; 8°.

Beobachtungen des Tifliser physikalischen Observatoriums im Jahre 1892. Tiflis, 1894; 4°.

* **Bergens** Museums Aarbog for 1893 Afhandlinger og Aarsberetning udgivne af Bergens Museum. Bergen, 1894; 8°.
* **Bergens** Museum, V. Bergen, 1894; 4°.

Bollettino dei Musei di Zoologia e Anatomia comparata della R. Università di Torino. Vol. IX, n. 166-191. Torino, 1894; 8°.

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani. Anno IX, n. 2. Roma, 1895; 8°.

* **Bollettino** medico-statistico dell'Ufficio d'igiene della città di Torino. Anno XXIII, n. 35-37.

Bulletin Mensuel de Statistique Municipale de la ville de Buenos-Aires. Année VIIIe (1894), n. 11.

* **Bullettino** delle sedute dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali in Catania. Dicembre 1894, fasc. XXXVIII. Catania, 1894; 8°.
* **Compte-Rendu** sommaire de la séance de la Société philomatique de Paris. N. 6; 12 janvier 1895. Paris, 1895; 8°.

* **Comptes-Rendus** des séances de l'Académie des Sciences de Cracovie; décembre 1894.

* **Forhandlinger** i Videnskabs-selskabet i Christiania Aar 1893. Christiania, 1893; 8°.

** **Fortschritte** der Physik im Jahre 1888. Bd. XLIV, 3 Abt.; Bd. XLIX, 1 Abt. Braunschweig, 1894-95; 8°.

* **Jenaische** Zeitschrift für Naturwissenschaft herausg. von der medizinisch-naturw. Gesellschaft zu Jena. N. F. Bd. XXII, Heft 1. Jena, 1894; 8°.

* **Journal** of the College of Science Imperial University Japan. Vol. VIII, p. II-III. Tokio, 1894; 4°.

Mathematical Gazette a terminal journal for the Students and teachers. N. 1-3. London, 1894 (*dal prof. G. Loria*).

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXIII, disp. 11. Roma, 1894; 4°.

* **Nachrichten** von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physik. Klasse, 1894, n. 4. Göttingen, 1894; 8°.

* **Nieuwe** Opgaven. (Deel VI, n. 166-185); 8°.

** **Petermanns** Mitteilungen aus Justus Perthes' Geographischer Anstalt. Ergänzungsheft Nr 113. Gotha, 1894; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Irish Academy. Third series, vol. III, n° 3. Dublin, 1894; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LVII, n. 340, 341. London, 1894; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXVII, fasc. XX, XXVIII, fasc. I. Milano, 1894; 8°.

* **Rendiconto** dell'Ufficio d'igiene di Torino. Dicembre 1894; 4°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 2ª, vol. VIII, fasc. 11-12. Napoli, 1894; 4°.

Répertoire bibliographique des sciences mathématiques; 1re série. Fiches 1 à 100. Paris, 1894 (*dai sigg. C. A. Laisant e E. Lemoine*).

Rivista di Matematica edita da G. Peano. Vol. V, fasc. 1-2, Gennaio-Febbraio 1895; 8°.

Scuola di Agricoltura presso la R. Università di Torino. Torino, 1895; 8° (*dal Comizio Agrario di Torino*).

* **Transactions** of the Royal Scottish Society of Arts. Vol. XIII, p. 4ª. Edinburgh, 1894; 8°.

* **Verhandlungen** des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. N. F. Bd. V, 3, 1894; 8°.

* **Wiskundige** Opgaven met de Oplossingen, door de leden van het Wiskundig Genootschap,... Deel VI, 4de Stuk. Amsterdam, 1895; 8°.

* **Zoologischer Anzeiger,** herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig. 1895, n. 465-466; 8°.

De Amicis (G. A.). Osservazioni critiche sopra talune Tinoporinae fossili. Pisa, 1894; 8° (*dall'A.*).

— La fauna a foraminiferi del pliocene inferiore di Bonfornello presso Termini-Imerese (Sicilia). Pisa, 1894; 8° (*Id.*).

De Amicis (G. A.). Astrorhizidae e Ramulininae fossili del pliocene inferiore italiano. Roma, 1894; 8° (*dall'A.*).

Gambera (P.). Teoria meccanica dell'acciarino pneumatico. Lecce; 8° (*Id.*).

Traverso (St.). Geologia dell'Ossola. Genova, 1895; 8° (*Id.*).

** **Vinci** (Leonardo da). Il Codice Atlantico nella Biblioteca Ambrosiana di Milano riprodotto e pubblicato..., fasc. IV. Milano; fol.

Zeuner (G.). Neue Sterblichkeitstafeln für die Gesammtbevölkerung des Königreichs Sachsen nach den Erhebungen und Berechnungen des Königlich Sächsischen Statistischen Bureaus; 4° (*dall'A.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 27 Gennaio al 10 Febbraio 1895.

* **Anales** de la Universidad (*Repùblica Oriental del Uruguay*). Tomo VI; Entr. 3. Montevideo, 1894; 8°.

* **Atti** della R. Accademia della Crusca. Adunanza pubblica del 9 dic. 1894. Firenze, 1895; 8°.

* **Atti** della R. Accademia Lucchese di scienze, lettere ed arti. Tomo XXVII. Lucca, 1895; 8°.

* **Atti** e **Memorie** della R. Accademia di Scienze, lettere ed arti in Padova. Anno CCXCV, 1893-94, N. S., vol. X. Padova, 1894; 8°.

* **Boletin** de la Real Academia de la Historia. T. XXVI, cuad. 1-2; Indice general alfabético de los XXV primeros tomos. Madrid, 1895.

* **Bollettino** delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa (Bibl. Naz. Cent. di Firenze); 1895, n. 218; 8°.

Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale. Anno XI, Ott., Nov. e Dicemb. 1894. Roma, 1894; 8° (*Ministero delle Finanze*).

Calendario del Santuario di Pompei per l'anno 1895. Valle di Pompei; 16°.

* **Comptes-rendus** des séances de la Société de Géographie; n. 1. Paris, 1895; 8°.

* **Comptes-rendus** de l'Athénée Louisianais. 5me série. Tom. 2me, livr. 1ère. Nouvelle-Orléans, 1894; 8°.

* **Consiglio** Comunale di Torino; Sess. straordinaria, 1894-95. N° VII-IX.

* **Nachrichten** von der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Philologisch-historische Klasse. 1894, n. 4. Göttingen; 8°.

* **Publications** de l'École des Lettres d'Alger. XIV: Études sur les dialectes berbères, par René Basset. Paris, 1894; 8°.

* *Dall' Università Cattolica di Louvain.*

Annuaire. 1895; 16°.

Beuden (P. J.). Les Grands et les Petits dans le temps et dans l'espace. Discours. Bruxelles, 1860; 8°.

— La côte d'Ostende et les fouilles d'Anvers. Discours. Bruxelles, 1862; 8°.

— La vie animale et ses mistères. Conférence. Bruxelles, 1863; 8°.

De Jaer (E.). Considérations sur le mode d'organisation des Cours de Droit Civil proposé par l'article 19 du projet de loi du 21 mai 1862. Louvain, 1863; 8°.

Poullet (Ed.). Lettres de dom Anselme Berthod à Monseigneur de Nélis évêque d'Anvers: 1777-1786. Bruxelles; 8°.

Programme des Cours. Année académique 1894-95. Louvain, 1894; 8°.

Thèses. F. Facultas Theologica 1893-94. N. DCLIV-DCLXX. Lovanii; 8°.

Willems (P.). La candidature en philosophie et lettres préparatoire au droit. Louvain, 1889; 8°.

— La durée des études de droit. Lettre. Louvain, 1889; 8°.

Bassi (G.). Commenti danteschi. Lucca, 1894 (*dall'A.*).

Campagne del Principe Eugenio di Savoia. Serie I, T. VII. Torino, 1894; 8° (Dono di S. M. il Re)

Cipolla (C.). Due ripostigli di reliquie recentemente scoperti. Roma, 1895; 8° (*dall'A.*).

Corradi (A.). Alfonso Corradi. Correggio, 1894; 4° (*Id.*).

Tambaro (I.). La legge sulla stampa. Il nuovo codice penale. Napoli, 1894; 8° (*Id.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 17 Febbraio 1895.

La tavola illustrativa della Memoria del Socio Ermanno Ferrero: “ *Di un'iscrizione di Aosta* „ verrà annessa ad altra Dispensa.

Mattirolo e Giuseppe Lorenzoni, del quale ultimo la Classe segnala il dono di parecchie pubblicazioni sue versanti su argomenti di astronomia e di meteorologia.

Il Presidente annunzia la recente perdita fatta dall'Accademia nella persona del Socio Straniero Arturo Cayley ed il Socio Segre ricorda le alte benemerenze scientifiche del compianto estinto in molti rami di matematiche pure ed applicate.

Il Socio Segre presenta e legge una Nota del Socio Corrispondente Prof. Eugenio Bertini: “ *Sugli spazi lineari delle quadriche a numero pari di dimensioni* „.

Questo lavoro sarà pubblicato negli *Atti* accademici.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 17 Febbraio 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: Cossa, Berruti, Mosso, Spezia, Giacomini, Camerano, Segre, Peano e Basso Segretario.

Il Socio Segretario dà lettura dell'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato.

Viene data comunicazione della lettera ministeriale che annunzia il Decreto Reale 3 febbraio corrente approvante la elezione a Presidente dell'Accademia del Socio Prof. Giuseppe Carle.

Si comunicano pure lettere di ringraziamento per la loro recente nomina a Socio Corrispondente dei Signori: Andrea Fouqué, Alfonso Milne Edwards, Guglielmo Rayleigh, Oreste Mattirolo e Giuseppe Lorenzoni, del quale ultimo la Classe segnala il dono di parecchie pubblicazioni sue versanti su argomenti di astronomia e di meteorologia.

Il Presidente annunzia la recente perdita fatta dall'Accademia nella persona del Socio Straniero Arturo Cayley ed il Socio Segre ricorda le alte benemerenze scientifiche del compianto estinto in molti rami di matematiche pure ed applicate.

Il Socio Segre presenta e legge una Nota del Socio Corrispondente Prof. Eugenio Bertini: “ *Sugli spazi lineari delle quadriche a numero pari di dimensioni* „.

Questo lavoro sarà pubblicato negli *Atti* accademici.

LETTURE

Sugli spazi lineari delle quadriche a numero pari di dimensioni;

Nota di E. BERTINI.

Nella memoria di Segre: “ *Studio sulle quadriche in uno spazio lineare ad un numero qualunque di dimensioni* „ (“ Mem. della R. Accad. delle Scienze di Torino „, Serie II, T. XXXVI, 1886), si dimostra una notevole proprietà delle quadriche a numero pari di dimensioni V^2_{2p}, estensione di una osservazione fatta da Cayley sui casi $p=1$, $p=2$; si dimostra cioè che in tali quadriche vi sono due sistemi ben distinti di spazi lineari di dimensione massima, ossia di S_p, e che due S_p generici s'incontrano soltanto quando sono dello stesso sistema se p è pari e quando sono di diverso sistema se p è impari (S. n° 40) (*).

Nella presente Nota si premette (nel n° 1) una proposizione che caratterizza la dipendenza fra gli spazi lineari di una quadrica qualunque e le loro imagini nella proiezione centrale o stereografica della quadrica e si applica poi (nel n° 2) questa proposizione a completare il suddetto teorema di Segre, notando una ulteriore differenza fra i due casi di p pari e p impari.

1. Una quadrica V^2_{r-1} di S_r sia proiettata da un suo punto P sopra un S_{r-1} o iperpiano ρ. Dicendo τ l'iperpiano tangente in P alla quadrica, i punti di questa infinitamente vicini a P hanno per imagini i punti dell' S_{r-2}, che diremo σ, intersezione degli iperpiani ρ, τ; mentre a ciascun punto M′ della V^2_{r-3}, secondo cui σ taglia V^2_{r-1}, corrispondono tutti i punti dell' S_1 (proiettante) congiungente P ad M′. Con facile ragionamento (Cfr. S. n° 39) si trova poi che la condizione necessaria e sufficiente affinchè un S'_m dell'iperpiano rappresentativo ρ sia imagine di un S_m di

(*) Con S. richiameremo d'ora innanzi la citata memoria.

V^2_{r-1} è che S'_m passi per un S'_{m-1} di V^2_{r-3} (*). Ma due S'_m di ρ segantisi in un S'_{m-1} di V^2_{r-3} non sono in generale imagini di due S_m di V^2_{r-1} pure segantisi in un S_{m-1}. Ricerchiamo quando ciò avviene.

Tutti gli S_m di V^2_{r-1} che passano per un S_{m-1} (non contenente P) dell'iperpiano τ esistono nello spazio S_{r-m} polare di S_{m-1} (spazio tangente di specie $m-1$) (**). Questo spazio S_{r-m}

(*) Ne risulta, dicendo $N_{m,r-1}$ l'∞ degli spazi lineari S_m di una quadrica V^2_{r-1}, la formola ricorrente (Cfr. S. n° 39 citato)

$$N_{m,r-1} = N_{m-1,r-3} + r - m - 1$$

da cui si conclude (S. n[i] 29, 30)

$$N_{m,r-1} = \frac{(m+1)(2r-3m-2)}{2} \text{ ed } m \leq \frac{r-1}{2}.$$

L'∞ degli S_m per un S_k di V^2_{r-1} è (S. n° 30)

$$\frac{(m-k)(2r-3m-k-3)}{2};$$

il che si può dimostrare, evitando un computo di costanti, nel modo seguente:

Dapprima, se V^2_{r-1} è una quadrica specializzata h volte, cioè con un S_{h-1} doppio, si trova subito, segando con un S_{r-h}, che l'∞ degli S_m che passano per l'S_{h-1} (vi passano necessariamente se gli S_m sono spazi di dimensione massima) è $\frac{(m-h+1)(2r-3m+h-2)}{2}$ [S. n° 37: ove osserverò, per aderire al desiderio dell'autore, che nell'ultimo comma si deve appunto sottintendere di parlare di tali S_m, dalla cui determinazione si passa immediatamente a quella degli S_m qualunque]. Ora gli S_m per un S_k di una quadrica (non specializzata) V^2_{r-1} non sono altro che gli S_m passanti per lo spazio doppio S_k della V^2_{r-k-2}, specializzata $k+1$ volte, che proviene dalla intersezione di V^2_{r-1} coll'S_{r-k-1} polare (tangente) di S_k, come è facile persuadersi (cfr. nota successiva). Si ha adunque il numero cercato sostituendo nell'ultima formola ad h, $k+1$ e ad r, $r-k-1$.

(**) Lo spazio polare di un S_a di V^2_{r-1} è un S_{r-a-1} che passa per S_a ed è un particolare spazio tangente in S_a. Ogni altro spazio S_k tangente in S_a e il suo spazio polare S_{r-k-1}, che è pure tangente in S_a, giacciono in S_{r-a-1}. In particolare ogni spazio lineare di V^2_{r-1} contenente S_a sta in S_{r-a-1}. Tutti gli S_1 di uno spazio tangente S_k in S_a, che partono da punti di S_a, sono ivi tangenti a V^2_{r-1}: onde, segando con un S_l, si ottiene una V^2_{l-1} che ha nello spazio d'intersezione di S_l con S_a per spazio polare (tangente) la sezione di S_l con S_k, ecc., ecc. (Cfr. S. n[i] 33, 34).

passa pure per lo spazio proiettante $S_m^* \equiv PS_{m-1}$ ed anzi sega τ in uno spazio S_{r-m-1} polare di S_m^* rispetto alla quadrica (con punto doppio in P) V_{r-2}^2 sezione con τ di V_{r-1}^2 ed anche rispetto a questa medesima quadrica. Segando con ρ, si trova adunque che le imagini S'_m dei suddetti S_m passano per S'_{m-1} (sezione di S_m^*) e giacciono in un S'_{r-m-1} (sezione di S_{r-m}) contenente l'S'_{r-m-2} (sezione di S_{r-m-1}) polare di S'_{m-1} rispetto alla quadrica fondamentale V_{r-3}^2. Viceversa, quando si ha un tale S'_{r-m-1}, proiettando da P, si trova un S_{r-m} che sega τ secondo un S_{r-m-1} (proiettante S'_{r-m-1}) polare di S_m^* (proiettante S'_{m-1}) rispetto alla V_{r-2}^2 di τ e anche rispetto alla V_{r-1}^2. Lo spazio polare di S_{r-m} rispetto a V_{r-1}^2 è adunque un S_{m-1} di S_m^*; e gli S'_m, esterni a V_{r-3}^2, di S'_{r-m-1} e passanti per S'_{m-1} sono imagini di S_m di V_{r-1}^2 contenenti S_{m-1}. Un S_m di V_{r-1}^2 infatti che si trovi in S_{r-m} e seghi S_m^* in un altro S_{m-1} giace anche nello spazio S_{r-m} polare di quest'altro S_{m-1} e però giace nell'S_{r-m-1} (intersezione dei due S_{r-m}) polare di S_m^* e perciò esistente in τ (iperpiano polare di P); onde l'S_m sta in V_{r-2}^2 e la sua imagine in V_{r-3}^2. Si conclude che *condizione necessaria e sufficiente affinchè due* S'_m *dell'iperpiano imagine* ρ *intersecantisi in un* S'_{m-1} *della quadrica fondamentale* V_{r-3}^2 *ed esterni a questa quadrica sieno imagini di due* S_m *di* V_{r-1}^2, *pure intersecantisi in un* S_{m-1}, *è che quei due* S'_m *esistano in un* S'_{r-m-1} *passante per* l'S'_{r-m-2} *polare* (*tangente*) *di* S'_{m-1} *rispetto a* V_{r-3}^2.

In virtù di questo teorema le due ∞^{r-2m-1} degli S_m per S_{m-1} di V_{r-1}^2 e degli S'_m per S'_{m-1} di S'_{r-m-1} sono riferite biunivocamente e sono pure riferite biunivocamente, anzi proiettivamente, le due ∞^m di S_{m-1} in S_m^* e di S'_{r-m-1} passanti per S'_{r-m-2} e giacenti in ρ.

2. Coll'aiuto del precedente teorema si può ora dimostrare quest'altro:

In una quadrica V_{2p}^2 *due* S_p *dello stesso sistema se* p *è pari, o di diverso sistema se* p *è impari, non possono intersecarsi che in uno spazio di dimensione pari* (S_0, S_2, S_4... *fino ad* S_p *o* S_{p-1} *secondochè* p *è pari o impari*); *e due* S_p *di diverso sistema se* p *è pari, o dello stesso sistema se* p *è impari, non possono intersecarsi che in uno spazio di dimensione impari* (S_{-1}, S_1, S_3,... *fino ad* S_{p-1} *o* S_p *secondochè* p *è pari o impari, ed* S_{-1} *indicando spazio inesistente*).

Procederemo per induzione mostrando che, se ha luogo il teorema per un valore di p, ha luogo pure per il valore successivo $p+1$ e ricordando che il teorema è vero per $p=1$ (nel qual caso due S_1 dello stesso sistema non hanno punto comune ovvero coincidono). La quadrica da considerare è una V_{2p+2} e la quadrica fondamentale dell'S_{2p+2} rappresentativo ρ è una V_{2p}, per la quale adunque si ammette il teorema. Nel discutere ciò che accade per due S_{p+1} di V_{2p+2} possiamo ritenere senza alcuna limitazione (essendo il centro di proiezione P arbitrario) che essi sieno esterni all'S_{2p+2} tangente τ in P e quindi seghino τ in due S_p; cosicchè le loro imagini sieno due S'_{p+1} seganti σ, che è ora un S_{2p+1}, in due S'_p.

Se questi due S'_p di V^2_{2p} sono dello stesso sistema quando p è pari, ovvero di diverso sistema quando p è impari, nel caso più generale, hanno un solo punto S'_0 comune; e quindi ciascuno di essi determina coll'S'_{p+1} che passa per l'altro un S'_{2p+1}. I due S'_{2p+1} così determinati hanno comune lo spazio S'_{2p} tangenti in S'_0 a V^2_{2p}, al quale spazio appartengono i due S'_p, e possono essere distinti o coincidenti. Se i due S'_{2p+1} sono distinti, i due spazi obbiettivi S_{p+1} (dello stesso sistema se $p+1$ è impari o di diverso sistema se $p+1$ è pari) non hanno punti comuni, perchè agli S'_1 partenti da S'_0 di un S'_{2p+1} corrispondono gli S_1 partenti da un certo punto S_0 della retta PS'_0, mentre a quelli partenti dallo stesso punto S'_0 dell'altro S'_{2p+1} corrispondono gli S_1 partenti da un altro punto S^*_0 di quella retta (n° 1): sicchè i due spazi S_{p+1} incontrano in punti S_0, S^*_0 diversi la retta medesima. Ma se i due spazi S'_{2p+1} coincidono, non solo S_0 cade in S^*_0, ma i due S'_{p+1} imagini, giacendo in un S'_{2p+1}, hanno un S'_1 comune e questo S'_1 soltanto (esterno a σ e passante per S'_0) se, come continuiamo a supporre, i due S'_p non hanno che il punto S'_0 comune. Allora adunque i due S_{p+1} obbiettivi si tagliano in un S_1.

Che se i due considerati S'_p di V_{2p} hanno più di un punto comune, debbono per ipotesi avere (almeno) un S'_2 comune. In tal caso nuovamente i due spazi determinati da ciascun S'_p e dall'S'_{p+1} che passa per l'altro, che sono adesso S'_{2p-1}, passano per lo spazio S'_{2p-2} (tangente in S'_2 a V_{2p}) a cui appartengono i due spazi S'_p e possono essere distinti o coincidenti. Ne risulterà, se sono distinti, che i due spazi obbiettivi S_{p+1} segheranno l'$S_3 \equiv PS'_2$ in due S_2 differenti (da cui partono, per il

n° 1, gli S_3 aventi per imagini rispettivamente gli S'_3 uscenti da S'_2 dei due S'_{2p-1}) e quindi si segheranno soltanto nell'S_1 comune a questi S_2. Invece, se i due S'_{2p-1} sono coincidenti, non solo i due S_{p+1} passano per lo stesso S_2 del suddetto S_3, ma si segano in un S_3 avente per imagine l'S'_3 (esterno a σ) secondo cui si segano adesso i due S'_{p+1}, restando fermo che i due S'_p hanno comune soltanto un S'_2.

Quando i due S'_p abbiano più che un S'_2 comune, debbono avere per ipotesi (almeno) un S'_4: e allora si hanno, come dianzi, due S'_{2p-3} che passano per l'S'_{2p-4} tangente in S'_4 a V_{2p}. Se i due S'_{2p-3} non coincidono, i due S_{p+1} obbiettivi si tagliano in un S_3 (intersezione di due S_4 dello spazio $S_5 \equiv PS'_4$): mentre se coincidono, i due S_{p+1} si tagliano in un S_5. Ecc.

Il ragionamento non varia sostanzialmente se i due S'_p di V^2_{2p} da cui siamo partiti sono di sistema diverso quando p è pari o dello stesso sistema quando p è impari. Nel caso generale due tali S'_p non hanno punti comuni: per conseguenza i due S'_{p+1}, che passano per essi, esistendo in ρ, hanno un punto comune esterno a σ e lo stesso avviene quindi degli spazi obbiettivi (di sistema diverso quando $p+1$ è impari o dello stesso quando $p+1$ è pari). Che se i due S'_p si segano in un S'_1, si considerino di nuovo i due spazi per ciascun S'_p e per l'S'_{p+1} che contiene l'altro, che sono S'_{2p} passanti per l'S'_{2p-1} tangente in S'_1 a V_{2p}. Questi due S'_{2p} essendo distinti, si trova (per il n° 1) che i due S_{p+1} obbiettivi hanno soltanto un punto comune (intersezione di due S_1 nell'$S_2 \equiv PS'_1$), mentre se coincidono, i due S_{p+1} si tagliano in un S_2. Ecc.

Il teorema dimostrato si può anche enunciare così: *Su una quadrica* V^2_{2p}, *qualsiasi* p *pari o impari, gli* S_p *che si segano in un* $S_{p-2\delta}$ *sono del medesimo sistema, mentre quelli che si segano in un* $S_{p-2\delta-1}$ *sono di diverso sistema* ($\delta = 0, 1, 2, \ldots$ *fino a* $\frac{p}{2}$ *o* $\frac{p+1}{2}$ *secondochè* p *è pari o impari*).

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 24 Febbraio 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Peyron, Claretta, Rossi, Bollati di Saint-Pierre, Nani, Cognetti de Martiis, Cipolla, Brusa, Perrero, Allievo e Ferrero Segretario.

Il Presidente accoglie e presenta alla Classe i Socii ultimamente eletti Prof. Emilio Brusa, Avvocato Domenico Perrero, Prof. Giuseppe Allievo.

È comunicato il R. Decreto 3 febbraio 1895 approvante l'elezione del Presidente fatta dall'Accademia.

Il Socio Cipolla legge una Commemorazione del Socio Corrispondente Monsignor Isidoro Carini.

Il Socio Cognetti de Martiis, condeputato col Socio Cesare Nani ad esaminare il lavoro manoscritto del Dott. Pasquale Jannacone: “ *La recente inchiesta inglese del lavoro* ”, presentato per l'inserzione nei volumi delle *Memorie,* legge una relazione sù di esso, conchiudente per l'ammessione del lavoro alla lettura.

La Classe approva la conclusione della relazione. È data lettura di una parte del lavoro.

Il Socio Segretario Ferrero legge una sua nota sopra una iscrizione, da poco trovata ad Aosta.

La commemorazione, la relazione e la nota anzidetta sono pubblicate negli *Atti.*

La Classe elegge quindi, a suo Direttore triennale, salvo l'approvazione sovrana, il Socio Claretta.

LETTURE

ISIDORO CARINI

Commemorazione del Socio CARLO CIPOLLA.

Chi negli ultimi anni visitò la biblioteca Vaticana, vi fu accolto dalla gentilezza squisita di mons. Isidoro Carini, sempre pronto ad agevolare agli studiosi di ogni nazione l'uso delle ricchezze incommensurabili della biblioteca, che a lui bene era stata affidata da Leone XIII.

Il Carini, nato al principio del 1845, fu addestrato agli studii storici e paleografici nell'Archivio di Stato della sua Palermo, quando n'era direttore il Silvestri. Allorchè, correndo il 1882, in Sicilia si celebrò il sesto centenario del Vespro, il Governo e la benemerita Società storica Siciliana affidarono al giovane paleografo l'incarico di recarsi in Ispagna a raccoglervi documenti per la storia dell'isola in generale, e del Vespro in particolare. Frutto di quella missione scientifica fu una serie di note storiche, un vero *Iter hispanicum,* che la Società siciliana diede poscia alla luce.

Poco dopo, il Carini, che ormai levava bella fama di sè, lasciò l'Archivio palermitano, chiamato a Roma dal pontefice, che nel frattempo aveva aperto le porte della Vaticana. Il Carini intese saggiamente il nuovo suo còmpito. Dotato di una attività rarissima, e di una singolare versatilità intellettuale, egli lavorò, sia per la biblioteca, sia per gli studiosi che a lui di continuo ricorrevano o direttamente o per lettera, sia per la scienza. Coll'opera preziosa, efficacissima del p. Francesco Ehrle — che ora meritamente lo sostituì nell'alto officio — fu, sotto il suo regime, istituita in breve tempo, la grande biblioteca

di consultazione, detta *Biblioteca Leoniana,* che è aggiunta alla Vaticana, e che costituisce un aiuto validissimo ai ricercatori.

Chiunque ricorreva al Carini, era certo di avere notizie, indicazioni, copie di documenti; poichè egli si prestava a tutto, sempre, e sempre volentieri.

Alla cura della biblioteca aggiunse quella della scuola di paleografia; e alla scuola attese con somma premura, e diede alle stampe in parecchie edizioni un manuale paleografico, che è una miniera di cognizioni di ogni genere in quella disciplina.

Pubblicazioni scientifiche, ne fece in gran numero, trattandovi di argomenti archeologici, storici e letterarii. Fornito di memoria pronta, sicura e tenace, trovava in essa il mezzo, che gli facilitava le indagini; e così poteva applicarsi con buon successo a ricerche tra loro difformi. Dalle illustrazioni delle catacombe siciliane, passava a trattare la storia dell'Arcadia; dalla vita letteraria e politica degli Umanisti, si volgeva a indagare le circostanze della condanna del conte di Carmagnola. Un dì attendeva a chiarire la storia del monastero del *Clivus Scauri,* e un altro metteva assieme i suoi numerosissimi ed utili appunti miscellanei di storia sicula. Il suo diffuso e ben fondato studio sulle condizioni rurali della Sicilia, ebbe gli elogi degli economisti.

Diresse anche una rivista storica, detta dapprima *Spicilegio Vaticano,* e poi *Il Muratori.* Di storia ecclesiastica si occupò con amore speciale, e fu presidente della Società biblica pontificia. Tenne all'Arcadia una serie di conferenze storico-religiose; e l'anno scorso pubblicò un saggio eruditissimo sulle versioni italiane della Bibbia.

A parecchi illustri defunti, che viventi aveva stimato ed amato, rese pubblicamente l'omaggio del pensiero e del sentimento. Poche settimane prima di morire, lesse all'Arcadia l'elogio funebre di G. B. De Rossi, la cui morte lo aveva accorato profondamente.

Quando noi lo abbiamo eletto nostro socio corrispondente, ne fu molto lieto, e divisò di preparare per le nostre pubblicazioni accademiche una memoria sopra alcuni frammenti della versione itala della Bibbia, da lui scoperti nella Vaticana. Non so se tra i suoi mss. siasi trovato, almeno in parte, un così importante lavoro, che la morte gli impedì di compiere.

Nè il Carini si occupò soltanto di studii. Non mancarono circostanze nelle quali l'opera sua fu richiesta in pubblici e gravissimi affari. Per la istituzione della Prefettura Apostolica nella colonia Eritrea, egli si adoperò, senza risparmiarsi fatiche.

Al dono dell'ingegno pronto e vivace, e al dono della molteplice erudizione, il Carini associava l'integrità rigidissima della vita, la carità veramente cristiana, la fedeltà sicura nelle amicizie. Era d'animo candido; era lieto quando altrui poteva recare qualche servizio. Bastava avvicinarlo per comprendere quale tesoro di bontà si racchiudesse nel suo cuore.

Il 25 gennaio u. s., dopo avere nel mattino disimpegnato le sue incombenze di biblioteca, fu colto nella chiesa di S. Pietro dal malore, che in brevissimi istanti lo uccise. Contava appena cinquant'anni, e, quantunque non avesse robusta la fibbra e ferma la salute, tuttavia si potevano ancora attendere da lui lunghi anni di lavoro e di studio. Iddio dispose altrimenti. Sia pace alla sua bella e immacolata anima.

Relazione sulla Memoria del Dott. Pasquale Jannacone:

La recente inchiesta inglese sul lavoro.

Con speciale ordinanza della regina Vittoria fu costituita nella primavera del 1891 una Commissione alla quale fu conferito il mandato di fare una inchiesta sulle condizioni della mano d'opera nel Regno Unito e sulle questioni e istituzioni che ad esse si riferiscono.

In due anni la grandiosa indagine fu compiuta, e i risultati di essa, raccolti in 67 volumi di gran formato, offrono un ricco materiale per gli studii che concernono l'economia del lavoro. L'autore della Memoria presentata alla Classe ha preso ad esaminare cotesto materiale, e ha cercato con diligente fa-

tica di raccogliere in una esatta e compendiosa esposizione, ciò che si squaderna per la ponderosa serie de' rapporti e allegati della monumentale indagine.

Non è però il suo un semplice lavoro di riduzione, ma di vero e proprio sintetico riassunto, in cui via via emergono, bene ma sobriamente illustrati, i frutti più notevoli dell'inchiesta, sia per il periodo della udizione delle testimonianze, sia riguardo alla elaborazione di queste e degli altri dati nelle relazioni speciali e finali.

E serve a due scopi ottimi entrambi: 1° a far sì che gli studiosi de' problemi relativi alle condizioni della mano d'opera, possano agevolmente vedere a quale grado di evoluzione sia giunta l'economia del lavoro nella odierna civiltà e con quali effetti; 2° a fornire ad essi un criterio direttivo e una guida utilissima nella osservazione scientifica che loro piacesse d'esercitare sui volumi originali dell'inchiesta.

Inoltre è un pregevole contributo a quella letteratura economica, che intende e ammaestra a leggere nel gran libro della vita, affinchè la scienza dell'Economia Politica si appoggi sempre più alla base ferma e solida dei fatti, convenientemente illustrati con criterii obiettivi e sereni.

Per queste ragioni i sottoscritti propongono che la suddetta Memoria sia ammessa alla lettura a termini dell'art. 27 dello Statuto Accademico.

C. Nani.

S. Cognetti de Martiis, *Relatore.*

Di un'iscrizione di Aosta;

Nota del Socio ERMANNO FERRERO.

Gli scavi, che il comm. Alfredo d'Andrade, direttore dell'Ufficio per la conservazione dei monumenti del Piemonte e della Liguria, ebbe la felice idea d'imprendere presso la torre del medio evo detta di *Bramafan*, nel lato meridionale delle mura di Aosta, non solo condussero allo scoprimento di un'altra porta romana della città (1), ma procurarono pure un'iscrizione di notevole importanza storica.

Tale iscrizione, priva di un pezzo nella parte inferiore a destra di chi guarda, fu rinvenuta il 12 di decembre 1893 fra i materiali, che avevano servito, nei tempi di mezzo, a chiudere in basso la porta. Era desiderabile che il frammento mancante

(1) Carlo Promis aveva negato l'esistenza delle due porte settentrionale e meridionale della cinta di Aosta corrispondenti alle *principales* dell'accampamento, di cui questa città ha la forma (*Ant. di Aosta*, p. 131). Così Aosta non avrebbe avuto che la porta pretoria, ancora esistente a levante, e la decumana a ponente, i cui ultimi ruderi sopra il suolo furono demoliti nel 1810. Oltre alla porta meridionale (*principalis dextera*), i cui avanzi sono ora interamente scoperti, il D'Andrade in saggi di scavo fatti sullo scorcio dell'anno passato e che è da sperare siano presto ripresi, trovò pure importanti resti della porta settentrionale (*principalis sinistra*), da cui doveva uscire la strada diretta al Gran San Bernardo. Questa strada pertanto era, come l'attuale, alla destra del Buthier, non alla sinistra, come suppose il Promis (p. 122), il quale, non ammettendo alcuna porta nelle mura settentrionali, pensò che la detta strada si staccasse da quella, che conduceva ad Eporedia, uscendo da Aosta e passato il ponte sul Buthier. La esistenza di questa porta induce quindi ad anticipare la data della costruzione od almeno del disegno della strada romana per il Gran San Bernardo al tempo stesso della fondazione di Aosta (25 av. C.); mentre prima si poteva ritardarla di qualche poco e connetterla con l'istituzione della provincia della Rezia (15 av. C.) ed il principio delle guerre germaniche (Mommsen, *Römische Geschichte*, t. V, p. 18).

si fosse pure trovato, per togliere ogni dubbio sul testo dell'epigrafe, che in varia maniera poteva essere supplita; l'11 di luglio 1894 si ebbe la fortuna di scoprirlo in una costruzione moderna presso la detta torre. L'iscrizione, secondo l'apografo richiestomi da S. E. il Ministro della Pubblica Istruzione, è stata pubblicata nelle *Notizie degli scavi* del novembre scorso, distribuite soltanto in questi giorni. All'apografo sono aggiunte alcune mie osservazioni ristrette alla sola lettura del testo (1).

Parmi non inopportuno ripubblicare questa lapide insigne con la riproduzione fotografica favoritami dall'Ufficio per la conservazione dei monumenti (2).

IMP·CAESA////
DIVI F AVGVS////
COS·XI·IMP VI//
TRIBVNIC·POT
SALASSI·INCOL
QVI·INITIO·SE
INCOLON·CON///
PATRON

Imp(eratori) Caesa[ri] Divi f(ilio) Augus[to] co(n)s(uli) XI, imp(eratori) VI[II], tribunic(ia) pot(estate) Salassi incol(ae) qui initio se in colon(iam) con(tulerunt) patron(o).

Il masso di arenaria, su cui l'epigrafe è incisa (a. m. 0,92, l. m. 0,68, spess. m. 0,28; alt. delle lettere, lin. 1ª m. 0,09, 2ª-4ª m. 0,085, 5ª-8ª m. 0,075) (3), ha nella superficie posteriore i resti di tre impiombature e nella superiore il buco per lo

---

(1) Pag. 369 e seg.

(2) L'importanza storica di questa epigrafe fu notata dal prof. Barnabei nel presentare all'Accademia de' Lincei le notizie degli scavi del novembre 1894 (*Rendiconti della R. Accad. dei Lincei*, Classe di scienze morali, serie V, vol. III, p. 907). Intorno ad essa stampò uno scritto l'ab. prof. F. G. Frutaz, *Mémoire sur une inscription romaine découverte à Aoste*, Aoste, 1894 (estr. dal XVI° *Bulletin de la Société académique d'Aoste*).

(3) Notisi la forma della P, che non trovo negli *Exempla scripturae epigraphicae Latinae* dell'Hübner.

strumento destinato ad aggrapparlo ed a sollevarlo. Intatti sono i margini; in quello di destra la pietra è sgretolata alla fine di alcune linee. In generale le linee hanno una disposizione simmetrica, salvo la 3ª, la 5ª ed anche la 2ª se si suppone esistessero entrambe le ultime due lettere della parola *Augusto*. È probabile che il numero della salutazione imperatoria in caratteri più piccoli sia stato aggiunto dopo in fine della linea 3ª: chiara è la cifra V seguìta da una I, a cui dovevano tener dietro altre due per avere il numero VIII, che va d'accordo con l'XI del consolato. Manca lo spazio per un'altra I, per avere la salutazione VIIII, che pur si concilierebbe col consolato XI. Non appare traccia alcuna di cifra in fine della linea 4ª, dopo la menzione della tribunicia potestà: se vi fu tale cifra nel tratto mancante per rottura, essa ha dovuto essere molto piccola, un po' distante, non in alto, come nella linea precedente, nè sul mezzo, ma in basso, il che è assai improbabile. L'assenza del numero della potestà tribunicia ci mostra ch'essa fu la prima, ottenuta da Augusto il 27 di giugno del 731 di R. (23 av. C.), e ciò concorda col consolato XI e con la VIII salutazione imperatoria.

Nella linea 7ª dopo CON vi è spazio per una lettera; ma è impossibile discernervi la minima traccia a cagione dei guasti ivi sofferti dalla pietra.

L'iscrizione fu adunque dedicata fra il 27 di giugno 731 ed il 27 di giugno 732 (23-22 av. C.); è quindi posteriore di due o tre anni soltanto alla sottomessione dei Salassi (729 di R., 25 av. C.) ed alla fondazione di *Augusta Praetoria*. Essa inoltre aggiunge a ciò che sappiamo di questi fatti, intorno a cui brevemente hanno scritto Strabone e Dione Cassio (1). Racconta quest'ultimo che Augusto, nel 729, spedì contro i Salassi Terenzio Varrone, il quale occupò ad un tempo più luoghi del

(1) È perito il libro CXXXV di Livio, ove si parlava di questi avvenimenti, come sappiamo dall'Epitome: " Salassi gens Alpina perdomiti „. Svetonio (*Oct. Aug.*, 21), Eutropio (VII, 9), Cassiodorio (*Chron.*, a. 729) fra i popoli vinti da Augusto citano i Salassi, menzionati pure nell'iscrizione della Turbia fra le genti alpine domate (Plinio, *N. H.*, III, 20). Plinio (*op. cit.*, III, 17) e Tolemeo (III, I, 30) parlano della colonia di Aosta, non della sua fondazione.

loro territorio, li vinse facilmente, e, costrettili alla pace, impose loro di pagare una somma di danaro, lasciando sperare che niun altro danno avrebbe recato. Col pretesto di raccogliere questo danaro mandò attorno soldati, per impadronirsi dei giovani, i quali furono venduti con la condizione di non poter essere liberati prima di vent'anni. La miglior parte del paese dei Salassi fu data a pretoriani, e quindi fu fondata Augusta Pretoria (1). Da Strabone è taciuta la perfidia di Varrone, è serbato il numero dei prigionieri, quarantaquattro mila, di cui ottomila atti alle armi, è detto che la lor vendita fu fatta ad Eporedia, e che tremila furono i Romani dedotti nella nuova colonia (2). Lo sterminio dei Salassi non fu universale. Dione accenna venduti solo i giovani e ai pretoriani distribuita la migliore parte delle terre, non tutte. La nuova lapide c'insegna di più che vi furono Salassi, i quali, scampati dalla triste sorte dei loro fratelli e rassegnati alla perdita della loro indipendenza e a diventare *incolae* nella nuova colonia, vennero in essa, ed in onore di Augusto, loro patrono, collocarono tale monumento (3):

---

(1) ὁ Αὔγουστος (ἤδη δὲ ἔννατον μετὰ Μάρκου Σιλανοῦ ὑπάτευεν) ἐπὶ μὲν τοὺς Σαλάσσους Τερέντιον Οὐάρρωνα ἔπεμψε. Καὶ ὃς πολλαχῇ ἅμα, ὅπως μὴ συστραφέντες δυσχειρωτότεροι γένωνται, ἐμβαλὼν, ῥᾳστά τε αὐτοὺς, ἅτε καὶ κατ' ὀλίγους προσπίπτοντας σφίσιν, ἐνίκησε· καὶ συμβῆναι καταναγκάσας, ἀργύριόν τὲ τι ῥητὸν, ὡς καὶ μηδὲν δεινὸν ἄλλο δράσων, ᾔτησε· κᾀκ τούτου πανταχῇ, πρὸς τὴν εἴσπραξιν δῆθεν αὐτοῦ, στρατιώτας διαπέμψας, συνελάβε τε τοὺς ἐν τῇ ἡλικίᾳ, καὶ ἀπέδοτο, ἐφ' ᾧ μηδεἰς σφῶν ἐντὸς εἴκοσιν ἐτῶν ἐλευθερωθείη. Καὶ αὐτῶν ἡ ἀρίστη τῆς γῆς τῶν τε δορυφόρων τισὶν ἐδόθη, καὶ πόλιν τὴν Αὐγούσταν Πραιτωριανῶν ὠνομασμένην ἔσχεν (LIII, 25).

(2) ὕστερον μέντοι κατεστρέψατο αὐτοὺς ἄρδην ὁ Σεβαστὸς καὶ πάντας ἐλαφυροπώλησε, κομισθέντας εἰς 'Επορεδίαν, 'Ρωμαίων ἀποικίαν, ἣν συνῴκισαν μέν, φρουρὰν εἶναι βουλόμενοι τοῖς Σαλασσοῖς· ὀλίγον δ' ἀντέχειν ἐδύναντο οἱ αὐτόθι, ἕως ἠφανίσθη τὸ ἔθνος. Τῶν μὲν οὖν ἄλλων σωμάτων τρεῖς μυριάδες ἐξητάσθησαν ἐπὶ τοῖς ἑξακισχιλίοις, τῶν δὲ μαχίμων ἀνδρῶν ὀκτακισχίλιοι· πάντας δ' ἐπώλησε Τερέντιος Οὐάρρων ὑπὸ δόρυ, καταστρεψάμενος αὐτοὺς στρατηγός· τρισχιλίους δὲ 'Ρωμαίων πέμψας ᾤκισε τὴν πόλιν Αὐγούσταν ὁ Καῖσαρ, ἐν ᾧ ἐστρατοπέδευσε χωρίῳ ὁ Οὐάρρων, καὶ νῦν εἰρήνην ἄγει πᾶσα ἡ πλησιόχωρος μέχρι τῶν ἄκρων ὑπερβολῶν τοῦ ὄρους (IV, VI, 7).

(3) Probabilmente nel Foro, che si doveva trovare nell'incontro del *cardo* e del *decumanus*, ov'è la via detta *Croix de ville*. La lunghezza del *cardo* è di circa 570 metri; quindi il Foro non sarebbe stato molto distante dalla porta, ove più tardi la lapide fu trasportata con altri materiali di antichi edifizii.

Salassi incol(ae) qui initio se in colon(iam) con(tulerunt) (1).

Per questo rispetto la nuova lapide viene a pigliar posto fra le più importanti della regione subalpina.

---

(1) Parmi questa l'unica lettura possibile, e non *se in colon(os) con(scripserunt)* o *con(tulerunt)*, donde si avrebbero i vinti, che da sè entrano fra i coloni romani.

L'Accademico Segretario
ERMANNO FERRERO.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 3 al 17 Febbraio 1895.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **American Journal** of Science. Editors James D. and Edward S. Dana. Vol. XLVIII, n. 290. New-Haven, 1895; 8°.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entregas I-IV, t. XXXVIII. Buenos Aires, 1894; 8°.

* **Annalen** des Physikalischen Central-Observatoriums, herausg. von der k. Akad. der Wissenschaften, 1893, Theil I. St-Petersburg, 1894; 4°.

* **Annali** dell'Ufficio centrale meteorologico e geodinamico italiano. Serie 2ª, v. XII, p. II, 1890. Roma, 1895; f°.

* **Annuario** della R. Accademia dei Lincei, 1895. Roma; 16°.

Annuario della R. Università degli studi di Torino per l'anno accademico 1894-95. Torino, 1895; 8°.

* **Atti** della R. Accademia medico-chirurgica di Napoli. Anno XLVIII, n. 2, 3. Napoli, 1894; 8°.

* **Atti** del Reale Istituto d'Incoragg. di Napoli. 4ª serie, vol. VII. 1894; 4°.

* **Beiträge** zur geologischen Karte der Schweiz. Lief. 33 e 34. Bern, 1894; 4° (*dalla Commiss. Geologica Svizzera*).

Bericht über die Ergebnisse der Beobachtungen an den Regenstationen in Livland für das Jahr 1892, 1893. Dorpat, 1893-94; 4° (*dall'Università di Dorpat*).

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani. Anno IX, n. 3. Roma, 1895; 8°.

* **Bollettino** medico-statistico dell'Ufficio d'igiene della città di Torino. Anno XXIV, n. 1-2.

* **Bulletin** de l'Académie Imp. des Sciences de St-Pétersburg. Vᵉ sér., T. II, n. 1. 1895; 4°.

* **Compte-Rendu** sommaire de la séance de la Société philomatique de Paris. N. 7; 26 janvier 1895. Paris, 1895; 8°.

* **Giornale** della R. Accademia di medicina. A. LVIII, n. 1. Torino, 1895; 8°.

Giornale Scientifico di Palermo. A. I, 1894; II, n. 1, 1895. Palermo; 4°.

Historical (An) and descriptive Account of the Field Columbian Museum. Pub. I, vol. I, n. 1. Chicago, U. S. A., 1894; 8°.

* **Jenaische** Zeitschrift für Naturwissenschaft herausg. von der medizinisch-naturw. Gesellschaft zu Jena. N. F. Bd. XXII, Heft 2. Jena, 1894; 8°.

* **Johns Hopkins** Univ. Circulars. Vol. XIV, n. 116. Baltimore, 1895; 4°.

* **Memorie** della Società italiana di Scienze naturali di Milano, t. V. Milano, 1895; 4°.

* **Quarterly** Journal of Geolog. Society. LI, Part 1, n. 201. London, 1895; 8°.

* **Rendiconto** dell'Ufficio d'Igiene di Torino. An. 1894.

Report of the Superintendent of the U. S. Coast and Geodetic Survey for the fiscal year ending, June 30, 1892; Part. II. Washington, 1894; 8°.

Rivista Internazionale d'Igiene. Anno VI, n. 1. Napoli, 1895; 8°.

* **Rivista** mensile del Club alpino italiano. Vol. XIV, n. 1. Torino, 1895; 8°.

* **Sechster** Supplementband zum Repertorium für Meteorologie herausg. von der k. Akad. der Wissenschaften. St-Petersburg, 1894; 4°.

* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXVIII, fasc. 1. Modena, 1895; 8°.

* **Zoologischer Anzeiger,** herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig, etc.; XVIII Jahrgang, n. 467. 1895.

* **Журналъ** русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXVI, n. 8. 1894.

Albert Ier Prince de Monaco. Sur les premières campagnes scientifiques de la " Princesse Alice ". Paris, 1895; 4° (*dall'A.*).

— Sur la faune des eaux profondes de la Méditerranée au large de Monaco. Paris; 4° (*Id.*).

— Projet d'Observatoires météorologiques sur l'Océan Atlantique. Paris; 4° (*Id.*).

Buchanan (J. Y.). Sur la densité et l'alcalinité des eaux de l'Atlantique et de la Méditerranée. Paris; 4° (*Id.*).

Gordon y de Acosta (A.). Medicina indigena de Cuba. Su valor historico. Habana, 1894; 8° (*Id.*).

Janet (Ch.). Sur les Nerfs de l'antenne et les Organes chordotonaux chez les Fourmis. Paris, 1894; 4° (*Id.*).

— Sur le système glandulaire des Fourmis. Paris, 1894; 4° (*Id.*).

— Études sur les Fourmis. Note 4me, 5me et 7me. Paris, Beauvais, 1894; 8° (*Id.*).

— Transformation artificielle en Gypse du Calcaire friable des Fossiles des Sables de Bracheux. Paris, 1894; 8° (*Id.*).

Lorenzoni (G.). Giovanni Santini, sua vita e sue op. Padova, 1877; 8° (*Id.*).

— Sul luogo sferico dei punti nei quali è minima la variazione dell'azimut rispetto al tempo. Venezia, 1879; 8° (*Id.*).

— L'Astronomia in questi ultimi tempi. Venezia, 1882; 8° (*Id.*).

— L'insegnamento di astronomia e meteore del prof. Lodovico Riva, ecc. Padova, 1885; 8° (*Id.*).

— In occasione del primo centenario dalla nascita dell'astronomo Santini. Padova, 1887; 8° (*Id.*).

Lorenzoni (G.). Correzioni di scala ed elevazione sul mare del barometro dell'Osservatorio astronomico di Padova. Venezia, 1888; 8° (*dall'A.*).

— Relazione sulle esperienze istituite nel R. Osserv. astronomico di Padova in agosto 1885 e febbraio 1886 per determinare la lunghezza del pendolo semplice a secondi. Roma, 1888; 4° (*Id.*).

— Sulla teoria degli errori fortuiti nelle osserv. dirette. Padova, 1889; 8° (*Id.*).

— Sulle condizioni del progresso astronomico. Padova, 1889; 8° (*Id.*).

— Il movimento ed il cielo di Venere secondo Dante. Venezia, 1891; 8° (*Id.*).

— Determinazioni di azimut. Padova, 1891; 4° (*Id.*).

— Nuovo esame delle condizioni del supporto nelle esperienze fatte a Padova nel 1885-86 per determinare la lunghezza del pendolo a secondi. Venezia, 1893; 8° (*Id.*).

— Determinazione relativa della gravità terrestre negli Osservatori di Vienna, di Parigi e di Padova. Venezia, 1893; 8° (*Id.*).

— Determinazione relativa della gravità terrestre a Padova, a Milano ed a Roma. Venezia, 1894; 8° (*Id.*).

Lorenzoni (G.), **Abetti** (A.) e **Di Legge** (A.). Differenze di longitudine fra Roma, Padova ed Arcetri... Relazioni. Padova, 1891; 4° (*Id.*).

Mouthuon (J.). Arkoses de Lembecq-Clabecq, thèse inaugurale présentée à la Faculté des sciences. Louvain, 1894; 8° (*dall'Univ. di Louvain*).

Ruffini (F. P.). Delle pedali delle parabole cubiche divergenti. Bologna, 1895; 4° (*dall'A.*).

Trabucco (G.). Sulla vera età del calcare di Gassino. Roma, 1895; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 10 al 24 Febbraio 1895.

* **Annuario** della R. Università di Pisa per l'anno accademico 1894-95. Pisa, 1895; 8°.

Annuario Accademico 1894-95. Siena, 1895; 8° (*dalla R. Università degli Studi di Siena*).

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V. Classe di Sc. mor., stor. e filol., vol. II. Notizie degli Scavi. Ottobre e Novembre 1894; 4°.

* **Atti** del R. Istituto veneto di Scienze, lettere ed arti. T. LIII, disp. 2ª. Venezia, 1894-95; 8°.

** **Bibliotheca** Philologica Classica. 21 Jahrgang, 1894, Viertes Quartal. Berlin, 1894; 8°

* **Bollettino** delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa, 1895; n. 219, 8° (*Bibl. Naz. Centr. di Firenze*).

Bulletin de la Société de Géographie Commerciale de Bordeaux, 1895, n. 2; 8°.

* **Catalogus** der Ethnologische Verzameling van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Batavia, 1894; 8°.

* **Commentari** dell'Ateneo di Brescia per l'anno 1894. Brescia, 1894; 8°.

* **Comptes-rendus** des séances de la Soc. de Géogr.; n. 2. Paris, 1895; 8°.

** **Inventarii** dei manoscritti delle Biblioteche d'Italia, vol. III, pp. 145-254 e Indice; 8°.

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LXIII. Part I, History Literature, n. 3. Calcutta, 1894; 8°.

* **Nederlandsch-Indisch** Plakaatboek 1602-1811. Batavia, 1894; 8°.

* **Notulen** van de Algemeene en Bestuurs-Vergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Deel XXXII, Afelv. 1, 2, 1894; Batavia; 8°.

* **Proceedings** of the Asiatic Society of Bengal. N° IX, Nov. 1894. Calcutta; 8°.

** **Raccolta** ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia. Vol. III; pp. 2577-2992; 8°.

* **Rivista** di Sociologia. Vol. I, 1894; vol. II, n. 1, 1895. Roma; 8°.

Statistica degli Scioperi avvenuti nell'Industria e nell'Agricoltura durante gli anni 1892 e 1893. Roma, 1894; 8° (*dal Minist. di Agr., Ind. e Comm.*).

* **Tijdschrift** voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen etc.; Deel XXXVII, Aflev. 4, 5; XXXVIII, 1, 2. Batavia, 1894.

Morelli conte d'Aramengo (F.). Poesie edite ed inedite raccolte e pubblicate da Niccola Gabiani. Vol. I. Asti, 1895; 8° (*dall'Edit.*).

** **Sanuto** (M.). Diari. Fasc. 183. Venezia, 1895; 4°.

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 3 Marzo 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Direttore della Classe, Ferraris, Naccari, Spezia, Giacomini, Camerano, Segre, Peano e Basso Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Socio D'Ovidio, Direttore della Classe, offre in dono, a nome dell'autore Prof. Matteo Fiorini dell'Università di Bologna, un lavoro stampato che ha per titolo: " *Sopra una speciale trasformazione delle proiezioni cartografiche atta alla delineazione dei mappamondi* ".

Il Socio Segre presenta per l'inserzione negli *Atti* una Nota del Socio Prof. Vito Volterra: " *Sul moto di un sistema nel quale sussistono moti interni stazionari* ".

LETTURE

Sul moto di un sistema nel quale sussistono moti interni stazionari;

Nota del Socio VITO VOLTERRA.

1. Nella seduta del 3 febbraio scorso ebbi l'onore di comunicare all'Accademia una Nota (*) in cui ho stabilito le equazioni differenziali del moto attorno al baricentro di un sistema libero e non soggetto ad azioni esterne, nel quale sussistono moti interni stazionarii.

Tali equazioni sono le seguenti:

$$(1)\quad \begin{cases} A\frac{dp}{dt} + (C - B)qr + m_3q - m_2r = 0 \\ B\frac{dq}{dt} + (A - C)rp + m_1r - m_3p = 0 \\ C\frac{dr}{dt} + (B - A)pq + m_2p - m_1q = 0 \end{cases}$$

Nella stessa Nota ho dimostrato che queste equazioni ammettono i due integrali

$$(2)\quad Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 = 2h$$

$$(3)\quad (Ap + m_1)^2 + (Bq + m_2)^2 + (Cr + m_3)^2 = K^2$$

e che la loro integrazione può ridursi facilmente alle quadrature. Mi propongo ora di ottenere la effettiva determinazione delle relazioni in termini finiti che legano fra loro p, q, r, t. A tal fine osserviamo che se si potranno esprimere p, q, r come

(*) *Sulla teoria del moto del polo terrestre.*

funzioni uniformi di un parametro ausiliario u, basterà sostituire queste espressioni in una delle equazioni differenziali (1) ed otterremo anche t espresso mediante il parametro u.

In luogo di p, q, r possiamo considerare le coordinate ξ, η, ζ dei punti della *polodia* ossia del luogo descritto dal polo sull'ellissoide d'inerzia, giacchè queste ultime sono legate alle prime dalle relazioni

$$\xi = \frac{p}{\sqrt{2h}}, \quad \eta = \frac{q}{\sqrt{2h}}, \quad \zeta = \frac{r}{\sqrt{2h}}. \tag{4}$$

Quindi la questione è ridotta ad esprimere le coordinate dei punti della polodia come funzioni uniformi di un parametro ausiliario u. Ora dalle (2), (3), (4) segue che la polodia è la intersezione di due quadriche ed in conseguenza, come è noto, le sue coordinate si potranno esprimere in funzione di un parametro u mediante funzioni ellittiche (*).

2. Per eseguire effettivamente i calcoli potremo operare sia sulle ξ, η, ζ, sia anche direttamente sulle p, q, r e noi ci riferiremo subito a queste ultime quantità.

Si ponga

$$p = \frac{x_1}{x_4}, \quad q = \frac{x_2}{x_4}, \quad r = \frac{x_3}{x_4} \tag{5}$$

le (2), (3) diverranno

$$\text{(2')} \quad Ax_1^2 + Bx_2^2 + Cx_3^2 - 2hx_4^2 = 0$$

$$\text{(3')} \quad (Ax_1 + m_1x_4)^2 + (Bx_2 + m_2x_4)^2 + (Cx_3 + m_3x_4)^2 - K^2x_4^2 = 0$$

ovvero ponendo

$$K^2 - m_1^2 - m_2^2 - m_3^2 = K_1$$

esse si scriveranno

(*) Halphen, *Traité des fonctions elliptiques*, IIe vol., page 449.

$$(2'') \quad Ax_1^2 + Bx_2^2 + Cx_3^2 - 2hx_4^2 = 0$$

$$(3') \quad A^2x_1^2 + B^2x_2^2 + C^2x_3^2 - K_1x_4^2 + 2Am_1x_1x_4 + 2Bm_2x_2x_4 + \\ + 2Cm_3x_3x_4 = 0.$$

Trasformiamo ora mediante una sostituzione lineare

$$(6) \qquad x_i = \sum_1^4{}_s\, c_{is}\, \xi_s \qquad (i = 1, 2, 3, 4)$$

le due forme quadratiche che compariscono nei primi membri delle equazioni precedenti in modo da ridurle rispettivamente alle forme

$$(7) \quad \begin{cases} \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_4^2 \\ \lambda_1\xi_1^2 + \lambda_2\xi_2^2 + \lambda_3\xi_3^2 + \lambda_4\xi_4^2. \end{cases}$$

A tal fine, come è noto, i coefficienti della sostituzione (6) dovranno soddisfare le equazioni seguenti

$$(8) \quad \begin{cases} (A^2 - A\lambda_s)\, c_{1s} + Am_1 c_{4s} = 0 \\ (B^2 - B\lambda_s)\, c_{2s} + Bm_2 c_{4s} = 0 \\ (C^2 - C\lambda_s)\, c_{3s} + Cm_3 c_{4s} = 0 \qquad\qquad (s = 1, 2, 3, 4) \\ Am_1\, c_{1s} + Bm_2\, c_{2s} + Cm_3\, c_{3s} - (K_1 - 2h\lambda_s)\, c_{4s} = 0 \end{cases}$$

insieme alle altre

$$(9) \qquad Ac_{1s}^2 + Bc_{2s}^2 + Cc_{3s}^2 - 2hc_{4s}^2 = 1 \qquad (s = 1, 2, 3, 4).$$

Semplificando le equazioni precedenti esse divengono

$$(8') \quad \begin{cases} (A - \lambda_s)\, c_{1s} + m_1 c_{4s} = 0 \\ (B - \lambda_s)\, c_{2s} + m_2 c_{4s} = 0 \\ (C - \lambda_s)\, c_{3s} + m_3 c_{4s} = 0 \\ Am_1\, c_{1s} + Bm_2\, c_{2s} + Cm_3\, c_{3s} - (K_1 - 2h\lambda_s)\, c_{4s} = 0 \end{cases}$$

e per conseguenza le λ_s saranno le radici della equazione di quarto grado in λ.

$$\begin{vmatrix} A-\lambda, & 0 & , & 0 & , & m_1 \\ 0 & , & B-\lambda, & 0 & , & m_2 \\ 0 & , & 0 & , & C-\lambda, & m_3 \\ Am_1 & , & Bm_2 & , & Cm_3 & , & 2h\lambda - K_1 \end{vmatrix} = 0$$

Questa equazione sviluppata diverrà

$$(A-\lambda)(B-\lambda)(C-\lambda)(K_1-2h\lambda)+Am_1^2(B-\lambda)(C-\lambda)+$$
$$+Bm_2^2(C-\lambda)(A-\lambda)+Cm_3^2(A-\lambda)(B-\lambda)=0$$

ed il primo membro di essa si potrà scrivere

$$f(\lambda)=2h(\lambda-\lambda_1)(\lambda-\lambda_2)(\lambda-\lambda_3)(\lambda-\lambda_4). \tag{10}$$

Dividendo per $(A-\lambda)$ $(B-\lambda)$ $C-\lambda)$ si avrà

$$\frac{f(\lambda)}{(A-\lambda)(B-\lambda)\,C-\lambda)}=\frac{Am_1^2}{A-\lambda}+\frac{Bm_2^2}{B-\lambda}+\frac{Cm_3^2}{C-\lambda}-2h\lambda+K_1. \tag{10'}$$

In tutto ciò che segue ammetteremo che A, B, C, siano differenti fra loro e m_1, m_2, m_3 siano diversi da zero; in tale ipotesi nessuna delle radici λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 potrà ridursi eguale ad A, B, C. Ammetteremo inoltre che le quattro radici siano semplici.

3. Dalle (8′) segue

$$\frac{c_{1s}}{\left(\frac{m_1}{A-\lambda_s}\right)}=\frac{c_{2s}}{\left(\frac{m_2}{B-\lambda_s}\right)}=\frac{c_{3s}}{\left(\frac{m_3}{C-\lambda_s}\right)}=\frac{c_{4s}}{-1} \tag{11}$$

onde chiamando θ_s questo rapporto, avremo

$$(2'')\quad Ax_1^2 + Bx_2^2 + Cx_3^2 - 2hx_4^2 = 0$$

$$(3')\quad A^2x_1^2 + B^2x_2^2 + C^2x_3^2 - K_1x_4^2 + 2Am_1x_1x_4 + 2Bm_2x_2x_4 + + 2Cm_3x_3x_4 = 0.$$

Trasformiamo ora mediante una sostituzione lineare

$$(6)\qquad x_i = \sum_1^4{}_s\, c_{is}\, \xi_s \qquad (i = 1, 2, 3, 4)$$

le due forme quadratiche che compariscono nei primi membri delle equazioni precedenti in modo da ridurle rispettivamente alle forme

$$(7)\quad \begin{cases} \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_4^2 \\ \lambda_1\xi_1^2 + \lambda_2\xi_2^2 + \lambda_3\xi_3^2 + \lambda_4\xi_4^2. \end{cases}$$

A tal fine, come è noto, i coefficienti della sostituzione (6) dovranno soddisfare le equazioni seguenti

$$(8)\quad \begin{cases} (A^2 - A\lambda_s)\, c_{1s} + Am_1 c_{4s} = 0 \\ (B^2 - B\lambda_s)\, c_{2s} + Bm_2 c_{4s} = 0 \\ (C^2 - C\lambda_s)\, c_{3s} + Cm_3 c_{4s} = 0 \qquad (s = 1, 2, 3, 4) \\ Am_1 c_{1s} + Bm_2 c_{2s} + Cm_3 c_{3s} - (K_1 - 2h\lambda_s)\, c_{4s} = 0 \end{cases}$$

insieme alle altre

$$(9)\quad Ac_{1s}^2 + Bc_{2s}^2 + Cc_{3s}^2 - 2hc_{4s}^2 = 1 \quad (s = 1, 2, 3, 4).$$

Semplificando le equazioni precedenti esse divengono

$$(8')\quad \begin{cases} (A - \lambda_s)\, c_{1s} + m_1 c_{4s} = 0 \\ (B - \lambda_s)\, c_{2s} + m_2 c_{4s} = 0 \\ (C - \lambda_s) c_{3s} + m_3 c_{4s} = 0 \\ Am_1 c_{1s} + Bm_2 c_{2s} + Cm_3 c_{3s} - (K_1 - 2h\lambda_s)\, c_{4s} = 0 \end{cases}$$

e per conseguenza le λ_s saranno le radici della equazione di quarto grado in λ.

$$\begin{vmatrix} A-\lambda, & 0 & , & 0 & , & m_1 \\ 0 & , & B-\lambda, & 0 & , & m_2 \\ 0 & , & 0 & , & C-\lambda, & m_3 \\ Am_1 & , & Bm_2 & , & Cm_3 & , & 2h\lambda - K_1 \end{vmatrix} = 0$$

Questa equazione sviluppata diverrà

$$(A-\lambda)(B-\lambda)(C-\lambda)(K_1-2h\lambda)+Am_1^2(B-\lambda)(C-\lambda)+$$
$$+Bm_2^2(C-\lambda)(A-\lambda)+Cm_3^2(A-\lambda)(B-\lambda)=0$$

ed il primo membro di essa si potrà scrivere

$$(10) \qquad f(\lambda)=2h(\lambda-\lambda_1)(\lambda-\lambda_2)(\lambda-\lambda_3)(\lambda-\lambda_4).$$

Dividendo per $(A-\lambda)(B-\lambda)\,C-\lambda)$ si avrà

$$(10') \qquad \frac{f(\lambda)}{(A-\lambda)(B-\lambda)\,C-\lambda)}=\frac{Am_1^2}{A-\lambda}+\frac{Bm_2^2}{B-\lambda}+\frac{Cm_3^2}{C-\lambda}-2h\lambda+K_1.$$

In tutto ciò che segue ammetteremo che A, B, C, siano differenti fra loro e m_1, m_2, m_3 siano diversi da zero; in tale ipotesi nessuna delle radici λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 potrà ridursi eguale ad A, B, C. Ammetteremo inoltre che le quattro radici siano semplici.

3. Dalle (8′) segue

$$(11) \qquad \frac{c_{1s}}{\left(\dfrac{m_1}{A-\lambda_s}\right)}=\frac{c_{2s}}{\left(\dfrac{m_2}{B-\lambda_s}\right)}=\frac{c_{3s}}{\left(\dfrac{m_3}{C-\lambda_s}\right)}=\frac{c_{4s}}{-1}$$

onde chiamando θ_s questo rapporto, avremo

$$\theta_s = \frac{\sqrt{Ac_{1s}^2 + Bc_{2s}^2 + Cc_{3s}^2 - 2hc_{4s}^2}}{\sqrt{\frac{Am_1^2}{(A-\lambda_s)^2} + \frac{Bm_2^2}{(B-\lambda_s)^2} + \frac{Cm_3^2}{(C-\lambda_s)^2} - 2h}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{Am_1^2}{(A-\lambda_s)^2} + \frac{Bm_2^2}{(B-\lambda_s)^2} + \frac{Cm_3^2}{(C-\lambda_s)^2} - 2h}}$$

a cagione della eguaglianza (9).

Ora derivando la (10′) rispetto a λ si ottiene

$$\frac{Am_1^2}{(A-\lambda)^2} + \frac{Bm_2^2}{(B-\lambda)^2} + \frac{Cm_3^2}{(C-\lambda)^2} - 2h = \frac{f'(\lambda)}{(A-\lambda)(B-\lambda)(C-\lambda)} +$$

$$+ f(\lambda)\frac{d}{d\lambda}\frac{1}{(A-\lambda)(B-\lambda)(C-\lambda)}$$

e ponendo λ_s in luogo di λ

$$\frac{Am_1^2}{(A-\lambda_s)^2} + \frac{Bm_2^2}{(B-\lambda_s)^2} + \frac{Cm_3^2}{(C-\lambda_s)^2} - 2h = \frac{2h(\lambda_s-\lambda_{s+1})(\lambda_s-\lambda_{s+2})(\lambda_s-\lambda_{s+3})}{(A-\lambda_s)(B-\lambda_s)(C-\lambda_s)}.$$

Ne segue che

$$\theta_s = \frac{1}{\sqrt{2h}}\sqrt{\frac{(A-\lambda_s)(B-\lambda_s)(C-\lambda_s)}{(\lambda_s-\lambda_{s+1})(\lambda_s-\lambda_{s+2})(\lambda_s-\lambda_{s+3})}}$$

e quindi

$$(12)\quad \begin{cases} c_{1s} = \frac{m_1}{\sqrt{2h}}\sqrt{\frac{(B-\lambda_s)(C-\lambda_s)}{A-\lambda_s}}\;\frac{1}{\sqrt{(\lambda_s-\lambda_{s+1})(\lambda_s-\lambda_{s+2})(\lambda_s-\lambda_{s+3})}} = \frac{m_1}{A-\lambda_s}\theta_s \\ c_{2s} = \frac{m_2}{\sqrt{2h}}\sqrt{\frac{(C-\lambda_s)(A-\lambda_s)}{B-\lambda_s}}\;\frac{1}{\sqrt{(\lambda_s-\lambda_{s+1})(\lambda_s-\lambda_{s+2})(\lambda_s-\lambda_{s+3})}} = \frac{m_2}{B-\lambda_s}\theta_s \\ c_{3s} = \frac{m_3}{\sqrt{2h}}\sqrt{\frac{(A-\lambda_s)(B-\lambda_s)}{C-\lambda_s}}\;\frac{1}{\sqrt{(\lambda_s-\lambda_{s+1})(\lambda_s-\lambda_{s+2})(\lambda_s-\lambda_{s+3})}} = \frac{m_3}{C-\lambda_s}\theta_s \\ c_{4s} = -\frac{1}{\sqrt{2h}}\sqrt{(A-\lambda_s)(B-\lambda_s)(C-\lambda_s)}\;\frac{1}{\sqrt{(\lambda_s-\lambda_{s+1})(\lambda_s-\lambda_{s+2})(\lambda_s-\lambda_{s+3})}} = \\ \qquad = -\theta_s. \end{cases}$$

4. Ciò premesso consideriamo le due equazioni equivalenti alle (2'') (3'').

$$(13)\quad \begin{cases} \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_4^2 = 0 \\ \lambda_1\xi_1^2 + \lambda_2\xi_2^2 + \lambda_3\xi_3^2 + \lambda_4\xi_4^2 = 0 \end{cases}$$

poniamo

$$(14)\quad \xi_1^2 = a_1\sigma_1^2(u),\ \xi_2^2 = a_2\sigma_2^2(u),\ \xi_3^2 = a_3\sigma_3^2(u),\ \xi_4^2 = a_4\sigma^2(u)$$

e cerchiamo di determinare le costanti a_1, a_2, a_3, a_4 e le tre radici e_1, e_2, e_3 in modo che le (13) restino verificate. La sostituzione (14) trasforma le (13) nelle due equazioni seguenti

$$a_1\sigma_1^2 + a_2\sigma_2^2 + a_3\sigma_3^2 + a_4\sigma^2 = 0$$

$$\lambda_1 a_1\sigma_1^2 + \lambda_2 a_2\sigma_2^2 + \lambda_3 a_3\sigma_3^2 + \lambda_4 a_4\sigma^2 = 0.$$

Teniamo conto delle due relazioni che legano fra loro i quadrati delle σ, cioè (*)

$$\sigma_2^2 = \sigma_3^2 - (e_2 - e_3)\,\sigma^2$$

$$\sigma_1^2 = \sigma_3^2 - (e_1 - e_3)\,\sigma^2;$$

le due equazioni precedenti diverranno

$$\sigma_3^2(a_1 + a_2 + a_3) - \sigma^2(a_1(e_1 - e_3) + a_2(e_2 - e_3) - a_4) = 0$$

$$\sigma_3^2(\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \lambda_3 a_3) - \sigma^2(\lambda_1 a_1(e_1 - e_3) + \lambda_2 a_2(e_2 - e_3) - \lambda_4 a_4) = 0$$

e per conseguenza

$$(15)\quad \begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 0 \\ a_1(e_1 - e_3) + a_2(e_2 - e_3) - a_4 = 0 \\ \lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \lambda_3 a_3 = 0 \\ \lambda_1 a_1(e_1 - e_3) + \lambda_2 a_2(e_2 - e_3) - \lambda_4 a_4 = 0. \end{cases}$$

(*) Vedi WEIERSTRASS, *Formeln und Lehrsätze zum Gebrauche der elliptischen Functionen*, pag. 28.

Eliminando fra queste equazioni a_1, a_2, a_3, a_4, otterremo l'equazione

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ e_1-e_3 & e_2-e_3 & 0 & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & 0 \\ \lambda_1(e_1-e_3) & \lambda_2(e_2-e_3) & 0 & \lambda_4 \end{vmatrix} = 0$$

che sviluppata diviene (*)

$$k^2 = \frac{e_2-e_3}{e_1-e_3} = \frac{\lambda_1-\lambda_4}{\lambda_1-\lambda_3} : \frac{\lambda_2-\lambda_4}{\lambda_2-\lambda_3}. \tag{16}$$

Dalle (15) segue

$$a_1 : a_2 : a_3 : a_4 = \lambda_3 - \lambda_2 : \lambda_1 - \lambda_3 : \lambda_2 - \lambda_1 : (e_1 - e_3)\frac{(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_2-\lambda_1)}{\lambda_2-\lambda_4}$$

quindi potremo prendere

$$\left\{\begin{aligned} \mu_1 &= \sqrt{a_1} = \sqrt{2h(\lambda_3-\lambda_2)} \\ \mu_2 &= \sqrt{a_2} = \sqrt{2h(\lambda_1-\lambda_3)} \\ \mu_3 &= \sqrt{a_3} = \sqrt{2h(\lambda_2-\lambda_1)} \\ \mu_4 \sqrt{a_4} &= \sqrt{2h(e_1-e_3)\frac{(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_2-\lambda_1)}{\lambda_2-\lambda_4}} \end{aligned}\right. \tag{17}$$

e avremo

$$\xi_1 = \mu_1\sigma_1, \quad \xi_2 = \mu_2\sigma_2, \quad \xi_3 = \mu_3\sigma_3, \quad \xi_4 = \mu_4\sigma$$

onde le (6) ci daranno

$$x_i = \sum_1^4{}_s \mu_s c_{is}\sigma_s \qquad (i = 1, 2, 3, 4) \tag{18}$$

in cui si è posto per uniformità $\sigma_4 = \sigma$.

(*) Vedi Weierstrass, *Op. cit.*, pag. 30.

Resulterà quindi finalmente a cagione delle (12) e delle (17)

$$
(19)\quad \left\{
\begin{aligned}
p &= m_1 \frac{\begin{array}{r}\sqrt{\lambda_3-\lambda_2}\; A_{11}\sigma_1 + \sqrt{\lambda_1-\lambda_3}\; A_{12}\sigma_2 + \sqrt{\lambda_2-\lambda_1}\; A_{13}\sigma_3 + \\ + \sqrt{(e_1-e_3)\dfrac{(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_2-\lambda_1)}{\lambda_2-\lambda_4}}\; A_{14}\sigma\end{array}}{\begin{array}{r}\sqrt{\lambda_3-\lambda_2}\; A_{41}\sigma_1 + \sqrt{\lambda_1-\lambda_3}\; A_{42}\sigma_2 + \sqrt{\lambda_2-\lambda_1}\; A_{43}\sigma_3 + \\ + \sqrt{(e_1-e_3)\dfrac{(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_2-\lambda_1)}{\lambda_2-\lambda_4}}\; A_{44}\sigma\end{array}} \\
q &= m_2 \frac{\begin{array}{r}\sqrt{\lambda_3-\lambda_2}\; A_{21}\sigma_1 + \sqrt{\lambda_1-\lambda_3}\; A_{22}\sigma_2 + \sqrt{\lambda_2-\lambda_1}\; A_{23}\sigma_3 + \\ + \sqrt{(e_1-e_3)\dfrac{(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_2-\lambda_1)}{\lambda_2-\lambda_4}}\; A_{24}\sigma\end{array}}{\begin{array}{r}\sqrt{\lambda_3-\lambda_2}\; A_{41}\sigma_1 + \sqrt{\lambda_1-\lambda_3}\; A_{42}\sigma_2 + \sqrt{\lambda_2-\lambda_1}\; A_{43}\sigma_3 + \\ + \sqrt{(e_1-e_3)\dfrac{(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_2-\lambda_1)}{\lambda_2-\lambda_4}}\; A_{44}\sigma\end{array}} \\
r &= m_3 \frac{\begin{array}{r}\sqrt{\lambda_3-\lambda_2}\; A_{31}\sigma_1 + \sqrt{\lambda_1-\lambda_3}\; A_{32}\sigma_2 + \sqrt{\lambda_2-\lambda_1}\; A_{33}\sigma_3 + \\ + \sqrt{(e_1-e_3)\dfrac{(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_2-\lambda_1)}{\lambda_2-\lambda_4}}\; A_{34}\sigma\end{array}}{\begin{array}{r}\sqrt{\lambda_3-\lambda_2}\; A_{41}\sigma_1 + \sqrt{\lambda_1-\lambda_3}\; A_{42}\sigma_2 + \sqrt{\lambda_2-\lambda_1}\; A_{43}\sigma_3 + \\ + \sqrt{(e_1-e_3)\dfrac{(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_2-\lambda_1)}{\lambda_2-\lambda_4}}\; A_{44}\sigma\end{array}}
\end{aligned}
\right.
$$

in cui si è posto per brevità

$$
(20)\quad \left\{
\begin{aligned}
A_{1s} &= \sqrt{\frac{(B-\lambda_s)(C-\lambda_s)}{A-\lambda_s}}\;\frac{1}{\sqrt{(\lambda_s-\lambda_{s+1})(\lambda_s-\lambda_{s+2})(\lambda_s-\lambda_{s+3})}} \\
A_{2s} &= \sqrt{\frac{(C-\lambda_s)(A-\lambda_s)}{B-\lambda_s}}\;\frac{1}{\sqrt{(\lambda_s-\lambda_{s+1})(\lambda_s-\lambda_{s+2})(\lambda_s-\lambda_{s+3})}} \\
A_{3s} &= \sqrt{\frac{(A-\lambda_s)(B-\lambda_s)}{C-\lambda_s}}\;\frac{1}{\sqrt{(\lambda_s-\lambda_{s+1})(\lambda_s-\lambda_{s+2})(\lambda_s-\lambda_{s+3})}} \\
A_{4s} &= -\,\frac{\sqrt{(A-\lambda)(B-\lambda_s)(C-\lambda_s)}}{\sqrt{(\lambda_s-\lambda_{s+1})(\lambda_s-\lambda_{s+2})(\lambda_s-\lambda_{s+3})}}
\end{aligned}
\right.
$$

5. Per determinare il tempo riprendiamo le equazioni differenziali (1). Avremo:

$$(21)\quad dt = \frac{A\,dp}{(Bq + m_2)\,r - (Cr + m_3)\,q} = \frac{B\,dq}{(Cr + m_3)p - (Ap + m_1)\,r} =$$

$$= \frac{C\,dr}{(Ap + m_1)q - (Bq + m_2)p}$$

ovvero a cagione delle (7)

$$(22)\quad \frac{dt}{du} = \frac{A\left(x_4\frac{dx_1}{du} - x_1\frac{dx_4}{du}\right)}{(Bx_2 + m_2x_4)x_3 - (Cx_3 + m_3x_4)x_2} = \frac{B\left(x_4\frac{dx_2}{du} - x_2\frac{dx_4}{du}\right)}{(Cx_3 + m_3x_4)x_1 - (Ax_1 + m_1x_4)x_3} =$$

$$= \frac{C\left(x_4\frac{dx_3}{du} - x_3\frac{dx_4}{du}\right)}{(Ax_1 + m_1x_4)x_2 - (Bx_2 + m_2x_4)x_1}\,.$$

Sostituendo per x_1, x_2, x_3, x_4, i valori ricavati dalle formule (18) le equazioni precedenti divengono:

$$\frac{dt}{du} = \frac{A\sum \mu_i\mu_s(c_{1i}c_{4s} - c_{1s}c_{4i})\left(\sigma_i\frac{d\sigma_s}{du} - \sigma_s\frac{d\sigma_i}{du}\right)}{\sum\mu_s(Cc_{3s} + m_3c_{4s})\sigma_s\sum\mu_s c_{2s}\sigma_s - \sum\mu_s(Bc_{2s} + m_2c_{4s})\sigma_s\sum\mu_s c_{3s}\sigma_s} =$$

$$= \frac{B\sum \mu_i\mu_s(c_{2i}c_{4s} - c_{2s}c_{4i})\left(\sigma_i\frac{d\sigma_s}{du} - \sigma_s\frac{d\sigma_i}{du}\right)}{\sum\mu_s(Ac_{1s} + m_1c_{4s})\sigma_s\sum\mu_s c_{3s}\sigma_s - \sum\mu_s(Cc_{3s} + m_3c_{4s})\sigma_s\sum\mu_s c_{1s}\sigma_s} =$$

$$= \frac{C\sum \mu_i\mu_s(c_{3i}c_{4s} - c_{3s}c_{4i})\left(\sigma_i\frac{d\sigma_s}{du} - \sigma_s\frac{d\sigma_i}{du}\right)}{\sum\mu_s(Bc_{2s} + m_2c_{4s})\sigma_s\sum\mu_s c_{1s}\sigma_s - \sum\mu_s(Ac_{1s} + m_1c_{4s})\sigma_s\sum\mu_s c_{2s}\sigma_s}\,.$$

Abbiamo ora (Cfr. K. WEIERSTRASS, *Formeln und Lehrsätze*, pag. 28):

$$(23)\quad \begin{cases} \sigma_i\dfrac{d\sigma_s}{du} - \sigma_s\dfrac{d\sigma_i}{du} = (e_i - e_s)\,\sigma_r\,\sigma \\ \sigma\dfrac{d\sigma_i}{du} - \sigma_i\dfrac{d\sigma}{du} = -\,\sigma_s\,\sigma_r \end{cases}$$

quindi $\frac{dt}{du}$ potrà porsi in tre modi eguale al rapporto di due

polinomii omogenei di secondo grado nelle σ, e perciò sarà una funzione doppiamente periodica.

Riprendiamo ora le formule (22) e osserviamo che x_1, x_2, x_3, x_4 sono funzioni olomorfe in tutto il piano. Togliamo i fattori comuni alle funzioni stesse, conservandole olomorfe, ma rendendole tali che non abbiano nessuno zero a comune, e mostriamo che in tale ipotesi i tre denominatori non possono annullarsi contemporaneamente. Infatti se ciò avvenisse si avrebbe

$$(Bx_2 + m_2 x_4) x_3 - (Cx_3 + m_3 x_4) x_2 = 0$$

$$(Cx_3 + m_3 x_4) x_1 - (Ax_1 + m_1 x_4) x_3 = 0$$

$$(Ax_1 + m_1 x_4) x_2 - (Bx_2 + m_2 x_4) x_1 = 0$$

ovvero

$$(24) \qquad \begin{cases} (Ax_1 + m_1 x_4) - \mu x_1 = 0 \\ (Bx_2 + m_2 x_4) - \mu x_2 = 0 \\ (Cx_3 + m_3 x_4) - \mu x_3 = 0. \end{cases}$$

Moltiplicando queste equazioni per Ax_1, Bx_2, Cx_3 e sommando, abbiamo, quando si tien conto delle (2″) (3″),

$$(25) \quad x_4(-Am_1x_1 - Bm_2x_2 - Cm_3x_3 + K_1x_4 - 2h\mu x_4) = 0.$$

Se ora x_4 fosse nulla, siccome si è supposto che A, B, C siano diversi fra loro, dovrebbero essere nulle due fra le x_1, x_2, x_3, e in virtù della (8) tutte e quattro le quantità x_1, x_2, x_3, x_4, sarebbero zero il che è contrario all'ipotesi fatta. Ne segue che x_4 è diversa da zero, e perciò dividendo la (25) per x_4, avremmo:

$$(26) \qquad Am_1x_1 + Bm_2x_2 + Cm_3x_3 - (K_1 - 2h\mu)x_4 = 0.$$

Le (8′) coincidono colle (24) e (26) quando si sostituiscano le x_i alle c_{is} e μ a λ_i; quindi i valori di x_1, x_2, x_3, x_4 che le soddisfano sarebbero tali che (Vedi § 3)

$$\frac{x_1}{\left(\frac{m_1}{A-\lambda_i}\right)} = \frac{x_2}{\left(\frac{m_2}{B-\lambda_i}\right)} = \frac{x_3}{\left(\frac{m_3}{C-\lambda_i}\right)} = \frac{x_4}{-1}$$

e per conseguenza a cagione della (2'')

$$\frac{Am_1^2}{(A-\lambda_i)^2} + \frac{Bm_2^2}{(B-\lambda_i)^2} + \frac{Cm_3^2}{(C-\lambda_i)^2} - 2h = 0,$$

onde (Vedi equaz. (10')) λ_i sarebbe una radice multipla, contrariamente alle ipotesi fatte. I tre numeratori delle (22) sono funzioni intere, ed i denominatori non possono annullarsi contemporaneamente; $\frac{dt}{du}$ non può dunque mai divenire infinito, e poichè essa è una funzione doppiamente periodica, così se ne deduce che è costante. Chiamando n questa costante, si avrà:

$$t = n(u - u_0) \tag{27}$$

in cui u_0 denota una costante arbitraria.

6. Per eseguire effettivamente il calcolo di n osserviamo che il denominatore della prima espressione trovata per $\frac{dt}{du}$ può scriversi

$$\begin{aligned} D_1 = {} & \Sigma \mu_i^2 [(C - B) c_{3i} c_{2i} + m_3 c_{2i} c_{4i} - m_2 c_{3i} c_{4i}] \sigma_i^2 + \\ & + \Sigma \mu_i \mu_s [(C - B)(c_{3i} c_{4s} + c_{3s} c_{4i}) + m_3 (c_{4i} c_{2s} + c_{4s} c_{2i}) - \\ & - m_2 (c_{4i} c_{3s} + c_{4s} c_{3i})] \sigma_i \sigma_s . \end{aligned}$$

Ora dalle (12) segue

$$\begin{aligned} & (C-B)(c_{3i} c_{4s} + c_{3s} c_{4i}) + m_3 (c_{4i} c_{2s} + c_{4s} c_{2i}) - m_2 (c_{4i} c_{3s} + c_{4s} c_{3i}) = \\ & = m_2 m_3 \theta_i \theta_s \left\{ (C - B) \left[\frac{1}{(C-\lambda_i)(B-\lambda_s)} + \frac{1}{(C-\lambda_s)(B-\lambda_i)} \right] - \right. \\ & \left. - \left[\frac{1}{B-\lambda_s} + \frac{1}{B-\lambda_i} \right] + \left[\frac{1}{C-\lambda_s} + \frac{1}{C-\lambda_i} \right] \right\} = \\ & = \frac{(B-C)(\lambda_s - \lambda_i)^2 m_2 m_3 \theta_i \theta_s}{(B-\lambda_i)(C-\lambda_i)(B-\lambda_s)(C-\lambda_s)} . \end{aligned}$$

Di qui si deduce che il coefficiente di σ_i^2 nella D_1 è nullo, giacchè si otterrà dalla precedente espressione ponendo $s = i$: quindi

$$D_1 = (B - C)\, m_2\, m_3 \sum \frac{(\lambda_s - \lambda_i)^2\, \theta_i \theta_s \mu_i \mu_s}{(B-\lambda_i)(C-\lambda_i)(B-\lambda_s)(C-\lambda_s)}\, \sigma_i \sigma_s.$$

Dalle (12) si ricava

$$c_{1i}\, c_{4s} - c_{1s}\, c_{4i} = \theta_i\, \theta_s \left(\frac{m_1}{A-\lambda_s} - \frac{m_1}{A-\lambda_i} \right) = \frac{m_1 \theta_i \theta_s (\lambda_s - \lambda_i)}{(A-\lambda_i)(A-\lambda_s)}$$

perciò il numeratore della prima espressione di $\frac{dt}{du}$ sarà

$$N_1 = A m_1 \sum_s \frac{(\lambda_s - \lambda_i)\, \theta_i \theta_s \mu_i \mu_s}{(A-\lambda_i)(A-\lambda_s)} \left(\sigma_i \frac{d\sigma_s}{du} - \sigma_s \frac{d\sigma_i}{du} \right);$$

dunque applicando le formule (23) può concludersi che N_1 sarà, al pari di D_1, una espressione lineare ed omogenea dei prodotti $\sigma_i \sigma_s$, e poichè il rapporto $\frac{N_1}{D_1}$ deve esser costante, esso potrà prendersi eguale al rapporto dei coefficienti di $\sigma_2 \sigma_3$ nelle espressioni di N_1 e D_1. Perciò

$$n = \frac{dt}{du} = \frac{N_1}{D_1} = \frac{A m_1 (\lambda_4 - \lambda_1)\, \theta_1 \theta_4\, \mu_1 \mu_4 (B-\lambda_2)(C-\lambda_2)(B-\lambda_3)(C-\lambda_3)}{(B-C)\, m_2 m_3 (A-\lambda_1)(A-\lambda_4)(\lambda_2-\lambda_3)^2\, \theta_2 \theta_3\, \mu_2 \mu_3} =$$

$$= \frac{A m_1}{(B-C)\, m_2 m_3} \sqrt{\frac{\beta\gamma}{\alpha}} \sqrt{\frac{e_1 - e_3}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_4)}}$$

avendo posto per brevità

$$\alpha = (A - \lambda_1)(A - \lambda_2)(A - \lambda_3)(A - \lambda_4),$$

$$\beta = (B - \lambda_1)(B - \lambda_2)(B - \lambda_3)(B - \lambda_4),$$

$$\gamma = (C - \lambda_1)(C - \lambda_2)(C - \lambda_3)(C - \lambda_4).$$

Ora, se in $f(\lambda)$ (Vedi form. (10)) poniamo al posto di λ successivamente A, B, C, otteniamo

$$\alpha = \frac{f(A)}{2h} = \frac{Am_1^2 (B-A)(C-A)}{2h}$$

$$\beta = \frac{f(B)}{2h} = \frac{Bm_2^2 (C-B)(A-B)}{2h}$$

$$\gamma = \frac{f(C)}{2h} = \frac{Cm_3^2 (A-C)(B-C)}{2h}$$

quindi

$$n = \sqrt{\frac{ABC}{2h} \frac{e_3-e_1}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_4)}}.$$

L'Accademico Segretario
GIUSEPPE BASSO.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 10 Marzo 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Peyron, Claretta, Pezzi, Nani, Cognetti de Martiis, Graf, Cipolla, Brusa, Perrero e Ferrero Segretario.

Il Presidente, a nome dell'autore, Prof. Vincenzo Lilla della R. Università di Messina, offre un opuscolo intitolato: " *Tommaso Rossi critico di Tito Lucrezio Caro* „ (Napoli, 1894), e ne accompagna la presentazione con le seguenti parole: " D'incarico dell'autore presento alla Classe una memoria del " Prof. Vincenzo Lilla, della Università di Messina, da lui letta " all'Accademia Pontaniana il 4 novembre 1894, col titolo " " Tommaso Rossi, critico di Tito Lucrezio Caro „.

" La memoria si propone di richiamare l'attenzione sulle " opere filosofiche dell'abate Tommaso Rossi, da Montefusco, " contemporaneo di Giambattista Vico, morto nel settembre del " 1743, cioè pochi mesi prima dello stesso Vico che moriva il " 20 gennaio 1744. I due filosofi furono in corrispondenza fra " di loro, come lo dimostra una lettera del Vico in data 7 maggio " 1735, pubblicata nell'edizione del Ferrari delle opere complete " del Vico (Milano, 1834, vol. VI, pag. 121), da cui risulta che " il Rossi aveva inviato al Vico il suo manoscritto *sull'immor-* " *talità dell'anima umana,* che fu poi pubblicato a Venezia nel " 1736, con cui si proponeva di sciogliere gli argomenti di " Tito Lucrezio Caro contro l'immortalità dell'anima. In questa

“ lettera anzi il Vico lo conforta a pubblicare “ la sua sa-
“ pientissima scrittura „ e fa alti elogii del Rossi dicendo
“ “ che egli aveva ammirato la bella luce, il vivo splendore
“ e la grande feracità della sua sublimissima mente divina „,
“ e conchiudeva con dire che “ egli era degno non solo di
“ Montefuscolo, ma della più famosa Università di Europa „.

“ Malgrado di ciò il Lilla lamenta che il povero Tommaso
“ Rossi non abbia avuto fama nè contemporanea nè postuma, e
“ che solo in questi ultimi anni accrescendosi sempre più la fama
“ del Vico, siasi sentito il bisogno di prendere in esame anche
“ le dottrine del Rossi. Egli quindi, dopo aver fatto un breve
“ cenno delle opere di lui e di coloro che ebbero ad occupar-
“ sene recentemente, si propone di ritrarne la figura non nella
“ sua interezza, ma sotto il profilo speciale di critico di Tito
“ Lucrezio Caro. Ciò stante egli si arresta sopratutto ad esporre
“ le dottrine contenute nella dissertazione sull'immortalità del-
“ l'anima umana, che era appunto quella che era stata sotto-
“ posta all'esame ed all'apprezzamento del Vico, e cerca di
“ mettere in rilievo l'acume e la temperanza del Rossi nella
“ sua critica di Lucrezio Caro, l'onestà della medesima per cui
“ anche combattendo l'avversario, ne ammira la mente e cerca
“ di chiarirne le dottrine dalle interpretazioni anguste e fallaci,
“ e conchiude col dire che è “ cosa rara il trovare in un critico,
“ che visse un secolo e mezzo fa, tanta libertà di pensiero e di
“ discussione „.

“ A mio avviso è poi degno di nota la singolare analogia
“ che corre fra le dottrine psicologiche svolte dal Rossi in questa
“ sua dissertazione e quelle a cui ispirasi il Vico nelle varie
“ opere sue, e sopratutto in quella “ *de uno et universo iuris*
“ *principio et fine uno* „. Certo non si può affermare che il Vico
“ abbia attinto dal Rossi, poichè le opere del Vico precedettero
“ per la maggior parte quelle del Rossi, ma è però evidente
“ una conformità di pensieri quanto alla questione dei rapporti
“ fra l'anima ed il corpo, quanto alla distinzione delle facoltà
“ fondamentali dell'uomo in *conoscere, volere* e *potere,* ed anche
“ nella confutazione che essi fanno delle dottrine allora in voga
“ del Cartesio „.

Fra le pubblicazioni pervenute in dono alla Classe il Socio Segretario segnala la seconda parte del “ *Descriptive Atlas of*

the Cesnola Collection of Cypriote Antiquities in the Metropolitan Museum of Art „ (New-York, 1894) del Socio Corrispondente Conte Luigi PALMA DI CESNOLA; e la " *Grammaire malgache* „, 2e édition (Épinal, 1894), del Socio Corrispondente Prof. Aristide MARRE.

Presenta pure la " *Relazione statistica dei lavori compiuti nel distretto della Corte d'Appello di Torino nell'anno 1894* „, offerta dal signor Procuratore Generale presso la Corte d'Appello.

Sono presentati, per incarico del Socio MANNO, assente dall'adunanza, le seguenti pubblicazioni offerte dagli autori alla Classe: " *Bretagne, Danemark, Topo-bibliographie* „, del Socio Corrispondente abate Ulisse CHEVALIER (Montbéliard, 1893 e 1894); " *Dodici aneddoti storici* „ del Cav. Giovanni SFORZA, Direttore dell'Archivio di Stato di Massa (Modena, 1895); " *Documenti su lo sbarco, la cattura e la morte di re Gioachino Murat al Pizzo* „ del Cav. Giuseppe TRAVALI (Palermo, 1895).

Il Presidente annuncia alla Classe la morte del Socio Corrispondente Prof. Antonio PERTILE della R. Università di Padova, ed affida al Socio NANI l'incarico di prepararne una Commemorazione da presentarsi in una prossima adunanza accademica.

Il Socio COGNETTI DE MARTIIS, a nome dell'autore, Dott. Pasquale JANNACONE, ritira il lavoro manoscritto: " *La recente inchiesta inglese del lavoro* „ presentato per la inserzione nei volumi delle *Memorie*.

Il Socio COGNETTI DE MARTIIS legge un lavoro del Dott. Costantino OTTOLENGHI: " *Le unioni operaie rurali nell'Inghilterra* „. Questo lavoro è pubblicato negli *Atti* accademici.

LETTURE

Le Unioni operaie rurali nell'Inghilterra (1);

Nota di COSTANTINO OTTOLENGHI.

Nel 1871 il *Trade union act* ammise le Unioni degli operai (*Trades Unions*) all'acquisto della personalità giuridica, per effetto della quale divenissero capaci di possedere beni e di ottenere il diritto di stare in giudizio mediante la semplice formalità della registrazione (2); l'anno dopo i lavoratori rurali dell'Inghilterra realizzarono pei primi la necessità di un'organizzazione del lavoro che avesse lo scopo di migliorare la loro condizione sociale. Il sesto rapporto sulle " Trades Unions „ del 1892 dà notizia di quattro " Trades unions „ principalmente o largamente composte di lavoratori rurali, tre fondate nel 1872: la " London and Southern counties labour League „ — l' "Amalgamated labour League „ — la " National agricultural labourers Union „ — una quarta nel 1890: l' " Eastern counties labour Federation „ (3). Aggiunge però il Capo registratore che da quando fu pubblicato il rapporto molte unioni di lavoratori rurali si sono formate in altri distretti dell'Inghilterra.

Nessuna " Trade union „ di lavoratori rurali troviamo nelle Galles, solo due di qualche importanza nella Scozia; una generale: la " Scottish Ploughmen Federal Union „, e una locale: la " Ross and Cromarty Ploughmen and labour Union „. In Irlanda troviamo alcune piccole locali organizzazioni di poca importanza, molte " labour Leagues „ vi furono nei passati tempi, assorbite poi in parte, dalla politica " Land League „.

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio d'Economia politica della R. Università di Torino.

(2) Georges Howell, *Trade-unionism new and old 1891.*

(3) *Royal Commission on labour — The agricultural labourer*, 1894. General report. Vol. V, parte I, pag. 148.

I. — *Obbietto delle principali " Trades Unions „ di lavoratori rurali e movimento della loro forza numerica dai primi anni della formazione al 1892.*

La *National Agricultural labourers Union* sorta a Swaffham e precisamente nella contea di Suffolck fu nel passato la più grande organizzazione di lavoratori rurali per promuovere l'accrescimento dei salari e migliorare lo stato della classe cui appartenevano i soci. Istituita daprima con scopi inerenti al lavoro non tardò a combinare le funzioni di " Friendly Society „ con quelle di " Trade Union „, stabilì cioè due fondi per malattia e vecchiaia. Gli obbietti principali cui s'informa da quanto appare da un rapporto dell' 81 del sig. Arck presidente sono:

1° Migliorare la condizione dei lavoratori rurali coll'accrescere i salari e diminuire le ore di lavoro;

2° Regolare il movimento di migrazione e di emigrazione del soprapiù di mano d'opera dove il mercato è troppo ingombrato;

3° Proteggere i loro interessi professionali, e assicurarli di legale aiuto contro l'oppressione;

4° Provvedere per tutti quei soci che pagano contribuzioni per scopi benefici un settimanale aiuto durante le malattie e il pagamento d'una somma in caso di morte (1).

Sorse, secondo il rapporto del sig. Arck, con 50 mila soci; il commissario dell'inchiesta sig. Fox ne prova le esagerazioni, ma gli è certo che da principio i soci furono assai numerosi.

La London and Southern Counties labour League anch'essa comparve nel 1872 sotto il nome di unione di lavoratori rurali coll'intendimento di migliorarne la condizione sociale, ma in seguito furono ammesse altre classi di lavoratori e mutò nome. Nei primi due anni l'associazione ebbe scopo puramente professionale, ma nel 1874 fu stabilita la formazione di due fondi di sussidi in caso di malattia e di morte. Gli obbietti speciali secondo il rapporto delle " Trades unions „ del 1889-90 sono:

1° Assicurare ai membri un adeguato saggio di salario in contraccambio del loro lavoro;

(1) *Report on Trades unions 1891 e 1892* presentati al Parlamento nel 1893 e 94.

2° Regolare il numero delle ore di lavoro giornaliero ed esigere un supplemento per ogni ora straordinaria di lavoro;

3° Assisterli nella migrazione e nell'emigrazione ed esercitare a loro riguardo una generale protezione;

4° Estendere le operazioni dell'Unione in quei distretti in cui si credesse opportuno.

Con obbietti più precisi sorse pure nel 1872 l'*Amalgamated labour League,* ma non acquistò mai vera importanza. Abbiamo invece l'*Eastern counties labour Federation* che tende ad avere un gran numero di lavoratori rurali. Appare dal 6° rapporto sulle " Trades unions „ del 1892 che, fondata nel 1894 già nel 1891 contava 174 succursali di cui alcune in distretti essenzialmente agricoli. Dall'unito diagramma è messa in evidenza la diversa fortuna delle principali " Trades unions „ dalla loro formazione al 1892.

II. — *La crisi attraversata dalle " Trades Unions „ rurali e la depressione agraria.*

Dalla stessa configurazione grafica appare come l'*Amalgamated labour Union* sia presto quasi scomparsa. La *London and Soutern counties labour League* e la *National agricultural labourer Union* andarono deperendo sempre più dal 1878 al 89. Da questo anno riprendono energia e aumenta il numero dei soci. Vediamo ripetersi qui per le " Trades unions „ de' lavoratori rurali quello che successe nel periodo 1875-79 nelle " Trades unions „ industriali. La crisi industriale che allora colpiva l'Inghilterra si ripercosse sulla forza di lavoro. " Nulla, dice l'Howell, potè impedire la precipitosa riduzione di salario in molte industrie e si succedettero senza tregua le rovine di molte delle più antiche " Trades unions „ „ (1). Essi furono anni di grande prova, aggiunge l'Howell, che servirono a provare i principii su cui l'istituzione era fondata e a indicare la forma d'associazione che solo era capace di sostenere le lotte e resistere alle per-

(1) Georges Howell, *Trade unionism new and old 1891.*

turbazioni che producono le crisi economiche. — Alcune caddero, molte furono ridotte a minime proporzioni, ma passata la crisi risorsero più forti e incominciò un periodo di vero progresso.

Così avvenne nell'organismo agrario (1); la depressione che colpì quasi tutte le contee dell'Inghilterra dal '78 in poi si ripercosse nelle condizioni economiche dei lavoratori rurali.

Lo spopolamento dei centri rurali, già notato dai commissari dell'inchiesta del '79, andò sempre maggiormente estendendosi. I lavoratori a giornata che costituiscono in Inghilterra la maggior parte della popolazione addetta all'agricoltura, da circa 1 milione nel 1871 discese a 890,174 nel 1881 e a 798,912 nel '91. In quaranta collegi essenzialmente rurali, diceva un delegato della “ Rural Reform Conference „ del 1892 a Londra, la popolazione è diminuita di 65,000 individui. Un altro delegato (della Cornovaglia) asseriva che nella sua contea la popolazione era diminuita in venti anni di 40,000 anime e ciò esclusivamente per l'emigrazione dei contadini alle città.

Così pure i salari ribassarono dopo l'81. Dal seguente specchietto si vede il basso saggio di salario nel '92 rispetto al 1881 malgrado l'aumento in questi ultimi anni (2).

Salari settimanali degli ordinari lavoratori.

Distretti d'inchiesta	1867-70	1879-81	1892-93
	s. d.	s. d.	s. d.
Atcham	10.9	13.3	14
Basingstoke	10.9	12	11.6 —
Belper	14.9	16.6	16 —
Brixworth	12	13.6	14
Bromyard	10	11.9	11 —
Buntingford	11	13.6	11.6 —
Cirencester	10.10	13.3	10.6 —

(1) *Commission on agriculture 1894.* V. Appendice *D.* Minutes of evidence taken before Her Majesty's commissioners appointed to inquire into the subiect of Agricultural depression with appendices.

(2) *Royal Commission on labour — Agricultural labourer 1894.* Fifth and final report, pag. 229.

Segue: *Salari settimanali degli ordinari lavoratori.*

Distretti d'inchiesta	1867-70	1879-81	1892-93
	s. d.	s. d.	s. d.
Crediton	9.9	13	13.6
Dorchester	9.6	10.9	10 —
Driffiedd	14.6	15	15.6
Easingwold	14	16.6	15.6 —
Garstang	15	17.6	18
Glendale	16.6	17	17
Godstone	13.6	15.6	15 —
Holbeach	13.6	13.6	14.3
Hollingbourn	13.9	15.9	14.6 —
Langport	10	12.6	11 —
Louth	14.3	15	15
Maldon.	11.3	12.6	11.6 —
Melton Mowbray . . .	12.6	13	15
Monmouth.	12.10	12	12.6
Nantwich	12.6	12.6	15
North Witchford . . .	11	13.6	12 —
Pershore	11	13	12
Pewsey.	10.1	11.9	10 —
St-Neotf	10	12.6	13
Southwell	14.6	14	15
Stratford-upon-Avon . .	11.9	14.3	11 —
Swaffham	11	12.6	12 —
Thakeham.	12.7	13.6	12 —
Thame	13	12.9	12 —
Thingoe	11	12.6	12 —
Truro	11	13.9	14
Uttoxeter	13.10	14.6	16
Wantage	10.6	12.3	11 —
Wetherby	14.10	16.6	16 —
Wigton	16.6	19	18 —
Woburn	11	12.6	12 —
Media salari settimanali in Inghilterra . . .	12.3	13.9	13.5 —

In quanto alla diminuzione nel prezzo delle derrate principali di cui fa uso il lavoratore: la carne e il grano; il prezzo del primo diminuì poco nei primi anni del passato decennio e

il grano di 42 s. il quarter nel periodo 1879-81; scese a 32 nell'85-88; ma il lavoratore (da quanto appare da un bilancio di una famiglia agricola riportato dal sig. Fox) (1) consuma in media nemmeno uno stone di pane e farina alla settimana, quindi il vantaggio che il lavoratore può ricavare è ben scarso di fronte alla riduzione di 2 s. settimanali che in molte contee era avvenuta.

Le " Trades Unions „ non potevano porre un argine alla diminuzione del salario causato dalle tristi condizioni degli affittavoli; diminuita così la loro influenza e la forza pecuniaria dei lavoratori rurali nel sorreggerle, furono abbandonate, e alcune perirono, altre si mantennero a stento, così che il periodo 1878-89 rapresenta per le " Trades unions „ di lavoratori rurali una grave depressione.

Ma, come vedemmo che nel 1880 al periodo di decadimento delle " Trades unions „ industriali seguì un periodo di risveglio, così dopo l'89 si rialza la fortuna delle " Trades unions „ rurali e si nota una tendenza ad un vero incremento pel rapido aumento di soci. La " National agricultural labourer Union „ che contava nell'89 solo 4000 soci riprende forza e già nel '90 raggiunge la cifra di 8500 e di 15000 nel '91. Così l' " Eastern counties Federation „ fondata nel 1890 già nel '91 aveva 8 mila soci e 18500 nel '92 e assunse in breve tanta potenza che gli affittavoli le contrapposero nella stessa contea dove essa ha sede, una federazione per mutua loro protezione e beneficio, uno degli scopi essendo di assistere i soci in caso di sciopero. Mentre però all'incremento delle " Trades unions „ industriali è correlativo un miglioramento nelle condizioni generali dell'organismo economico, — contemporaneamente a quello delle " Trades unions „ rurali, troviamo così aggravate le condizioni di tutto l'organismo agrario che non appena condotta a termine la grandiosa inchiesta generale sul lavoro, il governo stimava necessario di istituirne un'altra speciale per studiare le cause della depressione agraria.

Questo repentino incremento delle " Trades unions „ malgrado le tristi condizioni dell'agricoltura inglese si spiega chia-

(1) *Royal Commission on labour — The agricultural labourer 1894.* Vol. I, parte III, pag. 95.

ramente. È oramai sensibilmente elevato il livello intellettuale della popolazione rurale; già si sentono, come dice il commissario sig. William C. Little, i buoni effetti dell'“ Elementary education act „ del '70 che allora aveva incontrato tanti ostacoli, poichè sembrava che i lavoratori non potessero privarsi del guadagno dei loro fanciulli. Anche il sentimento del valore della propria personalità si è innalzato e non ultima causa è la ripartizione degli “ small holdings „, l'acquisto dei quali fu negli ultimi anni facilitato. Questo ristabilimento della piccola proprietà fu in parecchi casi un freno all'emigrazione, spesso causata dal desiderio d'innalzarsi nella scala sociale. Di più il progressivo ribasso del prezzo dei generi alimentari migliorò la condizione economica delle plebi rurali; la scarsità della mano d'opera sentita anche in Inghilterra cagionò una maggior ricerca di lavoratori; questi si sentirono più forti e si riunirono dinuovo per organizzarsi e poter ottenere un aumento al misero salario.

III. — *Influenza delle “ Trades Unions „.*

L'Howell scriveva nel 1891 che le “ Trades unions „ industriali, forti per numero, ricche d'argento e di risorse, potenti per la loro azione politica avevano una grande influenza sociale sulle masse e una forza dominante nel mondo industriale (1). Pari influenza certamente non hanno le “ Trades unions „ di operai rurali le quali, solo da pochi anni attraversata una grave crisi non sono ancora forti abbastanza per negoziare con le associazioni costituite da' *farmers,* e le stesse depresse condizioni dell'organismo agrario possono opporre eventualmente un forte ostacolo al loro incremento.

Tuttavia fu asserito da un gran numero di persone che queste Unioni resero più tese le relazioni tra padroni e lavoranti, mentre altri dicono che furono un mezzo per aumentare il saggio di salario. I fatti dimostrano che produssero sotto certi limiti l'uno e l'altro effetto. I commissari dell'inchiesta generale notarono un aumento di salario di 1 s. alla settimana in questi ultimi tempi a Longport dove si è formata nel 1892 una “ Trade union „

(1) Georges Howell, *Op. cit.*

agraria: la " England and Somerset labourer union „; a Stafford on Avon dove si organizzò una " T. U. „ si ebbe un aumento medio di 2 s. al salario settimanale. Analogo aumento nelle contee di Suffolk e Norfolk (distretti: Thingoe e Swaffam) dove hanno sede le due principali Unioni di operai rurali: la " National Agricultural labourer Union „ e la " Eastern counties labour Federation „, come appare nel diagramma ove è segnato il movimento dei salari in quelle due contee dal 1869 al 1892 (1).

In quanto all'influenza delle " Trades unions „ sulle mutue relazioni de' padroni e de' lavoratori, noto come pochi siano stati nelle campagne dell'Inghilterra quelle perturbazioni tra capitale e lavoro che sogliono manifestarsi tra lavoratori i quali, raggiunto uno stadio di minore malessere in confronto di prima incominciano ad assaporare il principio di una condizione migliore; ma tra i pochi distretti in cui i commissari riportano esser avvenuto qualche sciopero o tentativo di sciopero agrario, troviamo appunto Langport e Swaffham.

Ne avvenne poi uno recentemente (nel 1893) di qualche importanza a Norfolk.

Lo sciopero avvenne nella primavera in 5 poderi per aumento del salario che già era salito ad una media di 13 s. Dapprima parve favorevole ai lavoratori che rifiutarono le proposte fatte dagli affittavoli; ma poi, per la resistenza di costoro che chiamarono altri lavoratori per la coltivazione delle terre, fu forza piegarsi alle loro esigenze. — In complesso i risultati degli scioperi non furono tutti vantaggiosi ai lavoratori. In alcuni casi in cui gli affittavoli dovettero aumentare il salario restrinsero l'estensione della terra a coltivarsi e limitarono il lavoro manuale introducendo maggiormente il macchinale. Fu tentato nel '92 in una conferenza tenuta a East Derch ad istigazione dell'unione dei lavoratori di discutere la questione dei salari nelle contee orientali (Sussex Norfolk Suffolk) e si insistè presso gli affittavoli per la formazione di un ufficio d'arbitrato che potesse fissare una corrente rata di salario per un definitivo periodo di tre o quattro mesi. Ma i

(1) *Royal Commission on labour — The agricultural labourer 1894.* England. Vol. I.

rappresentanti della federazione dei *farmers* risposero che la loro associazione era puramente difensiva e che non potevano i loro membri accettare un ufficio d'arbitrato. Così fu tolta l'opportunità d'uno scambio di vedute e la conferenza non produsse alcun risultato.

Però l'annuale rapporto della federazione dei *farmers* riferiva che se la conferenza non avesse avuto alcun altro buon risultato, riuscì però a far ammettere dai rappresentanti dei lavoratori che i loro salari medî settimanali erano considerevolmente più alti di quello che lo comportassero le condizioni economiche.

Galles. — Scozia. — Irlanda.

I. — *Nelle Galles* troviamo una totale mancanza di organizzazioni della natura delle " Trades Unions „ fra lavoratori rurali (1). Alcune combinazioni furon tentate di tempo in tempo quasi sempre per la riduzione di ore di lavoro, ma ebbero corta esistenza. Ad Angler e Camonshire verso il 1890 vi fu una combinazione per ottenere una sostanziale riduzione di ore di lavoro. In quell'istanza s'era tentato di renderla permanente organizzazione che dovesse proteggere gl'interessi dei lavoratori e particolarmente si occupasse del miglioramento delle abitazioni. Ma la domanda per diminuzione di ore di lavoro fu concessa e l'unione dei lavoratori pacificamente si sciolse. Così in altre contee ultimamente si cercò di formare una federazione in occasione d'una domanda di aumento di salario, ma essendo anche in questo caso i lavoratori stati esauditi, la progettata unione svanì. Però migliorarono, dicono i commissari dell'inchiesta, le condizioni economiche delle classi agricole.

II. — *Nella Scozia* troviamo una Unione generale: la " Scottish ploughmen's federal Union „, federazione che ha lo scopo principale di rafforzare la classe dei " farm servants „ e di proteggere i soci da ogni oppressione. Si propone di ottenere per essi:

---

(1) *Royal Commission on labour — The agricultural labourer 1894.* Fifth final and report, pag. 105.

1° il pagamento settimanale in moneta, una settimanale mezza festa e un conveniente numero di giorni completamente liberi;

2° riduzione del lavoro settimanale a 56 ore e un supplemento di 6 d. per ogni ora straordinaria di lavoro;

3° abolizione dei mercati festivi e abitazioni migliori.

L'unione ebbe ancora l'obbietto di provvedere per le malattie e funerali dei soci e ad una cassa pensioni pei soci vecchi. Questa federazione sorse nell'Unione di Perth già da molti anni, comprende 6000 soci ed ha molte succursali.

Notiamo ancora un'organizzazione locale: la " Ross and Cromarty ploughmen and labourer Union ". Essa ha per scopo la diminuzione delle ore di lavoro e la fissazione di un minimo di salario per il lavoratore valido di 20 s. alla settimana, il miglioramento delle abitazioni e l'acquisto degli " small holdings ".

Non trovammo alcuna notizia speciale sulle vicende di queste Unioni, ma gli scopi stessi che si propongono dimostrano come sian migliorate le condizioni dei lavoratori rurali.

Dice infatti il commissario sig. G. R. Gillepsie, che è quasi generale un rilevante aumento del salario dei lavoratori rurali per la lamentata scarsità della mano d'opera specialmente sentita in Scozia ove è progressivo l'aumento dell'emigrazione.

III. — Non cercheremo fra le misere popolazioni rurali dell'*Irlanda* le " Trades Unions " che trovammo nell'Inghilterra.

È una triste elegia la storia economico-agraria di questo paese, che celebre in un'epoca di barbarie per la sua civiltà, è celebre ora per le agitazioni che lo commossero, per le tristi lotte che lo straziarono. Sin dal secolo XV sorse la vitale questione agraria che incalzò specialmente nell'ultimo scorcio della prima metà del nostro secolo per la terribile carestia, nella quale più di un milione di persone morirono di fame (1). I provvedimenti legislativi di qualche efficacia si fecero molto aspettare e solo la legge agraria del '70 presentata ed attuata da Gladstone recò qualche miglioramento, ma questo fu tosto represso dalla nuova crisi agraria sopraggiunta.

Di più non v'è in Irlanda quel sistema di vita di villaggio

(1) Pittaluga, *La questione agraria in Irlanda*, 1894.

che abbiamo trovato nell'Inghilterra e che dà molta facilità all'organizzazione, non vi sono le grandi tenute dedicate all'aratura che importerebbero l'impiego di molti regolari lavoratori, ed è piccola la sociale differenza tra padroni e lavoratori; spesso i piccoli affittavoli coltivano essi stessi le terre.

Ma se non esiste in Irlanda alcuna " Trade Union „ di lavoratori rurali, possiamo notare come dal 1873 vi si siano andate costituendo delle " labour leagues „ per la protezione e difesa dei loro interessi e in una unione particolare a Kanturck (1), il movimento assunse in un tempo considerevoli dimensioni.

Una serie di molte divulgate agitazioni era qui avvenuta fra le popolazioni rurali in causa della misera condizione delle abitazioni, il che fu attribuito alla clausola esistente in quel tempo in tutti i contratti d'affitto contro l'erezione di nuovi abituri. L'ostilità fu rivolta dapprima piuttosto contro i proprietarî dei fondi come autori di quelle restrizioni che contro i " farmer „, e la costituzione di una lega di lavoro diresse il movimento che continuò sino al '79. Nel 1880 gli sforzi della lega furon rivolti contro i " farmer „ per elevazione di salario allora di soli 7 s. alla settimana. Essi ottennero un aumento di salario di 2 s., ma la vittoria, dice il commissario signor Chapman, non fu tuttavia favorevole ai loro interessi poichè i " farmer „ vedendo aumentate le spese di produzione apposero ai lavoratori una generale sostituzione di lavoro manuale al macchinale e restrinsero l'estensione della terra dedicata all'aratura.

Un commissario dell'inchiesta, il sig. R. M[c] Crea, dice come molte leghe di lavoro allora costituite siano andate scomparendo là dove le disposizioni per migliorare le abitazioni dei lavoratori furon ben applicate. Molte poi furono assorbite dalla politica " Land league „, che, organizzata nel '79 da Michele Dawitt e Jonn Devoy e poi diretta da Parnell ebbe per scopo l'attuazione delle 3F (free sale — fair rent — fixity of tenure). Essa acquistò subito entusiasti aderenti d'ogni parte, e fu di grande aiuto alle misere popolazioni rurali. — La legge agraria del '81 accoglieva la teoria delle 3F, ma i contadini irlandesi

(1) *Royal Commission on labour — The agricultural labourer 1894.* Irlanda, Vol. IV, parte II, p. 34.

per gli avvenimenti che eran succeduti, aspiravano a ben più radicali riforme; essi volevano la rivendicazione delle terre dei proprietari e la loro distribuzione ai fittavoli. Gladstone allora non esitò a scioglierla e a farne arrestare il capo.

Attualmente non esiste alcuna organizzazione di vera, efficace e pratica forma, notiamo solo la lega dei mandriani di Rosmonn; a Montmelic due succursali dell' " Irish Democratic labour federation „ e a Calow l'" Irish National forester „, ma comprendono piccolo numero di lavoratori rurali.

Conclusione.

1° Solo nell'Inghilterra e nella Scozia, dove le condizioni economiche dei lavoratori rurali sono migliori, troviamo attualmente " Trades Unions „ essenzialmente o in molta parte da essi formate. Nelle Galles si ebbero solo tentativi non riusciti; nell'Irlanda solo qualche lega sorta dalle depresse condizioni e senza importanza.

2° Le associazioni rurali combinarono quasi sempre le funzioni di " Friendly Society „ a quelle di " Trades Unions „.

3° Esse attraversarono, pochi anni dopo la loro formazione, una grave crisi in causa della generale depressione dell'organismo agrario; ma col miglioramento delle condizioni sociali ed economiche dei lavoratori rurali, assorsero dopo l'89 a novella vita.

4° L'influenza esercitata dalle " Trades Unions „ ha prodotto, in certi limiti, l'aumento del salario e una tensione dei rapporti tra padroni e lavoratori.

5° Gli scioperi rurali avvennero in piccolo numero in Inghilterra e spesso non furono propizi ai lavoratori in causa delle cattive condizioni economiche in cui versano i fittavoli.

6° Le aspirazioni dei lavoratori rurali manifestate o da " Trades Unions „, o da scioperi, o da leghe di lavoro sono: nell'Inghilterra, la diminuzione delle ore di lavoro e, aumento del salario; nella Scozia, oltre a questo, il miglioramento delle abitazioni e l'acquisto di " small holdings „; nell'Irlanda in particolar modo il miglioramento degli abituri.

FONTI

" Annali d'agricoltura „, 1884, *L'inchiesta agraria in Inghilterra.*

I. E. Kebbel, 1887, *The agricultural labourer.*

Meneghelli, *Le condizioni dei lavoratori in Inghilterra.* V. *Giorn. Econom.*, 1891, n. 2.

Royal Commission on labour, 1894 — " The agricultural labourer „.

Commission on depression 1894. Volumi sinora pubblicati: *Minutes of evidence appointed to inquire into the subject of* " Agricultural depression „, vol. 2. — *Reports*, 9 (England and Scottland).

" The condition of the rural population „. *Report of the rural reform conference.* Londra, 1891.

Pittaluga, 1894, *La questione agraria in Irlanda.*

Georges Howell, 1891, *Trade unionism new and old.*

Paaske, *Die Entwickelung der britischen Landwirtschaft*, nei *Jahrbücher für nationalökonomie*, 1891, 3F. 3.

Reports on Trade Unions, 1888-1892.

Webb, *History of trade unionism*, 1894.

L'Accademico Segretario
Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 17 Febbraio al 3 Marzo 1895.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio;
quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Abhandlungen** der mathem.-physischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. XXI, nº 3. Leipzig, 1895; 8°.

Almanacco agrario pel 1895. Pubbl. per cura della Sezione di Trento. Trento, 1895; 8° (*dal Cons. Prov. d'Agric. pel Tirolo*).

* **Anales** de la Universidad (*República Oriental del Uruguay*). Tomo VI; Entr. 4. Montevideo, 1894; 8°.

* **Annales** des Mines. 9ᵉ série, t. VII, livr. 1ʳᵉ. Paris, 1895.

* **Anuario** estadístico de la República Oriental del Uruguay. Montevideo, 1895; 8°.

* **Compte-Rendu** sommaire de la séance de la Société philomatique de Paris. N. 8; 9 février 1895. Paris; 8°.

* **Comptes-Rendus** de l'Académie des Sciences de Cracovie. Janvier. Cracovie, 1895; 8°.

* **Földtani** Közlöny kiadja a Magyarhoni Földtani Társulat. Vol. XXIV, n. 11-12. Budapest, 1894; 8°.

** **Fortschritte** der Physik im Jahre 1888. Bd. XLV, 1 Abt. Braunschweig, 1895; 8°.

* **Jahresbericht** der Kgl. Ung. geologischen Anstalt für 1892. Budapest, 1894; 8°.

* **Jenaische** Zeitschrift für Medicin und Naturwissenschaft, herausg. von der medicinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Jena. Bd. I, II; III, n. 1-3; IV, 2-4; V, 1, 2, 4; VI, 1, 3. Leipzig, 1865-1871; 8°.

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LXIII, part II, Natural Science, n. 3. Calcutta, 1894; 8°.

* **Journal** of Morphology. Edited by C. O. Whitman, ...with the co-operation of Ed. Ph. Allis. Vol. X, n. 1. Boston, 1895; 8°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXIII, disp. 12. Roma, 1895; 4°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LV, n. 3. London, 1895; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LVII, n. 342. London, 1895; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXVIII, fasc. II. Milano, 1895; 8°.

* **Rendiconto** dell'Ufficio d'igiene di Torino. Gennaio 1895; 4°.

Results of observations of the fixed stars made with the meridian circle at the Government Observatory Madras in the years 1883, 1884, 1885, 1886 and 1887. Vol. VIII. Madras, 1894; 4°.

* **Zoologischer Anzeiger**, herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig, etc.; XVIII Jahrgang, n. 468. 1895.

Hopkinson (J.) and **Wilson** (E.). Propagation of magnetization of iron as affected by the electric currents in the iron. London, 1895; 4°.

Klein (C.). Der Universaldrehapparat, ein Instrument zur Erleichterung und Vereinfachung kristallographisch-optischer Untersuchungen. Berlin, 1895; 8° (*dall'A.*).

Tschermak (G.). Ueber gewundene Bergkrystalle. Wien, 1894; 4°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 24 Febbraio al 10 Marzo 1895.

* **Ateneo** Veneto. Serie XVIII, vol. II, fasc. 4-6. Venezia, 1894; 8°.
* **Atti** della R. Accad. dei Lincei. Ser. IV. Classe di scienze mor., stor. e filol., vol. II. Parte II; Notizie degli scavi, Dicembre, e Indice topografico per l'anno 1894; 4°.

Bollettino della Società Umbra di Storia Patria. Anno I, fasc. 1. Perugia, 1895; 8°.

* **Bollettino** delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa (*Bibl. Naz. Centr. di Firenze*); 1894, n. 220; 8°.

Bulletin Mensuel de Statistique Municipale de la ville de Buenos-Aires. Année VIII° (1894), n. 12.

Bulletin de la Société de Géographie Commerciale de Bordeaux, 1895, n. 3; 8°.

* **Comptes-rendus** des séances de la Société de Géographie; n. 3. Paris, 1895; 8°.

Terremoto 1894 in Calabria ed in Sicilia. Resoconto del Comitato Provinciale torinese. Torino, 1895; 8°.

Cipolla (C.). Pubblicazioni sulla Storia medioevale italiana (1893). Venezia, 1894 (*dall'A.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

Movimento della forza numerica delle principali Trades Unions rurali dell'Inghilterra
Movimento dei salari settimanali degli ordinari lavoratori nelle contee di Norfolk e Suffolk
Anni
1872 1873 1874 1875 1876 1877 1878 1879 1880 1881 1882 1883 1884 1885 1886 1887 1888 1889 1890 1891 1892
1869-72 1873-76 1877-80 1881-84 1885-88 1889-92
Percent. salari settim.
N° SOCI
45-50000
44 000
43
42
41
40000
39
38
37
36
35000
34
33
32
31
30000
29
28
Movimento dei salari settimanali
N.B. 100 rappresenta la quota media del salario nel 1869-72
Salario reale medio
1869-72 sh. 10 d. 9¾
1873-76 " 13 " 5¼
1877-80 " 12 " 9
1881-84 " 11 " 9
1885-88 " 10 " 3
1889-92 " 11 " 1½
125
24
23
22
21
120
19
18
17
16
115
14
13
12
11
110
9
8
7
6

Lit. Salussolia - Torino

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 17 Marzo 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO

DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: SALVADORI, COSSA, MOSSO, BERRUTI, NACCARI, GIACOMINI, SPEZIA, SEGRE, CAMERANO e BASSO Segretario.

Viene letto ed approvato l'Atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Socio MOSSO presenta un lavoro eseguito dal Dott. Z. TREVES nel Laboratorio di Fisiologia della R. Università di Torino ed intitolato: " *Osservazioni sui movimenti degli occhi negli animali durante la narcosi* ".

Questo lavoro sarà pubblicato negli *Atti*.

LETTURE

Osservazioni sui movimenti degli occhi negli animali durante la narcosi

fatte dal Dott. Z. TREVES.

I.

Lo scopo delle esperienze, di cui riferisco qui il risultato, era di determinare come si dispone il bulbo dell'occhio e quanto avviene rispetto a' suoi movimenti nel sonno artificialmente provocato mediante qualcuna delle sostanze usate a questo intento, credendo, per l'analogia generalmente ammessa, di potere estendere la portata dei fatti osservati anche al caso del sonno naturale.

Non ebbi l'opportunità di eseguire le esperienze che su cani cloroformizzati, ma osservando cani addormentati con morfina e cloralio, conigli e gatti che erano stati cloroformizzati per altri scopi, potei convincermi, per quanto la semplice osservazione esterna lo permetteva, che i fatti, che descriverò nelle pagine seguenti, si verificano in modo notevolmente costante nei diversi casi. Preferii per le esperienze l'uso del cloroformio, poichè questo, adoperato con cautela, agisce in modo abbastanza rapido e con sufficiente regolarità ed offre il grande vantaggio di potersi, a piacimento dell'osservatore, sospendere e riprodurre la narcosi a diverse riprese.

I movimenti del bulbo oculare venivano sempre graficamente riprodotti.

L'apparecchio per la contenzione dell'animale aveva la forma di una doccia a tre faccie, capovolta. Il cane poggiava collo sterno e col ventre a cavalcioni della faccia superiore di essa. Le faccie laterali erano munite di fori per le funicelle destinate a fissare le zampe.

Nel mezzo del margine anteriore della parete superiore era disposto un congegno che fissava per la bocca il capo dell'ani-

male ed era così combinato da poter dare al capo stesso la flessione che si desiderava rispetto al corpo. Ai margini laterali della stessa parete, all'altezza della testa del cane, erano applicate mediante cerniera due tavolette di legno, le quali, avvicinate e fissate tra di loro per mezzo di una vite, abbracciavano l'occipite e chiudevano il capo in una specie di triangolo, che rendeva impossibile ogni movimento. Così si otteneva la fissità assoluta del capo, che io collocavo nella inclinazione sua ordinaria rispetto al corpo; la trasportabilità dell'animale per cui si poteva con gran comodità avvicinarlo ad apparecchi scriventi; ed infine libero campo per qualsiasi vivisezione si volesse fare nella regione dell'occhio.

Per iscrivere i movimenti eseguiti dal bulbo oculare adottai il processo seguente. Afferrata una piccola piega della congiuntiva bulbare in corrispondenza dell'estremità superiore del diametro verticale della cornea e tenendo l'occhio fisso nella sua posizione normale, introduco nello spessore della cornea, nel punto centrale di essa, un piccolo ago da sutura munito di doppio lungo filo. Libero l'ago dal filo, ed annodo i due lunghi capi di questo. I tessuti della cornea, specialmente la membrana elastica anteriore, sono assai resistenti e sopportano senza lacerarsi nè distendersi, il lieve peso delle leve a cui, come dirò, i capi liberi del filo vengono legati; sicchè il punto d'impianto dei fili nell'occhio è solido e non muta per tutta l'esperienza. Si deve andar cauti per non perforare la cornea posteriormente; in tal caso, per l'uscita dell'umor acqueo, essa perde la sua tensione, ed il punto d'inserzione dei fili, perduta la sua fissità, vien meno al nostro scopo. Dei due capi liberi del filo legato al centro della cornea, uno vien portato direttamente all'esterno, a conveniente distanza dall'animale, indi, mediante la semplice disposizione disegnata nella Fig. 8 della Tavola, portato ad angolo retto verso il basso ed annodato ad una leva munita di penna, che è così destinata a scrivere i movimenti del bulbo in senso trasversale; l'altro capo libero del filo viene condotto da prima in alto, in certi casi con una lieve inclinazione in avanti perchè non tocchi le parti un po' sporgenti che coprono l'arcata orbitaria, poi con decorso parallelo al primo filo ad un'altra leva, che scriverà per tal modo gli spostamenti in senso verticale. Le due leve che scrivono sul cilindro affumicato di un motore Balzar, sono

sopportate da un unico sostegno, hanno la stessa lunghezza, sono legate ai fili rispettivi ad una stessa distanza dai loro fulcri, e le loro punte giacciono in uno stesso piano verticale; sicchè scrivono contemporaneamente, su di una stessa linea verticale i movimenti che nei due sensi in un dato istante succedono, ingrandendoli nella stessa misura. E poichè, nelle mie esperienze, la leva che scriveva gli spostamenti verticali era collocata inferiormente, ne viene che, nei tracciati, l'avvicinarsi delle due linee a spese di entrambe rappresenta inclinazione del bulbo in fuori ed in basso, l'allontanarsi delle due linee a spese d'entrambe spostamento in dentro ed in alto, ecc. (1). Per tutta la durata dell'esperienza le palpebre venivano fortemente divaricate col blefarostato.

(1) Gli spostamenti secondari, che una delle leve può subire per un esteso movimento del bulbo nel senso corrispondente all'altra leva, sono così piccoli che non poterono mai dar luogo a confusione alcuna.

Voglio pure ricordare che Knoll fece costrurre un apparecchio per scrivere i movimenti del bulbo oculare. (Knoll, *Ueber die nach Verschluss der Hirnarterien auftretende Augenbewegungen. Sitzungsberichte k. Wiss. Akademie zu Wien.* Mathem. Naturwiss. Classe, 1886). Il principio fondamentale è identico a quello da me seguìto: due penne scrivono, l'una gli spostamenti verticali, l'altra gli orizzontali, ed i movimenti contemporanei d'entrambe segnano gli spostamenti obliqui del bulbo. La differenza tra il metodo di Knoll ed il mio sta nel modo di trasmettere i movimenti alle leve. Invece di annodare direttamente i fili alla cornea, Knoll fissa alla cornea una pinzetta munita di due punte ricurve ad uncino, la quale pel suo gambo è introdotta, come in un astuccio, in una cannuzza di paglia che all'altra estremità porta i fili che vanno alle penne e nel suo punto di mezzo è fissata in modo da poter funzionare a mo' di leva. Ad una simile disposizione io rinunziai sia per la grande speditezza e sicurezza con cui si possono infilzare gli strati anteriori della cornea, sia perchè una tale leva porta con sè inevitabili inconvenienti. Difatti, il punto centrale della cornea, spostandosi su di una superficie fortemente convessa, la sua distanza dal fulcro della leva e quindi il braccio oculare di questa dovranno variare in lunghezza ad ogni posizione del bulbo, tanto più allungandosi quanto più estesi sono gli spostamenti. Da ciò deriva che, l'altro braccio della leva rimanendo costante, in ogni posizione che l'occhio assume il rapporto tra gli spostamenti subìti dai due capi della leva varia ed i movimenti del bulbo vengono in tal guisa non esattamente riprodotti. Certo, per lo scopo delle esperienze che faceva il prof. Knoll, come per le mie esperienze, non è necessario una così assoluta precisione nella misura degli spostamenti; ma mi pare tuttavia preferibile il processo da me adottato, per cui si

II.

Durante il periodo della sovraeccitazione, per la somministrazione di cloroformio, i movimenti del bulbo sono rapidi, frequenti e si conservano associati nei due occhi; man mano divengono più rari, e si svolgono talora intorno a delle posizioni alquanto diverse dalla posizione primaria del bulbo; ho osservato molto soventi una deviazione in alto ed in dentro.

Quando il generale risolvimento muscolare è raggiunto e la sensibilità è quasi o del tutto scomparsa, i movimenti rapidi ed ampi del bulbo cessano, e l'occhio piglia una posizione caratteristica, deviando in fuori ed in basso, talora così fortemente che la cornea è tutta dietro all'angolo esterno delle palpebre e non si vede più che il bianco della sclerotica (Fig. 1).

Il passaggio del bulbo nella sua nuova posizione può avvenire in modo repentino o più o meno lentamente; lo spostamento può avvenire contemporaneamente nelle due direzioni o in tempi successivi; una direzione può prevalere sull'altra e l'occhio assume naturalmente posizioni alquanto diverse, ma sempre nello stesso senso.

Talora si vede chiaramente che alla caduta del bulbo nel modo sopra descritto preludia, per così dire, un periodo in cui l'occhio lotta, in certo modo, per mantenersi nella posizione normale; s'inchina lentamente per un piccolo tratto e rapidamente si risolleva; e ciò può ripetersi più volte, sino a che la nuova posizione subentra in modo definitivo. In questa, l'occhio può rimanere più o meno a lungo; si raddrizza quando la narcosi, per la sospensione del cloroformio, diventa meno profonda ed in generale ricompaiono contemporaneamente i rapidi movimenti muscolari (Fig. 2).

Se con nuovo cloroformio si rinforza la narcosi si può ottenere di nuovo lo spostamento; ma bisogna andar assai cauti, perchè, specialmente dopo narcosi ripetute, si ottiene molto spesso lo spostamento soltanto in un periodo in cui il pericolo di morte

evita quell'inesattezza e non si abbisogna di un apparato relativamente complesso come quello a cui ricorse il prof. Knoll.

è imminente, e bisogna esser pronti a far tosto la respirazione artificiale per mantenere l'animale in vita.

Assunta la nuova posizione, il bulbo non vi rimane assolutamente immobile; ma, senza abbandonarla o tutt'al più scostandosene di poco e per breve tempo, eseguisce talora movimenti, di estensione limitata, in vario senso, estremamente lenti (Fig. 3A e 3B).

Se l'animale muore, l'occhio abbandona la posizione assunta per ritornare alla normale.

In seguito al taglio delle inserzioni bulbari del Gr. Obl. (F. 4), del Pl. Obl., o di entrambi (F. 5), lo spostamento indicato dalla convergenza delle penne avviene ugualmente.

A questo punto delle ricerche si presentava il problema:

Il prevalere delle forze che agiscono sul bulbo spostandolo in basso ed in fuori, è dovuto alla scomparsa delle forze che agiscono in senso antagonista, od è la risultante di un nuovo equilibrio stabilitosi col concorso di tutte queste forze stesse, le quali hanno rispettivamente cambiato di valore, ma di cui nessuna è abolita in modo assoluto?

Per rispondere a questa domanda, procedetti nel sistema di eliminazione da me fin da principio seguito. Eliminata l'azione dei due obliqui, recisi ancora dei quattro retti, a mo' d'esempio, il retto esterno. In queste condizioni d'esperienza, se, nella profonda narcosi, il prevalere del retto esterno fosse dovuto solo al completo rilasciamento del retto interno, si dovrebbe ottenere nei tracciati della leva superiore o una linea retta o tutt'al più, ad un certo punto della narcosi, un lieve abbassamento (rilasciarsi del retto interno) e poi immobilità assoluta.

Tale non fu la risposta dell'esperienza; il tracciato che ottenni fu una linea irregolare, che indicava diversi stati di contrazione del retto interno, i quali corrispondevano, non sempre per il tempo, meno soventi ancora per la direzione coi cambiamenti di posizione che si potevano osservare nell'altro occhio, nè colle oscillazioni della linea inferiore del tracciato, che mi indicava, secondo il solito, la posizione dell'occhio, risultante dalle forze combinate del R. superiore e del R. inferiore.

Un simile risultato mi fece supporre che anche nella più profonda narcosi cloroformica non avviene una risoluzione completa dei muscoli dell'occhio, e me ne convinsi scrivendo con-

temporaneamente i movimenti che i 4 muscoli retti eseguiscono, mentre l'occhio non operato abbandona la posizione normale (1).

A questo scopo staccati i 4 muscoli retti dalle loro inserzioni bulbari, legavo ciascuno dei 4 tendini ad un lungo filo, e i 4 fili venivano portati direttamente in avanti, attraverso ad una placca metallica disposta verticalmente, nella quale avevo praticati 4 piccoli fori corrispondenti per la loro posizione a quella dei muscoli rispettivi. Indi i fili, piegando verticalmente in basso, andavano ciascuno ad una leva scrivente; le leve scrivevano tutte su uno stesso piano verticale, in una medesima linea, ma i loro fulcri erano così disposti che tutti i fili calando verticalmente si annodavano alla relativa leva ad una medesima distanza tra i due capi di essa, sicchè i movimenti di ciascun muscolo venivano scritti indipendentemente tra loro collo stesso ingrandimento.

Un tracciato ottenuto in questo modo (F. 6) ci dinota chiaramente che, allorquando l'occhio ad un certo grado della narcosi abbandona la posizione normale, avviene tutt'altro che un rilasciarsi dei muscoli oculari.

Che lo spostamento fosse un fenomeno attivo e non dovuto al solo equilibrio delle forze elastiche che agiscono sul bulbo era presumibile, poichè l'esperienza aveva dimostrato che, colla morte, l'occhio ritorna alla posizione normale; ma di speciale importanza è quanto emerge dall'esame di quest'ultimo tracciato, che cioè, l'occhio si sposta nel modo descritto non per il semplice fatto che un certo gruppo di forze venga abolito, durante la narcosi, prima delle antagoniste, ma bensì perchè tutte le forze muscolari rimanendo conservate, varia in modo affatto

---

(1) Si descrissero, come dirò in seguito, da diversi autori, nel sonno e nella narcosi in genere, dei movimenti nei due occhi affatto indipendenti tra loro, sia per la direzione, sia per l'estensione, sia per il tempo della loro durata; non mi potrei quindi credere autorizzato in queste ricerche a confrontare quanto succede nei due occhi, e dalla posizione assunta da un d'essi presumere quale posizione deve avere l'altro, se non avessi nelle mie esperienze costantemente osservato che lo spostamento da me descritto nella profonda narcosi, avviene contemporaneamente ai due lati e contemporaneamente scompare col dileguarsi di essa; non altrettanto voglio affermare sull'estensione dello spostamento e sulle oscillazioni che avvengono nella nuova posizione.

inatteso l'equilibrio tra di loro. Difatti mentre l'occhio non operato si sposta, i quattro retti dell'altro occhio si contraggono tutti in misura diversa, talora, come nella Fig. 6, con spiccata prevalenza del R. inf. e del R. esterno, mentre in altri casi questo rapporto non è così evidente. Basta gettare uno sguardo sul tracciato per comprendere che non si tratta di un'ordinaria contrazione muscolare, ma bensì di un durevole accorciamento che si produce talora di botto, come nel caso a cui si riferisce Fig. 6, altre volte invece con maggior lentezza.

Se si sospende la cloroformizzazione i muscoli vanno a poco a poco ripigliando la loro lunghezza, per ripresentare lo stesso fenomeno se si raggiunge una seconda volta il grado di narcosi necessaria.

Nella F. 6 si vede che, dopo avvenuto il contemporaneo accorciamento dei quattro retti, il R. sup. ed il R. interno si allungano dinuovo e notevolmente, mentre gli altri due rimangono retratti, specialmente il retto inferiore.

La .F. 7 rappresenta la lunghezza relativa dei 4 muscoli stessi, parecchi minuti dopo lo spostamento, senza che nel frattempo la narcosi sia stata interrotta. Il R. sup. è a questo punto dell'esperienza assai retratto, più ancora che nel momento dello spostamento del bulbo; il R. inf. si è allungato dinuovo di poco; pure assai retratti, e più che in principio, sono il R. inf. ed il R. esterno. Adunque le linee segnate dalle quattro penne durante la narcosi profonda non sono linee rette, ma bensì mostrano delle oscillazioni che talora avvengono in tempo relativamente breve (come si vede nel tracciato del R. sup., F. 7), talora invece sono lentissime (nella F. 7 il R. inf. va lentamente accorciandosi, il R. interno lentamente si allunga) e con una certa regolarità succedono in senso inverso nei muscoli antagonisti.

III.

Come introduzione ad alcune considerazioni che si possono far seguire alle esperienze riferite, desidero ricordare in breve quanto la letteratura ci fornisce sull'argomento.

Henke (1) osservò durante l'addormentarsi e lo svegliarsi una posizione degli occhi divergente rispetto alla posizione tenuta durante la veglia, posizione che egli attribuisce all'azione combinata del R. esterno e dell'Obl. superiore. Ora se questa posizione fosse da osservare solo al principio ed al fine dello stato di riposo corrispondente al sonno profondo, nota l'Henke, bisognerebbe spiegarla colle forze elastiche, che, nel rilasciarsi dell'azione dei muscoli oculari, esercitano la loro influenza sulla posizione del globo dell'occhio; se fosse invece una posizione di passaggio tra la risultante della piena azione muscolare durante la veglia e la risultante dell'assoluto riposo muscolare durante il sonno, bisognerebbe spiegarla coll'ammettere che l'attività dei N. motori dell'occhio si dilegui e si ripristini non in tutti contemporaneamente, ma in tempi successivi, così che il dominio del N. oculo motor comune sui muscoli, che da lui dipendono, si addormenti prima e si risvegli più tardi che non avvenga pel N. patetico e per l'O. mot. esterno; onde, in certi periodi, una prevalenza d'azione dei muscoli che sono sotto il dominio di questi ultimi.

Schneller (2) afferma che i muscoli dell'occhio sono sempre sotto l'influenza di una innervazione regolatrice della loro attività e della posizione del bulbo oculare. Difatti, egli dice, l'effetto dell'azione dei muscoli dell'occhio non coincide mai coll' effetto che corrisponderebbe alla risultante della semplice elasticità dei muscoli stessi (lieve convergenza); e ciò non avviene neppure nel sonno, e neppure nella profonda narcosi cloroformica, durante la quale, secondo l'A., nell'uomo sano gli occhi assumerebbero una posizione o di parallelismo o di divergenza.

Stilling (3) invece emette l'opinione che nel sonno tranquillo, non complicato da sogni, gli occhi pigliano di regola la posizione di riposo simile a quella che, allo stato di veglia, nella visione a grande distanza, uno dei due occhi assume se

---

(1) Henke, *Die Stellung der Augen beim Einschlafen und Aufwachen.* Archiv für Ophtalmologie, 1864. Vol. 10, parte 2ª.

(2) Schneller, *Beitrage zur Lehre von Schielen.* Archiv für Ophtalm. Vol. 28, parte 2ª.

(3) Stilling, *Ueber die Entstehung des Schielens.* Archiv für Augenheilkunde. Vol. 15.

viene dalla visione momentaneamente escluso, posizione la quale può essere indifferentemente, secondo gli individui, convergenza, divergenza, parallelismo; l'azione combinata dei due occhi cessa, e scompare ogni movimento sia associato sia di convergenza.

Graefe (1) avverte che prima di esaminare il risultato di un'operazione di strabismo bisogna attendere che la narcosi cloroformica sia completamente dileguata, perchè il più piccolo resto di sonnolenza cloroformica mantiene una disposizione a divergere; durante la narcosi nell'uomo sano si osserva un grado di divergenza assoluta che di gran lunga sorpassa quella che corrisponde al massimo rilasciamento del R. interno; ed a questo proposito osserva che nel sopraggiungere del sonno e nel sonno stesso bisogna ammettere una propria positiva innervazione dei muscoli dell'occhio, essenzialmente diversa dallo stato di riposo.

Raehlmann e Witkowski (2) da osservazioni fatte direttamente su individui profondamente addormentati, sia sollevando le palpebre, sia guardando attraverso a queste socchiuse, sia seguendo i movimenti del bulbo attraverso la membrana palpebrale, hanno conchiuso che le posizioni del globo oculare variano infinitamente, ora essendo le visuali parallele, ora convergenti, ora divergenti sia nel senso longitudinale che nell'orizzontale, sia essendo la deviazione bilaterale o da un occhio solo; la posizione dei bulbi non rimane fissa, ma varia in un occhio indipendentemente dall'altro; costantemente però i movimenti si differenziano in modo assoluto dagli ordinari movimenti allo stato di veglia per la forma, l'escursione, la durata; come pure si differenziano dai crampi che talora si riscontrano in chi soffre di malattie nervose, questi essendo rapidi e disuguali, quelli invece regolarmente lenti e non senza una certa legge, sicchè l'escursione della cornea dal centro della fessura palpebrale all'angolo soventi dura alcuni secondi. Nella narcosi cloroformica gli A. osservarono movimenti incoordinati dei bulbi, affini a quelli descritti nel sonno naturale.

---

(1) A. von Graefe, *Ueber die Operation des dynamischen Auswärtsschielens, besonders in Rücksicht auf progressive Myopie.* Monatsblätter für Augenheilkunde, 1869. Nota a pag. 267.

(2) Raehlmann e Witkowski, *Ueber atypische Augenbewegungen.* Du Bois-Reymond Archiv, 1877.

Infine J. S. Risien Russell (1) descrive come costanti, nei cani normali durante la narcosi profonda, i movimenti asimmetrici e come caratteristica la posizione degli occhi in un grado variabile di divergenza.

Risulta dunque dalla letteratura che è generale tendenza ad ammettere nel sonno e stati affini una posizione dei bulbi che notevolmente differenzia dalla posizione di riposo e che l'equilibrio delle forze muscolari elastiche non è sufficiente a spiegare; per cui si ricorse volta a volta o all'ipotesi che l'azione dei diversi nervi motori dei muscoli dell'occhio si risolva e si ripristini in tempi successivi, o che i movimenti dei muscoli oculari siano regolati da un'innervazione permanente che dura nel sonno e nella narcosi, o che nel sonno e stati affini si stabilisca una propria positiva innervazione dei muscoli dell'occhio. La posizione che i bulbi assumono nel sonno e nelle narcosi è in generale descritta come divergenza, più o meno accentuata, combinata o no con spostamenti nel senso longitudinale; sola eccezione fa Stilling che, identificandola colla posizione di riposo, ritiene che essa possa variare colle circostanze individuali. Di una posizione assunta e conservata dai bulbi oculari nel sonno, Raehlmann e Witkowski non parlano.

Le mie osservazioni confermerebbero che:

a) gli occhi assumono nella profonda narcosi cloroformica una posizione diversa dalla normale, divergendo di regola in fuori ed in basso;

b) questo spostamento è prodotto non dall'equilibrio delle forze elastiche, ma da fenomeni muscolari attivi a cui partecipano tutti i muscoli che s'inseriscono al bulbo oculare;

c) oltre ai movimenti che il bulbo dell'occhio eseguisce per subire lo spostamento, altri movimenti avvengono attorno alla nuova posizione assunta; essi sono molto lenti, meno estesi che i primi, e non conservano la simmetria che i primi pre-

---

(1) J. S. Risien Russell, *An experimental investigation of eye-moviments.* The Journal of physiology. Vol. XVII, August 1894. Qui è pur citato a conferma il lavoro, di cui io stesso non potei prendere visione:

Mercier e Wagner, *British Med. Journal.* March 10th., 1877. — State that in man deep coma from anaesthetica and from alther causes is attended by divergence of the eyes, and indipendent motion of them.

sentano. I caratteri di questi movimenti atipici sono, a parer mio, sufficienti per identificarli coi movimenti descritti da Raehlmann e Witkowski. Questi autori non descrissero, è vero, alcuna speciale posizione dell'occhio durante il sonno, e notarono divergenze dei bulbi non solo in senso laterale ma pure in senso longitudinale. Ma a me pare che si debba considerare da un lato quanto incostante e quanto difficile da apprezzare è la profondità del sonno naturale, e d'altra parte che lo spostamento da me descritto avviene solo in un grado di narcosi molto avanzato. Inoltre mi pare lecito far notare che le osservazioni fatte dai suddetti autori, per le condizioni stesse in cui venivano eseguite, non potevano essere che approssimative, specialmente per quel che riguarda le differenze di altezza; se i due bulbi, p. es., guardano entrambi in basso ma in diversa misura, è facile, attraverso le palpebre semichiuse o chiuse del tutto, scambiare questa posizione relativa fra i due bulbi con una divergenza nel senso verticale.

Quanto alle cause della nuova posizione degli occhi nella profonda narcosi, mi pare che il fatto solo, che l'occhio colla morte dell'animale si raddrizza, dovrebbe bastare ad escludere l'ipotesi di Russell, che l'attribuisce alla scomparsa dell'azione di tutti i muscoli oculari per la soppressione della funzione dei centri.

Raehlmann e Witkowski osservavano nel lavoro sopracitato che l'insufficienza delle conoscenze anatomiche ed anatomopatologiche non permettono di formarsi un'opinione fondata; ma emettevano l'ipotesi che col tempo si sarebbero potuto collegare i movimenti atipici da loro osservati nel sonno colle esperienze di Hitzig, per cui esistono dei punti strettamente circoscritti alla parte anteriore della corteccia che, artificialmente eccitati, provocano movimenti nei muscoli retti dell'occhio dalla parte opposta, mentre l'altro occhio resta immobile; e che conservano la loro eccitabilità durante la narcosi morfinica. Per essi si tratterebbe di movimenti *sui generis* dovuti a stati di eccitazione degli organi centrali.

Il risultato delle mie esperienze non mi pare possa appoggiare questa ipotesi. Non è difatti facile immaginare per qual ragione, nel decorso di una cloroformizzazione regolare, ed appunto in un periodo molto avanzato di essa, debba sempre

insorgere un eccitamento in un dato punto della corteccia cerebrale, non lieve, a giudicare dalla forte retrazione che s'osserva talora nei tracciati, e di non corta durata, a giudicare dal tempo pel quale l'occhio rimane nella posizione atipica.

Questi movimenti sono indipendenti dalla volontà, non sono in rapporto con uno scopo qualsiasi della visione; non sono in relazione nè di causa nè d'effetto con alcun processo psichico: i fenomeni nervosi, che li provocano, possono aver luogo all'infuori della corteccia cerebrale.

Se, come ho fatto notare, si considera che l'occhio nel principio della narcosi lotta, in certo modo, contro lo spostamento che deve succedere, si viene indotti a pensare che i centri nervosi superiori impediscono che la nuova posizione dell'occhio si stabilisca, fino a che il cloroformio non li ha completamente paralizzati. A narcosi avanzata, eliminata l'influenza di un centro ordinatore che tiene in freno l'apparecchio muscolare, coordinandone le varie parti allo scopo funzionale, subentra, per così dire, il disordine in esse, rappresentato da un forte aumento di tono in tutti i muscoli, in tal guisa che l'occhio assume e mantiene una posizione diversa dalla normale.

Che si debba attribuire ai centri della corteccia una funzione inibitrice su certi fenomeni, d'indole analoga a quella del tono muscolare, è generalmente ammesso (1); alcuni clinici p. e. spiegarono l'aumento dei riflessi tendinei, che si osservano nelle emiplegie cerebrali, colla soppressione di certe azioni inibitrici riflesse, determinate dalla affezione cerebrale stessa. Ma parlano più specialmente in favore di questa ipotetica funzione e sono di somma importanza per noi, perchè riguardano direttamente l'apparato muscolare dell'occhio, le esperienze di Sherrington, dalle quali risulta che alla contrazione di un muscolo dell'occhio, o volontaria o ottenuta artificialmente per eccitazione della corteccia, si accompagnerebbe l'inibizione del tono del muscolo antagonista (2).

Se, come fu da autorevoli osservatori affermato, i muscoli

---

(1) C. S. Sherrington, *Further Experimental Note on the Correlation of Action of Antagonistic Muscles.* Proceedings of the Royal Society. Vol. LIII, August 10, 93.

(2) Id., *loc. cit.*

dell'occhio non sono mai in assoluto riposo ma sotto il dominio di un'innervazione che funziona ininterrottamente, volendo connettere quest'opinione coi risultati delle esperienze di Sherrington, bisogna conchiudere che tra i muscoli antagonisti dell'occhio esiste sempre un'alternativa di contrazione nell'uno ed inibizione del tono nell'altro di essi. Se, per la paralisi dei centri superiori (1), quale si ottiene mediante il cloroformio, gli eccitamenti alla contrazione e le simultanee inibizioni del tono vengono a cessare, avremo quel che è appunto espresso dai miei tracciati, un aumento repentino del tono di tutti i muscoli oculari, col passaggio del bulbo in una nuova posizione.

I movimenti lenti e poco estesi che si possono osservare attorno a questa nuova posizione, dovrebbero essere attribuiti ad oscillazioni del tono dei muscoli.

Non mi sfugge però una difficoltà che a questo punto si presenta.

È generalmente ammesso che il tono muscolare sia un fenomeno riflesso, provocato dalla irritazione dei filamenti nervosi cutanei e specialmente dei filamenti sensitivi muscolo-tendinei, meccanicamente eccitati dalla distensione continua dei muscoli per la fissazione dei loro punti d'attacco.

Ora l'abolizione della sensibilità generale, che avviene nella narcosi cloroformica, ed il fatto generalmente constatato, che, negli individui profondamente cloroformizzati gli arti mantengono qualunque posizione loro impressa che non sia contraria alla gravità, fanno pensare che anche la sensibilità dei ramuscoli sensitivi muscolo-tendinei sia scomparsa, e quindi, nel nostro caso, sia eliminato il senso della distensione che i mu-

---

(1) Senza poter giudicare sino a qual punto, è tuttavia logico ammettere che una certa analogia esista tra lo stato funzionale della corteccia di un cervello che si trovi sotto l'azione del cloroformio e di quello di un cervello anemizzato per l'occlusione de' suoi vasi. Può quindi avere un certo interesse il far notare che, ad onta dei numerosi elementi che concorrono a rendere vari e complicati i movimenti dell'occhio in un animale che si trovi nella seconda delle suddette condizioni, un gran numero dei tracciati presentati dal prof. Knoll nella sua memoria citata nella prima nota, segna una convergenza delle due penne corrispondente allo spostamento da me osservato durante la cloroformizzazione (Tav. 1, fig. 6, 7, 8. — Tav. 2, fig. 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9. — Tav. 3, fig. 4, 6, 7. — Tav. 4, fig. 2).

scoli antagonisti dell'occhio esercitano l'un sull'altro a vicenda. Ma se anche ciò non fosse, nelle esperienze in cui scrissi i tracciati dei singoli muscoli retti dell'occhio, liberi dalle loro inserzioni bulbari, questi non potevano più influenzarsi reciprocamente sullo stato della loro tensione, e non erano distesi che dal peso relativamente assai leggiero delle penne scriventi; dunque mancavano le condizioni ritenute generalmente necessarie a produrre il tono muscolare.

Forse che si riaffaccia la questione, ritenuta in generale come già negativamente risolta, che il tono muscolare sia non sempre di natura riflessa, ma possa essere, per certi apparati almeno, il prodotto di una attività automatica dei centri?

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

I tracciati sono stati tutti ridotti colla fotografia alla metà circa della grandezza naturale: vanno tutti da sinistra a destra.

F. I. — L'animale è convenientemente fissato sull'apparecchio di contenzione; il centro della cornea è in comunicazione colle leve scriventi, come il punto O nella F. 8. I movimenti del bulbo repentini, estesi, che l'animale, tuttora sveglio, fa al principio della somministrazione del cloroformio, sono indicati dal tracciato irregolare e complicato dalla prima parte della figura. Col cominciare della narcosi, i movimenti si fanno più rari e limitati. Ad un certo punto in ╳ comincia lo spostamento dell'occhio verso il basso e l'esterno, come dinota la convergenza delle penne.

F. II. — Rappresenta, in un altro cane, il fenomeno in senso inverso, cioè il rialzarsi dell'occhio col dileguarsi della narcosi profonda. L'occhio essendo spostato in basso ed in fuori, le due penne scrivevano all'inizio del tracciato come le due linee 1, 1. In α la profonda narcosi è cessata, la sensibilità accenna a ritornare; e coi primi movimenti, per altro ancora scarsi e limitati, l'occhio va gradatamente risollevandosi, nel modo segnato dalle linee 2, 2 (Velocità del cilindro come nella Fig. 1).

F. III A. — Un cane viene per la terza ripresa cloroformizzato. L'occhio dopo la 2ª narcosi si era raddrizzato, ma non erano ritornati ancora i movimenti in senso longitudinale. All'inizio della 3ª ripresa, la linea

superiore della figura segna la tendenza dell'occhio a cadere verso l'esterno, e le oscillazioni *a*, *b*, *c* dimostrano gli sforzi che l'occhio fa per mantenersi sollevato.

F. III B. — È la continuazione dell'esperienza precedente. In un periodo successivo, quando la profonda narcosi è stata di nuovo raggiunta, le due penne si sono così avvicinate che i tratti iniziali delle due linee di questo tracciato stanno fra loro rispettivamente alle linee della fig. III A come i due tratti orizzontali segnati in quest'ultima. In III B si osservano le lente e limitate oscillazioni che il bulbo dell'occhio talora eseguisce dopo avere abbandonata la posizione normale.

F. IV. — Spostamento dell'occhio nella narcosi essendo stato reciso il G. Obliquo.

F. V. — Essendo recisi i due Obliqui. In α la cornea è affatto insensibile. In ω l'animale si va lentamente svegliando, essendo stata sospesa la cloroformizzazione.

F. VI. — S = retto superiore. If = retto inferiore. It = retto interno. E = retto esterno. Quattro leve scrivono indipendentemente fra di loro i movimenti di questi quattro muscoli (occhio destro). Mentre ad un certo punto della narcosi l'occhio sin. cade in basso ed in fuori, le quattro leve si sollevano simultaneamente, in α. Questa retraz. prevale e permane nei tracciati If ed E, è meno accentuata e va a poco a poco scomparendo per lasciar luogo anzi ad un allungamento in S ed It. Ma queste linee non restano poi immutate per tutta la narcosi; bensì fanno delle oscillazioni notevoli, come segna la

F. VII, che indica come, in un periodo successivo, le quattro linee si sono spostate rispetto all'ascissa *a* mentre la narcosi fu sempre mantenuta così profonda com'era compatibile colla vita dell'animale.

In questa esperienza si usò la velocità minima del motore Balzar.

L'Accademico Segretario

GIUSEPPE BASSO.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 24 Marzo 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: PEYRON, CLARETTA, ROSSI, MANNO, BOLLATI DI SAINT-PIERRE, SCHIAPARELLI, PEZZI, CIPOLLA, BRUSA, PERRERO e FERRERO Segretario.

Il Socio MANNO, a nome dell'autore, il Socio Corrispondente Canonico Ulisse CHEVALIER, offre due opuscoli: “ *Écosse, Église* „ (Montbéliard, 1895), estratti dal 7° fascicolo del “ *Répertoire des sources historiques du moyen-âge* „.

Il Socio BRUSA presenta, a nome dell'autore, Avvocato Nicola FRAMARINO DEI MALATESTA, l'opera: “ *La logica delle prove in criminale* „ (Torino, 1894, 2 vol.) e legge intorno ad essa una notizia, che è pubblicata negli *Atti*.

Il Socio Segretario FERRERO presenta, a nome dell'autore, Avv. Giovanni MINOGLIO, un opuscolo: “ *Incendio del campanile di Casorzo nel 1642* „ (Torino, 1895).

Il Presidente annuncia la morte del Socio nazionale non residente Cesare CANTÙ e del Socio Corrispondente Luigi FERRI, brevemente accennando alle benemerenze di entrambi, ed affida ai Socii CIPOLLA ed ALLIEVO l'incarico di preparare una commemorazione, l'uno del CANTÙ, l'altro del FERRI, da presentarsi in altra adunanza della Classe.

Il Socio CIPOLLA legge una nota del Prof. Federico PATETTA: “ *Contributo alla storia della letteratura medioevale riguardante la fine dell'impero romano e la venuta dell'Anticristo* „, la quale è pubblicata negli *Atti*.

LETTURE

Ad occasione dell'opera del sig. Avvocato Nicola Framarino dei Malatesta

" Logica delle prove in criminale " ; (1)

Nota del Socio EMILIO BRUSA.

Dacchè le moderne legislazioni hanno via via abbandonato le forme del processo inquisitorio, l'antica teoria delle prove stimate *a priori* dalla legge, ha man mano ceduto il posto all'intimo convincimento del giudice. Niuno dubita più, oggidì, che questo fatto non costituisca un grande progresso nei giudizi penali. Facilmente, però, nel misurarne i benefici si cade nell'esagerazione.

Le forme dell'accusa, dell'oralità, o esame immediato delle prove, del contradittorio fra parti giuridicamente uguali, e della pubblicità, sono quelle che permettono, nel miglior modo e grado possibile, la viva, diretta e sincera riproduzione del dramma delittuoso nelle aule dei tribunali. Il giudice, che nel processo inquisitorio, dalla legge favorito di una fiducia smisurata, raccoglieva in proprie mani le funzioni anche di accusatore e di difensore, pareva piuttosto oppresso sotto il peso enorme delle sue facoltà, anzichè signore vero della materia con la quale doveva costruirsi la propria sentenza. Anche dopo l'abolizione della tortura, che trasse dietro di sè una profonda trasformazione della verità giudiziaria in verità *sostanziale*, da *formale* che essa era negl'indizi necessari per l'applicazione della tortura e nella confessione che se ne otteneva, anche dopo, dicevo, senza l'espediente della confessione, ben di rado e a mala pena avrebbe il giudice sovrano potuto districare la propria coscienza, benchè assuefatta all'abito formalistico, dalle numerose contradizioni in cui lasciavasi ognor più irretire nelle fredde informazioni raccolte negli atti scritti: massime per la prova specifica

(1) Torino, Unione Tip.-Edit. tor., 1894, vol. 2.

dell'autore del fatto incolpato e della sua reità, una lotta fra inquirente e inquisito mantenevasi tuttavia quale conseguenza necessaria di quel sistema. Se a tutto ciò si aggiunga il vincolo imposto a questa medesima coscienza del giudice con l'obbligo di attenersi alla valutazione dal legislatore attribuita in generale per tutti i casi a ciascun elemento di prova, sia considerato in se stesso da solo, sia combinato con altri elementi, e questo prescindendo affatto dalla convinzione di esso giudice, si vedrà di leggieri quest'ultimo scendere giù di non pochi gradini dall'altissimo seggio ove apparentemente lo collocava, delegato di sua autocrazia, il monarca nell'antico regime accentratore.

Ebbene, nonostante le guarentigie di gran lunga più valide e più sicure, che alla libertà civile offrono le forme accusatorie in confronto delle inquisitorie, chi mai sospetterebbe, in quelle prime appunto, annidato, anzi custodito con tutta la gelosa cura usata per un diritto incomparabilmente prezioso, quell'intimo, insindacabile convincimento, frutto indistinto di prudente e serio raziocinio non meno che di istintiva e indomata irriflessione, cui oggi dovunque i legislatori commettono il criterio delle sentenze criminali, e non di assoluzione soltanto, ma ben anche di condanna degli uomini? Forse che debba essere vera nell'ordine dei fatti morali e sociali, egualmente che in quello dei fatti fisici e meccanici, la legge della compensazione, e che quando l'assoluta sovranità del giudice ha fatto oramai il suo tempo in una data maniera di manifestazione, abbia esso inevitabilmente a pigliare la rivincita in un'altra?

Queste e altrettali considerazioni suggerisce alla mente del criminalista e dello storico lo spettacolo delle vicende, cui vanno da secoli soggetti gli ordinamenti dei processi giudiziari per la ricerca della verità intorno ai reati e ai loro autori. Senza svolgere la catena di questi pensieri d'indole generale, giovi intanto notare il fatto, che nei procedimenti odierni condotti a sistema misto (o *intarsiati*, come li nomava il Carmignani, che li aveva in dispregio), nell'Europa continentale, insieme con l'intima convinzione è andata via via scemando nella dottrina e nella pratica l'importanza delle regole probatorie. Non già che opere anche di grande valore non siano venute in luce più; chè a dimostrazione consolante del contrario basterebbe, per limitarsi alle più segnalate, ricordare quelle del Glaser, l'esimio autore

del codice di procedura penale austriaco del 1873: nel quale è di certo lasciata al giudice togato, non meno che al giurì, la piena libertà di sentenziare secondo il proprio intimo convincimento e senza freni legali di valutazione delle prove. Ma più forse che opere siffatte, nel campo della dottrina piace agli studiosi l'indagine degl'istituti probatorii sotto l'aspetto storico e dell'erudizione; e in quello della pratica giurisprudenza già da tempo è invalsa e va sempre più allargandosi l'abitudine, innanzi ai giudici popolari specialmente, però anche dinanzi ai giudici giurisperiti, di eccitare i sentimenti degli uni e degli altri, di commuoverne gli animi, più o meno trascurando oppur ponendo in seconda linea i severi argomenti della ragione logica e dell'esperienza. E che questo e non altro sia il fatto, lo si può agevolmente scorgere anche dalla non infrequente leggerezza, e talora vacuità dei motivi, che nella vaga e indeterminata origine della loro convinzione i giudici permanenti, obbligati come sono di enunciarli, sogliono tenere per sufficienti a giustificare le proprie dichiarazioni sull'esistenza del corpo del delitto e della reità dell'imputato. Siamo, per giunta, in tempi, nei quali la pazienza dell'investigatore e del critico sembra esaurirsi tutta, o in gran parte, nelle ricerche di competenza scientifica. Per le altre cure si usa la rapidità consentanea alle condizioni e ragioni proprie delle altre cose ai dì nostri. Rimangono bensì, in Italia almeno, involute e lente le procedure; ma per rispetto ai finali giudizi, tanto potè lo spirito irrequieto, che la loro formazione non solamente ha da essere immediata, ma suol anzi essere rapidissima, quasi ispirazione spontanea, irresistibile, di mente privilegiata.

In tale stato di cose, lo scrivere presso di noi una compiuta trattazione delle regole della logica giudiziaria in tema di prove penali, appare un fatto già di per sè molto notevole. E questa è la ragione, per la quale io ho creduto di richiamare, con pochi tratti generali, l'attenzione degli studiosi sull'opera del signor Framarino. Della quale, però, attesa la natura sua d'indole necessariamente analitica, io nulla dirò, se non che essa, pur ristretta nell'ambito forse un tantino formale della sola logica, costituisce un lavoro ricco di grandi pregi e, sovratutto, dal lato della costruzione schematica, del rigore e della forza del ragionamento, non che della chiarezza dell'espo-

sizione (sebbene un po' affaticata da frequenti riappicchi alle precedenti dimostrazioni). Con un acume sempre raro laddove occorra addentrarsi in questioni del genere di quelle che suscita fin dal bel principio un qualunque studio serio della prova, l'autore ha potuto penetrare, in più di un riguardo, fors'anche più addentro che non siasi fatto prima, nelle difficoltà spinose e tanto spesso apparse ribelli alla critica dei trattatisti e dei pratici. Lo palesano apertamente le dimostrazioni sue, qua felici e là molto importanti, ora dell'insufficienza, vuoi del testimonio unico, vuoi della nuda confessione, ed ora egualmente della necessità della prova del *corpus criminis*, sempre che sia il caso, non già di assolvere o prosciogliere dall'accusa, ma di affermare la reità e pronunziare la condanna; come altresì le belle dichiarazioni intorno all'onere della prova, alla vera natura dei reati di fatto permanente e loro conseguenze giudiziarie, non che rispetto alla grave questione, di molto interesse per la pratica, circa i limiti delle indagini probatorie in criminale dipendenti dalla esistenza di un contratto, che il formalismo proprio della legge civile vieta di provare mediante semplici testimoni.

Riguardo alla condotta complessiva dell'opera, basti avvertire, che l'intera trattazione si svolge in cinque parti. Analizzati dapprima gli stati dell'anima in ordine alla cognizione generale della realtà, essa piglia quindi a discutere della prova parimenti in generale, per poi scendere nel vivo delle difficoltà giuristiche. Esamina a tal fine la prova nelle sue varie specie, che l'autore distingue nettamente in obiettiva, subiettiva e formale; suddistinguendo, come ragion vuole, la prima in diretta e indiretta, la seconda in reale e personale, mentre la terza, concernente le forme della prova, tutte le riassume nelle tre categorie di testimoniale, documentale e materiale.

È da augurarsi, che un'opera tanto meditata e di non comune valore, trovi presso di noi accoglienza degna, e tale, che anche il giovane autore abbia ad esserne rimeritato, non che confortato a proseguire ne' suoi studi dotti e severi.

Contributo alla storia della letteratura medioevale riguardante la fine dell'impero romano e la venuta dell'Anticristo;

Nota del Prof. FEDERICO PATETTA.

Nelle *Questiones de iuris subtilitatibus,* recentemente pubblicate dal Fitting e da lui attribuite ad Irnerio (1), si legge il seguente notevole passo:

... porro non est in occulto Romanam civitatem precipuam esse ex omnibus humanitatis congregationibus universitatem, cuius rei fidem divino testimonio celerius accipies quam nostris assertionibus. Ecce enim Paulus, immo in Paulo Christus, imperii Romani discidium vocat absolute dissentionem.....

L'editore nota qui: " Locus talis in novo Testamento non occurrit „.

Ma come non è ammissibile che l'autore citasse S. Paolo senza nessun fondamento, così non è difficile determinare il passo, al quale egli intende riferirsi.

Si tratta certamente dell'Epistola seconda ai Tessalonicesi II, 3, nella quale è detto, che non arriverà il giorno del Signore, " nisi venerit discessio primum, et revelatus fuerit homo peccati, filius perditionis... „.

Invece di *discessio*, corrispondente al greco ἀποστασία, una variante, indicata anche nella glossa ordinaria, dà *dissentio,* appunto come il testo usato dall'autore delle *Questiones*.

Combinando le antichissime credenze dell'*imperium sine fine*

(1) *Quest. de juris subtil. des Irnerius.....* herausg. von H. Fitting, Berlino, 1894; vedi IV, 8 (p. 59). Contro la tesi sostenuta dall'editore cfr. il mio studio " Delle opere recentemente attribuite ad Irnerio e della scuola di Roma „ studio, che sarà pubblicato nel prossimo fascicolo del *Bull. dell'Ist. di diritto romano.*

concesso a Roma con questo passo dell'Epistola ai Tessalonicesi riferito alla venuta dell'Anticristo, che deve precedere la fine del mondo, si giunse facilmente, e già in epoca assai remota, a vedere nella *discessio* o *dissensio* la rovina dell'impero Romano.

Tale interpretazione, dopo il ristabilimento dell'impero Romano d'Occidente per opera di Carlo Magno, si adattò facilmente al nuovo stato di cose, mantenendosi fino ad epoca relativamente recente.

Non sarebbe difficile seguire il formarsi e lo svolgersi della credenza, che abbiamo esposta, nei varî interpreti della Bibbia, come pure il ricercarla poi sia negli scritti sul sacro romano impero, sia in quelli sulla venuta dell'Anticristo.

Però io mi limiterò qui a registrare varî passi, che trovo nell'edizione glossata e commentata della Bibbia, che ho sott'occhio (1), rinviando anche all'ultimo capitolo della dotta opera del Graf, " Roma nella memoria e nelle immaginazioni del Medio Evo „ (2).

La glossa ordinaria parafrasa il passo di S. Paolo così:

" Sed non instat dies domini, nisi prius gentes a Romano discedant Imperio. Non quod statim post „ (3).

Tra le note poi trovo le seguenti:

Quoniam nisi venerit. Occulte loquitur de destructione imperii Romanorum, ne irritaret eos ad persecutionem ecclesiae.

. . . .

Ambro. non prius veniet dominus, quam Romani imperii defectio fiat, et appareat antichristus. . . . .

Hiero. . . . . sive discessio gentium a Romano Imperio.

Augu. Scimus enim quoniam post regnum Persarum, ad ultimum quoque post caetera Regna regnum Romanorum cepit, et omnia regna terrarum sub Dominatione sua habuit. Inde ergo

---

(1) *Bibliorum sacrorum cum glossa ordinaria..... novis, cum graecorum, tum latinorum patrum expositionibus locupletata.... et postilla Nicolai Lyrani... per fr. Franciscum Fevardentium Ordinis Minorum, Ioannem Dadraeum, et Iacobum Cuilly, Doctores Theologos Parisienses tomus sextus...* Venezia, 1603, col. 669-670.

(2) Tomo II, Torino, 1883, pp. 470 e segg.: " La fine di Roma e del suo impero „.

(3) Cfr. anche la postilla di Nicolò de Lyra ad h. l.

dicit Paulus Antichristum non antea in mundum esse venturum, nisi venerit primum discessio, hoc est nisi discesserint omnia regna a Romano Imperio, quae prius subdita erant. Hoc autem tempus nondum advenit, qu[i]a licet videamus Romanum Imperium ex maxima parte destructum, tamen quandiu reges francorum duraverint, qui Romanum Imperium tenere debent, Romani (*adde* Imperii) dignitas ex toto non peribit, quia in regibus suis stabit.

Quest'ultimo passo, che si trova più completo nel ms. Vallicelliano B. 63, del quale ora diremo, non può essere evidentemente di S. Agostino.

Esso appartiene invece probabilmente alla *Vita Antichristi* scritta da Assone nella prima metà del secolo decimo (1), o ad altra fonte non molto più antica.

Il ms. Vallicelliano B. 63, che abbiamo ora ricordato, ci conserva due documenti di qualche importanza per l'argomento, del quale ci occupiamo, ed uno almeno di essi di epoca non molto anteriore a quella dell'autore delle *Questiones de iuris subtilitatibus.*

Il Bethmann (2), parlando del ms. che consta di vari frammenti, ne ricorda uno palinsesto del secolo XI mutilo in principio. Esso incomincerebbe con " un formulario per lettere, composto di vere lettere dirette a Papi, Vescovi, Imperatori ecc., o scritte da essi: ma per lo più solo il principio e subito dopo di nuovo il principio di un'altra lettera: dunque una raccolta, più che altro, di formole ecc. composta nella Tuscia, nei dintorni di Nonantola: senza valore ".

In seguito il ms. venne esaminato da P. Ewald, il quale scrive (3):

" Alcune lettere di questa collezione di formole del sec. XI destano interesse; esse appartengono, per quanto sembra, al partito antigregoriano ".

E parla poi di parecchie di tali lettere, compresa quella, che pubblicheremo in seguito.

Da ultimo il Pflugk-Harttung, nel suo *Iter Italicum*, p. 99-100,

---

(1) Non ho però sott'occhio questo scritto, citato da Graf, II, pp. 483 e 486.

(2) *Archiv der Gesell. für ält. d. Geschichtskunde*, XII, 1874, p. 422.

(3) *N. Archiv*, III, 1877, pp. 157-158.

ricorda questi " frammenti di lettere di mano del sec. XI, provenienti da Nonantola: da esaminarsi meglio " e pubblica in seguito (1) due lettere, o pretese lettere, l'una a suo avviso indirizzata dall'abate di Nonantola all'imperatore Carlo III, probabilmente fra l'875 e l'877, l'altra di Guido vescovo di Ferrara ad Oldo(?) vescovo di Imola fra il 1095 ed il 1100.

Ma la pretesa lettera a Carlo III consta di almeno due formole diverse riunite, delle quali la prima finisce alla terza linea alle parole *ad imperatorem,* che dovrebbero semplicemente formare il titolo della formola seguente.

Nella prima formola si parla veramente di un abate di Nonantola " *ille* Nonantulensis abbas "; la seconda invece dice solo " humilis beati *illius* cenobii custos ".

Mi pare poi difficile, che il " Romanorum imperator K. " sia proprio Carlo III, mentre tutte le altre formole appartengono alla fine del secolo undecimo o al principio del duodecimo. E poi, come mai al momento, in cui Carlo III fu coronato imperatore, si sarebbe potuto scrivergli che succedeva " in throno sanctissime memorie genitoris vestri? "

Il *K.* può del resto essere messo a caso, o per errore dell'amanuense.

Certo quasi tutte le iniziali di vescovi nelle altre lettere dànno luogo a difficoltà gravissime o sono addirittura sbagliate (2).

Anche nella seconda lettera, se non erro mutila, pubblicata da Pflugk-Harttung e che sarebbe scritta da *W.* vescovo di Ferrara ad *U.* vescovo di Imola, invece di *U.* dovrebbe leggersi *O.* trattandosi di Oldo, mentre *U.* accennerebbe al successore di Oldo, cioe ad Ubaldo, eletto verso il 1107. Ma la sigla *W.* deve riferirsi necessariamente al celebre Guido, vescovo scismatico di Ferrara ed autore dello scritto " de scismate Hildebrandi ", del quale non si ha più notizia dopo il 1092 (3).

---

(1) *Iter Italicum*, pp. 379-380 e 452-453.

(2) Cfr. Ewald, l. c.

(3) Pare che la copia di questa lettera procurata al P.-H. da P. Gatti lasciasse molto a desiderare. Certo si possono fare all'edizione molte correzioni, anche senza aver presente il ms. Così a p. 452, lin. penultima va letto " in petendo " invece di " inpendendo "; a p. 453, l. 5, invece di " et sine dum ", va certo letto " etsi nondum ", non " fidendum ", come

La pretesa provenienza del ms. e della collezione da Nonantola si fonda solo sulla citata formola, nella quale compare un abate Nonantolese: il che non mi pare poi una prova molto convincente. Certo una parte del ms. proviene dal monastero di S. Euticio, credo vicino a Norcia (1).

Veniamo finalmente alla lettera, che ci interessa, e che si trova nei fogli 193 v — 195 r. Essa è forse trascritta con qualche lacuna, e manca della data ed, eventualmente, della sottoscrizione. Nella trascrizione non mancano errori; e forse ve ne è uno fin dal principio, dove si legge:

" Confratri et coepiscopo R. dei gratia Florentino episcopo Epi ravennatis ecclesie ".

Potrebbe a primo aspetto nascere il dubbio, che più vescovi dell'arcivescovato di Ravenna riuniti in Sinodo, avessero compilato ed inviato la lettera: ma oltrechè sarebbe notevole la mancanza dell'Arcivescovo, la formola *Episcopi ravennatis ecclesiae*, ad indicare i vescovi dipendenti dall'Arcivescovo di Ravenna, costituirebbe un'inesplicabile stranezza.

Meglio dunque ritenere che invece di *epi,* si abbia a leggere *archieps.*

Il nome dell'arcivescovo di Ravenna all'epoca, in cui, come vedremo, fu scritta presumibilmente la lettera, ossia verso il 1106, non è disgraziatatamente noto. Forse si tratta ancora di Riccardo, eletto senza dubbio alla fine del 1080 (2). Certo l'autore della lettera non era un arcivescovo scismatico, come ha creduto Ewald, ma bensì un partigiano di Pasquale II, avverso quindi all'antipapa Silvestro IV, come diremo in seguito.

---

propone l'editore: a lin. 6 " universa naturam " invece di " universaria tamen ": a lin. 8 " amara ", invece di " amare "; a lin. 10 " gloria ", invece di " gloriam "; a lin. 15-16 " nec in petendo verecundiam ", invece di " nec ipse tendo, verecundia ". Avendo presente il ms. si potrebbero senza dubbio correggere anche altri passi.

(1) Probabilmente da S. Euticio proviene anche la parte, nella quale si trova la confessione volgare pubblicata, per vero dire non troppo esattamente, dal Flechia in *Archivio glottologico*, VII, 121, dietro comunicazione di Löwenfeld.

(2) Vedi le lettere di Gregorio VII dell'ottobre e dicembre 1080 (Jaffé, 2ª ediz., n. 5189: cfr. 5186 e 5187). Bene quindi l'Ughelli *Italia sacra*, II, 1717, col. 364, e male il Gams, il quale, nella *Series episcoporum*, p. 717, indica l'anno 1072 invece del 1080.

Il vescovo di Firenze al quale è diretta la lettera è senza dubbio Rainerio, morto il 12 luglio 1113, dopo aver retto il vescovato per più di quaranta anni (1).

Verso il 1106, Rainerio, ormai in età assai avanzata, aveva annunziato la nascita dell'Anticristo, producendo così grande commozione non solo nella sua diocesi, ma anche in molte altre.

Nel settembre del 1106 papa Pasquale secondo, di passaggio a Firenze per il suo viaggio in Francia, convocò perciò un concilio, senza riuscire a conclusione di sorta, in causa del tumultuoso accorrere del popolo:

" Concilium celebravit, in quo cum episcopo loci de antichristo, quia eum natum dicebat, satis disputatum est; sed frequentia populi, qui ob audiendam rei novitatem hinc inde confertim tumultuatimque confluxerat, nec concilium finem, nec disputatio deliberationem suscepit ".

Così narra la vita del papa edita dal Muratori (2) e poi da Watterich (3).

Alquanto diversa è la narrazione riportata dal Baronio (4) ad a. 1106, come tolta dagli *Acta vitae* del pontefice.

" Dum in itinere positus Florentiam pervenisset, de adventu Antichristi proxime futuro sparsam famam inveniens, Florentiae

(1) Ughelli lo dice eletto nel 1071; Cappelletti, *Le chiese d'Italia,* XVI, 507 e Gams, Op. cit., p. 747, ne ritardano l'elezione fino al 1073, ponendo fra Rainerio e Pietro, deposto nel 1068, un vescovo Elinardo, sconosciuto ad Ughelli ed al Lami. Ma l'iscrizione funebre di Rainerio, che si può vedere nello stesso Cappelletti, loc. cit., p. 512, dice che Rainerio resse la diocesi per 42 anni (*sexies septenis*), e nei *Libelli* di Bernoldo o Bernaldo, morto nel 1100, si legge che Rainerio fu eletto da papa Alessandro II dopo la deposizione di Pietro, convinto di simonia in seguito alla celebre prova del fuoco, e deposto nel Concilio Romano del 30 marzo 1068 (*Libelli de lite impp. et pontiff.*, II, p. 147: " Item et in nostro tempore venerabilis papa Alexander Petrum Florentinum deposuit eique Reginherium venerabilem virum subrogavit "). Elinardo non avrebbe quindi esistito, o sarebbe un vescovo scismatico. L'elezione di Rainerio potrebbe essere ritardata fino al 1071, ammettendo, che l'amministrazione della diocesi sia stata per qualche tempo affidata al vescovo di Todi, come afferma il Cappelletti, pp. 506-507.

(2) *Rer. Italic. Script.*, III, pars 1, 356.

(3) *Pontificum Romanorum vitae,* II, 6 (Jaffé, 2ª ed., n. 6091).

(4) Tomo XVIII, Lucca, 1746, p. 181.

substitit: cum vero audisset quae ferrentur, ut nullius fidei et auctoritatis assertionem contempsit, et coeptum iter est prosecutus „.

Le due fonti riportate si accordano perfettamente sulla data del fatto.

Però od intorno ad essa o sul nome del vescovo s'introdussero negli storici fiorentini notizie erronee, che finirono col passare nell'Ughelli, nel Mansi, nel Cappelletti, nel *Dictionnaire des conciles* di Peltier e via dicendo (1).

Errano sulla data gli antichi storici, in parte citati dall'Ughelli, l'Ughelli stesso, il Mansi, il Cappelletti (2), ponendo il concilio di Firenze nel 1104 o 1105 (3).

Errano sul nome del vescovo Mansi e Peltier, chiamandolo *Fluentius,* anzichè Rainerio.

Assodato questo, è già quasi provato che la lettera dell'arcivescovo di Ravenna, che pubblichiamo, e nella quale si rimproverano appunto a Rainerio le sue dottrine sulla venuta dell'Anticristo, fu presumibilmente scritta verso il 1106.

Ma ne abbiamo anche una prova diretta nel fatto, che in essa si parla di un antipapa eletto non da tutto il popolo romano, ma da una parte di esso.

Ora appunto nel novembre del 1105 venne eletto in Roma l'antipapa Maginulfo, che prese il nome di Silvestro IV e fu costretto a dimettersi nell'aprile del 1111. L'elezione venne fatta dal marchese Guarnerio, partigiano dell'imperatore " consentientibus quibusdam Romanis „ (4).

---

(1) Ughelli, *Italia sacra*, III, 1718, col. 77 e segg. Mansi, *Concilia*, XX, col. 1105. Cappelletti, loc. cit., p. 510. Peltier, nella raccolta del Migne, alla voce *Florence.* Muratori, *Annali*, ad a. 1105, non dà il nome del vescovo.

(2) Erra probabilmente anche il Graf, Op. cit., II, p. 483, ponendo intorno al 1080 la manifestazione delle idee di Rainerio.

(3) Nella metropolitana di Firenze fu posta un'iscrizione, riportata dal Cappelletti, loc. cit., secondo la quale " sacer conventus | episcoporum CCCXL | Florentiae | de gravissimis rebus consulitur | a Paschale II | Rom. Pont. | Anno Dom. M.CIV „. — Come si vede, ciò che manca alla data è abbondantemente compensato dal numero, evidentemente esagerato, dei vescovi. Questo numero è pure dato dall'Ammirato, nelle sue Storie Fiorentine, insieme col discorso, che avrebbe fatto Rainerio (V. Cappelletti, l. c.).

(4) *Annales Ceccanenses*, 1105, in *Mon. Germ.* SS. XIX, 281; Jaffé, 2ª ed., I, p. 773; Gregorovius, *Storia di Roma,* IV, 372, n. 1.

Gli altri due antipapi eletti all'epoca di Pasquale II, cioè Teoderico nel 1100 ed Alberto nel 1102 vennero deposti, si può dire, subito dopo la loro elezione.

Contro all'opinione fin qui esposta sta l'ipotesi dell'Ewald, il quale, riportando solo un breve passo della lettera, crede che essa sia stata scritta da un partigiano dell'imperatore, e che quindi lo pseudo-papa, di cui parla, si debba ricercare fra i legittimi pontefici, e sia precisamente o Vittorio III, eletto nel 1086, od Urbano II eletto nel 1088, senza nemmeno osservare che quest'ultimo non fu eletto a Roma, ma bensì a Terracina.

Contro la data del 1106 starebbe la datazione del ms. che Bethmann, Ewald e Pflugk-Harttung dicono della fine del secolo undecimo: difficoltà assai piccola, quando si pensi che anche altre lettere non sembrano anteriori al Pontificato di Pasquale II eletto nel 1099, e che d'altra parte nessuno può certo lusingarsi di poter provare, coi soli dati paleografici, che un ms. sia, a mo' d'esempio, posteriore al 1095, ma anteriore al 1106.

Fissata la data della lettera ed ammesso, che essa sia stata scritta da un partigiano del papa, come spiegare quanto vi si dice dell'impero Romano?

La difficoltà mi sembra più apparente, che reale.

Nessuno, anche nei momenti di lotta più accanita, ha mai sostenuto, che il sacro Romano impero avesse cessato di esistere, od ha negato i diritti dell'imperatore.

Inoltre alla fine dell'anno 1105 ed in principio del 1106, pareva che Enrico V ribellatosi al padre (morto poi nello stesso anno 1106) volesse ad ogni costo venire ad un accordo col papa (1).

D'altra parte ammettere la durata dell'Impero era per l'autore della lettera una necessità assoluta, perchè, in caso contrario, avrebbe dovuto riconoscere ben fondata l'opinione del suo avversario.

Ecco ora, senz'altro, la lettera.

---

(1) Gregorovius, loc. cit., pp. 373-374.

" Confratri et coepiscopo R. dei gratia florentino episcopo Epi ravennatis ecclesie. Debita tibi salutationis officia mitteremus, si siremus (1) te communionis nostre, sed cuius sis incertum habemus, quia quam partem teneas ignoramus. Ceterum, discurrentibus plurimis laicis et clericis florentia redeuntibus et te dicere solitum attestantibus antichristum exortum, orbis commotus est universus, fit ubique gentium strepitus et tumultus, ammirationis plurimum (2), commotiones et scandalum per omnes civitates et vicos et omnino per hora omnium, nec aliut dicitur, nec aliut queritur, nec aliud predicatur; quam ob causam, licet in literis rudes simus, ad nos tamen recurritur, et ab omnibus convenimur, ut que sit super his nostra sententia proferamus. Videmur autem nobis audire nova quedam et inaudita portenta verborum, et, ut (3) pace tua sit dictum, novus propheta, novus apostolus, immo novus diaboli prenuntius exurrexit, qui non solum sibi prophetarum usurpet officium et apostolorum ministerium abutatur, sed etiam super prophetas videri velit, et populum doceat fuisse mentitum (4). O nova presumtio! quod nullus potuit prophetarum tibi vis videri concessum, et quod nulli permissum (5) est sire mortalium, tibi fingis in litteris revelatum, et divina quadam (6) in susurratione detectum (7). Multa de adventu illius in sacris inveniuntur eloquiis. Multa david, multa daniel, multa de illo loquuntur oracula prophetarum, et iohannes noster in apócalipsi sua nonnulla de eo prosequitur, et post illorum divinorum eloquia ..... (8) ambrosii videlicet augustini ieronimi et aliorum quamplurium (9). Sed quis illorum omnino vel predixit vel predicere potuit horam et tempus nativitatis illius? Quod si fecissent, non modo primum, nec tibi soli patuissent misteria scripturarum et involuta divinorum librorum; maxime cum tanta sit in aliquibus nostri temporis peritia litterarum et in divinis voluminibus labor et studium, intellectus, memoria et ingenium, ut vix ab ipsis auctoribus discrepare putentur, et profundiora certe si vellent et tempus exigeret sentire potuissent. Que (10) cum ita sint, quis sufficiat admirari tibi

(1) Così ha costantemente il ms. invece di *sciremus*, ecc.

(2) Così il ms.

(3) *ut* del.?

(4) Qui manca evidentemente qualche parola, forse anche solo *apostolum*.

(5) Ms. *promissum*.

(6) Ms. *quedam*.

(7) Lacuna?

(8) Nel ms., in luogo della lacuna segnata, si legge chiaramente *tctatorum*. Il senso richiederebbe per es. un *etiam sanctorum* o *aliorum*.

(9) Ms. *quamplurimum*.

(10) Ms. add. *quem*.

soli revelatum quod nulli sit hominum videre permissum, ut alter videaris evangelista et apostolus, qui de domini pectore misteria prophetie potaveris et solus aurire potueris, quod nec ille dilectus a domino potuit? huc accedit, quod apostolum quoque putabimus esse mentitum, si tuum illut dixerimus verum esse preconium. Scribens enim thessalonicensibus de fine seculi et de futuris misteriis antichristi, qualiter sit futurus illius adventus, exponit: " nisi, inquid, venerit discessio primum et revelatus fuerit homo peccati filius perdictionis " et cetera que sequuntur (1) ante futuram dissescionem et sic revelabitur antichristus secundum apostolum. Tu vero, vel quia scripturam non intelligis, vel quia scripturam pervertis, cum non discesio venerit antichristum revelatum fateris. Quomodo? adhuc accessio est, ac per hoc nondum venit discescio: adhuc regnum celorum vim patitur et violenti diripiunt illut, et impetus fluminis letificat civitatem dei, et in flumine pertransitur pede, et flumen dei repletum est aquis (2), et innumerabilia alia dici possunt, quibus ostenditur verum esse quod dicimus. Cum vero desierit accessio, discesio futura est, omni habundante iniquitate; refrigerabitur caritas multorum et post hec, sequente defectu romani imperii, immo desistente romano imperio, revelabitur ille iniquus (3). Sic enim dicit idem apostolus (4): " et nunc quid detineat scitis ut reveletur in suo tempore. Nam misterium iam operatur iniquitatis " et, quasi consuleretur quid antichristi detineret adventum, subiecit continuo: " tantum ut qui tenet nunc teneat, donec de medio fiat " quod est dicere: tandiu illius differetur et impedietur adventus, donec stabit romanum imperium. Cum autem aliut de medio fuerit, id est multorum fuerit, non unius (quod enim de medio est multorum est), id est cu[m] romanum imperium esse desierit, quid sequetur? " tunc revelabitur ille iniquus ". Quid ergo? aut romanum imperium desisse dicemus, ut (5) tecum antichristum natum veraciter asseramus (6), aut apostolum mentitum probabimus, si [i]uxta tuam assertionem antichristum revelatum dixerimus, cum romanum imperium nondum destitisse videamus. Sed absit ut apostolus mentiretur, in quo Christus veraciter loquebatur. " An experimentum, inquit (7),

---

(1) Lacuna?

(2) I passi biblici, ai quali si riferisce in questo punto l'autore, sono la citata lettera di S. Paolo; *Evang. Math.*, XI, 12; *Psalm.*, 45, 5; 65, 6; 64, 10.

(3) Ms. *inquus*.

(4) Paulus, Epist. seconda ai Tessalonicesi, II, 6-8.

(5) Ms. *vel*.

(6) Ms., a quanto pare, *asservamus*.

(7) Epist. seconda *ad Corint.*, XIII, 3.

queritis eius, qui in me loquitur Christus? „ Cum ergo romanum imperium maneat ac per hoc apostolus verum dicat, quid aliut restat, nisi ut quod sentit ecclesia catholica sentias, et hominem peccati filium perdictionis nondum revelatum intelligas? (1) si vero romanum imperium destitisse probaveris, quanta sequatur absurditas mox videbis. An ignoras quod omnes fere civitates italie, preter admodum paucas (2), et omnis dignitas et potentia teutonicorum romanorum imperatori obediunt? Sed et ipsa roma, caput quondam orbis et domina, cuius olim mundus omnis legibus serviebat, licet ex more suo sectiones (3) aliquorum et turbationes sustineat, ex maxima tamen parte sui permanet indivisa, non diversis imperatoribus sed uni subiecta. Nec ideo diminutum imperium estimes vel defecisse putes, quod pseudo sibi papam non romanorum generalitas sed paucorum romanorum cupiditas ordinavit, neque novum tibi videatur, quod quasi sui detrimentum romana res publica patitur, quoniam, cum retro preteritis seculi gentibus omnibus dominari (4) solita fuerit, semper tamen aliquorum motus sustinuit et factionibus laboravit. Verum quoniam ad finem tendit oratio (5), fraternitatem (6) tuam non procaciter convenimus, set caritative monemus, aut ineptias istas (7) relinquere (8), aut ostensas per spiritum demonstrare, cum ex divinis auctoribus vim nullam possint habere „.

Dello stesso ms. Vallicelliano B. 63 e dello stesso frammento, dal quale è tolta la lettera pubblicata, fa parte una piccola serie di sermoni, che incomincia mutila a f. 202 *a*, scritta però da altra mano.

Il primo sermone, mancante appunto del principio, tratta dell'anticristo, esponendo la nota leggenda (9), per cui l'ultimo imperatore, il cui nome incomincerà con *C.*, andrà a Gerusa-

(1) La parte seguente venne già pubblicata da Ewald, l. c.

(2) A primo aspetto, si dubiterebbe che qui si alluda alle città sottoposte ai Normanni; ma considerando che queste non facevano parte dell'“ Italia „, in senso politico, bisogna riguardare come poco probabile questa ipotesi.

(3) Ewald corregge *factiones*.

(4) Ewald om. *dominari*.

(5) Ms $\overline{or}$. Ewald lesse *omnes*.

(6) Ewald *paternitatem*.

(7) Ewald *ineptiam istam*.

(8) Fin qui Ewald.

(9) Cfr. Graf, *l. c.* e appendice “ La leggenda di Gog e Magog „, *o. c.*, II, 507 e segg.

lemme, deporrà lo scettro e la corona sul monte Oliveto, vincerà le *spurcissimae gentes* di Gog e Magog, ecc. ecc.

Pare, che l'autore, attingendo a fonti diverse, fonda insieme varie forme della leggenda.

Che il sermone sia inedito si può desumere dal fatto, che probabilmente lo sono i tre seguenti. Almeno, non li trovo registrati nel noto indice, pubblicato dall'Accademia delle scienze di Vienna (1).

Però alcune parti del sermone sull'anticristo sembrano tolte quasi di peso da altri scritti. Ecco ora le prime parole ed alcuni brani, fra cui una parte corrispondente al passo sopra riportato ed attribuito falsamente a S. Agostino.

..... antichristus ex populo iudeorum nascetur ...... ecce audita qualitate nativitatis, locum ubi nasci debeat audite.....

f. 203 *v.* — 204. Tempus siquidem quando primo antichristus venerit vel quando (2) dies iudicii ceperint (3) apparere, apostolus paulus in epistola ad tesolonicenses(!) demonstrat: " nisi venerit discessio primum et revelatus fuerit homo peccati, filius perdictionis, qui adversatur " et cetera. Simus autem quoniam post regnum grecorum, sive post regnum persarum, ex quibus unumquodque regnum suo tempore magna gloria viguit et magna potentia floruit, ad ultimum quoque *post* (4) cetera regna regnum romanorum incepit; quod fortissimum omnium regnorum (5) superiorum fuit, et omnia terrarum sub dominatione sua abuit: omnes quoque populi (6) rome subiacebant (7) et serviebant (8)

---

(1) *Initia librorum patrum latinorum*, Vienna, 1865. Ecco del resto il principio dei tre sermoni:

Fol. 206. Fratres Karissimi. Adest dies illa celebris, in qua novum canticum est cantandum......

Fol. 207. Adaperiat dominus cor vestrum in lege sua et in preceptis suis et faciat pacem. Cum appropinquasset ihesus hyerusolimis.....

Fol. 208. De nativitate. De hodierna festivitate ut inter missarum sollempnia vobis aliquid loquar, et frigoris asperitas et diei brevitas vetat.....

(2) Ms. *q̄no.*

(3) Probabilmente *ceperit.*

(4) Ms. om. *post.*

(5) Ms. *regnum.*

(6) Ms. *pp.orum*, che sarebbe *populorum.*

(7) Ms. piuttosto *subiacebunt.*

(8) Ms. *serviebat.*

ei sub tributo. Inde (1) ergo dicit apostolus antichristum non ante esse venturum " nisi venerit discessio primum „ id est omnia regna mundi discesserint (2) a romano imperio, cui primum (3) erant (4) subiecta. Hoc autem tempus nondum venit. Quia, licet videamus romanum regnum ex maxima parte iam destructum, tamen quandiu reges francorum duraverint, qui romanum imperium tenere debent (5), dignitas romani imperii ex toto non peribit (6), quia stabit in regibus suis. Tradunt namque doctores, quod unus ex regibus francorum imperium ex integro tenebit (7), qui in novissimo tempore erit maximus omnium regum ultimus. Qui postquam regnum suum feliciter gubernaverit, ad ultimum yerusalem veniet, et in monte oliveti sceptrum et coronam suam deponet. Hic erit finis et consumatio romanorum christianorum imperii, secundum predictam apostoli sententiam *etc.*....

f. 204 *v.* - 205. tunc exurgent ab aquilone spurcissime gentes, quas alexander rex inclusit in goth et magoth, et hec sunt XII regna, quorum numerus est sicut arena maris.....

Eccoci, colla ricordata leggenda, ben lontani dal nostro punto di partenza. Però, come mi è sembrato opportuno dare la spiegazione del passo citato delle *Questiones,* così ho pure creduto che l'episodio del vescovo Rainerio e specialmente la lettera a lui diretta meritassero nuova illustrazione.

(1) Ms. *In̄.*
(2) Ms. *discesserit.*
(3) Ms. *primus.*
(4) Ms. *erat.*
(5) Ms. *debuerat.*
(6) Ms. *perbit.*
(7) Ms. *tebit.*

L'Accademico Segretario
ERMANNO FERRERO.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 3 al 17 Marzo 1895.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **American** Journal of Science. Editors James D. and Edward S. Dana. Vol. XLIX, n. 291. New-Haven, 1895; 8°.

* **Atti** e **Rendiconti** dell'Acc. Medico-chir. di Perugia; vol. VI, f. 3, 4. 1894.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LIII, disp. 3ª. Venezia, 1894-95; 8°.

Boletin de la Academia Nacional de Ciencias en Cordoba. T. XIV, Entr. 1ª. Buenos-Aires, 1894; 8°.

Boletin del Observatorio Astronómico Nacional de Tacubaya. Tom. I, n. 20; 4°

* **Bollettino** della Società di naturalisti in Napoli. Ser. I, vol. VIII, 1895; 8°.

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani. Anno IX, n. 4, 5. Roma, 1895; 8°.

* **Bollettino** del R. Comitato Geolog. d'Italia. Anno 1894, n. 4. Roma, 1894; 8°.

* **Bullettino** delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società medico-chirurgica ecc. Serie VII, vol. V, fasc. 12; VI, fasc. 1. Bologna, 1894; 8°.

* **Catalogue** of the Snakes in the British Museum (Natural history). Vol. II. London, 1894; 8°.

Compte-Rendu sommaire de la séance de la Société philomatique de Paris, N. 9, 23 février 1895. Paris; 8°.

** **Erläuterungen** zur geologischen Specialkarte der Länder der Ung. Krone (Herausg. von der Kgl. Ung. Geologischen Anstalt). Budapest, 1894; 8°.

* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1894, part 1. London, 1895; 8°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXIV, disp. 1. Roma, 1895; 4°.

* **Monograph** of the Mycetozoa. Being a descriptive Catalogue of the Species in the Herbarium of the British Museum. London, 1894; 8° (*dal British Museum*).

** **Morphologische** Arbeiten. Herausg. von Dr G. Schwalbe. 4 Bd., 3 Heft. Jena, 1895; 8°.

Osservazioni meteorologiche eseguite nell'anno 1894 (*dal R. Osserv. Astron. di Brera in Milano*).

* **Rendiconti** del Circolo matematico di Palermo. Tom. IX, fasc. I-II. Palermo, 1895; 8°.
* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXVIII, fasc. IV, V. Milano, 1895; 8°.
* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche. Ser. 3ª, vol. I, fasc. 1° e 2°. Napoli, 1895.
* **Rivista** mensile del Club alpino italiano. Vol. XIV, n. 2. Torino, 1895; 8°.
* **Sitzungsberichte** der Kön. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. (18 October) XXIX-(10 December 1894) LIII. Berlin, 1894; 8°.
* **Sitzungsberichte** der mathematisch-physikalischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München, 1894, Heft. IV. München, 1895; 8°.
* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXVIII, fasc. 2. Modena, 1895; 8°.
* **Transactions** of the Manchester Geological Society. Vol. XXIII, n. III, IV.
* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Sitzung. N. 14-18, 1894. Wien, 1894; 8°.
* **Verhandlungen** Physikalisch-Medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, 1895. N. F., XXIV Bd.; 8°.
* **Zoologischer Anzeiger**, herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig, etc.; XVIII Jahrgang, n. 469, 470. 1895.
* Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXVI, n. 9. 1894.

Fiorini (M.). Sopra una speciale trasformazione delle proiezioni cartografiche atta alla delineazione dei Mappamondi. Roma, 1895; 8° (*dall'A.*).

Gruson (H.). Im Reiche des Lichtes. Sonnen, Zodiakallichte, Kometen. Braunschweig, 1895; 8° (*Id.*).

Helmholtz (H. von). Handbuch der Physiologischen Optik. 2 Aufl., 10 Lief. Hamburg und Leipzig, 1895; 8° (*Id.*).

Stossich (M.). Osservazioni sul Solenophorus Megalocephalus. Trieste, 1895; 8° (*Id.*).

— Notizie elmintologiche. Trieste, 1895; 8° (*Id.*).

— I distomi dei rettili. Trieste, 1895.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 10 al 24 Marzo 1895.

* **Atti** del Parlamento italiano. — Camera dei Deputati. V Legislatura, sessione del 1853-54, vol. VI. Discussioni dal 28 novembre 1854 al 3 marzo 1855. XIII Legisl., sess. del 1876-77, vol. V. Discussioni dal 22 nov. 1877 al 23 genn. 1878. Indici della II Legisl., sessione unica 1ª del 1849.

XVIII Legisl., sess. 1892-94, vol. I-VIII. Discussioni dal 22 novemb. 1892 all'11 luglio 1894. Disegni di Leggi e Relazioni, vol. I-XI, dal n. 1 al 406.

Documenti, vol. I-III, dal n. I al n. XXXVI. Seconda sessione 1894-95. Discuss., vol. unico. Disegni di Leggi e Relazioni, vol. 1° e 2°, dal n. 1 al 77, Documenti, vol. unico; 4°.

Raccolta dei Discorsi Parlamentari di Pasquale Stanislao Mancini; 3 vol. 8°.

Catalogo metodico degli scritti contenuti nelle pubblicazioni periodiche italiane e straniere della Biblioteca della Camera dei Deputati. Parte seconda: scritti di scienze, lettere ed arti. Roma, 1894; 8°.

* **Boletin** de la Real Acad. de la Historia. T. XXVI, cuad. 3. Madrid, 1895.

* **Bollettino** delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa (*Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze*); 1895, n. 221; 8°.

* **Comptes-rendus** des séances de la Société de Géographie; n. 4, 5. Paris, 1895; 8°.

* **Estadística** Escolar de la República Oriental del Uruguay correspondiente al año de 1893. Montevideo, 1894; 4° (*dal Governo della Rep. dell'Uruguay*).

* **Rivista** di Artiglieria e Genio. Anno 1895, febbraio. Roma, 1895; 8°.

* **Statistica** della Istruzione elementare per l'anno scolastico 1892-93. Roma, 1894; 8° (*dalla Direzione Generale della Statistica*).

Cavalli (C.). Relazione statistica dei lavori compiuti nel Distretto della Corte d'Appello di Torino nell'anno 1894. Torino, 1895; 8° (*dal Procuratore Generale presso la Corte d'Appello*).

Cesnola (L. Palma di). A descriptive atlas of the Cesnola collection of Cypriote Antiquities in the Museum of Art, New-York, vol. II, p. 1-5. New-York, 1894; fol. (*dall'A.*).

Chevalier (U.). Bretagne. Danemark. Topo-bibliographie. Montbéliard, 1893, 1894; 12° (*Id.*).

** **Corradi** (A.). Annali delle epidemie occorse in Italia dalle prime memorie fino al 1850. Vol. VIII (Postumo). Bologna, 1894; 4°.

Lilla (V.). Tommaso Rossi critico di Tito Lucrezio Caro. Napoli, 1894; 4° (*dall'A.*).

Marre (A.). Grammaire malgache, seconde édition. Épinal, 1894; 8° (*Id.*).

Nadaillac (de). La dernière élection municipale à Pompéi. Paris, 1895; 8° (*Id.*).

Pennisi Mauro (A.). Il giudizio di Dio e il regno suo o l'universale riforma sociale, religiosa e civile. Discorso. Catania, 1895; 8° (*Id.*).

Rinaudo (C.). Commemorazione di Giuseppe Pomba. Torino, 1895; 8° (*dall'Unione Tipografico-Editrice Torinese*).

** **Sanuto** (M.). Diarii. T. 48, fasc. 184. Venezia, 1895; 4°.

Sforza (G.). Dodici aneddoti storici. Modena, 1895; 8° (*dall'A.*).

Tasso (B.). Le lettere. Venetia, 1582; 8° (*dono dell'Avv. G. Minoglio*).

Travali (G.). Documenti su lo sbarco, la cattura e la morte di re Gioacchino Murat al Pizzo. Palermo, 1895; 8° (*dall'A.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSI UNITE

Adunanza del 31 Marzo 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

L'Accademia procede alla nomina del Vice-Presidente e del Tesoriere. Riesce eletto Vice-Presidente, salvo l'approvazione Sovrana, il Socio Prof. Comm. Alfonso **Cossa**, e nell'ufficio di Tesoriere è riconfermato, salvo pure l'approvazione Sovrana, il Socio Prof. Lorenzo **Camerano**.

Gli Accademici Segretari
ANDREA NACCARI.
ERMANNO FERRERO.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 31 Marzo 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Direttore della Classe, Cossa, Basso, Ferraris, Spezia, Giacomini, Camerano, Mosso, Segre, Volterra, Jadanza, Foà e Naccari Segretario.

Il Presidente invita il Socio Basso, scaduto dalla carica di Segretario per compiuto sessennio, a leggere il verbale della precedente tornata, che viene approvato.

Viene data comunicazione della lettera ministeriale che annunzia il Decreto Reale 17 febbraio che approva la elezione del Socio D'Ovidio a Direttore della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, del Socio Naccari a Segretario della Classe stessa e dei Prof. Volterra, Jadanza e Foà a Soci residenti dell'Accademia.

Vengono letti ed accolti per la inserzione negli *Atti* i due lavori seguenti:

" *Sopra un sistema di equazioni differenziali* „; Nota del Socio Volterra;

" *La pressione nell'azione dell'acqua sull'apofillite e sul vetro* „; Nota del Socio Spezia.

LETTURE

Sopra un sistema di equazioni differenziali;

Nota del Socio VITO VOLTERRA.

1. Le equazioni differenziali del moto di un sistema nel quale sussistono moti interni stazionari appartengono al tipo di equazioni differenziali (*) (Cfr. § 5)

$$
(1) \quad \begin{cases} \dfrac{dp}{dt} = \dfrac{d(f_1, f_2)}{d(q, r)} \\[2ex] \dfrac{dq}{dt} = \dfrac{d(f_1, f_2)}{d(r, p)} \\[2ex] \dfrac{dr}{dt} = \dfrac{d(f_1, f_2)}{d(p, q)} \end{cases}
$$

in cui f_1 e f_2 sono due funzioni di p, q, r ed i secondi membri rappresentano i determinanti funzionali delle funzioni stesse rispetto alle variabili q, r; r, p; p, q.

Esse ammettono gl'integrali

$$
(2) \qquad f_1 = \text{cost} = h_1 , \qquad f_2 = \text{cost} = h_2
$$

come si verifica con un calcolo semplicissimo.

Si ponga

$$
(3) \qquad p = \frac{x_1}{x_4} , \quad q = \frac{x_2}{x_4} , \quad r = \frac{x_3}{x_4}
$$

e si introducano le funzioni omogenee

(*) Vedi la mia Nota: *Sul moto di un sistema nel quale sussistono moti interni stazionarii* presentata all'Acc. delle Scienze di Torino nella seduta 3 marzo 1895.

$$\varphi_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_4^2 \left[f_1\left(\frac{x_1}{x_4}, \frac{x_2}{x_4}, \frac{x_3}{x_4}\right) - h_1 \right]$$

$$\varphi_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_4^2 \left[f_2\left(\frac{x_1}{x_4}, \frac{x_2}{x_4}, \frac{x_3}{x_4}\right) - h_2 \right]$$

il cui grado di omogeneità resulta eguale a due.

Avremo

$$\frac{d(f_1, f_2)}{d(q, r)} = \frac{1}{x_4^2} \frac{d(\varphi_1, \varphi_2)}{d(x_2, x_3)}$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{x_4^2} \frac{x_4\, dx_1 - x_1\, dx_4}{dt}$$

quindi la prima delle (1) diverrà

$$\frac{x_4\, dx_1 - x_1\, dx_4}{dt} = \frac{d(\varphi_1, \varphi_2)}{d(x_2, x_3)} \tag{4}$$

ed in modo analogo le altre due si trasformeranno nelle seguenti

$$\frac{x_4\, dx_2 - x_2\, dx_4}{dt} = \frac{d(\varphi_1, \varphi_2)}{d(x_3, x_1)} \tag{4'}$$

$$\frac{x_4\, dx_3 - x_3\, dx_4}{dt} = \frac{d(\varphi_1, \varphi_2)}{d(x_1, x_2)} \tag{4''}$$

e gl'integrali (3) saranno sostituiti da

$$\varphi_1 = 0, \quad \varphi_2 = 0. \tag{5}$$

Prendiamo due qualunque di queste equazioni che potremo scrivere

$$\frac{x_4\, dx_{(r)} - x_{(r)}\, dx_4}{dt} = \frac{d(\varphi_1, \varphi_2)}{d(x_{(r+1)}, x_{(r+2)})}$$

$$\frac{x_4\, dx_{(r+1)} - x_{(r+1)}\, dx_4}{dt} = \frac{d(\varphi_1, \varphi_2)}{d(x_{(r+2)}, x_{(r)})}$$

in cui si ha

$$0 < (r) < 4, \quad (r) \equiv r \bmod. 3.$$

Da esse segue

$$x_4 \frac{x_{(r+1)}\, dx_{(r)} - x_{(r)}\, dx_{(r+1)}}{dt} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_{(r+2)}} \left(x_{(r+1)} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_{(r+1)}} + x_{(r)} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_{(r)}} \right) -$$

$$- \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_{(r+2)}} \left(x_{(r+1)} \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_{(r+1)}} + x_{(r)} \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_{(r)}} \right).$$

Ora

$$x_{(r)} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_{(r)}} + x_{(r+1)} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_{(r+1)}} + x_{(r+2)} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_{(r+2)}} + x_4 \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_4} = 2\varphi_i = 0 \qquad (i = 1, 2)$$

quindi l'equazione precedente si scriverà

$$\frac{x_{(r+1)}\, dx_{(r)} - x_{(r)}\, dx_{(r+1)}}{dt} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_{(r+2)}} \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_4} - \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_4} \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_{(r+2)}}.$$

Potremo dunque concludere; *se* i_1, i_2, i_3, i_4 *è una permutazione d'ordine pari dei numeri* 1, 2, 3, 4, *sussisterà la relazione*

$$\text{(6)} \qquad \frac{x_{i_2}\, dx_{i_1} - x_{i_1}\, dx_{i_2}}{dt} = \frac{d(\varphi_1, \varphi_2)}{d(x_{i_3}, x_{i_4})}.$$

2. Eseguiamo ora sulle variabili x_i una sostituzione lineare tale che

$$\text{(7)} \qquad x_i = \Sigma_s\, c_{is}\, \xi_s, \quad \xi_s = \Sigma_i\, C_{is}\, x_i$$

e chiamiamo C il determinante delle c_{is} che supporremo diverso da zero. Avremo

$$\begin{vmatrix} dx_{i_1}, & dx_{i_2} \\ x_{i_1}, & x_{i_2} \end{vmatrix} = \sum \begin{vmatrix} c_{i_1 s_1}, & c_{i_2 s_1} \\ c_{i_1 s_2}, & c_{i_2 s_2} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} d\xi_{s_1}, & d\xi_{s_2} \\ \xi_{s_1}, & \xi_{s_2} \end{vmatrix}$$

$$\frac{d(\varphi_1, \varphi_2)}{d(x_{i_3}, x_{i_4})} = \sum \frac{d(\varphi_1, \varphi_2)}{d(\xi_{s_3}, \xi_{s_4})} \begin{vmatrix} C_{i_3 s_3}, & C_{i_4 s_3} \\ C_{i_3 s_4}, & C_{i_4 s_4} \end{vmatrix}$$

Ma per un noto teorema sui determinanti (*)

$$\begin{vmatrix} C_{i_3 s_3}, & C_{i_4 s_3} \\ C_{i_3 s_4}, & C_{i_4 s_4} \end{vmatrix} = \frac{1}{C} \begin{vmatrix} c_{i_1 s_1}, & c_{i_2 s_1} \\ c_{i_1 s_2}, & c_{i_2 s_2} \end{vmatrix}$$

quindi l'equazione (6) si trasformerà nell'altra

$$\sum \begin{vmatrix} c_{i_1 s_1}, & c_{i_2 s_1} \\ c_{i_1 s_2}, & c_{i_2 s_2} \end{vmatrix} \frac{\xi_{s_2} d\xi_{s_1} - \xi_{s_1} d\xi_{s_2}}{dt} = \frac{1}{C} \sum \begin{vmatrix} c_{i_1 s_1}, & c_{i_2 s_1} \\ c_{i_1 s_2}, & c_{i_2 s_2} \end{vmatrix} \frac{d(\varphi_1, \varphi_2)}{d(\xi_{s_3}, \xi_{s_4})}$$

da cui segue

$$\frac{\xi_{s_2} d\xi_{s_1} - \xi_{s_1} d\xi_{s_2}}{dt} = \frac{1}{C} \frac{d(\varphi_1, \varphi_2)}{d(\xi_{s_3}, \xi_{s_4})}. \tag{8}$$

3. Si supponga che f_1 e f_2 siano due funzioni intere di secondo grado di p, q, r, cioè

$$\left\{ \begin{aligned} f_1 &= \tfrac{1}{2}(a_{11} p^2 + a_{22} q^2 + a_{33} r^2) + a_{23} qr + a_{31} rp + \\ &\quad + a_{12} pq + a_{14} p + a_{24} q + a_{34} r + a \\ f_2 &= \tfrac{1}{2}(b_{11} p^2 + b_{22} q^2 + b_{33} r^2) + b_{23} qr + b_{31} rp + \\ &\quad + b_{12} pq + b_{14} p + b_{24} q + b_{34} r + b. \end{aligned} \right. \tag{9}$$

Posto

$$a - h_1 = \tfrac{1}{2} a_{44}, \qquad b - h_2 = \tfrac{1}{2} b_{44}$$

resulterà

$$\varphi_1 = \tfrac{1}{2} \Sigma_i \Sigma_s a_{is} x_i x_s, \qquad \varphi_2 = \tfrac{1}{2} \Sigma_i \Sigma_s b_{is} x_i x_s. \tag{9'}$$

Eseguiamo la sostituzione (7) in modo da ottenere

$$\varphi_1 = \tfrac{1}{2}(\lambda_1 \xi_1^2 + \lambda_2 \xi_2^2 + \lambda_3 \xi_3^2 + \lambda_4 \xi_4^2), \quad \varphi_2 = \tfrac{1}{2}(\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_4^2), \tag{10}$$

dovremo avere allora

(*) BALTZER, *Theorie und Anwendungen der Determinanten.* III Auflage, pag. 50.

$$(11)\quad \begin{cases} \Sigma_i \, \Sigma_s \, b_{is} \, c_{ih} \, c_{sh} = 1 \\ \Sigma_i \, \Sigma_s \, b_{is} \, c_{ih} \, c_{sk} = 0 \qquad (h \gtrless k) \end{cases}$$

$$(11')\quad \begin{cases} \Sigma_i \, \Sigma_s \, a_{is} \, c_{ih} \, c_{sh} = \lambda_h \\ \Sigma_i \, \Sigma_s \, a_{is} \, c_{ih} \, c_{sk} = 0 \end{cases}$$

e le λ_i saranno le radici dell'equazione di quarto grado in λ

$$(12)\quad f(\lambda) = \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda b_{11}, & a_{12} - \lambda b_{12}, & a_{13} - \lambda b_{13}, & a_{14} - \lambda b_{14} \\ a_{21} - \lambda b_{21}, & a_{22} - \lambda b_{22}, & a_{23} - \lambda b_{23}, & a_{24} - \lambda b_{24} \\ a_{31} - \lambda b_{31}, & a_{32} - \lambda b_{32}, & a_{33} - \lambda b_{33}, & a_{34} - \lambda b_{34} \\ a_{41} - \lambda b_{41}, & a_{42} - \lambda b_{42}, & a_{43} - \lambda b_{43}, & a_{44} - \lambda b_{44} \end{vmatrix} = 0$$

onde chiamando B il discriminante della forma φ_2, avremo

$$(13)\qquad f(\lambda) = B(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3)(\lambda - \lambda_4).$$

Ammetteremo che le quattro radici siano diverse fra loro.

Siano $\alpha_{r,s}$ gli elementi aggiunti a quelli del determinante (12); e denotiamo i loro valori con $\alpha_{rs}^{(i)}$ quando sostituiamo λ_i in luogo di λ. Sarà

$$\frac{c_{1s}}{\alpha_{1r}^{(s)}} = \frac{c_{2s}}{\alpha_{2r}^{(s)}} = \frac{c_{3s}}{\alpha_{3r}^{(s)}} = \frac{c_{4s}}{\alpha_{4r}^{(s)}} = \sqrt{\frac{\Sigma_h \, \Sigma_k \, b_{hk} \, c_{hs} \, c_{ks}}{\Sigma_h \, \Sigma_k \, b_{hk} \, \alpha_{hr}^{(s)} \, \alpha_{kr}^{(s)}}} = \theta_s$$

Ma (*)

$$\alpha_{hr}^{(s)} \, \alpha_{kr}^{(s)} = \alpha_{rr}^{(s)} \, \alpha_{hk}^{(s)}$$

quindi in virtù della prima delle (11)

$$\theta_s = \frac{1}{\sqrt{\alpha_{rr}^{(s)} \, \Sigma_h \, \Sigma_k \, b_{hk} \, \alpha_{hk}^{(s)}}}.$$

(*) Baltzer, *Op. cit.*, pag. 54.

Ora dalla (12) si deduce

$$- f'(\lambda) = - \Sigma_h \Sigma_k b_{hk} \alpha_{hk}$$

quindi per la (13)

$$\Sigma_h \Sigma_k b_{hk} \alpha_{hk} = - f'(\lambda_s) = B(\lambda_{s+1} - \lambda_s)(\lambda_{s+2} - \lambda_s)(\lambda_{s+3} - \lambda_s)$$

e per conseguenza

$$(14) \qquad c_{is} = \frac{\alpha_{ir}^{(s)}}{\sqrt{\alpha_{rr}^{(s)} B(\lambda_{s+1} - \lambda_s)(\lambda_{s+2} - \lambda_s)(\lambda_{s+3} - \lambda_s)}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\alpha_{ii}^{(s)}}{B(\lambda_{s+1} - \lambda_s)(\lambda_{s+2} - \lambda_s)(\lambda_{s+3} - \lambda_s)}}.$$

Abbiamo poi dalle (11) per la regola dei prodotti dei determinanti

$$BC^2 = 1,$$

d'onde

$$(14') \qquad C = \frac{1}{\sqrt{B}}.$$

4. In virtù delle (10), le (8) prenderanno la forma

$$\frac{\xi_{s_2} d\xi_{s_1} - \xi_{s_1} d\xi_{s_2}}{dt} = \frac{1}{C} (\lambda_{s_3} - \lambda_{s_4}) \xi_{s_3} \xi_{s_4}.$$

Pongasi

$$(15) \quad \xi_1 = \mu_1 \sigma_1(u), \; \xi_2 = \mu_2 \sigma_2(u), \; \xi_3 = \mu_3 \sigma_3(u), \; \xi_4 = \mu_4 \sigma(u)$$

si otterrà

$$\mu_{(r)} \mu_{(r+1)} (\sigma'_{(r)} \sigma_{(r+1)} - \sigma_{(r)} \sigma'_{(r+1)}) \frac{du}{dt} =$$

$$= \frac{1}{C} (\lambda_{(r+2)} - \lambda_4) \mu_{(r+2)} \mu_4 \sigma_{(r+2)} \sigma ;$$

$$\mu_4 \mu_{(r+2)} (\sigma'_{(r+2)} \sigma - \sigma_{(r+2)} \sigma') \frac{du}{dt} =$$

$$= \frac{1}{C} (\lambda_{(r)} - \lambda_{(r+1)}) \mu_{(r)} \mu_{(r+1)} \sigma_{(r)} \sigma_{(r+1)}$$

onde applicando le note relazioni differenziali fra le σ (*)

$$\sigma'_{(r)}\,\sigma_{(r+1)} - \sigma_{(r)}\,\sigma'_{(r+1)} = (e_{(r+1)} - e_{(r)})\,\sigma_{(r+2)}\,\sigma$$

$$\sigma'_{(r+1)}\,\sigma - \sigma_{(r+1)}\,\sigma' = -\sigma_{(r)}\,\sigma_{(r+1)}$$

le equazioni precedenti diverranno

$$\mu_{(r)}\,\mu_{(r+1)}\,(e_{(r+1)} - e_{(r)})\,\frac{du}{dt} = \frac{1}{C}\,(\lambda_{(r+2)} - \lambda_4)\,\mu_{(r+2)}\,\mu_4$$

$$\mu_4\,\mu_{(r+2)}\,\frac{du}{dt} = \frac{1}{C}\,(\lambda_{(r+1)} - \lambda_{(r)})\,\mu_{(r)}\,\mu_{(r+1)}$$

da cui segue

$$(16)\qquad \frac{\mu_{(r)}\,\mu_{(r+1)}}{\mu_4\,\mu_{(r+2)}} = \frac{(\lambda_{(r+2)} - \lambda_4)}{C\,(e_{(r+1)} - e_{(r)})}\,\frac{dt}{du} = \frac{C}{(\lambda_{(r+1)} - \lambda_{(r)})\,\frac{dt}{du}}$$

quindi

$$(17)\qquad e_{(r+1)} - e_{(r)} = \frac{1}{C^2}\,(\lambda_{(r+2)} - \lambda_4)\,(\lambda_{(r+1)} - \lambda_{(r)})\left(\frac{dt}{du}\right)^2$$

e per conseguenza

$$(18)\qquad k^2 = \frac{e_2 - e_3}{e_1 - e_3} = \frac{\lambda_1 - \lambda_4}{\lambda_1 - \lambda_3} : \frac{\lambda_2 - \lambda_4}{\lambda_2 - \lambda_3}.$$

Dalle (16) si deduce

$$\mu^2_{(r+2)}\,\frac{\mu_4}{\mu_{(r)}\,\mu_{(r+1)}\,\mu_{(r+2)}} = \frac{1}{C}\,(\lambda_{(r+1)} - \lambda_{(r)})\,\frac{dt}{du}$$

$$\frac{\mu^2_{(r)}\,\mu^2_{(r+1)}}{\mu^2_4\,\mu^2_{(r+2)}} = \frac{\lambda_{(r+2)} - \lambda_4}{(e_{(r+1)} - e_{(r)})\,(\lambda_{(r+1)} - \lambda_{(r)})}$$

perciò

(*) WEIERSTRASS, *Formeln und Lehrsätze zum Gebrauch der elliptischen Functionen*, pag. 28.

$$(19)\qquad \frac{\mu_{(r)}}{\sqrt{\lambda_{(r+2)}-\lambda_{(r+1)}}}=\frac{\mu_{(r+1)}}{\sqrt{\lambda_{(r)}-\lambda_{(r+2)}}}=\frac{\mu_{(r+2)}}{\sqrt{\lambda_{(r+1)}-\lambda_{(r)}}}=$$

$$=\frac{\mu_4}{\sqrt{(e_{(r+1)}-e_{(r)})\dfrac{(\lambda_{(r+2)}-\lambda_{(r+1)})\,(\lambda_{(r)}-\lambda_{(r+2)})}{\lambda_{(r+2)}-\lambda_4}}}.$$

Dalle (7) e (15) resulta

$$x_i=\Sigma_s\, c_{is}\, \mu_s\, \sigma_s$$

quindi tenendo presenti le (3), (14), (19) e togliendo i fattori comuni al numeratore e al denominatore nelle espressioni di p, q, r, otterremo

$$(20)\qquad \begin{cases} p=\dfrac{\sum_1^3{}_r\, A_{1r}\,\sigma_r+A_{14}\,\sigma}{\sum_1^3{}_r\, A_{4r}\,\sigma_r+A_{44}\,\sigma}\\[2ex] q=\dfrac{\sum_1^3{}_r\, A_{2r}\,\sigma_r+A_{24}\,\sigma}{\sum_1^3{}_r\, A_{4r}\,\sigma_r+A_{44}\,\sigma}\\[2ex] r=\dfrac{\sum_1^3{}_r\, A_{3r}\,\sigma_r+A_{34}\,\sigma}{\sum_1^3{}_r\, A_{4r}\,\sigma_r+A_{44}\,\sigma}\end{cases}$$

in cui si è posto per brevità

$$(21)\qquad \begin{cases} A_{i1}=\sqrt{\dfrac{\alpha_{ii}^{(1)}\,(\lambda_3-\lambda_2)}{(\lambda_2-\lambda_1)\,(\lambda_3-\lambda_1)\,(\lambda_4-\lambda_1)}}\\[2ex] A_{i2}=\sqrt{\dfrac{\alpha_{ii}^{(2)}\,(\lambda_1-\lambda_3)}{(\lambda_1-\lambda_2)\,(\lambda_3-\lambda_2)\,(\lambda_4-\lambda_2)}}\\[2ex] A_{i3}=\sqrt{\dfrac{\alpha_{ii}^{(3)}\,(\lambda_2-\lambda_1)}{(\lambda_1-\lambda_3)\,(\lambda_2-\lambda_3)\,(\lambda_4-\lambda_3)}}\\[2ex] A_{i4}=\dfrac{1}{\lambda_{(r+2)}-\lambda_4}\sqrt{\alpha_{ii}^{(4)}(e_{(r+1)}-e_{(r)})\dfrac{(\lambda_{(r+2)}-\lambda_{(r+1)})\,(\lambda_{(r)}-\lambda_{(r+2)})}{(\lambda_4-\lambda_{(r+1)})\,(\lambda_4-\lambda_{(r+2)})}}.\end{cases}$$

Per determinare la relazione che passa fra la variabile t e l'argomento u delle σ basterà partire dalla (17): risolvendola rispetto a $\frac{dt}{du}$, integrando e tenendo conto della (14′) avremo

$$t = \sqrt{\frac{e_{(r+1)} - e_{(r)}}{B(\lambda_{(r+2)} - \lambda_4)(\lambda_{(r+1)} - \lambda_{(r)})}}\,(u - u_0) \tag{22}$$

in cui u_0 denota una costante arbitraria.

5. Volendo applicare questi resultati generali al caso del moto di un sistema in cui sussistono moti interni stazionarii basterà supporre (*)

$$f_1 = \frac{1}{2\sqrt{ABC}}\left[(Ap + m_1)^2 + (Bq + m_2)^2 + (Cr + m_3)^2\right]$$

$$f_2 = \frac{1}{2\sqrt{ABC}}\left[Ap^2 + Bq^2 + Cr^2\right]$$

$$h_1 = \frac{K^2}{2\sqrt{ABC}}, \quad h_2 = \frac{h}{\sqrt{ABC}}$$

La equazione (12) si ridurrà allora a

$$\begin{vmatrix} A^2 - \lambda A, & 0, & 0, & Am_1 \\ 0, & B^2 - \lambda B, & 0, & Bm_2 \\ 0, & 0, & C^2 - \lambda C, & Cm_3 \\ Am_1, & Bm_2, & Cm_3, & 2h\lambda - K_1 \end{vmatrix} = 0$$

in cui si è posto $K_1 = K^2 - m_1^2 - m_2^2 - m_3^2$.

Ammettendo le radici semplici; m_1, m_2, m_3 diversi da zero, e A, B, C differenti fra loro, avremo

(*) Vedi la mia Nota precedentemente citata.

$$\sqrt{a_{11}^{(s)}} = \frac{a_{14}^{(s)}}{\sqrt{a_{44}^{(s)}}} = m_1 \sqrt{\frac{(\lambda_s - B)(\lambda_s - C)}{\lambda_s - A}}$$

$$\sqrt{a_{22}^{(s)}} = \frac{a_{24}^{(s)}}{\sqrt{a_{44}^{(s)}}} = m_2 \sqrt{\frac{(\lambda_s - C)(\lambda_s - A)}{\lambda_s - B}}$$

$$\sqrt{a_{33}^{(s)}} = \frac{a_{34}^{(s)}}{\sqrt{a_{44}^{(s)}}} = m_3 \sqrt{\frac{(\lambda_s - A)(\lambda_s - B)}{\lambda_s - C}}$$

$$\sqrt{a_{44}^{(s)}} = \sqrt{(\lambda_s - A)(\lambda_s - B)(\lambda_s - C)}.$$

Questi valori dovranno sostituirsi nelle (21). Sarà poi

$$B = -\frac{2h}{ABC}$$

quindi la (22) diverrà

$$t = \sqrt{\frac{ABC}{2h} \frac{e_{(r)} - e_{(r+1)}}{(\lambda_{(r+2)} - \lambda_r)(\lambda_{(r+1)} - \lambda_r)}}\ (u - u_0).$$

In tal modo siamo giunti ai resultati ottenuti nella Nota più volte citata, deducendoli dalla soluzione di un problema più generale di quello meccanico, e seguendo un cammino più semplice e più diretto.

La pressione nell'azione dell'acqua sull'apofillite e sul vetro;

Nota del Socio GIORGIO SPEZIA.

Nello studio dei problemi geologici, generalmente accade che non soltanto si faccia confusione fra gli effetti chimici e fisici prodotti dal calore con quelli prodotti dalla pressione; ma che sovente si ritenga addirittura come causa principale, anche di cambiamento chimico della sostanza minerale e di produzione di nuovi minerali, la pressione esercitata dagli strati di roccia nel loro stato di quiete ossia la pressione statica.

Adotto tal nome di pressione statica delle roccie per ritenere l'altro di pressione dinamica quando le masse rocciose sono alterate nel loro equilibrio come nel caso di dislocazioni, sollevamenti, etc. nel qual caso vi entra il moto producendo un lavoro che potrà trasformarsi in energia termica.

Questa divisione fra pressione statica e dinamica delle roccie non può trascurarsi in geologia per il fatto della produzione di calore, la cui importanza nei processi chimici non si può porre in dubbio.

Perciò io intendo qui di parlare della pressione statica, alla quale si vogliono attribuire da molti geologi effetti calorifici e chimici e per la cui discussione credo che possano sempre essere utili quelle esperienze, le quali tendono a costituire un materiale d'osservazione che serva, nello studio dei fenomeni geologici, a stabilire la vera importanza della pressione suaccennata.

Per tale motivo descrivo ora alcune esperienze da me eseguite per ricercare se, nell'azione dell'acqua sull'Apofillite e sul vetro, l'effetto dipenda più direttamente dalla temperatura o dalla pressione; e se questa possa sostituire il calore nel processo di soluzione o di decomposizione prodotto dall'acqua sopra i detti corpi.

Per l'Apofillite la prima esperienza fatta da Wöhler provò come il minerale, riscaldato con acqua in tubo chiuso alla temperatura da 180° a 190° e colla inerente pressione di 10 a 12 atmosfere, si sciogliesse e poi ricristallizzasse per raffreddamento.

Il risultato di tale esperienza fu tosto addotto da S. v. Walthershausen per spiegare la formazione della Palagonite e per esso l'importanza della pressione si ritenne tale da asserire (1): che sotto la grande pressione la quale domina al fondo del mare i minerali diventano facilmente solubili. Anzi il Walthershausen (2) scrisse che il tempo incalcolabile e la pressione sieno di molto maggiore influenza del calore.

A tale opinione si mostrò assai contrario Bunsen (3) il quale, nella sua critica alla deduzione fatta da Walthershausen per l'esperienza di Wöhler, conchiudeva dicendo: " che non si giungerà mai a conoscere il vero quando si lasciano parlare ipotesi nei casi in cui una semplice esperienza può essere decisiva ".

Infatti il Bunsen aveva esperimentato che alla pressione di 79 atmosfere e colla temperatura di 40°, alla quale dovette ricorrere per ottenere unicamente colla dilatazione del liquido la detta pressione, l'Apofillite non si scioglieva.

Pur troppo tale esperienza di Bunsen, la quale stabiliva che la causa prima ed essenziale della solubilità dell'Apofillite nell'acqua, era la temperatura di 180° e non la pressione di 12 atmosfere, non parve degna d'importanza. Infatti il Doelter (4) nel suo interessante lavoro chimico sulle zeoliti indica come causa prima della loro solubilità la pressione.

D'altronde un'obbiezione può esser posta da coloro che prendono in considerazione la grande pressione delle profondità marine, asserendo che la pressione di 79 atmosfere, alla quale esperimentò il Bunsen, non sia da paragonarsi con quella di 830 atm. corrispondente alla massima profondità marina finora conosciuta.

---

(1) *Ueber die vulcanische Gesteine in Sicilien u. Island*, pag. 512.
(2) *Loc. cit.*, pag. 504.
(3) *Ann. der Chemie und Pharmacie*, vol. LXV, pag. 80.
(4) *Neues Jahr. f. Pal. u. Min.*, 1890. B. I, pag. 120.

È bensì vero che per dimostrare la nessuna influenza della pressione nella solubilità dell'Apofillite potrebbe servire l'osservazione fatta durante il viaggio della Challenger (1). In varie stazioni di scandaglio si osservò che nel materiale del fondo marino vi erano in grandissima quantità diffusi microscopici cristalli di Phillipsite perfettamente terminati, e p. es. alla stazione N. 276 la profondità era di 4295 metri e la temperatura dell'acqua di 1°, 6. Quindi si potrebbe dedurre che essendo l'Apofillite una zeolite come la Phillipsite dovrebbe essa comportarsi egualmente alla detta profondità.

Ma oltre l'obbiezione che l'Apofillite non sia di egual natura della Phillipsite vi sarebbe l'altra che la solubilità vi fosse impedita dall'acqua marina, ammettendo che anche per l'Apofillite avvenga ciò che fu provato da Thoulet (2) per alcuni silicati, la cui solubilità nell'acqua salsa del mare è estremamente debole e di molto inferiore alla solubilità nell'acqua dolce.

Per risolvere le varie questioni ho eseguito sull'Apofillite tre esperienze.

L'apparecchio da me adoperato per sperimentare con alta pressione consta di un robusto recipiente cilindrico d'acciaio. Uno stretto e profondo foro laterale praticato nello spessore della parete e parallelo all'asse del cilindro serve per un termometro, il quale, per la conduttività del metallo, dà la temperatura di tutto il recipiente; questo poi per essere riscaldato uniformemente è posto in un vaso cilindrico di rame in modo da non ricevere il calore diretto dalla fiamma, ma a mezzo di una camicia di aria riscaldata.

Nel vano del recipiente si pone dell'acqua ed il tubo di vetro o di metallo che contiene il materiale su cui si esperimenta. Detto tubo ha un coperchio che non chiude ermeticamente, ma lascia trasmettere nell'interno di esso la pressione dell'acqua esterna, che si trova nel vano del recipiente.

L'apparecchio poi si chiude con un grosso tappo a vite e d'acciaio avente un forellino centrale che comunica coll'esterno per mezzo di una valvola aprentesi verso l'interno. Nello stesso tappo vi è un altro piccolo foro comunicante coll'esterno e che si

---

(1) *Voyage of the Challenger — Deep Sea deposits,* pag. 402.

(2) *Comp. rendus,* vol. CVIII, pag. 754.

chiude con una vite a pressione; esso serve anzitutto a togliere la pressione interna onde svitare il grosso tappo, il quale presenterebbe troppa resistenza, ed anche può giovare per togliere, quando sia il caso, la pressione interna in modo assai lento.

Chiuso l'apparecchio vi si introduce dell'altro liquido mediante una pompa a compressione; in tal modo si può avere nell'interno una pressione la quale in causa della valvola permane anche togliendo l'apparecchio dalla pompa; così si può portare l'apparecchio nel cilindro di rame per sottoporlo all'azione del calore.

Con una serie di esperimenti preventivamente eseguiti riscaldando l'apparecchio, che senza la valvola tenevo unito alla pompa, con varie pressioni iniziali ed osservando l'aumento di pressione, prodotto dalla temperatura, per mezzo del manometro annesso alla pompa, ho avuto dei dati per stabilire nelle esperienze a farsi la pressione corrispondente alla temperatura e dovuta alla risultante, per così dire, delle dilatazioni del liquido e dei varii metalli, sia del recipiente, sia del tubo, che delle guarniture. In tal modo conosciuta la pressione e la temperatura iniziale potevo calcolare approssimativamente l'aumento della pressione a seconda della temperatura, senza far uso nelle esperienze del manometro, il quale essendo metallico si renderebbe presto quasi inservibile quando fosse tenuto per molti giorni in continua tensione.

Durante l'esperienza è poi necessario di osservare di tratto in tratto se si produce perdita di liquido, ciò che qualche volta avviene, ed allora bisogna ripetere da capo l'esperienza. Io poi per maggior sicurezza, terminata l'esperienza e lasciato raffreddare l'apparecchio, controllavo se vi era ancora la pressione iniziale mediante un congegno a leva, il quale si adatta al recipiente e tende ad aprire la valvola mediante un determinato peso applicato alla leva.

Le esperienze sull'Apofillite furono eseguite con materiale tolto da un grosso cristallo di Apofillite di Ponah.

Una prima esperienza fu di lasciare l'Apofillite in minute lamine di sfaldatura nell'acqua distillata e con una pressione di 1750 atmosfere per sei mesi e 24 giorni; la temperatura era quella dell'ambiente nei mesi d'estate e non superò i 25°.

Le lamine di Apofillite erano in tubo di argento e divise

in due parti, una al fondo e l'altra vicino al coperchio, sostenute per mezzo di un disco traforato, pure d'argento. Diedi tale disposizione, sia perchè, se si scioglieva la parte superiore, si arricchiva man mano tutta l'acqua del tubo e sia perchè, se si rigeneravano i cristalli, era probabile che essi si depositassero a preferenza sopra residui dello stesso minerale che non sulle pareti del tubo.

Trascorso il tempo indicato esaminai al microscopio le lamine, ma non vi scorsi nè corrosione sulla superficie nè arrotondamento degli spigoli e tanto meno cristalli rigenerati. Si noti poi che la pressione venne diminuita poco a poco aprendo la vite di scarico in modo che continuò per parecchie ore ad escire liquido in causa della pressione interna. Se la pressione avesse prodotta la soluzione dell'Apofillite nell'acqua è evidente che togliendo la pressione avrebbe dovuto depositarsi in cristalli la parte sciolta.

Perciò mi pare che questa prima esperienza possa provare che se in fondo al mare si trovano cristalli di Phillipsite, o si trovassero cristalli di Apofillite, non è già perchè la solubilità loro sarebbe impedita dalla salsedine, ma bensì perchè la sola pressione non ha influenza sulla solubilità.

In seguito feci contemporaneamente due esperienze con grandi lamine trasparenti di sfaldatura della stessa Apofillite di Ponah, le quali io avevo esaminato previamente al microscopio.

Esse furono ripartite in due tubi d'argento di eguale forma e capacità e contenenti acqua distillata. Un tubo fu rinchiuso in un recipiente contenente anche acqua distillata, il quale venne mantenuto per 13 giorni alla temperatura da 193° a 211° con una media di 197° sopra 57 osservazioni.

L'altro tubo fu posto nell'apparecchio a grande pressione il quale dopo essere stato caricato di una pressione iniziale di 500 atmosfere fu mantenuto, parimenti per 13 giorni, alla temperatura da 93° a 107° con una media di 99° sopra 57 osservazioni.

La pressione nel recipiente mantenuto alla media temperatura di 197° era soltanto quella corrispondente alla tensione del vapore acqueo per detta temperatura ossia di 14 atmosfere. Invece la pressione nell'apparecchio in cui vi era già quella iniziale di 500 atmosfere colla temperatura iniziale di 12° dovette salire, per le esperienze fatte prima come accennai nella

descrizione dell'apparecchio, a 1056 atmosfere. Ossia stavano per così dire di fronte da un lato 98° gradi di temperatura di più e dall'altro 1042 atmosfere di maggior pressione.

Esaminate al microscopio le lamine, quelle che erano state sottoposte a maggior temperatura si presentavano corrose come indica, con ingrandimento di 200 diametri, la fig. 1, ed inoltre qua e là sulle lamine vi erano piccolissimi cristalli; le lamine invece che erano state a maggior pressione ma a minor temperatura apparivano inalterate.

A me pare che questa seconda esperienza dimostri assai bene come la pressione non possa considerarsi quale agente di solubilità dell'Apofillite, ma soltanto come condizione per mantenere liquido ed al contatto col minerale il mezzo solvente la cui azione diretta dipende esclusivamente dalla temperatura.

Un'altra questione analoga a quella che si riferisce all'Apofillite esiste anche nella celebre esperienza di Daubrée sull'azione dell'acqua nella decomposizione del vetro.

Perciò io feci eziandio alcune esperienze in proposito onde vedere se alla pressione od alla temperatura debbansi attribuire gli effetti della decomposizione del vetro.

Da una lastra di vetro della qualità adoperata per fare porta-oggetti da microscopio feci tagliare una serie di liste di eguale larghezza e di esse mi servii nelle esperienze; in tal modo era soddisfatta anche la condizione essenziale che il materiale avesse la stessa composizione chimica da cui dipendeva, naturalmente a parità di circostanze, l'azione più o meno decomponente dell'acqua.

Anche per questa esperienza adoperai 2 tubi di argento, in ciascuno dei quali posi una lista di vetro di poco meno lunga del tubo e vi aggiunsi acqua distillata.

Quindi, analogamente all'esperienza sull'Apofillite, uno dei tubi fu sottoposto alla pressione dipendente soltanto dalla temperatura e l'altro nel grande apparecchio con una pressione iniziale di 250 atmosfere e temperatura iniziale di 14°.

Il primo recipiente fu mantenuto per 11 giorni alla temperatura da 211° a 253° con una media di 238° sopra 36 osservazioni. Invece il grande apparecchio fu mantenuto per egual tempo alla temperatura da 130° a 158° con una media di 139° sopra 36 osservazioni.

Trascorso il tempo indicato esaminai le liste di vetro.

Quella che era rimasta alla temperatura media di 238° e colla corrispondente pressione di circa 33 atmosfere era profondamente alterata. La parte vetrosa rimasta intatta nell'interno non aveva più che lo spessore di un decimo di millimetro, mentre il primitivo spessore della lastra era di mm. 1,2, ed una sostanza bianca in sottilissimi e fragili strati costituiva un completo involucro del residuo vetro rimasto intatto.

La fig. 2 rappresenta, con ingrandimento di 3 volte, l'aspetto della superficie esterna non completa, perchè ad ogni minimo movimento si staccavano particelle di strati. La fig. 3 rappresenta, con ingrandimento di 4 volte e mezzo una sezione trasversale della stessa lista di vetro alterata.

Confrontando questo risultato con le esperienze di Daubrée rimasi meravigliato che ad una temperatura relativamente bassa il vetro si decomponesse così facilmente; ma la ragione deve trovarsi nella qualità di esso. Non credetti poi necessario di fare un'analisi nè del vetro nè del prodotto di decomposizione, perchè lo scopo dell'esperienza era soltanto un confronto sull'azione prodotta dalla pressione e dalla temperatura.

Soltanto a titolo di curiosità osservai che la sostanza bianca trattata con acido fluoridrico lasciava un residuo nel quale l'analisi spettrale indicava la presenza del calcio, e che l'acqua adoperata nell'esperienza era divenuta fortemente alcalina e l'analisi spettrale di essa indicava la presenza del sodio. In tutte le esperienze detta alcalinità dell'acqua era in grado maggiore o minore a seconda che il vetro aveva più o meno alterata la sua trasparenza in causa dell'alterazione avvenuta.

La lista che fu poi mantenuta alla temperatura di 139° e che dovette subire, per la pressione iniziale di 250 atmosfere e la temperatura iniziale di 14°, la pressione assai più alta di 1025 atmosfere, non presentava che un sottilissimo velo di alterazione in modo che appariva colla trasparenza di un vetro finamente smerigliato.

Ma rimaneva il dubbio se l'effetto ottenuto colla pressione fosse soltanto ad essa devoluto ovvero se la temperatura di 139° non fosse già sufficiente per decomporre il vetro. Perciò lasciai un'altra lista per 4 giorni alla temperatura da 140° a 151° con una media di 143° sopra 22 osservazioni e soltanto colla pres-

sione dipendente dalla tensione del vapore acqueo per detta temperatura.

La lista mi parve un po' meno alterata di quella che era rimasta sotto la pressione di 1025 atm. colla temperatura media di 139° ma per maggior tempo cioè 11 giorni invece di 4.

Detta esperienza mi tolse il dubbio che avevo, persuadendomi che la temperatura di 139° era più che sufficiente per iniziare l'azione dell'acqua sul vetro. Inoltre l'esperienza servì per dimostrare l'importanza del tempo e spero con altre ricerche comparative di studiare con qualche esito felice i rapporti che vi debbono essere fra la temperatura, il tempo e la pressione.

Contemporaneamente alla detta esperienza ne feci un'altra cercando di avvicinarmi al limite minimo di temperatura che dovesse ancora produrre qualche effetto di alterazione e confrontare l'azione di un'alta pressione colla stessa temperatura.

Perciò una lista di vetro fu, sempre nelle stesse condizioni già indicate, tenuta per 4 giorni alla temperatura da 112° a 129° con una media di 118° sopra 22 osservazioni e pressione dipendente dalla temperatura ossia, per la detta media temperatura, di 1,7 atm.

Un'altra lista fu tenuta per egual tempo alla temperatura da 110° a 130° con una media di 116° sopra 22 osservazioni e colla pressione iniziale di 750 atm. e la temperatura iniziale di 15°, per cui la pressione corrispondente alla media di 116° dovette essere di 1400 atm.

Il risultato fu che la lista (fig. 4 *b*) sottoposta all'alta pressione si presentò più alterata e molto meno trasparente che quella (fig. 4 *a*) rimasta alla pressione di 1,7. Ma l'alterazione è minima ed assai superficiale in ambedue e poi non è affatto paragonabile per la quantità di effetto con quella della lista che fu sottoposta alla temperatura di 238° e rappresentata dalla fig. 2.

La fig. 4 rappresenta ingrandita una parte di ciascuna lamina veduta sopra fondo nero, e la espongo non già per indicare lo spessore dello strato di alterazione per mezzo della diversa trasparenza, la quale dopo un limite di spessore rimarrebbe sempre nulla in modo eguale; ma bensì per dimostrare che la lamina (fig. 4 *a*) sottoposta alla temperatura media di 118° e pressione di 1,7 atm., mostra un principio di alterazione e

che perciò detta temperatura è già sufficiente per un'azione dell'acqua sul vetro, della qualità da me impiegata nell'esperienza.

A riguardo dello spessore dello strato di alterazione tentai di misurarlo producendo sulla superficie alterata una scalfittura la quale lasciava scoperto nel fondo del solco il vetro ancora sano. Quindi al microscopio misurai lo spessore dello strato sulle tre lastrine le quali erano state sperimentate per tempo eguale, ossia 4 giorni, e trovai che lo spessore dello strato di quella rimasta alla temperatura media di 118° e pressione di circa 1,7 atm. era da 5 a 6 micromillimetri; di quella che fu alla temperatura media di 143° e pressione di circa 3,7 atm. era da 14 a 15 micromillimetri, infine di quella che era rimasta alla temperatura media di 116° colla pressione di 1400 atm. era da 10 a 11 micr.

Finora io non esaminai l'effetto di un'alta pressione con bassa temperatura sul vetro adoperato nelle qui indicate esperienze; ma se debbo arguire dalle osservazioni che io feci in molte ricerche, nelle quali i recipienti di vetro si trovavano sotto un'alta pressione colla sola temperatura dell'ambiente, posso ammettere che anche detto vetro sarebbe inalterabile.

Unendo ora tale considerazione coi risultati delle esperienze eseguite, io credo che non sarebbe troppo prematuro il conchiudere che, nell'azione dell'acqua sul vetro e sull'Apofillite, la pressione da sola non inizia un processo chimico, e che dal limite di temperatura, in cui può avere principio un'azione chimica, la pressione può dare qualche effetto maggiore a parità di temperatura, ma sempre non paragonabile per intensità coll'effetto che si avrebbe aumentando la detta temperatura.

Infatti la lista di vetro che fu tenuta alla temperatura di 143° colla inerente pressione di circa 3,7 atm. si presentava, come appare dalle misure sopra indicate, più alterata di quella tenuta alla temperatura più bassa ossia di 116° con la pressione di 1400 atmosfere e per tempo eguale, perciò ne risulta che la maggior temperatura di soli 27° produsse più effetto che la grande pressione di 1400 atm.

Un'altra considerazione a mio avviso importante è che le esperienze sull'Apofillite e sul vetro benchè fatte per via umida confermano i risultati ottenuti, nelle esperienze per via secca,

da Spring, il quale (1) scrisse che non bisogna perdere di vista che la pressione non è un agente chimico dello stesso titolo che è il calore. Oltre a ciò tali mie esperienze concordano nel fare ammettere che la pressione statica non produce calore, fatto dimostrato anche da Spring (2), colle esperienze sulla polvere pirica e sul composto chimico detto *Forone* il quale benchè fusibile a soli 28° non si fuse alla pressione di 7000 atmosfere.

La questione dell'influenza della pressione statica delle roccie nel metamorfismo chimico richiede ancora forse molte esperienze, ma è un fatto che in generale quelle sinora eseguite sono lungi dall'autorizzare alcune ipotesi che paiono oggigiorno costituire la base della nuova teoria di metamorfismo delle roccie. Per coloro i quali, studiando i fenomeni naturali, tengono in considerazione anche i risultati delle esperienze, non può a meno di sorprendere il leggere in recenti scritti, p. es.: che per il metamorfismo chimico degli strati sono sufficienti la pressione delle roccie che, senza movimenti, tranquillamente loro soprastanno, e la temperatura prodotta da tale pressione, la quale produrrebbe anche il soprariscaldamento dell'acqua che nelle roccie serve all'evoluzione della materia.

Io non credo che si possano addurre a sostegno di tali ipotesi neppure quelle poche esperienze le quali paiono dimostrare che la pressione da sola produce effetto come il calore; perchè dalle stesse esperienze risulta sempre l'enorme differenza di effetto e perciò la niuna importanza geologica del risultato dell'esperienza in favore della pressione statica, s'intende sempre considerata come agente di metamorfismo chimico.

Infatti, per citare un esempio, l'esperienza di Braun (3) sulla solubilità del solfato sodico dimostrerebbe che una soluzione di detto sale satura a 0° prenderebbe ancora, colla pressione di 500 atm., altro sale come se fosse satura a 2°,2.

Ora io domando quale applicazione pratica geologica potrebbe avere il fatto che, nel caso della solubilità, la pressione

(1) *Bull. de la Soc. chim. de Paris,* 1884, p. 497.
(2) *Loc. cit.,* pag. 488.
(3) *Sitz. b. der k. Akad. der Wiss. München.* B. XVI, pag. 205.

statica di 500 atmosfere fosse equipollente a 2° di calore? Io non credo che l'esperienza di Braun potrebbe sostenere p. es. l'opinione di Sterry Hunt (1): che il riempimento dei filoni, prodotto dalle acque minerali, sia dovuto *principalmente* alla riduzione del potere solvente causata dalla diminuzione di pressione, che subiscono le acque avvicinandosi alla superficie terrestre.

Del resto io non intendo di entrare ora in una discussione generale sugli effetti calorifici e chimici che si vogliono attribuire alla pressione statica, nè considerare in quali circostanze può detta pressione essere di necessario aiuto all'azione metamorfosante del calore, ma mi contento di chiudere questo breve scritto preliminare, augurandomi che esso possa essere considerato come un utile contributo per l'importante argomento geologico.

(1) *Chemical and geological essays*, pag. 204.

L'Accademico Segretario

ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 7 Aprile 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO BARONE GAUDENZIO CLARETTA

DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Socii: Peyron, Rossi, Nani, Cognetti de Martiis, Graf, Cipolla, Brusa, Perrero, Allievo e Ferrero Segretario.

Il Socio Allievo offre in omaggio una serie di sue pubblicazioni filosofiche e pedagogiche,

È data comunicazione del R. Decreto 23 marzo 1895 approvante la nomina del Socio Claretta a Direttore della Classe.

Il Socio Brusa legge la prima parte di un suo lavoro sulla sanzione penale proposta per la convenzione di Ginevra dal signor Gustavo Moynier.

Il Socio Cipolla legge un lavoro dell'ab. Giovanni Mercati, Dottore dell'Ambrosiana, intitolato: " *Alcune note sul Cronico del Franza* „. Questo lavoro è pubblicato negli *Atti* accademici.

Il Socio Perrero legge la prima parte di un suo lavoro intorno ad un disegno di scalata a Ginevra sotto il regno di Carlo Emanuele II.

Il Socio Graf presenta un lavoro del Prof. Vittorio Cian, intitolato: " *L'immigrazione dei Gesuiti spagnuoli letterati in Italia* „, di cui l'autore desidera l'inserzione nei volumi delle *Memorie*.

Ad esaminarlo ed a riferirne in una prossima adunanza il ff. di Presidente delega il Socio presentante ed il Socio Segretario Ferrero.

LETTURE

Alcune note sul Cronico del Franza

dell'Ab. GIOVANNI MERCATI, Dottore dell'Ambrosiana.

I.

Il testo di Giorgio Franza (1), lo storico della decadenza dell'impero bizantino, presenta numerose lacune, che gli dànno l'apparenza di assai danneggiato. Credesi tuttora, ch'esse siano il prodotto di fortunose vicende dei manoscritti: ed havvi chi si lusinga di poterle colmare con nuovi codici. Ma invece esse risalgono allo stesso autore, che nella sua vecchiaia avendo la memoria indebolita, con una scrupolosità commendevole, le lasciò, forse nella speranza di ridestare col tempo la ricordanza di certi particolari.

Nella sottoscrizione conservataci dai mss. e riprodotta nelle edizioni, il Franza confessa di non avere potuto corregger per bene l'opera sua: τὸ γῆρας γὰρ τὸ ἐμὸν καὶ ἡ δεινὴ ἀσθένεια οὐκ εἴασέ με καλῶς διορθῶσαι (2).

Di qui però non s'arguirebbe con tutta certezza quanto abbiamo sopra asserito; ma ci soccorre l'Ambrosiano, P 123 (3), con un supplemento importantissimo. In esso dopo le parole già riferite si continua: καὶ (οὐκ εἴασε) τὸ παρὸν πρωτότυπον μεταγράψαι, καὶ εἰ ἀντίστοιχα (4) ἔλειπον ἢ συλλαβαὶ ἢ λέξεις ἢ λόγοι, ἢ καὶ καλλιγραφίᾳ ἀκριβῶς διορθῶσαι.

---

(1) Sulla vita del Franza (1401-77 circa) vedi C. SATHAS, Νεοέλλην. Φιλολογία, 54-8: sopra il suo valore come storico, v. K. KRUMBACHER, *Geschichte d. byzant. Litteratur* (1891), 105-7.

(2) Ed. Bekker, p. 453.

(3) Cartaceo cm. 31 × 22, di fogli 169, sec. XVI. " *Emptus Neriti* (Nardò) " in Salentinis, multo melior quam qui latine redditus haud ita pridem " excusus est, 1606 ". Così giustamente faceva notare, credo, l'Olgiati primo prefetto dell'Ambrosiana. Si noti la località, d'onde viene, assai vicina ed in commercio con l'isola di Corfù, dove il Franza scrisse la sua cronica.

(4) Parola di senso dubbio. Il Sophocles nel suo dizionario la spiega " *cognate or corresponding* letter "; il Legrand nel suo " correspondant, cor-

Giorgio dunque ci attesta che la vecchiaia e la dura sua infermità non gli permisero di ricopiare il suo primo scritto e nemmeno di correggerlo e supplirlo là dove mancavano o sillabe o parole o discorsi: ciò che appunto vediamo nel testo attuale, egualmente lacunoso in tutti i mss.

A noi non consta che il Franza abbia avuto il tempo di correggere e completare il suo libro; se fosse genuina e posteriore, come vuole il Franz, la cronica minore (1), si dovrebbe dire che il Franza anzichè ritoccare la maggiore preferì darne un compendio.

Non sappiamo per qual motivo il passo del ms. Ambrosiano sia stato tralasciato negli altri codici. Forse tale omissione fu occasionata dall' ὁμοιοτέλευτον, anzi dalla parola ripetuta διώρθωσα, ovvero non si volle riprodurre quel τὸ παρὸν πρωτότυπον, che con falsità, materiale almeno, si sarebbe ripetuto in qualsiasi copia.

Checchè sia, non fosse altro che per avere conservato il passo recato, il codice Ambrosiano si presenta come un manoscritto di primo ordine per il testo del Franza, sebbene non sia il prototipo e non abbia minori lacune e vizii. Esso non può procedere che dall'autografo o da copia meno inesatta che le conosciute: ciò che costituisce un gran pregio, perchè le copie fedeli e precise non devono essere state molte.

Difatti, anzitutto l'autografo probabilissimamente era pieno di pentimenti, di aggiunte in margine od anche in fogli volanti, in una scrittura mal sicura e mal formata, attesa l'età e l'infermità dello scrivente. Dato un testo di tal natura, non fa meraviglia se ne sorgano varie recensioni differenti tra loro ed

---

" rélatif, parallèle „. Il Franza vorrebbe forse dire, che, se gli sono sfuggite certe lettere per le giuste affini (come avviene facilmente agli scribi ingannati dalla pronuncia volgare), egli non le ha potute correggere? Ma allora bisogna ricorrere ad una forte ellissi, perchè l'ἔλειπον ripugna all'ἀντίστοιχα così inteso. Non sarebbe impossibile nemmeno, che esso fosse da unirsi ai soggetti ἢ συλλαβαὶ κτέ, *sillabe corrispondenti*, e domandate dal testo. Il vocabolario e la sintassi del Franza fanno non poche concessioni al greco volgare.

(1) Mai *Classicorum Auctorum* 9, in fine. Il Krumbacher non si esprime sulla pretesa del Franz e si limita con prudente riserbo, a dire questa cronica minore un estratto della maggiore in volgare neoellenico.

alterate, le quali a primo aspetto si direbbero un posteriore rimaneggiamento (1).

Badisi che quell'opera lacunosa trattante di lutti nazionali ancora freschi nella memoria dei greci poteva essere senza difficoltà supplita in questo e quel particolare, od almeno con leggera inflessione ridotta ad avere l'apparenza di compita (2). Bisogna bene aver presente questo nella critica del testo di Franza, potendosi dare che una lezione più compita e più determinata non sia la vera.

II.

Il cod. Ambrosiano, P 123, scritto probabilissimamente da mano greca (3), non molto corretta, del sec. XVI, fu preparato per la stampa, purtroppo non eseguita, da un dotto italiano dello stesso secolo, come mostra il registro dei quaderni e dei fogli in lettere latine posto alla fine " Omnes sunt quaterniones A, etc. „, e la rispettiva segnatura dei singoli quaderni e fogli Aj, Ajj, Ajjj, etc. V'ha inoltre qualche nota marginale o interlineare latina ed italiana (4): come pure son dati al margine in cifre arabiche gli anni del Signore corrispondenti a quelli del mondo, secondo i quali il Franza seguendo l'uso bizantino conta il tempo.

Gli errori sono ordinariamente corretti in margine dalla stessa prima mano, premesso il γρ.: notiamo tra le altre la correzione di ἠλέγχεισεν, l. 1°, c. 10, p. 43, in ἐλέγχει σε, che

(1) Da ciò si potrebbero forse spiegare non poche delle numerose varianti del l. 2, c. 2, etc.? Vedi più avanti.

(2) Dubito sia tale la lezione di P 123: ἐκ τινὸς τῆς Ἰβερίας πόλεως, invece della vulgata: ἐκ τῆς περιφήμου τῆς Ἰβηρίας πόλεως λεγομένης....., p. 207. Capisco bene, che lo stesso autore, disperato di più ricordare il nome della città, può avere adottato quella lezione evasiva; ma può averlo fatto egualmente bene anche un altro. — Altra lezione non originale dello stesso è probabilmente Λαυρεδανόν a p. 89, 16, cfr. più avanti p. 19, nota 3.

(3) I fogli 117-8, che devono essere inseriti a suo posto tra i fogli 44-45, sono d'altra mano più brutta e difficile, che supplì la mancanza del f. Fju. La stessa mano aggiunse in margine gli scolii di Pacomio al f. 35', 110', d'un anonimo al 76', sopra all' οὐ διέλιπε ποιεῖν (1, 26, p. 81, 16) aggiunse βασιλεύσας ἔτη τρία καὶ εἴκοσι, scarabocchiò i cartoni, etc.

(4) 146' *specialiter*: 101' alle parole ἐφιππίου κ. ἐφεστρίδος fu scritto sopra *sella... la valdrappa*.

il Bekker proponeva d'emendare in ἤλεγχέ σε, e la correzione od aggiunta della seconda mano a l. 1°, c. 34, p. 102, 21 (μεγάλης νήσου) καὶ λιπαρᾶς non conservata dai due codici da cui procedono l'edizioni.

Infine i libri sono divisi in capitoli diversamente dalla vulgata: così il 1° ne ha 31 (ed. 40); il 2°, 21 (ed. 19); il 3° ne ha 10 (ed. 11); il 4° 22 (ed. 23), senza che però contengano meno.

Sono notevoli certi supplementi, o genuini o interpolati, che siano, non è qui da ricercare. A p. 238, 11-12, l. 3°, c. 3°, P legge ἦσαν δὲ νῆες τοιαῦται αἵ ἔνδον ἐκ μὲν Λυγουρίας τρεῖς, ἐκ δὲ Καστελλίας τῆς Ἰβηρίας τῶν Ἱσπανῶν μία, ἐκ τῆς Γάλλων Πρεβεντίας..... (1) κτέ. L'edito invece or più or meno completo ha: ἦσαν δὲ νῆες τοιαῦται, ἐκ μὲν Λιγουρίας τρεῖς, ἐκ δὲ Ἰβηρίας ἤτοι Καστελίας μία, ἐκ τοῦ Γάλλου τῆς Προβέντζιας..... κτέ.

A p. 317, 4, l. 4°, c. 1, τότε ἡ Πυθία ἔφη..... l'Ambrosiano f. 111′ legge τῷ δὲ ἡ Πυθία ἔφη, e nel margine a cui rimanda con una crocetta, altra mano aggiunge i seguenti versi sibillini, che non ho ritrovato in una scorsa all'ultima edizione del Rzach,

παῖς ἑβραῖος κέλεταί με θεὸς μακάρεσσιν ἀνάσσων
τόνδε δόμον προλιπεῖν καὶ ὁδὸν αὖθις ἱκέσθαι.

ἄπιθι λοιπῶν ἐκ δόμων ἡμετέρων. In quest'ultima imprecazione si sente l'accento del profugo che vede la propria patria tiranneggiata, e la propria famiglia e sostanza dispersa dal Turco.

Ancora p. 306, 14, l. 4°, c. 11 dopo la parola ὁμιλῆσαι il nostro codice f. 102 seguita: καὶ πολλὰ ἐπυνθάνετο περὶ τῆς πίστεως τοῦ Χριστοῦ, ἃ καταλεπτῶς διηγησόμεθα, πῶς ὁ πατριάρχης ἐν συνόψει τὴν τῆς πίστεως ὁμολογίαν ἐν κεφαλαίοις αὐτῷ διεσάφησεν· ἤγουν τὸ ἐπίγραμμα ἔχει οὕτως.

τοῦ σοφωτάτου καὶ λογιωτάτου κυροῦ Γενναδίου τοῦ Σχολαρίου καὶ πατριάρχου Κωνσταντινουπόλεως νέας Ῥώμης ὁμιλία ῥηθεῖσα περὶ τῆς ὀρθῆς καὶ ἀμωμήτου πίστεως τῶν χριστιανῶν. ἐρωτηθεὶς γὰρ παρὰ τοῦ εἰρημένου Ἀμηρᾶ τοῦ καὶ Σουλτάτου τάδε· e seguita in greco e turco la disputa pubblicata nella Patrologia Greca con un titolo alquanto diverso (2).

---

(1) Cfr. il codice Parigino.
(2) 160, 333-'52. Si noti che l'ha anche il Parigino.

Ma il luogo classico per classificare i manoscritti del Franza e dimostrare l'incertezza del suo testo, è il capo 2° del l. 2°. Nell'edizione del Bekker fondata sopra due soli manoscritti, ne esistono due redazioni: l'una del M(onacense e dell'Ambrosiano P 24) (1) è accettata nel testo: l'altra del P(arigino) più lunga e minuziosa, specialmente nella genealogia dei Melisseni, è rigettata nelle note. Il P 123, che indicheremo con la lettera A, dà una nuova redazione apparentata con quella del Parigino, ma più minuziosa ed estesa ancora e con particolari stupendi. La diamo per intero, sebbene sarebbe molto a dire sulla genuinità, che si può ammettere solo supponendo, che il Franza abbia incorporato nel suo testo una genealogia preesistente.

L'autore della genealogia scriveva a Costantinopoli, come provano le espressioni, con cui senza dirne o averne detto il nome la menziona: ἐν ταύτῃ τῇ βασιλεβούσῃ πόλει..... τὴν μητρόπολιν ταύτην..... ταύτην τὴν μεγαλόπολιν. Doveva essere un Melisseno od un loro congiunto, come il Franza, per seguire così accuratamente ed ambiziosamente la genealogia di quella famiglia, niente meno che fino a Costantino, anzi fino a Codro ed oltre! Il buon bizantino vuol mostrare che egli non sogna, nè finge, e talora cita i documenti p. e. Eunapio e in generale οἱ ἱστορήσαντες ἐν ταῖς χρονικαῖς, ἱστορίαις ...ὡς τὰ ἔπη τούτων φάσκουσι, ἅτινα καὶ ἐγὼ πολλάκις ἀνέγνωκα. Fondato sopra un *dicono* tira in famiglia anche l'autore dei centoni omerici, Pelagio Patrizio, οὗ πόνημα λέγουσι εἶναι τὰ 'Ομηρόκεντρα (2). Così fa pure il Franza in fine allo stesso capo, in tutte e tre le redazioni: καὶ ἐν ταῖς χρονικαῖς ἱστορίαις οὕτως ἔγραφον.

---

(1) Cartaceo, cm. 21 × 15, di f. 515, trascritto nel 1578 da Andrea Darmario ἐκ τῆς βιβλιοθήκης Καρδινάλιος Βούρ(γ)ου ἐν Τολήτῳ, cioè dall'esemplare esistente nella biblioteca del Card. Mendoza y Bobadilla † 1566, passata poi parte all'Escuriale e parte (la maggiore) alla *Biblioteca Nacional* di Madrid: vedi Graux, *Essai sur les origines du fonds grec de l'Escurial* (1880) 43 ss. Questo codice del Card. Burgos è da aggiungere a quelli identificati dal Graux: ora è perduto. L'Ambrosiano fu *ex libris Octaviani Ferrarii* († 1586) e passò nella biblioteca all'epoca della sua fondazione. È della famiglia del cod. Monacense, per quanto possiamo giudicare dai luoghi in cui l'abbiamo esaminato.

(2) Cfr. Fabricius-Harless, I, 555.

La differenza è principalmente in questa genealogia, che sommariamente indicata in M è sviluppata in P e condotta fino all'imp. Michele Rangabè, mentre in A è continuata fino a Sallustio uno dei dodici patrizii passati da Roma alla nuova capitale (1). A e P non concordano nella forma e spesso nemmeno nella sostanza delle parti comuni. A è ricco di note relativamente alle persone nominate, inoltre è generalmente più compito nella numerazione delle varie generazioni. Non è nostro còmpito commentare quelle genealogie, e vedere se siano di differente origine, o l'una rifazione dell'altra: notiamo solo una cosa sfavorevole alla loro genuinità, o almeno integrità, ed è che esse non dicono punto se Niceforo Melisseno, il gran protostrator sia diventato metropolita, come ricorda d'aver detto nel l. 2° il Franza: ὕστερον δὲ καὶ μητροπολίτου γεγονότος, ὡς ἐν τῷ δευτέρῳ βιβλίῳ τῆς ἡμῶν ἱστορίας ἐμνήσθημεν, l. 3°, c. 2°, p. 225, 14. Le parole ὕστερον — γεγονότος, in A sono state cassate (2).

Ma altre differenze notevoli sono pure nei passi precedenti e seguenti alla genealogia, passi comuni in sostanza a tutti e tre i mss. e che quindi si prestano benissimo ad un confronto. Ivi M ed A, salvo alcune pochissime e lievi lezioni comuni contro P, rappresentano due redazioni spiccatamente diverse a vicenda l'una più rotonda dell'altra, tra le quali P ondeggia a volta concordando con M (n° 1 e 8) ed a volta con A (nel lungo ed importantissimo passo, n° 7, dove si sono invertite le parti della descrizione geografica dei possessi del Melisseno). È notevole, che P anche dove concorda con M, ha lezioni comuni o più vicine a quelle d'A, cfr. n° 8, *a*, *c*, *d*, *e*. È notevole infine che certi passi ricorrono in tutt'altro luogo in M ed in AP: così l'ἔνθα ῥέει — ποταμός M, n° 2 è in PA, n° 7, etc. Le stesse cose potremmo facilmente annotare altrove, se ci volessimo stendere ancor più indietro ed avanti.

I problemi, che dopo un saggio per quanto piccolo come il presente, si affacciano, sono serii. Come spiegare tutte queste

---

(1) Cfr. G. Codinus, p. 20, ed. Bonn.

(2) Non resterebbe, che supporre caduto davanti a καὶ Γεώργιος l'articolo: allora s'avrebbe la lezione Νικηφόρος ὁ καὶ Γεώργιος con quel che segue dall'episcopato.

variazioni? sono tutte originali, sono semplici pentimenti dell'autore ovvero rifacimenti e interpolazioni d'altri? e nel primo caso, quale delle redazioni s'ha da giudicare la definitiva e quali dei codici si sono da ritenere come più fedeli? e basta veramente a spiegar tutto l'ammettere la condizione sopra descritta dell'autografo e supporre inoltre, che le aggiunte e mutamenti furono fatti di mano in mano, ed i codici delle diverse famiglie rappresentare l'autografo nei varii suoi stadii ed insieme i varii deciframenti di quell'imbrogliata minuta? Nell'altro caso quali recensioni primitive s'hanno a stabilire e a chi si debbono? Non mi propongo di dare risposta a sì gravi quesiti, bastandomi di scuotere la fiducia nel testo vulgato e di provocare la critica di esso. Ecco intanto la parte del capitolo indicata testè. Le tre redazioni sono disposte parallelamente, in guisa che a colpo d'occhio subito si vegga dove un testo cresca rispetto gli altri, e le loro varietà. Il primo luogo è riservato al testo vulgato, ossia del Monacense 239, sec. XVI, da cui procedono la versione del Pontano e l'edizione dell'Alter. Secondo viene il testo del Parigino, Suppl. 80, codice recentissimo copiato nel 1762-63 (1); lo poniamo in mezzo perchè dà un testo medio tra M ed A, cui riserviamo l'ultimo luogo.

Nel trascrivere A abbiamo dovuto faticare non poco e permetterci qualche tacita correzione, laddove si tratta di puri sbagli dello scriba. La seconda mano, a cui dobbiamo i ff. 117-18 in supplemento a due fogli perduti dopo il f. 44 (2), è molto scorretta. Le lettere sono informi: α ed ϵ, ο ed ω sono tanto vicine nella scrittura, che spesso difficilmente si distinguono. Non parliamo poi degli scambii di lettere affini e di dittonghi. Non ci siamo permessa alcuna correzione, sia nei nomi proprii, specialmente geografici, per ragione evidentissima (3), sia nelle forme proprie del volgare.

---

(1) Cfr. BEKKER nella *pref.* ed OMONT, *Inventaire sommaire d. mss grecs de la Bibl. Nation.*, 3, 214.

(2) Il legatore o qualsiasi altro li ha spostati.

(3) La geografia greca del Medio Evo è mal conosciuta; cfr. SATHAS, Μνημεῖα Ἑλληνικῆς ἱστορίας 1 (1880) XXXVIII.

M, p. 130, 15.	P	A
1. Ἡμεῖς δὲ μετὰ τοῦ αὐθέντου ἡμῶν Κωνσταντίνου τοῦ δεσπότου δι' ἄλλης ὁδοῦ ἤλθομεν εἰς Βοστίτζαν καὶ γὰρ εἰ καὶ μοναχὸς οὐκ ἐγένετο ὁ δεσπότης κὺρ Θεόδωρος ἵνα ἀπομείνῃ ἅπας ὁ τόπος αὐτοῦ ; εἰς τὸν κὺρ Κωνσταντῖνον τὸν ἀδελφὸν αὐτοῦ	1. = M.	1. Ἡμεῖς δὲ μετὰ τοῦ αὐθέντη μου κὺρ Κωνσταντίνου δι' ἄλλης ὁδοῦ ἐδιέβημεν εἰς Βοστίτζαν. καὶ γὰρ εἰ καὶ μοναχὸς οὐκ ἐγένετο κὺρ Θεόδωρος ὁ δεσπότης ἵνα ἅπας ὁ αὐτοῦ τόπος ἐναπομείνῃ τῷ κὺρ Κωνσταντίνῳ τῷ αὐτοῦ αὐταδελφῷ
	αὐτοῦ τῷ κὺρ Κωνσταντίνῳ	
κατὰ τὰς συνθήκας καὶ συμβάσεις τὰς ἀνὰ αὐτῶν, ἀλλ' οὖν καὶ οὗτος δέδωκε πρὸς αὐτὸν τὴν Βοστίτζαν (1)	οὖν αὐτὸς δέδωκεν αὐτῷ	κατὰ τὰς συνθήκας τὰς ἀναμεταξὺ αὐτῶν γενομένας · ἀλλ' οὖν καὶ οὗτος ἐνδέδωκε πρὸς αὐτὸν
καὶ τὰ πέριξ αὐτῆς καὶ εἰς τὸ ἕτερον μέρος τὰ ὅσα ἐν τοῖς ποσὶ τοῖς πρὸς δυσμὰς ἡλίου εἰσὶ τοῦ ὑπερμεγέθους ὄρους τοῦ Ταϋγέτου (καὶ ἐνέκειτο βέλτιον φρούριον καὶ χῶρον Πελοποννήσου, τὸ Λεῦκτρον Μαίνης, τὸ ὁποῖον Κεταρία πάλαι ἐκαλεῖτο) καὶ πάντα τὸν ἐκείνου ζυγὸν ἄχρι καὶ τῆς Πύλου τῆς λεγομένης Ἰτίλου,		ὅσα ἐν τοῖς ποσὶ τοῖς πρὸς δυσμὰς ἡλίου εἰσὶ τοῦ ὑπερμεγέθους ὄρους τοῦ Ταηγέτου
	Ναβαρίνου Νιτίλου	ἄχρι καὶ τοῦ Πύλου τοῦ λεγομένου Ὑϊτύλλου

(1) Cfr. *Chron. min.*, p. 18, dove sono varianti indifferenti (a parte la lingua, che è la volgare) αὐθεντὸς, καλόγερος: ed omettesi κατὰ-ἀνὰ αὐτῶν.

M.	P.	A.
2. ἐκ δὲ τοῦ ἔξω Ζυγοῦ τὸ κάστρον Ζαρνάτας καὶ ΓαστίτΖα, τὸ Διάσειστον, Μελέ, Δράχιον καὶ Πολιανοῦν καὶ τὰ περὶ αὐτόν. καὶ ἔδωσεν αὐτῷ καὶ τὰ ὅσα πολίσματα καὶ φρούριά εἰσιν εἰς πάντα τὸν Μεσσηνιακὸν κόλπον, ἔνθα ῥέει διὰ μέσου καὶ ὁ Πάμισος ἐκεῖνος ποταμός. ταῦτα ἐπιτροπικῶς ἤρχετο, τοῦ μεγάλου πρωτοστράτορος Νικηφόρου τοῦ Μελισσηνοῦ ὄντα, ὃν διὰ τὴν ποικιλότητα τῆς φρονήσεως καὶ τὸ ὀξὺ τῆς διανοίας καὶ εἰς τὰ πάντα δεξιώτατον κοινοτέροις πείθεσθαι[.] πράγμασι καὶ Μελισσουργὸν ἐπωνόμαΖον τὸν ἄνδρα.	2. ἐκ δὲ τοῦ ἔξω Ζυγοῦ τὸ κάστρον Ζαρνάταν καὶ ΓαστίτΖαν, τὸ ἀδιάσειστον Μελέ, Διρράχιον καὶ Πολιανοὺς καὶ Γαρδίκιαν καὶ τὰ περὶ αὐτά, ἔτι δὲ χορηγήσας αὐτῷ τὴν πᾶσαν ἐπιτροπικὴν καὶ διοίκησιν τοῦ μεγάλου πρωτοστράτορος Νικηφόρου τοῦ Μελισσηνοῦ, ὃν καὶ Μελισσουργὸν ἐπωνόμαΖον διὰ τὴν αὐτοῦ πρὸς πάντα δεξιότητα.	2. ἐκ δὲ τοῦ ἔξω Ζυγοῦ τὸ κάστρο(ν) Ζαρνάδας, ΓασιτΖέ, τὸ ἀδιάσειστον Μελέν, Διρράχιον, Πολιάνους, Γαρδίκιαν καὶ τὰ περὶ αὐτήν. ἔτι δὲ χορηγήσας διέπει καὶ πολέβην (*a*) τὴν πᾶσαν ἐπιτροπικὴν καὶ διοίκησιν τοῦ μεγάλου πρωτοστράτορος Νικηφόρου τοῦ Μελισσηνοῦ τοῦ καὶ Μελισ(σ)ουργοῦ ἐπονομαΖομένου.
	3. ὃς ἐκ τῆς φυλῆς ἦν καταγόμενος τοῦ παλαιοῦ ἐκείνου Νικηφόρου Καίσαρος τοῦ Μελισσηνοῦ.	3. Ὁ δὲ μέγας οὗτος πρωτοστράτωρ Νικηφόρος ἐκ τῆς φυλῆς ἦν καταγόμενος ἐκ μακρᾶς συγγενείας (*b*) τοῦ κατὰ πάντα ἀρίστου Σαλλουστίου Καίσαρος τοῦ ἐγκώνου (*c*) πατρικίου Εὐγενίου Βεσπουτοῦ Λουτατίου, ἑνός τε τῶν δύο τε καὶ δέκα μεγιστάνων τῶν

(*a*) πολεύει. (*b*) ἐκ-συγγ. aggiunto in margine. (*c*) Così.

P.	A.
	ἐπῳκοικότων ἐκ Ῥώμης ἐν ταύτῃ τῇ βασιλευούσῃ τῶν πόλεων διὰ προσταγῆς καὶ κελεύσεως τοῦ ἐν εὐσεβεῖ τῇ λήξει (*d*) Κωνσταντίνου τοῦ μεγάλου τοῦ τὴν μητρόπολιν ταύτην κτίσαντος καὶ τὴν βασιλείαν ἐνταῦθα διαβιβάσαντος. ὁ δὲ πατρίκιος Εὐγένιος ἐκεῖνος κατὰ Σαρδιανοῦ Εὐναπίου χρονογραφίᾳ καὶ ὡς τὰ (*e*) ἔπη τούτων φάσκουσι, ἅτινα καὶ ἐγὼ πολ(λ)άκις ἀνέγνωκα, εἰς Ἄνδροκλον τοῦ Κόδρου τοῦ Μελάνθου τὸν Ληλέαν ἀνέφερνε τὸ γένος. εἰς δὲ τὸν ῥηθένταν Νικηφόρον καὶ μεγαπρωτοστράτορα γενεαλογο(ύ)μενος ἐκ τοῦ ῥηθέντος Σαλ(λ)ουστίου οὗτος κατάγεται. Σαλλουστίου δὲ υἱὸς ἦν Ῥουφῖνος ὁ μάγιστρος· τοῦ δὲ Νικηφόρος ὁ Καῖσαρ· τοῦ δὲ Προκόπιος καὶ Κῦρος ὁ σοφώτατος. Προκοπίου δὲ Ὀλύβριος καὶ Πελάγιος ὁ πατρίκιος οὗ πόνημα λέγουσι εἶναι (*f*) καὶ τὰ καλούμενα Ὁμηρόκεντρα. Ὀλυβρίου δὲ (*g*) Σεκοῦνδος ὁ ὕπατος καὶ Τζίτας ὁ κόμης Ἀρμενίας. Σεκούνδου δὲ Ῥουφῖνος καὶ Νάρσης ὁ κουβικουλάριος. Ῥουφίνου δὲ Ἰωάννης ὁ ὕπατος· τοῦ δὲ Πρίσκος ὁ στρατηγὸς Εὐρώπης καὶ Γερμάνος ὁ πατρίκιος. Πρίσκου δὲ Βονοσσὸς καὶ Θεόδωρος·

(*d*) προσταγεὶς.. εὐσεβὶ... λιξι e così ad ogni linea. (*e*) στα il cod. (*f*) πόνιμα... ἧνε. (*g*) Ὀλυβρίου δὲ cassato.

P.

4. ὁ δὲ Νικηφόρος οὗτος ἐκ γονέων ὑπῆρχε τοῦ πατρικίου Εὐγενείου τοῦ Μελισσηνοῦ, διατὶ μὲν ὁ βασιλεὺς Μιχαὴλ ὁ τὴν προσηγορίαν Ῥαγκαβὲ καὶ ὁ πατρίκιος Μιχαὴλ ὁ Μελισσηνὸς ὑπῆρχον κασιγνήτων δύο ἀποτοκεύματα καὶ ἀπόγονοι τοῦ ῥηθέντος Καίσαρος. καὶ ὁ μὲν τῆς βασιλείας ἐξωθεὶς καὶ ἐν τῇ νήσῳ πρώτῃ ἐξορισθεὶς μοναχὸς γενόμενος τὸν βίον κατέλιπε· τὸν δὲ υἱὸν αὐτοῦ Θεοφύλακτον τῶν παιδογόνων μορίων ἐστέρησαν καὶ οὕτως τὰ τοῦ Ῥαγκαβὲ πέρας ἔλαβον. ὁ δὲ πατρίκιος Μιχαὴλ ἔσχεν υἱοὺς δύο, Δημήτριον καὶ Θεόδοτον. καὶ ὁ μὲν πατριάρχης γενόμενος τὴν ἐκκλησίαν Κυρίου ἴθυνεν ὥσπερ οἱ περὶ αὐτοῦ ἱστορήσαντες γράφουσιν· ὁ δὲ Δημήτριος γεννᾷ Νικηφόρον. ὁ δὲ Νικηφόρος γεννᾷ Θεόδοτον· ὁ δὲ Θεόδωρος (*sic*) τὸν πατρίκιον Νικήταν τὸν καὶ Ῥοῦφαν· ὁ δὲ Νικήτας γεννᾷ Θεοφάνην τὸν πατρίκιον τὸν καὶ πρωτοβεστιάριον καὶ Νάσαρ.

A.

Βονοσσοῦ δὲ Θεοδόσιος καὶ Ἀνδρόνικος· Θεοδοσίου δὲ Μιχαήλ· Μιχαὴλ δὲ Θεοφύλακτος καὶ Θεόδοτος.

4. Καὶ ὁ μὲν Θεοφύλακτος γεν(ν)ᾷ Μιχαὴλ τὸν Ῥα(γ)καβέλ· ὁ δὲ Θεόδοτος Μιχαὴλ τὸν Κασιδέρα. καὶ ὁ μὲν Ῥαγκαβὲλ τῆς βασιλείας ὑπὸ Λέοντος τοῦ Ἀρμενίου ἐξωσθεὶς καὶ ἐν τῇ νήσῳ Πρώτῃ ἐξορισθεὶς μοναχὸς γενόμενος τὸν βίον κατέλιπε, τοὺς δὲ υἱοὺς αὐτοῦ τῶν παιδογόνων μορίων στερήσαντες· καὶ οὕτως (*h*) τὰ τοῦ Ῥαγκαβὲλ πέρας ἔλαβον.

ὁ δὲ πατρίκιος Κασιδέρας υἱοὺς ἔσχεν δύο, Δημήτριον τὸν μάγιστρον καὶ Θεόδοτον· καὶ ὁ μὲν τὴν ἐκκλησίαν Κυρίου ἰθύνας, ὥσπερ οἱ περὶ αὐτοῦ ἱστορήσαντες γράφουσι· ὁ δὲ Δημήτριος γεν(ν)ᾷ Θεόδοτον.

ὁ δὲ Νικήταν τὸν καὶ Ὀρυφὰν (*i*) καλούμενον· ὁ δὲ Ῥωμανὸν τὸν πατρίκιον· ὁ δὲ Ἰωάννην τὸν δομέστικον τὸν λεγόμενον Κουρκούα, Θεοφάνην τὸν πατρίκιον καὶ Θεόφιλον τὸν πάππον τοῦ (*k*) Ἰωάννου τοῦ Τζιμισκῆ.

(*h*) στερήσανταις . . . ουτος. (*i*) κεοριφαν. (*k*) Il codice ha una strana abbreviazione in cui si legge con sicurezza πα e sopra ποῦ: ma il π superiore è diverso dagli altri π, non congiungendosi le aste verticali colla orizzontale superiore: così che io credo s'abbia a risolvere in segno per ον e τοῦ. Ad ogni modo di πάππον mancano i due π posteriori.

P.

ὁ δὲ Θεοφάνης Χριστόφορον· ὁ δὲ Χριστόφορος

τὸν μάϊστρον Λέοντα καὶ Θεόληπτον. ὁ δὲ μάϊστρος Λέων γεννᾷ Θεοδόσιον· ὁ δὲ Θεοδόσιος Θεοφύλακτον· ὁ δὲ Θεοφύλακτος Θεόδωρον· ὁ δὲ Θεόδωρος Νικηφόρον τὸν Καίσαρα τὸν ἐπ' ἀδελφῇ γαμβρὸν τοῦ ἄνακτος Ἀλεξίου τοῦ Κομνηνοῦ. ὁ δὲ Καῖσαρ Νικηφόρος γεννᾷ Ἰωάννην τὸν Κομνηνόν· ὁ δὲ Κομνηνὸς Ἰωάννης γεννᾷ Ἀλέξιον. ὁ δὲ Ἀλέξιος γεννᾷ

Θεοδόσιον· ὁ δὲ Θεοδόσιος γεννᾷ Ἀλέξιον τὸν Καίσαρα καὶ Μιχαήλ, οὓς Στρατηγοπούλους ἐπωνόμαζον.

ὁ δὲ Καῖσαρ Ἀλέξιος γεννᾷ Γρηγόριον·

A.

Ἰωάννου δὲ τοῦ δομεστίκου γίνεται Ῥωμανός· τοῦ δὲ Ἰωάννης καὶ Χριστόφορος καὶ Ἀνδρόνικος. Χριστοφόρου δὲ Ῥωμανὸς καὶ Θεόφιλος· Ῥωμανοῦ δὲ Νικηφόρος· τοῦ δὲ Θεόληπτος καὶ Λέων ὁ μάγιστρος. Λέοντος δὲ Θε(ο)δόσιος καὶ Νικηφόρος· Νικηφόρου δὲ Θεόδωρος· τοῦ δὲ Λεοσθένης· τοῦ δὲ ὁ Νικηφόρος Καῖσαρ· τοῦ δὲ ἐκ Μαρίας Κομνηνῆς τῆς Ἰωάννου Ἰωάννης ὁ Κομνηνός· τοῦ

δὲ Ἀλέξιος καὶ Νικηφόρος· Ἀλεξίου δὲ ἐκ τῆς Εὐδοκίας Ἀλεξίου τοῦ Μιχαὴλ Ἀσπιέτη Μιχαήλ· τοῦ δὲ Θεοφύλακτος καὶ Ἀλέξιος. Θεοφυλάκτου δὲ Θεόδοσιος· τοῦ δὲ Μιχαὴλ καὶ ὁ καῖσαρ Ἀλέξιος ὁ ἐκ τῶν Ἰταλῶν τε καὶ Φράγκων ἐλευθερώσας ταύτην τὴν μεγαλόπολιν.

Καίσαρος δὲ Ἀλεξίου γίνεται Γρηγόριος ὁ δεσπότης ὁ τὴν κρίσιν τὴν μεγάλην ποιήσας περὶ τῆς περιουσίας τοῦ ῥηθέντος Μιχαὴλ τοῦ πατραδέλφου αὐτοῦ μετὰ τοῦ ἐν εὐσεβεῖ τῇ λήξει κυροῦ Ἀνδρονίκου τοῦ κὺρ Μιχαὴλ ἐπὶ τῷ ͵ϛωά ἔτει.

M.

διστρισέγγονος γὰρ ἦν τοῦ θαυμαστοῦ ἐκείνου ἀνδρὸς Νικηφόρου Καίσαρος τοῦ Μελισσηνοῦ, υἱὸς δὲ τοῦ σεβαστοκράτορος Λέοντος τοῦ Μελισσηνοῦ καὶ αὐθέντης ἔκπαλαι καὶ ἐξ ἀρχῆς τῆς ἰσχυροτάτης Ἰθώμης, ἣ καὶ Μεσσήνη ἐκαλεῖτο, καὶ παντὸς τοῦ Μεσσηνιακοῦ κόλπου. ὅς γέγονε καὶ μητροπολίτης Ἀνδριανουπόλεως, ἀποθανούσης τῆς γυναικὸς αὐτοῦ, διὰ πολλὰς καὶ ἀναγκαίας αἰτίας εἰς κοινὴν ὠφέλειαν, εἰ καὶ τὸ ἄωρον τοῦ θανάτου ἥρπαξεν αὐτὸν καὶ ἀτελὲς τὸ ἔργον ἀπέμεινε. Εἰπόντες οὖν ἕτεροι

P.

5. ὁ δὲ Γρηγόριος Θεόφιλον καὶ Μιχαήλ. ὁ δὲ Θεόφιλος γεννᾷ Λέοντα·

ὁ δὲ Λέων τὸν μέγαν πρωτοστράτορα Νικηφόρον καὶ Γεώργιον.

A.

5. Τοῦ δὲ Γρηγορίου γίνεται Μιχαὴλ καὶ Νικηφόρος καὶ Θεόφιλος. καὶ τοῦ μὲν Νικηφόρου γίνεται Λέων· τοῦ δὲ ὁ πατριάρχης κὺρ Γρηγόριος· τοῦ δὲ Μιχαὴλ γίνεται Νικηφόρος· τοῦ δὲ Ἀνδρόνικος· τοῦ δὲ Θεόδοσιος· τοῦ δὲ Λέων· τοῦ δὲ ὁ προρ(ρ)ηθεὶς μέγας πρωτοστράτωρ Νικηφόρος καὶ Γεώργιος ὁ γεγονὼς ἀρχιεπίσκοπος Ἀνδριανουπόλεως καὶ διὰ τοῦ (ἁ)γίου καὶ μεγάλου καὶ ἀγγελικοῦ σχήματος μετονομασθεὶς Γερμανὸς μοναχός (*a*).

(*a*) καὶ Γεώργιος — μοναχός dal margine.

M.	P.	A.
πολλοὶ τὰς αἰτίας εἰς πλάτος, ἐγὼ ἐγκατέλειπον.	ὁ δὲ μέγας πρωτοστράτωρ Νικηφόρος γεννᾷ Νικόλαον.	οὗ Νικηφόρου (*b*) ἐκ τῆς θυγατριδοῦς κὺρ Κωνσταντίνου τοῦ Δραγάση (*c*) Μαρίας τοῦ Ῥαοὺλ Ἰωάννου γίνεται Νικόλαος ὁ καὶ ποέτας ἐπικληθεὶς ὕστερον (*d*).
7. ἡ δὲ αἰτία τῆς τοιαύτης ἐπιτροπικῆς τοιουτοτρόπως εἶχεν τῆς πρὸς τὸν δεσπότην κὺρ Θεόδωρον. ὁ προῤῥηθεὶς Νικηφόρος ὁ Μελισσηνὸς ἔσχεν υἱὸν ὀνόματι Νικόλαον, ὃν ἀνεγέννησε διὰ τοῦ ἁγίου βαπτίσματος ὁ δεσπότης κὺρ Θεόδωρος· καὶ ἐν τῷ καιρῷ τῆς μεταστάσεως αὐτοῦ εἰς τὰς ἀΰλους μονὰς (ὁ γὰρ υἱὸς αὐτοῦ τριετὴς νήπιος ὢν) διαθήκην ποιήσας τοῦτον κατέλιπε τὸν δεσπότην κὺρ	7. ἡ δὲ αἰτία τῆς τοιαύτης ἐπιτροπικῆς οὕτως ἦν. τὸν εἰρημένον Νικόλαον ἀνεδέξατο ἐκ τοῦ θείου βαπτίσματος ὁ δεσπότης κὺρ Θεόδωρος. ἐν δὲ τῷ παρελθόντι ἔαρι (1) μέλλων ἀποθανεῖν ὁ μέγας οὗτος πρωτοστράτωρ, καὶ ὁ υἱὸς αὐτοῦ Νικόλαος τριετὴς ὤν, διαθήκην ποιήσας εἴασε τὸν δεσπότην κὺρ Θεόδωρον ἐπίτροπον καὶ κυβερνήτην	7. ἡ δὲ αἰτία τῆς τοιαύτης ἐπιτροπικῆς τοιουτοτρόπως ἦν. τὸν εἰρημένον Νικόλαον τοῦ μεγάλου πρωτοστράτο(ρο)ς Νικηφόρου ἀνεδέξατο ἐκ τοῦ ἁγίου βαπτίσματος ὁ δεσπότης κὺρ Θεόδωρος. ἐν δὲ τῷ παρελθόντι ἔαρι μέλλων ἐξ ἀνθρώπων γίνεσθαι ὁ μέγας οὗτος πρωτοστράτωρ, καὶ ὁ υἱὸς αὐτοῦ Νικόλαος τριετὴς νήπιος ὤν, καὶ πληροφορίαν

(1) Si noti questa data esatta scomparsa in M, ed importante per istabilire l'età di questo pezzo.

(*b*) Dal margine. (*c*) Δραδραγασι, il codice. (*d*) ὁ κε ποέτας (così) — ὕστερον dal margine.

M.	P.	A.
Θεόδωρον κύριον καὶ δεσπότην καὶ ἐπίτροπον τοῦ παιδὸς καὶ πάντων τῶν αὐτοῦ κτημάτων καὶ χρημάτων κινητῶν καὶ ἀκινήτων, ὅτι ἐὰν ὁ υἱὸς αὐτοῦ καὶ κληρονόμος εὐθὺς ἀποθάνῃ χωρὶς κληρονόμων, πάντα τὰ ἑαυτοῦ ἄστεα κῶμαι καὶ χῶραι καὶ φρούρια ἔσωνται τῷ δεσπότῃ κὺρ Θεοδώρῳ, τὰ ἐκτὸς καὶ ἐντὸς τῆς Πελοποννήσου. ἦσαν γὰρ τὰ ἐντός, Ἀνδροῦσα λέγω καὶ Καλαμάτα, Μαντίνεια, Ἰάννιτζα, Πίδημα καὶ Μάνη καὶ Νησὶν καὶ Σπιτάλιν καὶ Γρεμπενὴ καὶ Ἀετὸς καὶ Νεόκαστρον καὶ Ἰθώμη ἡ νῦν λεγομένη Μεσσήνη καὶ Ἀρχάγγελος καὶ Σαυλάουρος καὶ Ἰωάννινα καὶ Λιγούδιστα. τὰ δὲ ἐκτὸς μεγάλη Αἶνος καὶ ἡ περὶ αὐτὴν παροικία πᾶσα, κῶμαι καὶ χῶραι ἕως καὶ Περιθεωρίου ,	τοῦ πνευματικοῦ υἱοῦ αὐτοῦ Νικολάου καὶ πάντων τῶν αὐτοῦ κτημάτων, καὶ ἐὰν ὁ υἱὸς αὐτοῦ καὶ κληρονόμος εὐθὺς ἀποθάνῃ χωρὶς κληρονόμων, πάσης τῆς αὐτοῦ δεσποτείας τόποι καὶ χῶραι ἐκτὸς καὶ ἐντὸς τῆς Πελοποννήσου ἔσονται τῷ κὺρ Θεοδώρῳ τῷ δεσπότῃ. ἦσαν γὰρ ἐκτὸς μεγάλη Αἶνος, Περιθεώριον καὶ Ξάνθη καὶ τὰ περὶ αὐτοῖς καὶ πᾶσα ἡ Χεῤῥόνησος τοῦ Ἑλλησπόντου.	καὶ διάθεσι(ν) μεγάλην ἔχων πρὸς τὸν δεσπότην κὺρ Θεόδωρον, διαθήκην ποιήσας εἴασε τὸν δεσπότην κὺρ Θεόδωρον ἐπίτροπον καὶ κυβερνήτην τοῦ πνευματικοῦ υἱοῦ Νικολάου καὶ πάντων τῶν αὐτοῦ χωρῶν τε καὶ κτημάτων. καὶ ἐὰν ὁ υἱὸς καὶ κληρονόμος Νικόλαος ἐμφὺς ἀποθάνῃ, πάσης τῆς αὐτοῦ δεσποτείας καὶ ἐπικρατείας τόποι καὶ χῶραι αἱ (*l*) ἐκτὸς καὶ ἐντὸς τοῦ Πελοποννήσου, ἔσονται τῷ δεσπότῃ κὺρ Θεοδώρῳ. ἦσαν γὰρ ἐκτὸς πᾶσα ἡ Χεῤῥόνησος τοῦ Ἑλλησπόντου, μεγάλη Αἶνος ἕως τε καὶ περὶ Θεωρίου.
	τὰ δὲ ἐντὸς Πελοποννήσου ἐν τῷ Μεσσηνιακῷ κόλπῳ, ἔνθα ῥέει διὰ μέσου καὶ ὁ Πάμισος ἐκεῖνος ποταμός, Ἀνδροῦσα, Καλαμάτα, Μαντίνεια, Ἰάνιτζα, Πήδημα, Νῆσι, Σπη-	τὰ δὲ ἐντὸς Πελοποννήσου ἐν μὲν (*m*) τῷ Μεσσηνιακῷ κόλπῳ, ἔνθα ῥέει διὰ μέσου καὶ ὁ Πάμμεσος ἐκεῖνος ποταμός, Ἀνδροῦσα λέγω καὶ Καλαμάτα, Μαντινία, Ἰάννιτζα, Πίδημα,

(*l*) ἡ cod, (*m*) με cod.

M.	P.	A.
ἃ καὶ σταλεὶς ἐγὼ παρέλαβον αὐτά.	τάλι, Γρεπένι, Καράντζα, Ἀετός, Ἐλωί (1), Νεόκαστρον καὶ Ἰθώμη ἡ νῦν λεγομένη Μεσσήνη, καὶ Ἀρχάγγελος, Σαυλάουρος, Ἰωάννινα, Λιγούδιστα, Φυλατρία καὶ Πύλος καὶ τὰ περὶ αὐτά, καὶ τὰ ἐν τοῖς ποσὶ τοῦ ὄρους τῆς Νίκης τοῦ Σίμου λεγομένου ἄχρι τοῦ πεδίου Στενικράρου καὶ τοῦ ῥεύματος τῆς Βελίρας. καὶ σταλεὶς ἐγὼ παρέλαβον αὐτά, ὅσα μὴ ὑπὸ τὴν ἐξουσίαν τῶν Ἀγαρηνῶν εὑρίσκοντο, ὀλίγα πάνυ.	Μάνη, Νησίν, Σπιτάλιν, . . (*n*) Γρεμπενὶ καὶ Καράντζα καὶ Ἀετός, Λωί, Νεόκαστρον, Ἀρχάγγελος, Σαυλάουρος, Ἰωάννηνα, Ἰθώμη, Λιγουδίστα, Φιλατρία, Πύλος καὶ τὰ ἐν τοῖς ποσὶ τοῦ ὄρους καὶ κορυφῆς τοῦ τῆς Νίκης τοῦ Δήμου λεγομένου ἄχρι τοῦ πεδίου Στενικλάρου καὶ τοῦ ῥεύματος τῆς Βελλίρας καὶ ἡ Βοστίτζα καὶ τὰ περὶ αὐτῆς. ἃ καὶ σταλεὶς ἐγὼ ταῦτα παρέλαβον, τὰ ὅσα ἐκ τῶν ἔξωθεν ὀλίγα πάνυ ὑπὸ τὴν ἐξουσίαν τῶν Ἀγαρηνῶν μὴ εὑρισκόμενα.

(1) Qui il *Chron. min.*, p. 18, ha una città data solo da PA: Ἀνδρούσαν λέγω καὶ Καλομμάταν, καὶ Πίδημα, καὶ Μάνην καὶ Νησὶν καὶ Σπητάλιν καὶ Γραμπένην καὶ Ἀετὸν καὶ Λωῒ καὶ Νεόκαστρον καὶ ἕτερα πολλὰ ἃ καὶ σταλεὶς etc.

(*n*) I due punti son nel codice. Lacuna?

M e P.

8. Ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστόν τινας ἐκ τούτου τοῦ γένους τῶν Μελισσηνῶν καὶ Στρατηγοπούλους ἐπωνόμαζον, καὶ ἐν ταῖς χρονικαῖς ἱστορίαις οὕτως ἔγραφον τοὺς Μελισσηνοὺς Στρατηγοπούλους δι' αἰτίαν τοιαύτην· τὸν γὰρ Ἀλέξιον Καίσαρα τὸν Μελισσηνόν, τὸν καὶ τὴν Κωνσταντινούπολιν ἐλευθερώσαντα ἐκ τῆς Λατίνων χειρός (a), Στρατηγόπουλον ἐπωνόμαζον διὰ τὴν μάμμην αὐτοῦ (b), καὶ ἔκτοτε τὸ ἐπίκλην τοῦτο εἴς τινας τοῦ γένους τούτου ἐπέκρατησε·

τὸν δὲ Νικηφόρον καὶ μέγαν προτοστράτορα καὶ Μελισσουργὸν ἐπωνόμασαν (c).

Διήρχετο (d) δὲ τὴν εἰρημένην ἐπιτροπικὴν καὶ διοίκησιν καὶ ὁ πρωτοστράτωρ Λέων ὁ Φραγκόπουλος καιρῷ τινὶ προστάξει τοῦ δεσπότου κὺρ Θεοδώρου, ἐπεὶ (e) τῷ ἀδελφῷ καὶ δεσπότῃ κὺρ Κωνσταντίνῳ ἐδωρήσατο μετὰ πάντων τῶν προνομίων ὧν εἶχε, τουτέστιν ἐὰν ὁ γνήσιος ἐκεῖνος κληρονόμος ἀποθάνῃ πρὶν τοῦ εἰς νόμου ἡλικίαν φθάσῃ, πάντα ταῦτα τὰ τῆς ἐπιτροπικῆς κτήματα ἔσωνται τῷ κὺρ Κονσταντίνῳ.

A.

8. Ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστόν τινας ἐκ τούτου τοῦ γένους τῶν Μελισσηνῶν καὶ Στρατηγοπούλους ἐπωνόμαζον καὶ ἐν ταῖς χρονικαῖς ἱστορίαις οὕτως ἔγραφον

δι' αἰτίαν ταύτην.

τοῦ γὰρ ῥηθέντος Καίσαρος Ἀλεξίου καὶ Μιχαὴλ γεννητόρα ὁ βασιλεὺς κὺρ Ἰωάννης ὁ Δούκας στρατηγὸν Παφλαγονίας ἐπροχειρίσατο ἔμφυβον ὄντα τε καὶ πάνυ μείρακα. αὐτὸς δὲ ἔργα ἀρεϊκὰ ἐπιδείξας καὶ κατὰ τῶν ἐναντίων τρόπαια στήσας· δι' ἣν αἰτίαν Στρατηγόπουλον ἀπεκάλεσαν καὶ δι' αὐτοῦ τοὺς υἱοὺς οὕτως ἐπωνόμαζον.

Διῆρχε δὲ τὴν εἰρημένην ἐπιτροπικὴν καὶ διοίκησιν καὶ ὁ πρωτοστράτωρ Λέων ὁ Φραγκόπουλος καιρῷ τινι, προστάξει τοῦ δεσπότου κὺρ Θεοδώρου. εἶτα τῷ ἀδελφῷ δεσπότῃ κὺρ Κωνσταντίνῳ ἐδωρήσατο ταύτης τὰ δίκαια.

(a) τὸν καὶ — χειρ. om. P. (b) διὰ — αὐτοῦ. om. P. (c) τὸν δ. Νικ. — ἐπων. om. P. (d) διῆρχε P. cfr. A. (e) εἶτα P. cfr. A.

III.

Interessanti nel cod. P 123, sono gli scolii marginali di certo Pacomio, che conobbe il genero di Franza, Nicolò Melisseno, e con lui a lungo parlò della presa di Costantinopoli. Gli scolii non sono molto numerosi e taluni di nessuna importanza, come ad esempio le sentenze filosofiche, talora di citazione (1), apposte al testo; le indicazioni delle eresie condannate di fronte ai singoli articoli della professione di fede fatta dal Franza in fine all'opera sua (2); certe aggiunte alla confutazione dell'islamismo, di cui diamo solo la più lunga, non priva di un certo interesse in quello che vi combatte la poligamia (3); note che per la storia e la critica del testo hanno mediocre importanza (4).

Ma altre note vi sono, che meritano maggiore considerazione. Noi omettiamo le poche già edite, di cui le une sono date dal solo codice Monacense (5) e le altre dal solo Parigino (6); cosa questa che mostra evidentemente, come in essi siano gli scolii solo parzialmente trascritti, quando non si creda

---

(1) e. g. f. 147′ cita Isocrate a Demonico.

(2) l. 4, c. 22.

(3) f. 125 (4, 4, p. 352) ἀλλ' οὐδὲ ἔστι δυνατὸν ἀνὴρ πολλὰς γυναῖκας ἀγάγεσθαι αὐτῷ. τινὲς γὰρ τῶν ἀνδρῶν κατὰ τὸν Μωάμεθ μέλλουσι πολλὰς γυναῖκας γῆμαι, τινὲς δὲ οὐδαμῶς διὰ τὸ ἀφαρπάσαι τοὺς ἰσχυρωτέρους τὰς πλείστας. εἰ δὲ δώσωμεν τῷ ἑνὶ ἀνδρὶ πολλὰς ἀγάγεσθαι γυναῖκας, πολλοὺς δὲ ἄνδρας τῇ γυναικί, καὶ τοῦτο ἀδύνατον. εἰ αἱ πολλαὶ γυναῖκες ἔχουσι πολλοὺς ἄνδρας, πῶς ἑνὶ ἀνδρὶ ὑποκείσονται αἱ πολλοὺς ἔχουσαι; καὶ γὰρ καὶ ἐν ἑτέρῳ εἴρηκεν· ὅτι ἐν τῷ νῦν καιρῷ ὁ βουλόμενος ἐχέτω γυναῖκας τέσσαρας, παλλακὰς δὲ χιλίας ἢ ὅσας ἂν δύναται· ὅπερ ἀδύνατον διὰ τὴν προαποδοθεῖσαν αἰτίαν.

(4) Talune sono state interpolate nel testo, come è avvenuto nel cod. Monacense, l. 2, c. 2, p. 165, nota a lin. 21.

(5) 1, 20, p. 70, 11: 1, 32, p. 95: 2, 8, p. 151, 1 (colle varianti comuni a P, 24 Ναύπακτος = Ἐτολική, ναυπηγίας = ναυποιΐας).

(6) 1, 24, p. 79, 19. L'Ambrosiano però insieme col Parigino omette lo scolio a 1, 30, p. 89, 16 dato dal Monacense, avendo essi nel testo Λαυρεδανόν in vece di Λορδᾶν, che diede occasione a tale scolio. — L'altro Ambrosiano P 24 ha tutti questi scolii, e solo ne aggiunge un altro a 1, 34, p. 107, 1, che legge come M, " Λιγουρία παρ' Ἰταλοῖς λέγεται ἡ Γένουα ", cfr. ib. lin. 5ᵃ.

che essi siano stati variamente apposti da Pacomio in varii tempi o piuttosto in varie copie procedenti da lui.

Le più (anche fra le edite) sono note geografiche, in cui si dànno le equivalenze dei nomi antichi e forestieri coi moderni; esse mostrano quanta fosse la cognizione comune dei Greci in tal fatto, almeno secondo Pacomio, che credeva doverli illuminare su cose come le seguenti:

f. 33 (1, 1, c. 32, p. 95) ἡ Καλαβρία μέρος τῆς κάτω Σικελίας ἐστί, ἣ καὶ μεγάλη Ἑλλὰς ὀνομάζεται μετὰ τῆς Ἀπουλίας μέρους (μέρος P 24, che ha pur egli questo scolio).

f. 52′ (2, 10, p. 159, 10) ἕνεκεν τῆς λέξεως εἶναι διεφθαρμένης παρὰ τοῖς δήμοις τοὺς ποτὲ Λάκονας τὰ νῦν καλοῦσι Ζάκκονας.

f. 63 (2, 17, p. 191) τὰ νῦν ἡ Λέσβος Μητιλήνη καλεῖται.

f. 65 (2, 19, p. 196, 16) Εὔριππός ἐστιν ἡ Εὔβοια.

f. 136 (4, 14, p. 385, 23) Ἄλβα λέγεται τὸ νῦν ἐν τῇ Οὐγαρίᾳ Μπελγράδον λεγόμενον, παρὰ Λατίνοις δὲ Ἄλβα Γραῖκα. Questo scolio è importante; perchè suppone nel testo la lezione Ἄλβαν (voluta anche dal contesto) in vece del vulgato Ἀλβανίαν. Il nostro appunto ha nel testo Ἄλβαν.

Soggiungiamo tre scolii geografici anonimi:

f. 7′ (1, 2, p. 17, 10) ση(μείωσαι.) τὴν ἔκπαλαι Μονεμβασίαν Ἐπίδαυρον Λυμηρὰν ἐκάλουν οἱ Ἕλληνες. L'ἔκπαλαι è evidentemente fuori di posto e da premettere o posporre a τ. Μονεμβ. Anche P 24 senza nome: ἥτις καὶ Ἐπίδαυρος.

f. 37 (1, 35, p. 106, 17) alla parola Φιλανδρείας cioè Φλανδρίας in margine è notato Κίμβρου.

f. 76′ (3, 33, p. 233, 13) ἔχει μῆκος ὁ αὐχὴν τοῦ Εὐξίνου Πόντου ἀπὸ τῆς πόλεως μίλια ιζ′· τὸ δὲ στόμα ἐστὶν εὖρος στάδιοι τέσσερες. È di 2ª mano.

Per una dichiarazione geografica Pacomio fa un'importante citazione dei *Cretica* di Alessando Poliistore: f. 35′ (1, 34, p. 101, 15) Ἀλέξανδρος ἐν πρώτῳ Κρητικῶν φησιν Ἀκακαλλίδι συνελθεῖν τὸν Ἑρμῆν καὶ τὸν Ἀπόλλωνα καὶ ἐκ μὲν Ἀπόλλωνος γενέσθαι Νάξον, ἐκ δὲ Ἑρμοῦ Κύδωνα, ἀφ' οὗ ἡ πόλις Κυδωνία.

Lo scolio fu aggiunto dalla seconda mano. Il passo d'Alessandro è già edito, conservatoci dallo scoliaste d'Apollonio Rodio (1). Pacomio era stato a Psychros presso Cidonia, come egli stesso ci dirà nell'ultimo scolio, che pubblichiamo.

(1) O. Müller, *Fragm. Histor. Graec.*, 3, 231.

I seguenti sono d'indole storica:

f. 10 (1, 4, p. 26, 18 ss.) δι' ἣν αἰτίαν καὶ τὴν Θεσσαλονίκην ἐκ τοῦ τοιούτου γένους χειρῶν ὁ βασιλεὺς Ἀνδρόνικος ὁ γέρων ἥρατο.

23' (1, 19, p. 67, 18) ἀπὸ τούτης οὖν τῆς Ντεμήριδος οἱ καταγόμενοι βασιλεῖς Ντεμήρεις προσηγορεύθησαν, καθάπερ οἱ ἀπὸ Ὀκταβίου Καίσαρος Καίσαρες οἱ Ῥωμαίων βασιλεῖς ἐκλήθησαν.

74 (3, 2, p. 225, 12) περὶ τῶν προγόνων τοῦ Νικηφόρου Μελισσηνοῦ τοῦ καὶ Μελισ(σ)ουργοῦ καὶ μεγάλου πρωτοστράτορος, ζήτει ἐν τῷ βιβλίῳ τοῦ Κεδρηνοῦ φυλ. φογ'.
Si noti questa citazione esatta d'un codice (non è a dubitare) di Cedreno, che può servire ad identificarlo, se esiste ancora.

Ma il più importante è quello del f. 145 (4, 19, p. 412, 15 ss.): Νικόλαος ὁ Μελισσουργὸς ὁ καὶ Μελισσηνός, διέβη εἰς τὴν Κρήτην καὶ ἱερεὺς ἐγεγόνει. ἐμοῦ δὲ ἐν τῷ ἐπαναστρέφεσθαί με ἐκ τῆς Ἱερουσαλὴμ ἐν ἔτει ͵ζ καὶ φθάσας ἐν τῇ Κρήτῃ, ἐν τῷ οἴκῳ τούτου τοῦ χρησιμωτάτου ἀνδρὸς καὶ εὐλαβεστάτου ἱερέως ἐνέτυχον, καὶ ἡμέρας τρεῖς φιλοξενηθεὶς ὑπ' αὐτοῦ καὶ τὰ μέγιστα φιλοδωρηθείς, καὶ μάλιστα περὶ τῆς ἁλώσεως τῆς Κωνσταντινουπόλεως καταλεπτῶς μοι πάντα ἐξηγήσατο. ἐποίει δὲ τὴν κατοίκησιν ἐν ἐκείνῳ τῷ καιρῷ ἔν τινι τόπῳ λεγομένῳ Ψυχρῷ ἔξω τῆς πόλεως Κυδωνίας ὡσεὶ ἡμέρας ὁδὸν χειμερινῆς διάστημα.

Da questo scolio come dall'altro apposto all'articolo del simbolo sulla processione dello Spirito Santo f. 153' (4, 22, p. 440) προφητικῶς κατὰ τῆς καινοτομίας τῶν Λατίνων, si raccoglie, che questo Pacomio era un greco *ortodosso* vissuto sullo scorcio del sec. XV, che nel 1492 pellegrinò a Gerusalemme ed in tornando alla sua abitazione passò da Creta. Sarebbe egli mai Pacomio Rusano o Racendita, monaco a S. Giorgio τῶν κρημνῶν, di Zante, che tra i tanti suoi scritti ha degli scolii a Omero, Pindaro, ecc., ed è stato a Gerusalemme in pellegrinaggio? (1). Quindi il futuro editore del Franza e del suo annotatore, dovrà considerare il codice autografo del Rusano, che era il 305 dei

(1) Sathas, Νεοελληνικὴ Φιλολογία, 130-2. Duolmi di non avere N. Catramès, Φιλολογικὰ Ἀνάλεκτα (1880), p. 231 ss., che a detta di S. P. Lampros ha trattato del Rusano ampiamente ed accuratamente, cfr. Δελτίον τῆς ἱστορικῆς καὶ ἐθνολογικῆς ἑταιρίας τῆς Ἑλλάδος, I, 102 in nota. Ivi il Lampros pubblica un discorso inedito del Rusano.

codd. Naniani greci (1) ed ora è nella Marciana, per riconoscere, se mai esista qualche copia del cronico fatta da Pacomio. Da lui dubito procedano una e forse più disuguali trascrizioni o recensioni dell'autografo del Franza; e però nella classificazione d'esse s'abbia a badare, oltre che al testo, anche agli scolii di lui. Il Demetracopulo (2) lo fa nascere ai principii del secolo XVI, ma affatto congetturalmente, come appare dalle sue parole: perchè dall'avere Pacomio impugnato Lutero e ricordato libri stampati e nominatamente Apollonio grammatico (edito dall'Aldo a. 1495), non ne segue che egli non abbia potuto vivere un trent'anni e più del secolo precedente (3).

IV.

Gennaro Angelini dava, or sono dodici anni, notizia d'un manoscritto da lui posseduto, contenente il Franza (cm. 30 × 21, quinterni 14), manoscritto che egli asserisce firmato dall'autore stesso (4). La notizia oramai è vecchia: ma siccome nessuno, ch'io sappia, si è occupato di essa e del codice, così non credo vano dirne due parole.

Il codice " al semplice indizio dei caratteri, può appartenere tanto al principio del sec. XV, quanto alla fine del XIV „ (*sic* e combinisi colla biografia del Franza). Ha " nei margini, specialmente nel principio e verso la fine, molte postille della stessa mano dell'amanuense..... Ricorrono di quando in quando delle lacune, riempiute in gran parte da scritture in inchiostro

---

(1) Mingarelli, *Catal. Codd. Graec. Nan.*, 511-17.

(2) *Graecia Orthod.*, 123-4.

(3) Il manoscritto 593 d'Iwiron, che contiene una compilazione del Rusano per la vita comune ed eguale dei monaci, è del 1540; cfr. Ph. Meyer, *Byzantin. Zeitschr.*, 4 (1895), 50-1, che ne ha estratto due antichi *tipici*. Il Legrand, *Bibliogr. Hellénique*, 2, 244, ha pubblicato una lettera di Michele Apostolio ad un certo Pacomio, ma non si può da essa raccogliere se sia il Rusano, e quindi non ce ne possiamo servire per mostrare che esso era noto anche prima del 1492.

(4) *Bibliofilo*, an. 3°, n. 12 (dic. 1882), p. 186-7, inaccessibile al Krumbacher, che si dovette limitare a darne semplicemente l'erronea indicazione fornitagli: " *Bibl. Bol.*, 14, 3-4 „.

rosso „. Credo che queste " scritture in rosso „ siano gli argomenti, che sono dello stesso inchiostro scritti parte nel testo e parte nel margine del nostro P 123. Le postille sarebbero gli scolii di Pacomio? Non so; forse l'Angelini se ne sarebbe accorto, se v'era prefisso il nome.

" Esso poco differisce dal Volgato: ma non è scritto con molta accuratezza come dimostrano le molte lacune „ (Che buon criterio siano queste per giudicare della correttezza dei codici di Franza, è detto di sopra). " La clausula evidentemente di mano diversa da quella che trascrisse il codice (? è nota infatti la varietà, anzi bizzarria di scrittura, in clausule e sottoscrizioni), è seguita a mo' di firma dal monogramma dell'autore, che per conseguenza sembra aver scritto essa clausula „. Sarebbe interessante esaminare di nuovo questo monogramma, che dubito sia stato mal decifrato. La clausula è uguale a quella delle edizioni e dei manoscritti ordinarii, se si giudica dalla versione dell'Angelini, e quindi nulla prova; che anzi prova il contrario, essendo essa mutila del passo conservato dall'Ambros. P 123. Il codice dell'Angelini sarà interessante fin che si vuole, sarà da esaminare per un'edizione critica: ma firmato dal Franza non mi sembra punto.

L'Accademico Segretario
ERMANNO FERRERO.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 17 al 31 Marzo 1895.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Abhandlungen** der mathem.-physischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. XXI, n[1] 4-5. Leipzig, 1895; 8°.

Anales de la Oficina Meteorológica Argentina por suo Director G. G. Davis, vol. IX. Buenos Aires, 1893-94; 4°.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega V y VI, t. XXXVIII. Buenos Aires, 1894; 8°.

* **Annales** des Mines. 9me série, t. VI, livr. 12, t. VII, livr. 2. Paris, 1894-95; 8°.

* **Annual** Report of the Board of Regents of the Smithsonian Institution... July 1892. Washington, 1893; 8°.

* **Annuario** per l'anno scolastico 1894-95 del Regio Museo Industriale italiano di Torino. Torino, 1895; 8°.

* **Archives** Néerlandaises des sciences exactes et naturelles publiées par la Société hollandaise des sciences à Harlem, tome XXVIII, livr. 5e. Harlem, 1894; 8°.

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani. Anno X, n. 6. Roma, 1895; 8°.

* **Bollettino** medico-statistico dell'Ufficio d'igiene della città di Torino. Anno XXIV, n. 5-6-7.

Bulletin de la Société Philomatique de Paris, 1893-94, n. 3; 8°.

* **Bulletin** de la Société Physico-Mathématique de Kasan; tome IV, n. 1-2, 1894; 8°.

* **Bulletin** du Muséum d'histoire naturelle, année 1895, n. 1. Paris, 1895; 8°.

* **Bulletin** mensuel de l'Observatoire météorologique de l'Université d'Upsal. Vol. XXVI, anno 1894. Upsal, 1894-95; 4°.

Bulletin of the United States Geological Survey, n. 97-117. Washington, 1893-94; 8° (*dal dipartimento dell'Interno, U. S. geological survey*).

* **Canadian Journal** a Repertory of Industry, Science, and Arts; and record of the proceeding of the Canadian Institute. Vol. 2°, 3°; in-4°; N. S. Vol. I-XV; 8°. Toronto, 1854-1878.

* **Comptes-Rendus** de l'Académie des Sciences de Cracovie. Février 1895; 8°.

* **Compte-Rendu** sommaire de la séance de la Société philomatique de Paris. N. 10; 9 mars 1895. Paris, 1895; 8°.

* **Denkschriften** der k. Akademie der Wissenschaften. Mathem.-naturwissenschaftliche. Bd. 60. Wien, 1893; 4°.

* **Giornale** della R. Accademia di medicina. A. LVIII, n. 2. Torino, 1895; 8°.

* **Giornale** del Genio Civile, anno XXXII, fasc. 11-12. Roma, 1894; 8°.

* **Jahrbuch** über die Fortschritte der Mathematik. Bd. XXIV, Heft 1. Berlin, 1895; 8°.

* **Mémoires** de l'Académie Imp. des Sciences de St.-Pétersbourg. VII° série, t. XXIX, n. 2, 3, 4; XXXIX, 2° partie; XLI, n. 6-8; XLII, n. 1-6. St.-Pétersbourg, 1881, 1893-94; 4°.

Mineral Resources of the United States. Washington, 1892-93; 8° (*dal Dipartimento dell'Interno, U. S. geological Survey*).

Monographs of the United States geological Survey, vol. XIX, XXI, XXII. Washington, 1892, 1893; 8° (*Id.*).

* **Monthly** Notices of the Royal Astronomical Society. Vol. LV, n. 4. London, 1895; 8°.

* **Nachrichten** von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physik. Klasse, 1895, n. 1. Göttingen; 8°.

* **Proceedings** of the Canadian Institute, Toronto. Vol. I, n. 2, 4, 5; II-VI. Toronto, 1884-1889; 8°.

Report of the National Academy of Science, made in compliance with a requirement of the law (H. R. 6500) entitled " An act to define and establish the Units of electrical measure " approved july 12, 1894. Washington, 1895; 8°.

* **Report** (Tenth Annual) of the Bureau of Ethnology to the Secretary of the Smithsonian Institution 1888-89. Washington, 1893; 8°.

Rivista di Matematica edita da G. Peano, vol. V, fasc. 3-4. Torino, 1895; 8°.

* **Sitzungsberichte** der K. Akademie der Wissenschaften. Mathem.-naturwissenschaftliche Classe. CII Bd. Abth. I 1893 n. 8-10; II a, n. 8-10; II b, n. 8-10; III n. 8-10; CIII Bd. Abth. I n. 1-3; II a, n. 1-5; II b, 1-3; III 1-4. Wien, 1894; 8°.

* **Wissenschaftliche** Meersuntersuchungen herausg. von der Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchung der deutschen Meere in Kiel und der Biologischen Anstalt auf Helgoland. N. F. I Bd. Heft I. Kiel u. Leipzig, 1894; 4°.

Zoologischer Anzeiger herausg. von Prof. V. Carus. Leipzig, 1895, n. 471; 8°.

Rajna (M.). Sull'escursione diurna della declinazione magnetica a Milano, in relazione col periodo delle macchie solari. Milano, 1895; 8°.

Thomsen (J.). Relation remarquable entre les poids atomiques des éléments chimiques. Poids atomiques rationnels. Copénhague; 8°.

Trabucco (G.). Si desidera sostituire il termine di Burdigliano a quello di Langhiano nella serie Miocenica. Pisa, 1895; 8°.

Zurria (G.). Risoluzione delle equazioni di terzo grado dedotta dall'integrale di un'equazione a differenza di terzo grado. Catania, 1895; 4° (*dall'A.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 24 Marzo al 7 Aprile 1895.

Annali di Statistica. Atti della Commissione per la statistica giudiziaria civile e penale. Roma, 1895; 8°.

* **Archiv** für österreichische Geschichte. Herausg. von der Pflege vaterländischer Geschichte aufgestellten Commission der k. Akad. der Wissenschaften, v. 80, 2 Hälfte, 81, 1 Hälfte. Wien, 1894; 8°.

* **Bollettino** delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa, 1895; n. 222, 8° (*Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze*).

Bulletin de la Société de Géographie Commerciale de Bordeaux, 1895, n. 4-5; 8°.

Bulletin Mensuel de Statistique Municipale de la ville de Buenos-Aires. Année IX^{e} (1895), n. 1.

* **Comptes-rendus** de l'Athénée Louisianais. 5^{me} série. Tom. 2^{me}, livr. 2^{me}. Nouvelle-Orléans, 1895; 8°.

* **Denkschriften** der k. Akademie der Wissenschaften. Philosophisch-Historische Classe. XLIII Bd. Wien, 1894; 4°.

** **Jahresberichte** der Geschichtswissenschaft. XVI Jahrg. 1893. Berlin, 1895; 8°.

* **Johns Hopkins** University Circulars. Vol. XIV, n. 117. Baltimore, 1895; 4°.

* **Rendiconto** delle Tornate e dei Lavori dell'Accademia di Scienze morali e politiche della Società R. di Napoli. Anno 33. Napoli, 1894; 8°.

* **Rendiconto** delle Tornate e dei Lavori dell'Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti della Società Reale di Napoli. N. S., Anno VIII, Luglio a Dicembre 1894. Napoli, 1894; 8°.

* **Rivista** di Artiglieria e Genio. Anno 1895, marzo. Roma, 1895; 8°.

* **Rivista** mensile del Club alpino italiano. Vol. XIV, n. 3. Torino, 1895; 8°.

* **Rocznik** Akademii Umiejętności w Krakowie. Rok 1893/4. Krakowie, 1894; 8°.

Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Anno XII, quad. I-III. Valle di Pompei, 1895; 8°.

* **Rozprawy** Akademii Umiejętności wydziat Filologiczny. Ser. II, t. V, VI, VIII. — Historyczno-Filozoficzny. Ser. II, t. V. Krakowie, 1894; 8°.

* **Sitzungsberichte** der k. Akademie der Wissenschaften. Philosophisch-Historische Classe. CXXX Bd., Jahr. 1893. Wien, 1894; 8°.

Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione. Dicembre 1894. Roma, 1895; 8° (*Dal Ministero delle Finanze*).

Tabella indicante i valori delle merci nell'anno 1894 per le statistiche commerciali. Roma, 1895; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

Arnaud (F.). L'instruction publique à Barcelonnette. Écoles — École Normale, Collège Saint-Maurice. Digne, 1894; 8° (*dall'A.*).

Borda (J. I.). Mensaje del Presidente de la República al abrir las sessiones de la Honorable Asamblea en el segundo periodo de la XVIII Legislatura. Montevideo, 1895; 8° (*dal Governo della Repub. dell'Uruguay*).

Chevalier (U.). Écosse, Église, Topo-bibliographie. Montbéliard, 1895; 12° (*dall'A.*).

De Toni (E.). Vocabolario di pronuncia dei principali nomi geografici moderni. Venezia, 1895; 8° (*Id.*).

Framarino dei Malatesta (N.). La logica delle prove in criminale. Torino, 1894; 8° (*Id.*).

Minoglio (G.). Incendio del campanile di Casorzo nel 1642. Torino, 1895; 8° (*Id.*).

* **Pilling** (J. C.). Smithsonian institution, Bureau of ethnology: J. W. Powell, director. Bibliography of the Wakashan languages. Washington, 1894; 8°.

* **Pollard** (J. G.). Smithsonian institution, Bureau of ethnology: J. W. Powell, director. The Pamunkey indians of Virginia. Washington, 1894; 8°.

* **Thomas** (C.). Smithsonian institution, Bureau of ethnology: J. W. Powell, director. The Maya year. Washington, 1894; 8°.

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

L'unita tavola va annessa al fascicolo precedente.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 21 Aprile 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Direttore della Classe, Berruti, Basso, Bizzozero, Ferraris, Spezia, Giacomini, Camerano, Peano, Volterra, Foà e Naccari Segretario.

Il Presidente partecipa la morte dell'eminente mineralogo Giacomo Dana, Socio straniero dell'Accademia e prega il Socio Spezia di farne una commemorazione in una prossima Adunanza.

Il Socio Camerano presenta per il volume delle *Memorie* un lavoro del Dott. Daniele Rosa intitolato: " *Contributo allo studio dei Terricoli neotropicali* ", che viene trasmesso per esame ad una commissione.

Il Socio Peano presenta una Nota del Prof. M. Chini, " *Sull'equazioni a derivate parziali del secondo ordine* "; essa verrà inserita negli *Atti*.

LETTURE

Sulle equazioni a derivate parziali del 2° ordine.

Nota del Prof. M. CHINI.

Per avere una qualsivoglia equazione a derivate parziali, della forma:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \, \partial y} + a \frac{\partial z}{\partial x} + b \frac{\partial z}{\partial y} + cz = 0$$

con a, b, c funzioni di x e y, la quale risulti integrabile col metodo di LAPLACE (ossia in seguito all'applicazione ripetuta di sostituzioni del tipo $z_1 = \frac{\partial z}{\partial y} + az$ o dell'altro: $z_1 = \frac{\partial z}{\partial x} + bz$) e che inoltre sia ad *invarianti uguali* (cioè che possa trasformarsi in un'altra della forma: $\frac{\partial^2 Z}{\partial x \, \partial y} = \lambda Z$), è noto che basta fissare dapprima due equazioni differenziali lineari omogenee d'ordine $2n + 1$:

$$F_x(\rho) = \lambda_{2n+1}(x) \frac{d^{2n+1} \rho}{dx^{2n+1}} + \ldots\ldots = 0$$

$$\Phi_y(\sigma) = \mu_{2n+1}(y) \frac{d^{2n+1} \sigma}{dy^{2n+1}} + \ldots\ldots = 0$$

(essendo n il numero di sostituzioni di LAPLACE, dell'uno o dell'altro tipo, che si richiedono per ottenere l'integrale generale dell'equazione da costruirsi) con coefficienti arbitrari $\lambda_r(x)$ e $\mu_r(y)$, ma ognuna delle quali sia equivalente alla propria *aggiunta*. Quindi, dopo aver determinate $2n + 1$ soluzioni della prima equazione:

$$\rho_1 = f_1(x), \; \rho_2 = f_2(x) \; \ldots\ldots \; \rho_{2n+1} = f_{2n+1}(x)$$

che siano linearmente indipendenti, se ne trovino altrettante:

$$\sigma_1 = \varphi_1(y), \; \sigma_2 = \varphi_2(y) \; \ldots\ldots \; \sigma_{2n+1} = \varphi_{2n+1}(y)$$

della seconda, pure linearmente indipendenti, e scelte in modo che fra esse e le loro derivate, fino a quelle d'ordine $n-1$, passi la medesima relazione quadratica (omogenea) a coefficienti costanti, che passa necessariamente fra le ρ_r e le analoghe derivate.

Allora, dette $\psi_1(y)$, $\psi_2(y)$ ..... $\psi_{2n+1}(y)$ le *aggiunte* delle soluzioni σ_r, e posto:

$$\alpha = \sum_1^{2n+1} {}_r f_r(x)\psi_r(y), \quad H_{n-1} = \begin{vmatrix} \alpha & \frac{\partial \alpha}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial^{n-1}\alpha}{\partial x^{n-1}} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial y} & \frac{\partial^2 \alpha}{\partial x\, \partial y} & \cdots & \frac{\partial^n \alpha}{\partial x^{n-1}\, \partial y} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial^{n-1}\alpha}{\partial y^{n-1}} & \frac{\partial^n \alpha}{\partial x\, dy^{n-1}} & \cdots & \frac{\partial^{2n-2}}{\partial x^{n-1}\, \partial y^{n-1}} \end{vmatrix},$$

l'equazione:

$$(1) \qquad \frac{\partial^2 z}{\partial x\, \partial y} = - \frac{\partial^2 \log H_{n-1}}{\partial x\, \partial y} z$$

soddisfarà alle condizioni richieste (*).

Ciò posto, vogliamo provare che, prendendo:

$$\Phi_y(\sigma) = F_y(\sigma) \qquad \text{e} \qquad \varphi_r(y) = f_r(y),$$

la corrispondente equazione (1) non può essere che un'equazione d'Eulero; o più esattamente, dovrà potersi trasformare nell'altra:

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial x\, \partial y} = - \frac{n(n+1)}{(x-y)^2} Z.$$

A tale scopo, cominciamo subito col far notare che in questo caso particolare le $\psi_1(y)$, $\psi_2(y)$ ..... $\psi_{2n+1}(y)$ coincidono colle aggiunte delle soluzioni $f_1(y)$, $f_2(y)$ ..... $f_{2n+1}(y)$; che la corrispondente quantità α risulta una funzione simmetrica delle variabili x, y; e che perciò sarà tale anche il determinante H_{n-1}.

(*) Darboux, *Leçons sur la Théorie générale des surfaces*. Parte II, p. 141.

Inoltre, tenendo ben presenti le relazioni che sussistono fra le soluzioni indipendenti (e loro derivate) di qualsivoglia equazione differenziale lineare omogenea, e le rispettive aggiunte (insieme alle derivate) possiamo dedurre che per $x = y$ si ha:

$$\alpha = 0 \quad , \quad \frac{\partial^{r+s}\alpha}{\partial x^r \partial y^s} = \begin{cases} 0 & \text{se } r + s < 2n \\ \frac{(-1)^s}{\lambda_{2n+1}(y)} & \text{se } r + s = 2n. \end{cases}$$

Ora, a causa di ciò, è facile provare che per $x = y$ si annulla il determinante H_{n-1}, insieme a tutte le sue varie derivate parziali che risultano d'ordine inferiore a $n(n+1)$; ma che saranno diverse da zero quelle d'ordine $n(n+1)$.

Infatti è chiaro che $\left[\frac{\partial^{r+s} H_{n-1}}{\partial x^r \partial y^s}\right]_{x=y} = 0$, se $r + s < n(n+1)$; perchè nello sviluppare questa derivata, non potendosi applicare contemporaneamente $n+1$ derivazioni ad ogni linea di H_{n-1}, otterremo dei nuovi determinanti che hanno almeno una linea costituita da elementi tutti nulli, oppure una tale che gli elementi reciproci di tutti quelli diversi da zero sono essi nulli.

Per dimostrare poi che $\left[\frac{\partial^{r+s} H_{n-1}}{\partial x^r \partial y^s}\right]_{x=y}$ risulta diversa da 0, se $r + s = n(n+1)$, premetteremo che quando una funzione $f(x, y)$ delle due variabili indipendenti x, y acquista un valore costante per $x = y$ (e quindi anche per $y = x$) risulterà:

$$\left[\frac{\partial^s f}{\partial y^s}\right]_{x=y} = (-1)^s \left[\frac{\partial^s f}{\partial x^s}\right]_{x=y} \tag{2}$$

qualunque sia s.

Infatti, avendosi:

$$f(x, y) = f(y, y) + \sum_{1}^{m}{}_s \frac{(x-y)^s}{s!}\left[\frac{\partial^s f}{\partial x^s}\right]_{x=y} + R =$$

$$= f(x, x) + \sum_{1}^{m}{}_s \frac{(x-y)^s}{s!}\left[\frac{\partial^s f}{\partial y^s}\right]_{y=x} + R_1$$

con R e R_1 quantità che per $x = y$ (o per $y = x$) diventano infinitesime d'ordine superiore a m; ed essendo:

$$f(x, x) = f(y, y) = \text{cost.}$$

otterremo:

$$(3) \quad \sum_1^m {}_s \frac{(x-y)^s}{s!} \left[\frac{\partial^s f}{\partial x^s}\right]_{x=y} + \mathrm{R} = \sum_1^m {}_s (-1)^s \frac{(x-y)^s}{s!} \left[\frac{\partial^s f}{\partial y^s}\right]_{y=x} + \mathrm{R}_1.$$

Quindi, se dopo aver divisi ambo i membri di questa identità per $x-y$, si fa $x=y$, rimarrà:

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y}\right]_{x=y} = -\left[\frac{\partial f}{\partial x}\right]_{x=y}.$$

Sopprimendo queste quantità uguali nei due membri dell'identità che risulta dal dividere per $x-y$ quelli della (3); poi dividendo ancora per $x-y$, e facendo in seguito $x=y$, otterremo:

$$\left[\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right]_{x=y} = \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right]_{x=y}.$$

Proseguendo in modo analogo, risulterà dimostrata la (2).

Ora, essendo $\left[\frac{\partial^r \mathrm{H}_{n-1}}{\partial x^r}\right]_{x=y} = 0$ quando $r < n(n+1)$, ne segue che:

$$\left[\frac{\partial^{r+s} \mathrm{H}_{n-1}}{\partial x^r \partial y^s}\right]_{x=y} = (-1)^s \left[\frac{\partial^{r+s} \mathrm{H}_{n-1}}{\partial x^{r+s}}\right]_{x=y}$$

qualunque sia s. Ma a causa delle proprietà di α per $x=y$, abbiamo:

$$\left[\frac{\partial^{n(n+1)} \mathrm{H}_{n-1}}{\partial x^{n(n+1)}}\right]_{x=y} = \mathrm{A} \begin{vmatrix} 0, & 0, & \ldots\ldots & 0 & \frac{1}{\lambda_{2n+1}(y)} \\ 0, & 0 \ldots 0, & -\frac{1}{\lambda_{2n+1}(y)}, & p \\ 0 & 0 \ldots 0, & \frac{1}{\lambda_{2n+1}(y)}, & q, & r \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{(-1)^{n-1}}{\lambda_{2n+1}(y)}, & u, & v, & \ldots\ldots \end{vmatrix} = \frac{\mathrm{A}}{\{\lambda_{2n+1}(y)\}^n},$$

essendo A una determinata costante diversa da zero. Quindi avremo:

$$\left[\frac{\partial^{r+s} H_{n-1}}{\partial x^r \partial y^s}\right]_{x=y} = \frac{(-1)^s A}{\{\lambda_{2n+1}(y)\}^n}, \text{ se } r+s=n(n+1).$$

Ora, è noto che il determinante H_{n-1} risulta sempre della forma:

$$F(x)\, G(y)\, K^2(x, y);$$

e dovendo nel caso particolare che trattiamo essere una funzione simmetrica di x e y, che per $x=y$ si annulla insieme alle sue varie derivate parziali d'ordine inferiore a $n(n+1)$, mentre è diversa da zero ogni sua derivata parziale d'ordine $n(n+1)$, avremo per H_{n-1} un'espressione della forma:

$$C \cdot F(x)\, F(y) \{f(x) - f(y)\}^{n(n+1)}$$

con C quantità costante.

Dunque, prendendo $\Phi_y(\sigma) = F_y(\sigma)$ e $\varphi_r(y) = f_r(y)$, la corrispondente equazione ad invarianti uguali, integrabile col metodo di LAPLACE, sarà

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{n(n+1) f'(x) f'(y)}{\{f(x) - f(y)\}^2} z;$$

la quale, cambiando $f(x)$ in x_1 e $f(y)$ in y_1, si trasforma nell'equazione d'EULERO:

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial x_1 \partial y_1} = -\frac{n(n+1)}{(x_1 - y_1)^2} Z.$$

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 28 Aprile 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO BARONE GAUDENZIO CLARETTA
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Socii: PEYRON, ROSSI, BOLLATI DI SAINT-PIERRE, PEZZI, NANI, COGNETTI DE MARTIIS, CIPOLLA, BRUSA, ALLIEVO e FERRERO Segretario.

Il Socio Segretario FERRERO presenta un opuscolo del Socio Corrispondente Comm. Vittorio POGGI intorno all'opera di F. CORDENONS, " *Un po' più di luce sulle origini, idioma e sistema di scrittura degli Euganei-Veneti* „.

È comunicato l'invito del Presidente della Reale Società Romana di Storia patria affinchè l'Accademia sia rappresentata al sesto Congresso storico italiano, che si terrà a Roma nel prossimo settembre.

La Classe gradisce l'invito, riserbandosi a nominare più tardi i suoi delegati ufficiali.

Il Socio ALLIEVO legge un suo lavoro intitolato: " *Maine de Biran e la sua dottrina antropologica* „, di cui la Classe approva la stampa nei volumi delle *Memorie* accademiche.

Il Socio Segretario, a nome anche del Socio GRAF, riferisce intorno al lavoro presentato dal Prof. Vittorio CIAN per l'inserzione nelle *Memorie* ed intitolato: " *L'immigrazione dei gesuiti spagnuoli in Italia* „.

La Classe accogliendo le conclusioni dei riferenti, ammette questo lavoro alla lettura. Uditane la lettura, ne approva la stampa.

Il Socio COGNETTI DE MARTIIS presenta per l'inserzione nelle *Memorie* un lavoro manoscritto del Dott. Michele LOSACCO intitolato: “ *Ricerche intorno ad alcune fonti del pessimismo leopardiano* „.

Ad esaminare questo lavoro ed a riferirne in una prossima adunanza sono delegati i Socii ALLIEVO e GRAF.

La Classe procede quindi alla nomina di un Socio estero. Riesce eletto, salvo l'approvazione Sovrana, il Socio Corrispondente Prof. Ernesto CURTIUS dell'Università di Berlino.

Poscia passa alla nomina di Socii Corrispondenti. Riescono eletti il Professore Emilio AMELINEAU dell'*École des Hautes Études* di Parigi; il Prof. Felice BARNABEI, Direttore del Museo Nazionale romano; il Prof. Giuseppe DALLA VEDOVA dell'Università di Roma; l'Avv. Cornelio DE SIMONI, Direttore dell'Archivio di Stato di Genova; l'Abate Luigi DUCHESNE, Direttore della Scuola Francese di Roma; il Prof. Wendelin FOERSTER dell'Università di Bonna; il Prof. Giovanni MARINELLI dell'Istituto di Studi superiori di Firenze.

LETTURE

Sunto della Memoria intitolata:

Maine de Biran e la sua dottrina antropologica;

del Socio GIUSEPPE ALLIEVO

In Maine de Biran il filosofo e l'Io individuo si riscontrano in perfetta armonia. La sua dottrina antropologica è tutto uno studio continuo della persona sua propria e della natura umana. La sua ragione si apre alla speculazione sotto l'influsso del sensismo filosofico dominante; ma egli sente, che le conseguenze di questa dottrina ripugnano alla dignità della natura umana, che parla in lui, e lotta contro di essa. I suoi *Frammenti*, da cui esordisce il lavorìo del suo pensiero, sono l'espressione di questa lotta, dalla quale esce proclamando la libertà del proprio essere contro la passiva schiavitù del sensismo. Fatta libera di sè, la sua ragione lotta contro le ardue difficoltà, che avvolgono lo studio dell'uomo, finchè stanca del lungo meditare, sfiduciata delle sue forze, impotente a risolvere in tutta la sua profondità il gran problema dell'essere umano, si abbandona in braccio alla fede cristiana. Quindi la storia del suo pensiero filosofico viene di per sè a dividersi in tre periodi corrispondenti.

Nell'opera *Influenza dell'abitudine sulla facoltà di pensare,* la quale tenne dietro ai *Frammenti,* instituisce un'analisi critica della sensazione, la quale lo conduce a conchiudere contro il sensismo, che il soggetto umano è fornito di un'attività sua propria volontaria superiore alle impressioni meramente passive della sensitività. Questo concetto dell'Io, considerato come libera attività volontaria, diventa dominante nel suo pensiero; da esso vanno svolgendosi tutti gli altri suoi lavori: esso è il cardine, su cui posa e si muove tutta la sua dottrina; nell'attività volon-

taria egli ripone tutta la personalità umana, non avvertendo che nell'uomo esiste la facoltà intellettiva, anch'essa personale, la quale non va confusa colla libera volontà.

L'opera *Sui rapporti del fisico e del morale dell'uomo,* ricomposta poi nelle *Nuove Considerazioni* sul medesimo argomento, rivela nell'autore la sua tendenza alla meditazione solitaria, che impronta tutte le sue opere filosofiche, e lo trasse alla opinione, che a fine di studiare e comprendere veracemente la nostra vita interiore occorre isolarci da ogni contatto col mondo esteriore. Quindi egli non riconosce l'utilità delle esperienze e delle osservazioni fisiologiche per ispiegare i fatti della coscienza e le operazioni dell'anima. Nel che egli non si mostrava gran fatto coerente con se medesimo, giacchè avendo riposto la natura propria dell'anima nell'attività volontaria, che muove liberamente gli organi del corpo rivolgendoli ad uno scopo preconosciuto e predeterminato, non gli era più lecito considerare la conoscenza dell'organismo corporeo siccome inutile alla conoscenza dell'anima.

Nel *Saggio sui fondamenti della psicologia* egli riguarda l'Io come il fatto primitivo ed universale del senso intimo. La personalità e la conoscenza non sono innate nell'uomo, ma acquisite: esso non nasce persona, ma lo diventa. L'uomo è primamente un essere meramente sensitivo ed animale; dall'animalità si passa all'umanità, però questa vien *dopo* di quella, ma non ne origina. Egli non avverte, che la personalità è il carattere distintivo dell'uomo, fa parte della sua natura talmente essenziale, che senza di essa non può esistere in nessun momento della sua vita. Sostenendo che la vita umana esordisce dalla pura sensitività animale e trapassa poi alla coscienza personale propria dell'Io, l'autore su questo punto ricade inconsciamente nel sensismo condillachiano.

I *Nuovi Saggi di Antropologia* sono da un lato il suggello e l'epilogo di tutto lo sviluppo del suo pensiero abbandonato alle proprie forze, dall'altro il prologo di un nuovo lavorìo della sua ragione abbandonata al potere sovrannaturale della fede e della rivelazione cristiana. L'autore contempla sotto un nuovo aspetto la moltiplicità de' fenomeni interni, distribuendoli in tre grandi classi, che costituiscono tre forme di vita distinte e gradualmente progressive, la vita animale, la vita umana, la vita

dello spirito. Le sue meditazioni intorno la vita dello spirito rivelano il profondo rivolgimento sopraggiunto nel pensiero filosofico dell'autore. Qui la ragione e la scienza, sentendosi impotenti a sciogliere il supremo problema, che tocca la parte più recondita e sublime del nostro essere, ne richiedono e ne accettano lo scioglimento dalla fede divina e dalla rivelazione cristiana.

La persona: è questo il concetto sovrano, che informa tutta l'antropologia dell'autore, e le conferisce l'impronta dell'originalità. Intorno a questo concetto si raccolgono gli altri tutti, che formano la parte sostanzialmente vera della sua dottrina, quali sono l'attività libera e cosciente dell'anima, cagione efficiente del proprio operare, l'osservazione interiore guida precipua degli studi psicologici, la distinzione sostanziale tra l'Io e l'organismo corporeo, e quindi tra i fenomeni proprii della vita mentale e quelli proprii della vita animale, tra la psicologia e la fisiologia. Ma il non avere riconosciuto nella persona umana l'intelligenza distinta dalla libera volontà, il sostenere che l'anima come sostanza ci è assolutamente ignota, che la vita umana esordisce dalla mera animalità, che l'Io umano smarrisce il sentimento della sua individualità in quella sua intima unione con Dio, che costituisce la vita perfetta dallo spirito, sono concetti, che mal possono reggere alla critica.

Il *Giornale intimo* è un dramma psicologico, in cui la ragione del filosofo ed il cuore dell'uomo individuo insieme lavorano intorno il gran problema dell'umana destinazione; esso riflette tutta l'anima di Maine de Biran: è un dramma, che finisce col suicidio della ragione scettica, col trionfo del cuore credente. Maine de Biran esordì colla schiavitù del sensismo condillachiano, proseguì coll'indipendenza assoluta dello stoicismo, terminò coll'annientamento personale dell'ipermisticismo.

Sunto della Memoria intitolata:

L'immigrazione dei Gesuiti spagnuoli letterati in Italia;

del Prof. VITTORIO CIAN

L'Autore rileva anzitutto l'importanza e la novità dell'argomento da lui preso a trattare; importante, se non altro, perchè esso si connette strettamente e continuamente con le vicende della nostra letteratura, e serve ad illustrarne certi punti meno curati fino ad ora, tanto che può affermarsi essere cotesto l'episodio più saliente nella storia delle relazioni letterarie corse nel secolo passato fra le due nazioni sorelle, l'Italia e la Spagna. Quell'esodo dei Gesuiti spagnuoli, gettati dal destino sulle coste italiane, è un caso singolarissimo di colonizzazione letteraria, nella quale i nuovi coloni stranieri si assimilano con mirabile prontezza e felicità la lingua e la letteratura del popolo che li ha accolti, e prendono parte viva al suo movimento intellettuale. Ciononostante e quantunque siano molti i lavori, anche recenti, che illustrano la storia della Compagnia di Gesù in quel periodo, e specialmente la sua espulsione dalla Spagna e la soppressione finale, il tema qui trattato non fu soggetto ancora d'uno studio particolare. E questo appunto s'è proposto di fare l'A., che addita fin da principio le più notevoli fonti bibliografiche della sua *Memoria,* così a stampa, come manoscritte.

Prima di prendere in esame la produzione letteraria degli emigrati spagnuoli, l'A. discorre in breve le cause, le vicende più memorande e gli effetti di quella forzata migrazione, e giovandosi di alcune testimonianze più singolari, dedotte dalla nostra letteratura di quel tempo, accenna al vario atteggiarsi della pubblica opinione in Italia di fronte a questo avvenimento e all'altro successivo dell'abolizione della Compagnia, e nota nei giudizì degli Italiani il formarsi di due correnti, l'una gesuitica e l'altra antigesuitica, ciascuna delle quali si rispecchia largamente nelle lettere nostre.

Inoltre l'A. sente la necessità di tracciare quella che potrebbe dirsi la topografia dell'immigrazione spagnuola, cioè il distribuirsi, secondo le provincie d'origine, dei nuovi venuti, specialmente nelle città dello Stato pontificio, la condizione loro e la loro varia, molteplice attività letteraria, scientifica, didattica. Lo spirito grande di lotta e insieme di adattabilità, che è stato sempre caratteristico nei membri della Compagnia di Lojola, raggiunge un grado altissimo e veramente straordinario negli Ignaziani spagnuoli.

Alla folla anonima di essi, che non lasciarono, nè potevano lasciare un'orma abbastanza visibile nella storia, l'A. non consacra che pochi cenni generali, per passare ben presto in rassegna i più insigni e benemeriti fra quei Gesuiti spagnuoli italianizzati. Di ciascuno di essi ricerca e studia le opere più notevoli con particolare riguardo alla storia ed alla vita letteraria italiana.

Di Giovanni Andrès si esaminano dapprima gli scritti minori e men noti, fra i quali, pregevoli assai, le *Cartas familiares,* che contengono la descrizione minuta, interessante d'un viaggio, essenzialmente bibliografico, erudito, in Italia, fatta in forma epistolare. Queste *Cartas* appunto l'A. sceglie a guida nella enumerazione e illustrazione letteraria degli emigrati spagnuoli. Alcune pagine speciali egli consacra all'opera maggiore dell'Andrès, *Dell'origine, del progresso e dello stato attuale d'ogni letteratura;* intrattenendosi poscia a parlare degli amici italiani dello scrittor valenzano, e particolarmente del Tiraboschi, illustrando questa degna amicizia con la scorta di lettere inedite.

Da questo punto ci sfilano dinanzi le figure e gli scritti di altri emigrati, il Lasala ed il Colomes, che vissero in Bologna, e coltivarono la drammatica italiana, il secondo di essi, stretto in relazione col Tiraboschi; il bollente Arteaga, critico drammatico dell'Alfieri e autore d'un'opera notevole, *Delle rivoluzioni del teatro musicale italiano;* l'Eximeno, vissuto in Roma, difensore del Tiraboschi contro il p. Mamachi, critico abbastanza illuminato del Machiavelli, ardito fondatore d'una nuova estetica musicale; il Masdeu, storico dell'antica Spagna, Arcade e traduttore in italiano della *Scaccheide* del Vida, raccoglitore e traduttore d'un florilegio di poesie spagnuole e persino trattatista d'arte poetica in servigio delle scuole italiane.

Meno noto, ma più originale ed acuto, ci si presenta l'abate Gioacchino Millas, che visse gran parte del suo tempo in Mantova, e che in un'opera poderosa, rimasta incompiuta, volle porre a fondamento della educazione letteraria il principio della osservazione genuina e diretta, risvegliatrice " della ragione, del gusto e della virtù „; e fu in relazione col Vannetti e col Tiraboschi, dei quali meritò l'amicizia e la stima.

La monografia si chiude con una rapida illustrazione di qualche altro insigne spagnuolo, del p. Antonio Burriél, autore d'un buon lavoro speciale sopra Caterina Sforza Riario; dell'abate Cristoforo Tentori, perspicace e coraggioso indagatore e divulgatore della storia antica e moderna di Venezia; infine, del Lampillas, che di quegli emigrati fu senza dubbio il più battagliero.

L'Accademico Segretario
ERMANNO FERRERO.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 31 Marzo al 21 Aprile 1895.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Abhandlungen** der mathem.-physikalischen Classe der k. bayerischen Akademie der Wissenschaften. Bd. XVIII, 3 Abth. München, 1895; 4°.

* **Abhandlungen** herausg. von der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft. Bd. XVIII, Heft. IV. Frankfurt a. M., 1895; 4°.

* **American Journal** of Science. Editors James D. and Edward S. Dana. Vol. XLIX, n. 292. New-Haven, 1895; 8°.

* **Annali** della R. Accad. d'Agricoltura di Torino, vol. 30°. Torino, 1895; 8°.

* **Annuaire** de l'Observatoire Royal de Belgique, 1895; 8°.

Astronomische Arbeiten des k. k. Gradmessungs-Bureau. VI Bd. Längenbestimmungen. Wien, 1894; 4°.

* **Atti** dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Anno XLV, sess. VII^a; XLVII, sess. IV. Roma, 1894; 4°.

* **Atti** del R. Istituto veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LIII, disp. 4^a. Venezia, 1894-95; 8°.

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani. Anno VII, n. 9; X, n. 7. Roma, 1892-95; 8°.

* **Bulletin** de l'Académie Imp. des Sciences de St-Pétersbourg. V^e sér., T. II, n. 2. 1895; 4°.

Bulletin de la Société Philomatique de Paris, 1893-94, n. 4; 8°.

* **Bulletin** du Muséum d'histoire naturelle. Année 1895, n. 2. Paris; 8°.

* **Bullettino** delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società medico-chirurgica, ecc. Serie VII, vol. VI, fasc. 2. Bologna, 1895; 8°.

* **Bullettino** delle sedute dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali in Catania, fasc. XXXIX. Catania, 1895; 8°.

* **Compte-Rendu** sommaire de la séance de la Société philomatique de Paris. N. 11, 23 mars; n. 12, 6 avril 1895. Paris; 8°.

* **Comptes-rendus** des séances de la Société de Géographie; n. 6. Paris, 1895; 8°.

* **Comptes-rendus** des séances de l'Académie des sciences de Cracovie, mars 1895; 8°.

* **Consiglio** Comunale di Torino; Sessione ordinaria di primavera 1895, n. X, XI.
* **Journal** of Comparative Neurology; edited by C. L. Herrick, Prof. in Biology and C. Judson Fellow in Neurology Denison University. Vol. V, March. Cincinnati, Granville, Ohio, 1895; 8°.
* **Memorias** y Revista de la Sociedad Científica " Antonio Alzate ". T. VIII, (1894-95). N. 1 y 2. Mexico, 1894; 8°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXIV, disp. 2. Roma, 1895; 4°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LV, n. 5. London, 1895; 8°.
* **Proceedings** of the Cambridge philosophical Society; vol. VIII, p. 4, 1894.
* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LVII, n. 343. London, 1895; 8°.
* **Proceedings** of the Zoological Society of London for the year 1894. Part IV. London; 8°.
* **Records** of the Geological Survey of India. Vol. XXVIII, p. 1. Calcutta, 1895; 8°.
* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXVIII, fasc. VI. Milano, 1895; 8°.
* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 3ª, vol. I, fasc. 3°. Napoli, 1895; 8°.
* **Sitzungsberichte** der mathematisch-physikalischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München. 1893, Heft III; 1894, Heft I-III. München, 1894; 8°.
* **Sitzungsberichte** der physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, n. 8-10. 1894; 8°.
* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXVIII, fasc. 3. Modena, 1895; 8°.
* **Transactions** of the Zoological Society of London. Vol. XIII, par. 10. 1895; 4°.

** **Verhandlungen** der physikalischen Gesellschaft zu Berlin. Jahrg. 14, n. 1. 1895; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Sitzung. N. 1-3, 1895. Wien, 1895; 8°.
* **Verhandlungen** physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, 1894. N. F., XXVIII Bd., n. 6, 7.
* **Zoologischer Anzeiger**, herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig, 1895, n. 472; 8°.
* **Журналъ** русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXVII, n. 1. 1895.

Aievoli (E.). A proposito di un lavoro sugli innesti di spugne preannunziato all'Accademia dei Fisiocritici di Siena dal socio signor Nicola Giannettasio; 8° (*dall'A.*).

Castrilli (C.). Proiezione stereografica orizzontale di un emisfero terrestre, metodo di costruzione. Napoli; 8° (*Id.*).

Commemorazione di Francesco Gasco. Roma, X gennaio 1895; 8° (*dal Circolo dei Naturalisti*).

Gajaschi (C.). Metodo particolare di determinazione dell'area cardiaca. Parma, 1895; 8° (*dall'A.*).

Harlé (E.). Restes d'hyènes rayées de la brèche d'Es-Taliens à Bagnères-de-Bigorre (Hautes Pyrénées). Paris, 1895; 8° (*Id.*).

Kluyver (J. C.). Invarianten-Theorie; 8° (*Id.*).

Kölliker (v.). Kritik der Hypothesen von Rabl-Rückhard und Duval über amoeboide Bewegungen der Neurodendren. Würzburg, 1895; 8° (*Id.*).

Sohncke (L.). Ueber die Bedeutung wissenschaftlicher Ballonfahrten. München, 1894; 4° (*dalla R. Accademia delle Scienze*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 7 al 28 Aprile 1895.

* **Abhandlungen** der philologisch.-historischen Classe d. k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft. Bd. XV, n. 2. Leipzig, 1895; 8°.
* **Annales** du Musée Guimet. T. XXVI, 1ère partie. Paris, 1894; 4°.
— Bibliothèque d'études, t. IV. Paris, 1894; 8°.
— Revue de l'Histoire des Religions, t. XXIX, n. 2 et 3; XXX, n. 1 et 2; Paris, 1894; 8°.
Assemblea Generale ordinaria della Società Anonima Canavese per la strada ferrata Torino-Ciriè-Lanzo. Torino, 1895; 8° (*Dono della Società*).
* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V. Classe di Sc. mor., stor. e filol., vol. III, p. 2ª. Notizie degli Scavi. Gennaio 1895. Roma, 1895; 4°.
* **Atti** della Società Ligure di Storia patria; vol. XXIV, fasc. II; XXV, f. II. Genova, 1894; 4°.
* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig (Philolog.-hist. Classe) 1894, II. Leipzig, 1895; 8°.
* **Boletin** de la Real Academia de la historia; t. XXVI, cuad. IV. Madrid, 1895; 8°.
* **Bollettino** delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa (*Bibl. Naz. Centr. di Firenze*); 1895, n. 223; 8°.
Bulletin de la Société de Géographie Commerciale de Bordeaux. 1895, n. 6, 7; 8°.
Bulletin de la Société académique Franco-Hispano-Portugaise de Toulouse, t. XII, fasc. 1. Toulouse, 1894; 8°.
* **Bulletin** de la Société d'Études des Hautes-Alpes. IIe série, n. 11, 12, 1894. Gap, 1894; 8°.
* **Bulletin** d'Histoire ecclésiastique et d'Archéologie religieuse des Diocèses de Valence, Gap, Grenoble et Viviers. XIVe année, 1894. Romans, 1894; 8°.
* **Bulletin** et Mémoires de la Société Nationale des Antiquaires de France. VIe série, t. III. Mémoires 1892. Paris, 1893; 8°.
* **Bulletin** de la Société Nation. des Antiquaires de France, 1893. Paris; 8°.
Bulletin Mensuel de Statistique Municipale de la ville de Buenos-Aires. Année IXe (1895), n. 2.

* **Consiglio** Comunale di Torino; Sessione ordinaria di Primavera, 1895. N. XII, XIII; 4°.

* **Giornale** della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova. Anno XVII, fasc. I. Genova, 1895; 8°.

Inventaire sommaire des Archives Départementales antérieures à 1790. Calvados, Archives Civiles, série D, t. II. Côte-D'Or, Archives Civiles, série B, t. VI. Gard, Archives Civiles, série E, t. I. Loire-et-Cher, Clergé Séculier, série G, t. 1r. Tarn-et-Garonne, Archives Religieuse, série G et H. Caen, Dijon, Nîmes, Blois, Montauban, 1894; 4° (*dal Governo francese*).

** **Inventarii** dei manoscritti delle Biblioteche d'Italia, vol. V, pp. 1-97. Forlì, 1895; 8°.

* **Mémoires** de l'Académie des sciences, arts et belles-lettres de Dijon. 4e série, t. IV, a. 1893-94. Dijon, 1894; 8°.

* **Mémoires** de l'Académie des sciences, belles-lettres et arts de Lyon. Sciences et Lettres, 3ème série, t. II. Lyon, 1893; 8°.

* **Mémoires** de l'Académie de Stanislas. 4ème série, t. IV-XI, XIII-XV; 5ème série, t. XI. Nancy, 1872-1894; 8°.

* **Mémoires** de la section des lettres de l'Académie des sciences et lettres de Montpellier. 2ème série, t. 1r, n. 4. Montpellier, 1894; 8°.

* **Mémoires** et **Documents** publiés par la Société Savoisienne d'Histoire et d'Archéologie. T. 5, 6, 12, 14, 17, 18, 19. Chambéry, 1871-1881; 8°.

Mémoires publiés par les Membres de la Mission Archéologique française au Caire. T. V, 4ème fasc.; VI, 4ème; VIII, 3ème; X, 2ème; XIII, 2ème. Paris, 1894-95; 4° (*dal Minist. dell'Istr. Pubbl. e di Belle Arti di Francia*).

Relazione sull'Amministrazione delle Gabelle per l'esercizio 1893-94. Roma, 1894; 4° (*dal Ministero delle Finanze*).

Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione. 1° Gennaio al 28 febbraio 1895. Roma, 1895; 8° (*Id.*).

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Classe der k. b. Akad. der Wissenschaften zu München. 1893, Bd. II, Heft IV; 1894, Heft I, II. München, 1894; 8°.

* **Studi** e Documenti di storia e diritto. Anno XVI, fasc. 1°. Roma, 1895; 4° (*dall'Accademia di Conferenze Storico-giuridiche*).

Allievo (G.). Studi pedagogici in servigio degli Studenti universitari. Torino, 1893; 8° (*dall'A.*).

— Il Ministro Coppino e la pedagogia. Torino, 1878; 8° (*Id.*).

— L'educazione personale. Il socialismo e la famiglia. Torino, 1894; 8° (*Id.*).

— Della istruzione obbligatoria. Torino, 1893; 8° (*Id.*).

— La legge Casati e l'insegnamento privato secondario. Torino, 1879; 8° (*Id.*).

— La Scuola educativa. Torino, 1893; 8° (*Id.*).

— Delle condizioni presenti della pubblica educazione. Torino, 1886; 8° (*Id.*).

— Sulla personalità umana. Torino, 1884; 8° (*Id.*).

— Jacotot ed il suo metodo dell'emancipazione intellettuale. Torino, 1882; 8° (*Id.*).

Allievo (G.). Il classicismo nelle scuole. Torino, 1891; 8° (*dall'A.*).

— Il beato Giovanni Battista de la Salle ed il suo istituto educatore. Torino, 1894; 8° (*Id.*).

— Principii di metafisica, antropologia e logica ad uso delle scuole secondarie. Torino, 1890; 8° (*Id.*).

— Delle idee pedagogiche presso i Greci. Cuneo, 1887; 8° (*Id.*).

— Nozioni elementari di filosofia ad uso dei Licei. Torino, 1870; 8° (*Id.*).

— Clericalismo e liberalismo ossia i libri di lettura del prof. G. B. Santangelo. Palermo, 1888; 8° (*Id.*).

Friedrich's des Grossen. Politische Correspondenz. Vol. XXI. Berlin, 1895; 8° (*dall'Accad. R. delle Scienze di Berlino*).

Gerini (G. B.). Intorno le opere di Giuseppe Allievo. Torino, 1894; 8° (*dono del Socio G. Allievo*).

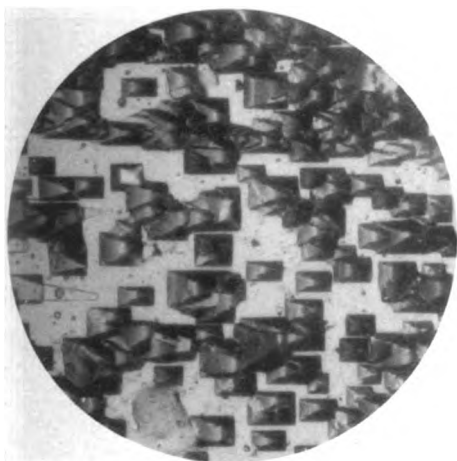
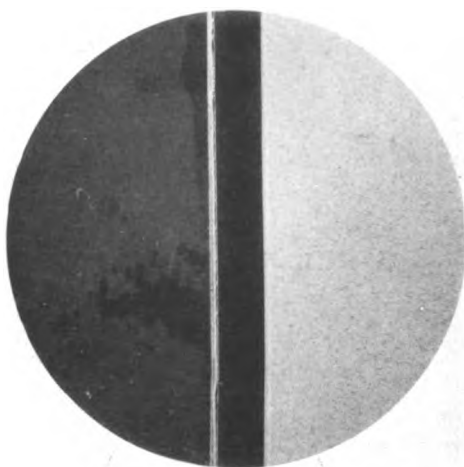
Lossen (Max). Die Lehre vom Tyrannenmord in der christlichen Zeit. München, 1894; 4° (*dall'Accad. delle Scienze di Monaco*).

Rolla (P.). Secondo saggio di un vocabolario etimologico sardo. Cagliari, 1895; 8° (*dall'A.*).

** **Sanuto** (M.). I Diarii. T. XLIII, fasc. 185. Venezia, 1895; 4°.

Wick (W.). Geographische Ortsnamen und Sprichwörter. Einführung in das Verständnis derselben. Zug, 1895; 8° (*dall'A.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

G. SPEZIA - *La pressione nell'azione dell'acqua sull'apofillite e sul vetro.*

Eliotip. Calzolari e Ferrario, Milano

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 5 Maggio 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: Berruti, Basso, Bizzozero, Ferraris, Mosso, Giacomini, Camerano, Segre, Peano, Volterra, Jadanza, Foà e Naccari Segretario.

Viene letto e approvato l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Segretario comunica la lettera, con cui la famiglia del Socio straniero Dana ne partecipa la morte, e dà notizia che fu ad essa inviata una lettera di condoglianza.

Il Segretario presenta parecchi opuscoli inviati in omaggio all'Accademia dal Prof. Lieben di Vienna Socio Corrispondente.

Il Socio Peano presenta e legge una sua nota " *Sullo spostamento del polo terrestre* ", nella quale si applicano delle formule generali a stabilire l'ordine di grandezza dello spostamento prodotto dalla corrente del *Gulf-stream*.

Il Socio Volterra osserva che i calcoli numerici del Socio Peano partono dalle idee che egli stesso ha già esposto nelle sue varie Note, ma sono fondati sopra dati poco attendibili. In quelle Note ed in una Memoria inviata già da lungo tempo alle " Astronomische Nachrichten " egli aveva svolta la questione. Quanto ad applicazioni numeriche fondate su dati effettivi e rigorosi, egli già da vario tempo ne aveva eseguito partendo dagli importanti resultati dovuti al Chandler ed applicando, oltre alla ipotesi dei moti interni, altra ipotesi speciale circa l'effetto della

plasticità della terra; ma si riserbava di presentarle all'Accademia dopo aver svolta la teoria analitica della questione, la quale, almeno nelle sue linee generali, veniva ultimata colla Nota ch'egli intende presentare oggi. Egli dice di essere in grado di presentare oggi stesso, se la Classe gli consente il breve tempo a ciò necessario, una Nota: " *Sui moti periodici del polo terrestre* „, i cui resultati egli aveva già da lungo tempo comunicati in una lettera privata al Prof. SCHIAPPARELLI. Intanto presenta un altro suo lavoro intitolato: " *Teorema sulla rotazione dei corpi e sua applicazione al moto di un sistema nel quale sussistono moti interni stazionari* „. Questa Nota sarà inserita negli *Atti*.

Il Socio CAMERANO presenta una Nota del Dottor Federico SACCO intitolata: " *Trionici di Monteviale, appunti paleontologici* „. Sarà inserita negli *Atti*.

Lo stesso Socio CAMERANO, anche a nome del Socio SALVADORI, legge la relazione sulla Memoria del Dottor Daniele ROSA sui " *Terricoli neotropicali* „. La relazione conchiude proponendo la lettura alla Classe e questa dopo approvate le conclusioni e sentita la lettura delibera l'inserzione di quello scritto nel volume delle *Memorie*.

Il Socio VOLTERRA presenta la Nota poc'anzi annunziata, che sarà inserita negli *Atti*.

LETTURE

Sopra lo spostamento del polo sulla terra;

Nota del Socio GIUSEPPE PEANO

Alla fine dello scorso anno (*) all'Accademia delle Scienze di Parigi si è provato coll'esperienza che certi animali, quale il gatto, mentre cadono, possono, mediante azioni interne, modificare il proprio orientamento. Si è subito spiegato dai Meccanici la possibilità di questo moto. In un breve articolo pubblicato nella *Rivista di Matematica* (in principio di gennaio 1895), io esposi sommariamente la questione; cercai di descrivere con quali moti ciclici il gatto effettivamente si raddrizza, e aggiunsi altri esempi.

Si presenta naturale la questione: Può il globo terrestre cambiare il proprio orientamento nello spazio, mediante sole azioni interne come ogni altro essere vivente? Sotto l'aspetto meccanico la questione è identica. Ma spetta al prof. Volterra il merito d'averla pel primo proposta. Egli ne fece l'oggetto di alcune note presentate a quest'Accademia, e delle quali la 1ª è in data del 3 febbraio scorso.

Come si afferma che quando un grave cade sulla terra, anche la terra si avvicina al grave, così si può affermare che ogni spostamento d'un corpo sulla terra produce un opposto spostamento del globo. Quindi se Maometto va alla montagna, anche la montagna si avvicina a Maometto; e se un cavallo fa un giro in un ippodromo, obbliga la terra a rotare in senso opposto; colla differenza però che se il cavallo dopo descritto un ciclo ritorna al posto da cui è partito, la terra invece ha rotato solo d'un angolo piccolissimo, e assume un orientamento diverso da quello che avrebbe se il cavallo non si fosse mosso. Unospostamento qualunque d'un corpo sulla terra produce nella parte rimanente di questa uno spostamento del baricentro; e

(*) 29 ottobre e 5 novembre 1894.

ciò che più interessa, un moto rotatorio attorno ad un asse passante pel baricentro.

Sulla terra si muovono le acque dei mari sotto forma di correnti, l'atmosfera, l'acqua che si eleva sotto forma di vapore, e trasportata dal vento cade sotto forma di pioggia o neve, e, fecondate le pianure, per l'alveo dei fiumi ritorna al mare. Ecc. (*).

Oggetto di questa nota si è di esporre come si possa fare il calcolo degli spostamenti prodotti sulla terra dal moto relativo di sue parti, e di farne una applicazione numerica.

Il calcolo si fa, senza quadrature, applicando il solo principio delle *aree*. Converrà richiamarlo brevemente onde averlo sotto la forma qui adottata. Farò uso dei concetti e delle notazioni del calcolo geometrico, esposto in alcune delle mie opere.

Abbiansi degli elementi materiali; siano $P_1, P_2, \ldots P_n$ le loro posizioni, $m_1, m_2, \ldots m_n$ le loro masse. Questi elementi agiscano fra loro due a due con forze eguali e contrarie, dirette secondo le loro congiungenti. Supponiamo non vi siano forze esterne. Le equazioni differenziali del moto si ottengono dalla

$$(1) \qquad m_i \frac{d^2 P_i}{dt^2} = \sum_{j=1}^{j=n} A_{i,j}$$

ove ad i si attribuiscano i valori 1, 2, ... n. A_{ij} rappresenta la forza con cui l'elemento i è sollecitato dall'elemento j.

Moltiplico la (1) per P_i, e sommo. Avrò

$$(2) \qquad \Sigma\, m_i\, P_i\, \frac{d^2 P_i}{dt^2} = 0,$$

perchè nel secondo membro $P_i\, A_{ij} + P_j\, A_{ji} = 0$, per le ipotesi fatte.

Integrando si ha

$$(3) \qquad \Sigma\, m_i\, P_i\, \frac{dP_i}{dt} = \text{costante}.$$

Chiamerò *quantità di moto* d'un sistema materiale l'espressione

(*) Vedasi Porro, *Astronomia sferica*, pag. 63.

$$\Sigma\, m_i\, P_i\, \frac{dP_i}{dt},$$

che è una forma geometrica di seconda specie. Allora la proposizione precedente si enuncia: " Nel sistema materiale proposto la quantità di moto è costante ".

È facile il riconoscere nel teorema (3) le proposizioni note sulle quantità di moto o sulle aree. Il prodotto di due linee dicesi anche *momento* dell'una rispetto all'altra. Quindi, moltiplicando la (3) per una linea AB si ha:

$$\Sigma\, m_i\, P_i\, \frac{dP_i}{dt}\, AB = \text{costante}$$

cioè " la somma dei momenti delle quantità di moto del sistema considerato rispetto ad un asse qualunque è costante ". Se poi i numeri che misurano i tetraedri precedenti si moltiplicano per un triangolo π di area l'unità, si avrà che " la somma delle proiezioni su d'un piano qualunque π, parallelamente ad un asse arbitrario AB, delle derivate delle aree descritte dai raggi vettori che vanno dal punto fisso A ai punti mobili, moltiplicate per le rispettive masse è costante ".

La proposizione (3), che esprime ciò che suol chiamarsi principio delle aree o delle quantità di moto, contiene pure il teorema sul moto del centro di gravità. Invero, prendendo i vettori di ambi i membri della (3), o ciò che fa lo stesso, moltiplicandoli pel trivettore unità ω, si ha:

$$\Sigma\, m_i\, \frac{dP_i}{dt} = \text{costante, ovvero } \frac{d}{dt}\, \frac{\Sigma\, m_i P_i}{\Sigma\, m_i} = \text{costante,}$$

ossia " la velocità del baricentro è un vettore costante ".

Abbiasi ora un corpo rigido e mobile. Si ha il teorema:

" In ogni istante si può determinare, ed in modo unico, una forma di seconda specie a, tale che la velocità d'ogni punto P del solido sia espressa dalla formola

$$\frac{dP}{dt} = |\, \omega\, (Pa) \quad (4)$$

".

Vale a dire, per aver la velocità del punto P, si consideri il prodotto Pa, che è un triangolo; se ne prenda il bivettore $\omega(Pa)$, e di questo l'indice (o asse momento) $|\, \omega(Pa)$. Questa è la velocità del punto P; e viceversa qualunque siasi la forma a, la formula (4) determina un moto infinitesimo del corpo rigido. (Vedasi il mio *Calcolo geometrico*, a. 1888, p. 164). Converrà dare alla forma a un nome; e la chiameremo la *velocità del corpo rigido* nell'istante considerato.

Se l'invariante di a, cioè il prodotto di a per sè stessa, è nullo, la a è riduttibile o ad una linea o ad un bivettore; nel 1° caso il moto è rotatorio attorno alla linea; il vettore di questa dicesi anche velocità angolare del corpo; nel secondo è traslatorio normalmente al bivettore. Se invece aa non è nullo, il moto infinitesimo è elicoidale.

Sia C un corpo rigido, e sia a la sua velocità in un dato istante. La sua quantità di moto, che indicheremo con $\varphi(C, a)$, poichè essa dipende dalla natura del corpo, e dalla sua velocità, varrà:

$$\varphi(C, a) = \Sigma m_i P_i \,|\, \omega(P_i a). \tag{5}$$

La somma è estesa al corpo C. Conserveremo questa stessa notazione anche quando C non è un corpo rigido.

Essa è una funzione lineare omogenea di a; sicchè

$$\varphi(C, a + a') = \varphi(C, a) + \varphi(C, a'). \tag{6}$$

Dicasi somma di due corpi C e C′ il corpo che si ottiene considerando i due corpi come le due parti in cui si è scomposto un corpo totale C + C′. Quindi, poichè $\varphi(C, a)$ è funzione lineare omogenea delle masse dei punti di C, sarà ancora

$$\varphi(C + C', a) = \varphi(C, a) + \varphi(C', a). \tag{7}$$

Pongasi $h = \varphi(C, a)$. Dato il corpo C, e la sua velocità a, è determinata adunque la quantità di moto h; viceversa, data

la quantità di moto h, e dato il corpo C, è determinata la sua velocità a, che indicherò con

$$a = \bar{\varphi}(C, h);$$

la funzione $\bar{\varphi}$ è una specie di funzione inversa della φ. Per riconoscere ciò si può ricorrere alle coordinate; a ed h sono forme di seconda specie, aventi ciascuna 6 coordinate (caratteristiche). Perciò nella equazione $h = \varphi(C, a)$ eguagliando le coordinate corrispondenti, si avranno 6 equazioni di primo grado nelle 6 coordinate incognite di a, che risultano così determinate.

Per assicurarci però che non v'è alcuna eccezione, sarà bene fare il calcolo, tanto più che le formule che troveremo possono essere utili.

Prendansi per elementi di riferimento il baricentro G e tre vettori unitari I, J, K diretti secondo gli assi d'inerzia del corpo C. Le proposizioni note sui baricentri e sui momenti d'inerzia conducono a questo risultato:

Teorema. — " Se ψP è una funzione omogenea intera di secondo grado del punto P, allora si ha:

$$\Sigma m_i(\psi P_i) = M(\psi G) + A(\psi I) + B(\psi J) + C(\psi K),$$

ove la somma è estesa a tutti i punti P_i d'un corpo, il cui baricentro è G, i cui assi d'inerzia sono diretti secondo i vettori unitari I, J, K, e i cui momenti principali d'inerzia sono A, B, C. M è la massa di C, cioè $M = \Sigma m_i$ ".

Se la funzione ψP non è omogenea, basta moltiplicare i termini di 1° grado e il termine noto per ωP e $(\omega P)^2$, che valgono l'unità, per renderla omogenea. Invece di somme, si possono considerare integrali tripli, estesi al campo considerato; e si ha così il modo di calcolare l'integrale d'una funzione di secondo grado esteso ad un campo qualunque.

Nel nostro caso, poichè $\varphi(C, a)$ è appunto la somma di tanti termini, ciascuno dei quali è funzione omogenea quadratica di P_i, cioè $\psi P_i = P_i \mid \omega(P_i a)$, si avrà

$$\varphi(C, a) = MG \mid \omega(Ga) + AI \mid \omega(Ia) + BJ \mid \omega(Ja) + CK \mid \omega(Ka) \tag{8}$$

e posto $a = G(lI + mJ + nK) + pJK + qKI + rIJ$, cioè dette l, m, n, p, q, r le coordinate di a, fatti i calcoli si avrà:

$$(9) \qquad \varphi(C, a) = MG(pI + qJ + rK) + \\ + (B + C)\, lJK + (C + A)\, mKI + (A + B)\, nIJ.$$

Quindi le coordinate di $\varphi(C, a)$ sono ordinatamente

$$Mp, \; Mq, \; Mr, \; (B + C)\, l, \; (C + A)\, m, \; (A + B)\, n.$$

Viceversa, date queste coordinate, risultano determinate quelle di a, poichè le quantità M, A, B, C sono tutte positive. Si badi che se a è una linea passante per baricentro, cioè $G a = o$, vale a dire, il moto è rotatorio attorno ad un asse passante pel baricentro, $\varphi(C, a)$ è un bivettore; e viceversa.

Essendo $h = \varphi(C, a)$ funzione lineare omogenea di a, sarà pure la sua inversa $a = \bar{\varphi}(C, h)$ funzione lineare omogenea di h, cioè

$$(10) \qquad \bar{\varphi}(C, h + h') = \bar{\varphi}(C, h) + \bar{\varphi}(C, h').$$

E sullo stesso soggetto, enuncerò ancora la proposizione seguente, quantunque in questa nota non se ne faccia uso.

Teorema. — " Se un corpo rigido ha in un istante la velocità rappresentata dalla forma di seconda specie a, e ad esso è applicato un sistema di forze rappresentate dalla forma di seconda specie b, il lavoro fatto da queste forze in un intervallo di tempo infinitesimo dt vale $ab\,dt$ ".

Abbiasi ora un corpo T, che diremo *terra*, costituito da due parti, l'una C, che diremo *continente*, e che supporremo rigida, e l'altra M, che diremo *mare*, mobile comunque.

Facciamo astrazione dalle forze esterne (attrazione del sole e dei pianeti). Allora la quantità di moto del sistema T è costante, e sia h.

Il continente C abbia la velocità a. La sua quantità di moto sarà $\varphi(C, a)$.

La velocità d'ogni punto P_i del mare si scomponga in due, l'una, che diremo velocità di trascinamento, data dalla formola $| \omega (P_i a)$, come se il punto P_i si movesse insieme al continente C, e l'altra relativa R_i. La quantità di moto del mare si scinde nella quantità di moto di trascinamento, che vale $\varphi (M, a)$, e nella quantità di moto relativa $\Sigma m_i P_i R_i$.

La quantità di moto del sistema varrà adunque

$$\varphi (C, a) + \varphi (M, a) + (\Sigma m_i P_i R_i) = h,$$

ossia

$$\varphi (C + M, a) + (\Sigma m_i P_i R_i) = h.$$

$$\varphi (C + M, a) = h - \Sigma m_i P_i R_i \tag{11}$$

da cui si ricava, osservando che $C + M = T$

$$a = \bar{\varphi} (T, h - \Sigma m_i P_i R_i),$$

ovvero anche

$$a = \bar{\varphi} (T, h) - \bar{\varphi} (T, \Sigma m_i P_i R_i). \tag{12}$$

Ossia la velocità del continente è la differenza fra la velocità che avrebbe tutta la terra, supposta rigida, corrispondente alla quantità di moto costante h, meno la velocità corrispondente alla quantità di moto relativo $\Sigma m_i P_i R_i$.

È interessante il caso in cui la quantità di moto relativo è un bivettore; cioè quando $\omega \Sigma m_i P_i R_i = 0$, ovvero $\Sigma m_i R_i = 0$, o ancora quando la velocità relativa del baricentro di quei punti è nulla. In tal caso il moto dovuto a questo bivettore è rotatorio attorno ad un asse passante pel baricentro della terra. Si ha ad esempio questo caso quando le parti dell'oceano si muovono in cicli.

Come applicazione numerica vogliamo stimare lo spostamento del polo che produrrebbe la corrente del golfo (Gulfstream). Assumeremo per questa corrente la portata di 40 milioni di metri

cubi al 1″. (E. Reclus, La terre, t. II. p. 84). Possiamo ritenere che essa percorra il perimetro d'un rettangolo sferico, camminando verso il nord lungo il meridiano di longitudine 80° ovest da Parigi, verso l'est lungo il parallelo di latitudine 40°, verso il sud lungo il meridiano di longitudine 20°, e verso l'ovest lungo il parallelo di latitudine 20°. Supporremo poi la terra sferica, omogenea, di densità 5,56. Il bivettore che rappresenta la quantità di moto di questa corrente si può scomporre in due, l'uno contenuto nel piano dell'equatore, e l'altro normale; il primo produce accelerazione nel moto rotatorio terrestre. Il secondo produce una rotazione attorno ad un asse normale all'asse terrestre, sicchè le terre che si trovano al polo si spostano, lungo il meridiano di longitudine 150°; vale a dire lo Spitzberg si va avvicinando al polo.

Per trovare la velocità di queste terre, si può proiettare il ciclo descritto dalla corrente sul meridiano di longitudine 150°; calcolare l'area della proiezione; quindi, moltiplicandola per la portata al 1″ si ha il valore assoluto della quantità di moto; eguagliandola alla quantità di moto che assume la terra per una velocità rotatoria ω, si trova questa velocità. Ovvero, si può osservare che delle quattro porzioni di correnti che formano il ciclo, quello che va verso il nord imprime alle terre del polo una velocità diretta secondo il meridiano che contiene quel lato di corrente. Le due parti che percorrono dei paralleli non influiscono sul moto delle terre polari; il lato della corrente che si allontana dal polo lungo il meridiano di longitudine 20° imprime alle terre polari una velocità opposta, cioè secondo il meridiano di longitudine 180° + 20°. La velocità del polo sarà la risultante delle velocità dovute alle due correnti che vanno l'uno al nord e l'altro al sud.

Fatto il calcolo, si ha che la corrente del golfo imprime alle terre polari una velocità di circa 3 millimetri al giorno, o di metri 1,1 all'anno.

Il numero ottenuto non si deve considerare che come un indice dell'ordine di grandezza delle quantità considerate. I dati per la corrente del golfo sono solo noti fra limiti ampi. E oltre alla corrente del golfo, che è di tutte la più studiata, sonvi tantissime altre correnti, i cui effetti si compongono, e in parte si elidono.

Sicchè la conclusione di questo calcolo si è che, in virtù delle correnti marine e atmosferiche, le terre polari si possono spostare, in una direzione per ora ignota, di alcuni metri all'anno.

Ciò dà una spiegazione plausibile delle alternative di freddo e di caldo indicate dai fenomeni geologici.

Lo spostamento del polo proviene dalla irregolare distribuzione delle correnti sulla terra. Se le correnti terrestri fossero due a due simmetriche rispetto all'equatore, i loro bivettori paralleli all'asse della terra si elidono. Lo stesso avviene se le correnti fossero a due a due simmetriche rispetto all'asse terrestre.

Lo spostamento delle terre polari è accompagnato da una nutazione diurna dell'asse istantaneo di rivoluzione.

Invero delle due componenti la velocità rotatoria del continente, l'una, che è la velocità che avrebbe la terra se fosse rigida, non varia. L'altra, che è dovuta al moto relativo delle parti, è rappresentata da un bivettore che gira insieme alla terra. Ma questa nutazione, che potrebbe misurare lo spostamento del polo, è estremamente piccola. Se il polo si sposta d'un metro all'anno, l'asse di rivoluzione della terra descrive ogni giorno un cono; la cui apertura corrisponde ad un arco della terra minore d'un millimetro.

Un teorema sulla rotazione dei corpi e sua applicazione al moto di un sistema nel quale sussistono moti interni stazionarii;

Nota del Prof. VITO VOLTERRA.

1. Rappresentiamo colla seguente tabella i coseni di direzione che una terna di assi mobili ξ, η, ζ formano con una terna congruente di assi fissi x, y, z

	ξ	η	ζ
x	α_1 ,	α_2 ,	α_3
y	β_1 ,	β_2 ,	β_3
z	γ_1 ,	γ_2 ,	γ_3

Le equazioni di Poisson esprimono le derivate di questi coseni rispetto al tempo in funzione dei coseni medesimi e delle componenti p, q, r della rotazione secondo gli assi ξ, η, ζ, e sono le seguenti

$$\left\{\begin{aligned} \frac{d\alpha_1}{dt} &= \alpha_2 r - \alpha_3 q \\ \frac{d\alpha_2}{dt} &= \alpha_3 p - \alpha_1 r \\ \frac{d\alpha_3}{dt} &= \alpha_1 q - \alpha_2 p \end{aligned}\right. \quad \left\{\begin{aligned} \frac{d\beta_1}{dt} &= \beta_2 r - \beta_3 q \\ \frac{d\beta_2}{dt} &= \beta_3 p - \beta_1 r \\ \frac{d\beta_3}{dt} &= \beta_1 q - \beta_2 p \end{aligned}\right. \quad \left\{\begin{aligned} \frac{d\gamma_1}{dt} &= \gamma_2 r - \gamma_3 q \\ \frac{d\gamma_2}{dt} &= \gamma_3 p - \gamma_1 r \\ \frac{d\gamma_3}{dt} &= \gamma_1 q - \gamma_2 p \end{aligned}\right.$$

Introduciamo, come fece il Brill nel suo importante studio sul problema di Eulero (*), le quantità

(*) *Annali di Matematica*, T. III, Serie II.

$$A_1 = \alpha_1 + i\beta_1, \quad A_2 = \alpha_2 + i\beta_2, \quad A_3 = \alpha_3 + i\beta_3$$

avremo (*), per le note relazioni fra i coseni di due terne di assi congruenti,

$$A_1\gamma_1 + A_2\gamma_2 + A_3\gamma_3 = 0$$

$$iA_1 - A_2\gamma_3 + A_3\gamma_2 = 0$$

d'onde

$$(1) \quad \begin{cases} A_2 = \dfrac{-\gamma_1\gamma_2 + i\gamma_3}{\gamma_2^2 + \gamma_3^2} A_1 \\ A_3 = \dfrac{-\gamma_1\gamma_3 - i\gamma_2}{\gamma_2^2 + \gamma_3^2} A_1 \end{cases}$$

da cui segue che A_2 e A_3 possono esprimersi *razionalmente* mediante $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, A_1$.

Pongasi ora

$$B_1 = \alpha_1 - i\beta_1, \quad B_2 = \alpha_2 - i\beta_2, \quad B_3 = \alpha_3 - i\beta_3$$

avremo

$$B_1 = \frac{1-\gamma_1^2}{A_1}, \quad B_2 = \frac{1-\gamma_2^2}{A_2}, \quad B_3 = \frac{1-\gamma_3^2}{A_3}$$

per conseguenza anche B_1, B_2, B_3 si esprimeranno *razionalmente* per mezzo di $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, A_1$ e quindi i sei coseni $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1; \alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ saranno *funzioni razionali* delle stesse quantità.

Finalmente osservando che

$$\gamma_2 - i\gamma_3 = \frac{1-\gamma_1^2}{\gamma_2 + i\gamma_3}$$

si riconosce che tutti i nove coseni sono esprimibili razionalmente mediante

$$(2) \qquad 1 + \gamma_1, \quad \gamma_2 + i\gamma_3, \quad \alpha_1 + i\beta_1.$$

(*) Cfr. Hermite, *Sur quelques applications des fonctions elliptiques*, p. 27.

Il vantaggio che si ha sostituendo agli angoli di Eulero le quantità (2), per esprimere i nove coseni mediante *tre* soli elementi indipendenti, consiste in ciò: che i coseni stessi si ottengono *razionalmente* in funzione delle (2), mentre sono funzioni trascendenti degli angoli di Eulero (*).

Dalle equazioni di Poisson segue

$$\frac{dA_1}{dt} = A_2 r - A_3 q$$

onde applicando le (1) otterremo

$$(1) \qquad \frac{1}{A_1}\frac{dA_1}{dt} = \frac{-\gamma_1(\gamma_2 r - \gamma_3 q) + i(\gamma_3 r + \gamma_2 q)}{\gamma_2^2 + \gamma_3^2}.$$

Ciò dimostra che quando siano noti $p, q, r;\ \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$, basta una sola quadratura per determinare i rimanenti coseni.

2. Premesse per chiarezza queste considerazioni elementari notissime, dimostriamo il teorema seguente:

Se p, q, r; $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ *sono funzioni uniformi del tempo, e non hanno altre singolarità che dei poli, e in questi punti gli ordini d'infinito delle* p, q, r *non superano quello di una almeno delle* $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$, *anche i rimanenti coseni saranno funzioni uniformi del tempo aventi delle singolarità polari soltanto.*

Se $p, q, r;\ \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ non hanno altre singolarità che dei poli, potremo scrivere

$$p = \frac{P}{D}, \quad q = \frac{Q}{D}, \quad r = \frac{R}{D},$$

$$\gamma_1 = \frac{\Gamma_1}{D}, \quad \gamma_2 = \frac{\Gamma_2}{D}, \quad \gamma_3 = \frac{\Gamma_3}{D}$$

ove P, Q, R; $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$; D sono funzioni intere di t, che supporremo ridotte a non avere più zeri comuni.

In tale ipotesi neppure $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$, D potranno avere zeri comuni, altrimenti una almeno delle p, q, r diverrebbe in un

(*) Cfr. Halphen, *Traité des fonctions elliptiques*, T. II, pag. 11.

punto infinita di ordine superiore a tutte le $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$, il che è contrario all'ipotesi.

Ciò premesso trasformiamo la equazione (3).

Avremo

$$\frac{1}{A_1}\frac{dA_1}{dt} = \frac{(1-\gamma_1)(\gamma_2 r - \gamma_3 q) - (\gamma_2 - i\gamma_3)(r - iq)}{\gamma_2^2 + \gamma_3^2} =$$

$$= \frac{-(1+\gamma_1)(\gamma_2 r - \gamma_3 q) + (\gamma_2 + i\gamma_3)(r + iq)}{\gamma_2^2 + \gamma_3^2}$$

e tenendo presente che

$$\gamma_2^2 + \gamma_3^2 = (1-\gamma_1)(1+\gamma_1) = (\gamma_2 - i\gamma_3)(\gamma_2 + i\gamma_3)$$

si otterrà

$$\frac{1}{A_1}\frac{dA_1}{dt} = \frac{\gamma_2 r - \gamma_3 q}{1+\gamma_1} - \frac{r - iq}{\gamma_2 + i\gamma_3} = -\frac{\gamma_2 r - \gamma_3 q}{1-\gamma_1} + \frac{r+iq}{\gamma_2 - i\gamma_3}.$$

Teniamo conto che

$$\gamma_2 r - \gamma_3 q = \frac{d\gamma_1}{dt};$$

la equazione precedente diverrà

$$\frac{1}{A_1}\frac{dA_1}{dt} = \frac{d}{dt}\log(1+\gamma_1) - \frac{r-iq}{\gamma_2 + i\gamma_3} = \frac{d}{dt}\log(1-\gamma_1) + \frac{r+iq}{\gamma_2 - i\gamma_3},$$

quindi

$$(4) \qquad \frac{1}{A_1}\frac{dA_1}{dt} = \frac{d}{dt}\log\left(\frac{D+\Gamma_1}{D}\right) - \frac{R-iQ}{\Gamma_2 + i\Gamma_3} =$$

$$= \frac{d}{dt}\log\left(\frac{D-\Gamma_1}{D}\right) + \frac{R+iQ}{\Gamma_2 - i\Gamma_3}.$$

I poli di $\frac{1}{A_1}\frac{dA_1}{dt}$ potranno trovarsi solo ove si annullano $D+\Gamma_1$, $D-\Gamma_1$, D, $\Gamma_2 + i\Gamma_3$, $\Gamma_2 - i\Gamma_3$.

Sia t_0 uno qualunque di questi punti. Se in esso non si annullano contemporaneamente Γ_2 e Γ_3, una almeno delle espressioni $\Gamma_2 + i\Gamma_3$ o $\Gamma_2 - i\Gamma_3$ sarà diversa da zero; quindi l'infinito di $\frac{1}{A_1}\frac{dA_1}{dt}$ dipenderà soltanto dal *primo termine* di una delle due espressioni in cui venne posta questa quantità nell'ultima formula. Siccome questi termini sono derivate logaritmiche di funzioni aventi sole singolarità polari, così segue che $\frac{1}{A_1}\frac{dA_1}{dt}$ diverrà nel punto t_0 *infinita del primo ordine con un residuo intero.*

Supponiamo ora che nel punto t_0 si annullino contemporaneamente Γ_2 e Γ_3: ivi si annulleranno $\Gamma_2 + i\Gamma_3$ e $\Gamma_2 - i\Gamma_3$; e poichè

$$(D + \Gamma_1)(D - \Gamma_1) = (\Gamma_2 + i\Gamma_3)(\Gamma_2 - i\Gamma_3),$$

così uno dei due fattori $D + \Gamma_1$ o $D - \Gamma_1$ si annullerà; e se ne dovrà annullare uno solo, giacchè, se ambedue si annullassero, sarebbero zero contemporaneamente $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, D$ il che è da escludersi. Si ha dunque che Γ_1 e D debbono avere nel punto t_0 nulla *o* la somma, *o* la differenza soltanto, quindi in t_0 esse *non* si annullano e

$$\lim_{t=t_0} \frac{\Gamma_1}{D} = \pm 1. \tag{6}$$

Consideriamo

$$\frac{d}{dt}(\gamma_2 \pm i\gamma_3) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\Gamma_2 \pm i\Gamma_3}{D}\right) = \frac{1}{D^2}\left(D\frac{d(\Gamma_2 \pm i\Gamma_3)}{dt} - (\Gamma_2 \pm i\Gamma_3)\frac{dD}{dt}\right).$$

Dalle equazioni di Poisson segue

$$\frac{d(\gamma_2 \pm i\gamma_3)}{dt} = \mp ip(\gamma_2 \pm i\gamma_3) - \gamma_1(r \mp iq) =$$

$$= \frac{1}{D^2}\left\{\mp iP(\Gamma_2 \pm i\Gamma_3) - \Gamma_1(R \mp iQ)\right\},$$

quindi

$$\frac{d(\Gamma_2 \pm i\Gamma_3)}{dt} = \frac{1}{D}(\Gamma_2 \pm i\Gamma_3)\left(\frac{dD}{dt} \mp iP\right) - \frac{\Gamma_1}{D}(R \mp iQ) \tag{7}$$

e per conseguenza

$$(8) \qquad \frac{R \mp iQ}{\frac{d}{dt}(\Gamma_2 \pm i\Gamma_3)} = \frac{R \mp iQ}{\frac{1}{D}(\Gamma_2 \pm i\Gamma_3)\left(\frac{dD}{dt} \mp iP\right) - \frac{\Gamma_1}{D}(R \mp iQ)}.$$

Supponiamo che $\Gamma_2 \pm i\Gamma_3$ abbia in t_0 uno zero di ordine n; ivi $\frac{d(\Gamma_2 \pm i\Gamma_3)}{dt}$ avrà uno zero di ordine $n - 1$ e per conseguenza dalla (7) resulterà che $R \mp iQ$ avrà in t_0 uno zero di ordine $n - 1$, e quindi

$$\frac{R \mp iQ}{\Gamma_2 \pm i\Gamma_3}$$

diverrà infinito del primo ordine.

Ricordiamo ora le due forme sotto cui si è posto $\frac{1}{A_1}\frac{dA_1}{dt}$ (Vedi (4)). Il primo termine dell'una o dell'altra espressione sarà certamente finito per $t = t_0$, quindi $\frac{1}{A_1}\frac{dA_1}{dt}$ avrà in t_0 un polo del primo ordine.

Calcoliamo il residuo: a tal fine basterà determinare il residuo del rapporto

$$\frac{R \mp iQ}{\Gamma_2 \pm i\Gamma_3}$$

il quale, come è noto, sarà dato da

$$\rho = n \lim_{t = t_0} \frac{R \mp iQ}{\frac{d}{dt}(\Gamma_2 \pm i\Gamma_3)}.$$

Serviamoci perciò della formula (8): avremo

$$\rho = n \lim_{t = t_0} \frac{R \mp iQ}{\frac{1}{D}(\Gamma_2 \pm i\Gamma_3)\left(\frac{dD}{dt} \mp iP\right) - \frac{\Gamma_1}{D}(R \mp iQ)} =$$

$$= n \lim_{t = t_0} \frac{-\frac{D}{\Gamma_1}}{1 - \frac{1}{\Gamma_1}\frac{(\Gamma_2 \pm i\Gamma_3)}{R \mp iQ}\left(\frac{dD}{dt} \mp iP\right)} = n \lim_{t = t_0}\left(-\frac{D}{\Gamma_1}\right).$$

Tenendo quindi presente la (6) si può concludere che il residuo è un numero intero.

Siamo dunque giunti al resultato che

$$\frac{1}{A_1}\frac{dA_1}{dt} = \frac{d}{dt}\log A_1$$

ha soltanto delle *singolarità polari del primo ordine con residui interi*. Ne segue che A_1 è una funzione uniforme con singolarità polari soltanto.

Ma tutti i nove coseni possono esprimersi razionalmente mediante $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, A_1$, dunque essi saranno funzioni uniformi del tempo aventi per singolarità soltanto dei poli, come si doveva dimostrare.

3. Il Teorema ora dimostrato equivale al seguente:

Se si possono porre p, q, r; $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ *sotto la forma*

$$(9)\quad p = \frac{P}{D},\ q = \frac{Q}{D},\ r = \frac{R}{D};\ \gamma_1 = \frac{\Gamma_1}{D},\ \gamma_2 = \frac{\Gamma_2}{D},\ \gamma_3 = \frac{\Gamma_3}{D}$$

con P, Q, R; $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$; D *funzioni uniformi ed intere del tempo, e se* $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$, D *non hanno alcuno zero comune, anche i rimanenti sei coseni saranno funzioni uniformi del tempo con sole singolarità polari.*

Infatti, come abbiamo veduto nel § precedente, se nei punti di singolarità gli ordini d'infinito di p, q, r non superano quello di una almeno delle $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$, si potranno scrivere le (9) ammettendo che $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$, D non abbiano alcuno zero a comune. Reciprocamente, se questa condizione sarà soddisfatta, D dovrà annullarsi in ogni punto di singolarità; e se n sarà l'ordine di zero della D in uno di questi punti, esisterà almeno una delle $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ il cui ordine d'infinito sarà n, mentre nello stesso punto nessuna fra le p, q, r potrà divenire infinita di ordine superiore ad n.

4. Passiamo ad applicare il teorema precedente, sotto l'ul-

tima forma in cui fu enunciato, al caso del *moto di un sistema nel quale sussistono moti interni stazionarii* (*).

In una precedente Nota furono ottenute le espressioni delle componenti p, q, r della rotazione (**).

Si ponga per semplicità

$$
(10)\begin{cases}
M_1 = \sqrt{\dfrac{\lambda_3 - \lambda_2}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_4-\lambda_1)}}\ \sqrt{(\lambda_1 - A)(\lambda_1 - B)(\lambda_1 - C)} \\[2ex]
M_2 = \sqrt{\dfrac{\lambda_1 - \lambda_3}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_4-\lambda_2)}}\ \sqrt{(\lambda_2 - A)(\lambda_2 - B)(\lambda_2 - C)} \\[2ex]
M_3 = \sqrt{\dfrac{\lambda_2 - \lambda_1}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)(\lambda_4-\lambda_3)}}\ \sqrt{(\lambda_3 - A)(\lambda_3 - B)(\lambda_3 - C)} \\[2ex]
M_4 = \sqrt{(e_{(r+1)} - e_{(r)})\dfrac{(\lambda_{(r+2)} - \lambda_{(r+1)})(\lambda_{(r)} - \lambda_{(r+2)})}{(\lambda_4 - \lambda_{(r+1)})(\lambda_4 - \lambda_{(r)})}}\ \dfrac{\sqrt{(\lambda_4 - A)(\lambda_4 - B)(\lambda_4 - C)}}{\lambda_{(r+2)} - \lambda_4}
\end{cases}
$$

si avrà

$$
(11)\begin{cases}
p = m_1 \dfrac{\dfrac{M_1}{\lambda_1 - A}\sigma_1 + \dfrac{M_2}{\lambda_2 - A}\sigma_2 + \dfrac{M_3}{\lambda_3 - A}\sigma_3 + \dfrac{M_4}{\lambda_4 - A}\sigma}{M_1\sigma_1 + M_2\sigma_2 + M_3\sigma_3 + M_4\sigma} \\[3ex]
q = m_2 \dfrac{\dfrac{M_1}{\lambda_1 - B}\sigma_1 + \dfrac{M_2}{\lambda_2 - B}\sigma_2 + \dfrac{M_3}{\lambda_3 - B}\sigma_3 + \dfrac{M_4}{\lambda_4 - B}\sigma}{M_1\sigma_1 + M_2\sigma_2 + M_3\sigma_3 + M_4\sigma} \\[3ex]
r = m_3 \dfrac{\dfrac{M_1}{\lambda_1 - C}\sigma_1 + \dfrac{M_2}{\lambda_2 - C}\sigma_2 + \dfrac{M_3}{\lambda_3 - C}\sigma_3 + \dfrac{M_4}{\lambda_4 - C}\sigma}{M_1\sigma_1 + M_2\sigma_2 + M_3\sigma_3 + M_4\sigma}
\end{cases}
$$

Abbiamo ora, scegliendo per asse z l'asse fisso della coppia di quantità di moto,

$$\gamma_1 = \frac{Ap + m_1}{K},\quad \gamma_2 = \frac{Bq + m_2}{K},\quad \gamma_3 = \frac{Cr + m_3}{K}$$

(*) Vedi le mie Note: *Sulla teoria dei moti del polo terrestre; Sul moto di un sistema nel quale sussistono moti interni stazionarii; Sopra un sistema di equazioni differenziali.* " Atti R. Acc. di Torino 1895 ".

(**) Vedi la terza delle note citate, form. (20) e seguenti.

quindi dalle formole precedenti seguirà

$$
(12)\quad \left\{
\begin{aligned}
\Upsilon_1 &= \frac{m_1}{K}\,\frac{\dfrac{\lambda_1 M_1}{\lambda_1 - A}\sigma_1 + \dfrac{\lambda_2 M_2}{\lambda_2 - A}\sigma_2 + \dfrac{\lambda_3 M_3}{\lambda_3 - A}\sigma_3 + \dfrac{\lambda_4 M_4}{\lambda_4 - A}\sigma}{M_1\sigma_1 + M_2\sigma_2 + M_3\sigma_3 + M_4\sigma} \\
\Upsilon_2 &= \frac{m_2}{K}\,\frac{\dfrac{\lambda_1 M_1}{\lambda_1 - B}\sigma_1 + \dfrac{\lambda_2 M_2}{\lambda_2 - B}\sigma_2 + \dfrac{\lambda_3 M_3}{\lambda_3 - B}\sigma_3 + \dfrac{\lambda_4 M_4}{\lambda_4 - B}\sigma}{M_1\sigma_1 + M_2\sigma_2 + M_3\sigma_3 + M_4\sigma} \\
\Upsilon_3 &= \frac{m_3}{K}\,\frac{\dfrac{\lambda_1 M_1}{\lambda_1 - C}\sigma_1 + \dfrac{\lambda_2 M_2}{\lambda_2 - C}\sigma_2 + \dfrac{\lambda_3 M_3}{\lambda_3 - C}\sigma_3 + \dfrac{\lambda_4 M_4}{\lambda_4 - C}\sigma}{M_1\sigma_1 + M_2\sigma_2 + M_3\sigma_3 + M_4\sigma}
\end{aligned}
\right.
$$

Si sono dunque ottenuti p, q, r; Υ_1, Υ_2, Υ_3 sotto la forma (9) in cui

$$
(13)\quad \left\{
\begin{aligned}
P &= m_1\left(\frac{M_1}{\lambda_1 - A}\sigma_1 + \frac{M_2}{\lambda_2 - A}\sigma_2 + \frac{M_3}{\lambda_3 - A}\sigma_3 + \frac{M_4}{\lambda_4 - A}\sigma\right) \\
Q &= m_2\left(\frac{M_1}{\lambda_1 - B}\sigma_1 + \frac{M_2}{\lambda_2 - B}\sigma_2 + \frac{M_3}{\lambda_3 - B}\sigma_3 + \frac{M_4}{\lambda_4 - B}\sigma\right) \\
R &= m_3\left(\frac{M_1}{\lambda_1 - C}\sigma_1 + \frac{M_2}{\lambda_2 - B}\sigma_2 + \frac{M_3}{\lambda_3 - C}\sigma_3 + \frac{M_4}{\lambda_4 - C}\sigma\right)
\end{aligned}
\right.
$$

$$
(14)\quad \left\{
\begin{aligned}
\Gamma_1 &= \frac{m_1}{K}\left(\frac{\lambda_1 M_1}{\lambda_1 - A}\sigma_1 + \frac{\lambda_2 M_2}{\lambda_2 - A}\sigma_2 + \frac{\lambda_3 M_3}{\lambda_3 - A}\sigma_3 + \frac{\lambda_4 M_4}{\lambda_4 - A}\sigma\right) \\
\Gamma_2 &= \frac{m_2}{K}\left(\frac{\lambda_1 M_1}{\lambda_1 - B}\sigma_1 + \frac{\lambda_2 M_2}{\lambda_2 - B}\sigma_2 + \frac{\lambda_3 M_3}{\lambda_3 - B}\sigma_3 + \frac{\lambda_4 M_4}{\lambda_4 - B}\sigma\right) \\
\Gamma_3 &= \frac{m_3}{K}\left(\frac{\lambda_1 M_1}{\lambda_1 - C}\sigma_1 + \frac{\lambda_2 M_2}{\lambda_2 - C}\sigma_2 + \frac{\lambda_3 M_3}{\lambda_3 - C}\sigma_3 + \frac{\lambda_4 M_4}{\lambda_4 - C}\sigma\right) \\
D &= \quad M_1\sigma_1 + M_2\sigma_2 + M_3\sigma_3 + M_4\sigma
\end{aligned}
\right.
$$

Per dimostrare che i rimanenti sei coseni sono funzioni uniformi del tempo, aventi sole singolarità polari, basterà provare, in virtù del teorema del § 3, che D, Γ_1, Γ_2, Γ_3 non possono annullarsi contemporaneamente. Posto

$$
M_1\sigma_1 = y_1,\quad M_2\sigma_2 = y_2,\quad M_3\sigma_3 = y_3,\quad M_4\sigma = y_4
$$

e tenendo presente che si sono supposte m_1, m_2, m_3 diverse da

zero, le equazioni che si ottengono annullando D, Γ_1, Γ_2, Γ_3, prendono la forma:

$$(15)\quad \left\{\begin{aligned} & y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 0 \\ & \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - A} y_1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - A} y_2 + \frac{\lambda_3}{\lambda_3 - A} y_3 + \frac{\lambda_4}{\lambda_4 - A} y_4 = 0 \\ & \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - B} y_1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - B} y_2 + \frac{\lambda_3}{\lambda_3 - B} y_3 + \frac{\lambda_4}{\lambda_4 - B} y_4 = 0 \\ & \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - C} y_1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - C} y_2 + \frac{\lambda_3}{\lambda_3 - C} y_3 + \frac{\lambda_4}{\lambda_4 - C} y_4 = 0 \end{aligned}\right.$$

Il determinante dei coefficienti di y_1, y_2, y_3, y_4 sarà dunque

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1\ , & 1\ , & 1\ , & 1 \\ \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - A}, & \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - A}, & \frac{\lambda_3}{\lambda_3 - A}, & \frac{\lambda_4}{\lambda_4 - A} \\ \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - B}, & \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - B}, & \frac{\lambda_3}{\lambda_3 - B}, & \frac{\lambda_4}{\lambda_4 - B} \\ \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - C}, & \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - C}, & \frac{\lambda_3}{\lambda_3 - C}, & \frac{\lambda_4}{\lambda_4 - C} \end{vmatrix}$$

Sviluppandolo ne otteniamo il valore dato da

$$\frac{ABC(B-A)(C-A)(C-B)(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_1-\lambda_4)(\lambda_2-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_4)(\lambda_3-\lambda_4)}{(\lambda_1-A)(\lambda_2-A)(\lambda_3-A)(\lambda_4-A)(\lambda_1-B)(\lambda_2-B)(\lambda_3-B)(\lambda_4-B)(\lambda_1-C)(\lambda_2-C)(\lambda_3-C)(\lambda_4-C)}$$

Il denominatore di questa espressione non è altro che il prodotto $\alpha\beta\gamma$, adottando le notazioni usate nel § 6 della seconda delle note citate, quindi esso è eguale a

$$-\frac{ABC\, m_1^2 m_2^2 m_3^2 (B-A)^2 (C-A)^2 (C-B)^2}{8h^3}$$

e perciò

$$\Delta = 8h^3 \frac{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_1-\lambda_4)(\lambda_2-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_4)(\lambda_3-\lambda_4)}{m_1^2 m_2^2 m_3^2 (B-A)(C-B)(A-C)}.$$

Ne segue, poichè si sono ammesse le radici diverse fra loro, che Δ non si annulla. Le (15) dunque non potrebbero essere soddisfatte che prendendo $y_1 = y_2 = y_3 = y_4 = 0$, il che è impossibile, perchè M_1, M_2, M_3, M_4 sono diverse da zero e le quattro funzioni σ non hanno zeri a comune.

Possiamo dunque concludere che *i coseni* $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$; $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ *sono al pari di* $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ *funzioni uniformi del tempo aventi solo delle singolarità polari.*

5. Per ottenere le effettive espressioni dei nove coseni basterà che determiniamo quelle di

$$1 + \gamma_1, \quad \gamma_2 + i\gamma_3, \quad \alpha_1 + i\beta_1,$$

giacchè, come abbiamo veduto, i coseni stessi si otterranno razionalmente mediante queste tre quantità (Vedi § 1).

Dalla espressione di D segue che

$$\frac{D}{\sigma} = M_1 \frac{\sigma_1}{\sigma} + M_2 \frac{\sigma_2}{\sigma} + M_3 \frac{\sigma_3}{\sigma} + M_4 = f(u).$$

$f(u)$ è dunque una funzione doppiamente periodica con i periodi 4ω e $4\omega'$ (*), onde posto $u = 2v$, avremo che $f(2v) = \varphi(v)$ sarà una funzione di v doppiamente periodica con i periodi 2ω e $2\omega'$. La $\varphi(v)$ diverrà infinita del primo ordine, entro il parallelogrammo dei periodi nei punti $0, \omega, \omega', \omega''$, quindi sarà una funzione ellittica del quarto grado e potrà porsi (**)

$$\varphi(v) = C_1 \frac{\sigma\left(v - \frac{u_1}{2}\right) \sigma\left(v - \frac{u_2}{2}\right) \sigma\left(v - \frac{u_3}{2}\right) \sigma\left(v - \frac{u_4}{2}\right)}{\sigma v \; \sigma(v - \omega) \; \sigma(v - \omega') \; \sigma(v - \omega'')}$$

supponendo $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 4\omega''$ e C_1 costante.

Per conseguenza avremo

$$D = C_1 \, \sigma\left(\frac{u - u_1}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - u_2}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - u_3}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - u_4}{2}\right) G$$

(*) Vedi Weierstrass, *Formeln und Lehrsätze*, pag. 28.
(**) Ibid., pag. 15.

essendo

$$G = \frac{\sigma u}{\sigma \frac{u}{2}\, \sigma\left(\frac{u}{2} - \omega\right) \sigma\left(\frac{u}{2} - \omega'\right) \sigma\left(\frac{u}{2} - \omega''\right)}.$$

In modo analogo si otterrà

$$D + \Gamma_1 = C_2\, \sigma\left(\frac{u - v_1}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - v_2}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - v_3}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - v_4}{2}\right) G$$

$$\Gamma_2 + i\Gamma_3 = C_3\, \sigma\left(\frac{u - w_1}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - w_2}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - w_3}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - w_4}{2}\right) G$$

in cui C_2 e C_3 sono costanti e

$$v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = 4\omega''.$$

Ne segue che $1 + \gamma_1$ e $\gamma_2 + i\gamma_3$ hanno le espressioni seguenti

$$(16)\begin{cases} 1 + \gamma_1 = L_1 \dfrac{\sigma\left(\frac{u - v_1}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - v_2}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - v_3}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - v_4}{2}\right)}{\sigma\left(\frac{u - u_1}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - u_2}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - u_3}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - u_4}{2}\right)} \\[2ex] \gamma_2 + i\gamma_3 = L_2 \dfrac{\sigma\left(\frac{u - w_1}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - w_2}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - w_3}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - w_4}{2}\right)}{\sigma\left(\frac{u - u_1}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - u_2}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - u_3}{2}\right) \sigma\left(\frac{u - u_4}{2}\right)} \end{cases}$$

in cui deve supporsi (*)

$$\frac{u_1 + u_2 + u_3 + u_4}{2} = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + v_4}{2} = \frac{w_1 + w_2 + w_3 + w_4}{2} \equiv 0$$

e L_1 e L_2 costanti.

(*) Scriveremo $a \equiv b$ quando i due numeri a e b differiranno per multipli interi dei periodi 2ω e $2\omega'$.

Osserviamo ora che le funzioni

$$
(17)\quad \begin{cases}
D' = \sigma\left(\frac{u-u_1}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-u_2}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-u_3}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-u_4}{2}\right)= \\
\quad = \sigma\left(v-\frac{u_1}{2}\right)\sigma\left(v-\frac{u_2}{2}\right)\sigma\left(v-\frac{u_3}{2}\right)\sigma\left(v-\frac{u_4}{2}\right) \\
D' + \Gamma' = L_1\,\sigma\left(\frac{u-v_1}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-v_2}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-v_3}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-v_4}{2}\right)= \\
\quad = L_1\,\sigma\left(v-\frac{v_1}{2}\right)\sigma\left(v-\frac{v_2}{2}\right)\sigma\left(v-\frac{v_3}{2}\right)\sigma\left(v-\frac{v_4}{2}\right) \\
\Gamma'_2 + i\Gamma'_3 = L_2\sigma\left(\frac{u-w_1}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-w_2}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-w_3}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-w_4}{2}\right)= \\
\quad = L_1\,\sigma\left(v-\frac{w_1}{2}\right)\sigma\left(v-\frac{w_2}{2}\right)\sigma\left(v-\frac{w_3}{2}\right)\sigma\left(v-\frac{w_4}{2}\right)
\end{cases}
$$

sono funzioni intere e quindi potranno sostituirsi in tutte le formule dei § precedenti alle D, $D+\Gamma_1$, $\Gamma_2+i\,\Gamma_3$; in particolare potremo sostituire alla (4) l'altra

$$
(4')\qquad \frac{1}{A_1}\frac{dA_1}{dt} = \frac{d}{dt}\log\left(\frac{D'+\Gamma'}{D'}\right) - \frac{R'-iQ'}{\Gamma'_2+i\Gamma'_3} = \psi(t)
$$

in cui si è posto

$$
R - iQ = (R' - iQ')\,\frac{\sigma u}{\sigma\frac{u}{2}\,\sigma\left(\frac{u}{2}-\omega\right)\sigma\left(\frac{u}{2}-\omega'\right)\sigma\left(\frac{u}{2}-\omega''\right)}
$$

Abbiamo $t = n\,(u-u_0) = 2n\left(v-\frac{u_0}{2}\right)$ (Form. (27) della 2ª Nota citata) con n ed u_0 costanti, quindi

$$
\frac{1}{A_1}\frac{dA_1}{dv} = \frac{d}{dv}\log\left(\frac{D'+\Gamma'}{D'}\right) - \frac{1}{2n}\,\frac{R'-iQ'}{\Gamma'_2+i\Gamma'_3} = \psi_1(v)
$$

ed è evidente che $\psi_1(v)$ considerata come funzione di v avrà nei punti corrispondenti gli stessi residui di $\psi(t)$ considerata come funzione di t.

Ciò premesso supponiamo dapprima che nessuna delle u_i sia

congruente ad una delle v_i; allora anche nessuna delle w_i sarà congruente ad una delle u_i, perchè ove si annulla $\Gamma'_2 + i\,\Gamma'_3$ ivi deve annullarsi o $D' + \Gamma'$ o $D' - \Gamma'$ e se si annullasse contemporaneamente anche D', risulterebbe che D' e $D' + \Gamma'$ si annullerebbero insieme, il che è contro la ipotesi fatta. Si ha dunque che nei punti w_i non si annullano nè D' nè Γ', quindi potrà concludersi che

1° nei punti $v \equiv \frac{v_i}{2}$, la funzione

$$\frac{d}{dv} \log\left(\frac{D' + \Gamma'}{D'}\right)$$

diviene infinita del primo ordine col residuo eguale a $+1$;

2° nei punti $v \equiv \frac{u_i}{2}$ la funzione

$$\frac{d}{dv} \log\left(\frac{D' + \Gamma'}{D'}\right)$$

diviene infinita del primo ordine col residuo eguale a -1;

3° nei punti $v \equiv \frac{w_i}{2}$ la funzione

$$-\frac{1}{2n}\,\frac{R' - i\,Q'}{\Gamma_2' + i\,\Gamma'_3} \tag{18}$$

diviene infinita col residuo eguale a ± 1.

Prendiamo i punti $\frac{w_1}{2}, \frac{w_2}{2}, \frac{w_3}{2}, \frac{w_4}{2}$ entro il parallelogrammo dei periodi; per un noto teorema la somma dei residui della funzione (18) entro il parallelogrammo dei periodi dovrà essere nulla; quindi in due fra i quattro punti $\frac{w_i}{2}$ il residuo dovrà essere eguale ad 1 negli altri due sarà eguale a -1. Ricordando ora (Vedi § 2) che la funzione (18) ha il residuo eguale a $+1$ ove si annulla $D' - \Gamma'$, ed il residuo eguale a -1 ove si annulla $D' + \Gamma'$, dovremo avere che in due punti, per es.: $\frac{w_3}{2}, \frac{w_4}{2}$, dovrà annullarsi $D' + \Gamma'$ e nei due rimanenti, $\frac{w_1}{2}$ e $\frac{w_2}{2}$, dovrà annullarsi $D' - \Gamma'$. Potremo dunque scegliere v_3 e v_4 in modo che sia $v_3 = w_3$, $v_4 = w_4$ ed allora avremo:

1° nei punti

$$v \equiv \frac{v_1}{2}, \quad v \equiv \frac{v_2}{2}, \quad v \equiv \frac{w_1}{2}, \quad v \equiv \frac{w_2}{2}$$

la funzione

$$\frac{1}{A_1}\frac{dA_1}{dv} \tag{19}$$

diverrà infinita del primo ordine col residuo $+1$;

2° nei punti $v \equiv \frac{u_i}{2}$ la funzione stessa diverrà infinita del primo ordine col residuo -1;

3° la funzione (19) non avrà altri punti singolari che i precedenti.

Per conseguenza (*) potremo scrivere

$$\frac{1}{A_1}\frac{dA_1}{dv} = \zeta\left(v-\frac{v_1}{2}\right) + \zeta\left(v-\frac{v_2}{2}\right) + \zeta\left(v-\frac{w_1}{2}\right) + \zeta\left(v-\frac{w_2}{2}\right) -$$

$$- \zeta\left(v-\frac{u_1}{2}\right) - \zeta\left(v-\frac{u_2}{2}\right) - \zeta\left(v-\frac{u_3}{2}\right) - \zeta\left(v-\frac{u_4}{2}\right) + 2m$$

denotando con m una quantità costante.

Integrando otterremo, essendo L_3 costante,

$$A_1 = L_3 \frac{\sigma\left(v-\frac{v_1}{2}\right)\sigma\left(v-\frac{v_2}{2}\right)\sigma\left(v-\frac{w_1}{2}\right)\sigma\left(v-\frac{w_2}{2}\right)}{\sigma\left(v-\frac{u_1}{2}\right)\sigma\left(v-\frac{u_2}{2}\right)\sigma\left(v-\frac{u_3}{2}\right)\sigma\left(v-\frac{u_4}{2}\right)} e^{2mv} =$$

$$= L_3 \frac{\sigma\left(\frac{u-v_1}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-v_2}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-w_1}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-w_2}{2}\right)}{\sigma\left(\frac{u-u_1}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-u_2}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-u_3}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-u_4}{2}\right)} e^{mu}.$$

Riprendendo le formule (16) e tenendo conto che $w_3 = v_3$, $w_4 = v_4$, avremo dunque

(*) Vedi WEIERSTRASS, *Op. cit.*, pag. 20.

$$
(20)\quad\left\{\begin{aligned}
1+\gamma_1 &= L_1\,\frac{\sigma\left(\frac{u-v_1}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-v_2}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-v_3}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-v_4}{2}\right)}{\sigma\left(\frac{u-u_1}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-u_2}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-u_3}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-u_4}{2}\right)}\\
\gamma_2+i\gamma_3 &= L_2\,\frac{\sigma\left(\frac{u-w_1}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-w_2}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-v_3}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-v_4}{2}\right)}{\sigma\left(\frac{u-u_1}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-u_2}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-u_3}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-u_4}{2}\right)}\\
\alpha_1+i\beta_1 &= L_3\,\frac{\sigma\left(\frac{u-v_1}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-v_2}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-w_1}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-w_2}{2}\right)}{\sigma\left(\frac{u-u_1}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-u_2}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-u_3}{2}\right)\sigma\left(\frac{u-u_4}{2}\right)}\,e^{mu}
\end{aligned}\right.
$$

nelle quali deve supporsi

$$
(21)\quad w_1+w_2=v_1+v_2,\quad \frac{u_1+u_2+u_3+u_4}{2}=\frac{v_1+v_2+v_3+v_4}{2}\equiv 0.
$$

Le (20) ci dànno la espressione generale delle tre quantità da cui dipendono razionalmente i nove coseni. Un esame facile ci prova che la forma stessa non si altera supponendo congruenti fra loro alcuni dei punti u_i e v_i.

Restano soltanto da determinare le relazioni fra le costanti u_i, v_i, w_i; L_1, L_2, L_3, m e le costanti meccaniche del problema.

6. Se si tiene presente l'analisi mediante la quale Jacobi, e quelli che hanno trattato i problemi della rotazione dei corpi, sono giunti alla loro risoluzione, si riconosce che essa consta di due parti, la prima delle quali è rivolta alla determinazione delle componenti della rotazione e di tre coseni, l'altra a quella dei rimanenti coseni. La seconda è di gran lunga più difficile e complicata della prima ed alla sua semplificazione furono rivolti quasi tutti gli sforzi dei continuatori dell'opera di Jacobi.

Il teorema del § 2 ci ha fatto superare nel nostro caso questa parte più delicata della questione, almeno per ciò che riguarda la forma che debbono assumere i coseni, senza esigere quasi nessun calcolo. La via diretta ci avrebbe reso necessario il calcolo e l'esame della espressione (3) che sarebbe resultata eguale al rapporto di due polinomii razionali e interi di terzo grado nelle σ; mentre è bastato l'assicurarsi della impossibilità che si annullino contemporaneamente i numeratori ed il deno-

minatore delle espressioni di $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$, per poter riconoscere che i rimanenti coseni sono funzioni uniformi del tempo con sole singolarità polari, e quindi poter giungere alla forma che debbono avere i coseni stessi.

Lo stesso teorema applicato al problema di Eulero ed a quello di Lagrange, avrebbe condotto con eguale facilità alla medesima conclusione.

In uno di quei mirabili scritti di Jacobi sulla rotazione dei corpi, che alla sua morte sono restati allo stato di frammenti inediti, e che vennero pubblicati nel secondo volume delle sue opere (*), si trova posta in chiara luce l'intima ragione del successo del suo procedimento d'integrazione nel caso del problema di Eulero. Essa consiste in ciò: che l'angolo ψ di Eulero che la intersezione dei piani $\xi\eta$ e xy forma con l'asse x si esprime mediante una somma di integrali ellittici di terza specie *a cui è legato il divisore* $2i$; onde presentandosi la stessa circostanza favorevole nel problema di Lagrange, Jacobi potè stabilire *a priori* che il suo procedimento era suscettibile di estendersi anche a questo caso.

Esaminiamo ora quale relazione passa fra l'esistenza del divisore $2i$ di Jacobi ed il teorema del § 2.

L'espressione della derivata dell'angolo ψ di Eulero è

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{p\gamma_1 + q\gamma_2}{1-\gamma_3^2} = \frac{(p+iq)(\gamma_1 - i\gamma_2) + i(\gamma_2 p - \gamma_1 q)}{1-\gamma_3^2} =$$

$$= \frac{1}{2i}\left[\frac{d}{dt}\log\frac{1-\gamma_3}{1+\gamma_3} - 2\frac{q-ip}{\gamma_1+i\gamma_2}\right] = \frac{1}{2i}\left[\frac{d}{dt}\log\frac{D-\Gamma_3}{D+\Gamma_3} - 2\frac{Q-iP}{\Gamma_1+i\Gamma_2}\right].$$

Nella ipotesi che $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$, D non si annullino contemporaneamente, ripetendo un ragionamento analogo a quello fatto nel § 2, si può concludere che $\frac{d\psi}{dt}$ è una funzione uniforme le cui singolarità sono dei poli del primo ordine aventi i residui eguali a $\frac{n}{2i}$ con n intero. L'esistenza del divisore di Jacobi dipende quindi dal teorema del § 2; ossia è il non annullarsi contemporaneamente di D, $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$, che ne porta per conseguenza l'esistenza.

(*) Jacobi's *Werke*, II Band, pag. 477.

Noi abbiamo così il vero significato e la portata del teorema del § 2. Esso ci fa fare un passo nel senso che sostituisce al calcolo di $\frac{d\psi}{dt}$ ed alla ricerca del divisore di Jacobi in questa espressione, l'esame diretto di $p, q, r; \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$.

Trionici di Monteviale;

Nota del Dott. FEDERICO SACCO

Or è un anno presentavo a questa Accademia una breve Nota sopra i Trionici di Monte Bolca (1).

L'anno scorso in una escursione nel Vicentino ebbi occasione di esaminare due magnifici esemplari di Trionici di Monteviale stati scoperti due anni fa negli strati lignitiferi di detta località dal noto ricercatore Attilio Cerato. A nome del Direttore del R. Museo Geologico di Torino feci acquisto, per detto Museo, dell'esemplare più interessante, mentre dell'altro feci un esame sul posto ritraendone la fotografia; ed ora con questa breve Nota presento il risultato dello studio di tali due esemplari.

Per le generalità riguardo ai Trionici fossili del Vicentino ed alle varie considerazioni che si possono fare a loro riguardo, rimando a quanto ho esposto nella sovraccennata mia Nota sui Trionici del M. Bolca. Mi limito qui ad accennare come i fossili in questione siano conservati fra schisti lignitici in uno stato di mediocre compressione ma di abbastanza soddisfacente conservazione generale.

Il giacimento di Monteviale, in cui si rinvennero i Trionici in esame, per la presenza di resti di *Anthracotherium magnum*, sembra riferibile all'Oligocene inferiore.

---

(1) SACCO F., *Trionici di Monte Bolca*, " Atti R. Acc. Sc. di Torino ", vol. XXIX, 1894.

Trionyx Capellinii Negr. var. ***gracilina*** Sacc.

L'esemplare mostra il clipeo dalla parte superiore, quasi completamente conservato sul lato sinistro e nella parte inferiore del lato destro, mancante e parzialmente spostato nel resto.

Sotto il clipeo appaiono qua e là parti del piastrone e del cingolo scapolare. La regione neurale nella sua parte medio-inferiore venne spinta un po' a sinistra per lo spostamento sovraccennato.

Il clipeo ha un'altezza di circa 26 centim. per un diametro massimo trasversale di circa 26 centimetri e mezzo. Nel complesso ha una forma ovolare, slanciata, assai caratteristica. La sua reticolatura è alquanto simile a quella del *Tr. Capellinii* ma nell'assieme è un po' più morbida, meno profonda, alquanto più attenuata. Il lato posteriore è appena appena arcuato.

La piastra nucale venne fortemente spostata verso destra e verso il basso, andandone anche perdùta la porzione sinistra. È complessivamente assai sviluppata senza accenni di canaletti marginali. Molto spiccata la sua insenatura medio-anteriore.

Le piastre costali sono ampie, regolari, solo con accenni qua e là di solcolelli marginali che si vanno perdendo verso la periferia. Ma già nella 5ª piastra, ancor più nella 6ª, spiccatissimo poi nella 7ª o piastra caudale, si nota nella forma in esame il carattere che esse sono assai sviluppate in senso trasversale, relativamente alquanto strette, ed inoltre esse discendono verso l'indietro e l'esterno molto meno fortemente di quanto verifichisi nelle forme affini, contemporanee e con essa abitanti. Infatti mentre in queste le piastre caudali assumono complessivamente una forma conica più o meno accentuata, nell'esemplare in esame detta piastra mostrasi relativamente appiattita. Solo il *Tr. schaurothianus* De Zign. presenta due piastre caudali un po' meno fortemente coniche, ma ancora ben differenti dal relativo appiattimento della forma in esame.

La 1ª piastra neurale è lunga circa 38 millimetri e larga circa 18 millim.; parzialmente mascherata in avanti dalla piastra nucale spostata.

La 2ª piastra neurale è ancor più gracile della prima, presentando una lunghezza di millim. 35 per millim. 16 di larghezza circa.

La 3ª piastra neurale è pure assai gracile, della lunghezza di circa 28 millim. con una larghezza di 16 millim.

La 4ª piastra neurale pur essendo relativamente gracile ha una forma trapezioidale più spiccata delle precedenti. La sua lunghezza è di millim. 26 e mezzo per 15 millim. di massima larghezza.

La 5ª piastra neurale è molto differente dalle prime quattro; è un vero rettangolo, lungo 23 millim. e largo circa 11 millimetri; nè i suoi margini si attaccano ad alcuna delle suture intercostali.

La 6ª piastra neurale assume di nuovo la forma trapezioidale delle prime, ma capovolta; colla massima larghezza di 17 millim. ed una lunghezza di circa 23 millim.

La 7ª piastra neurale ha una forma irregolarmente esagonale, ma col lato inferiore talmente stretto che detta piastra sembra quasi un pentagono relativamente ampio, cioè della larghezza di millim. 15, per una lunghezza di circa 16 millim.

Attorno e sotto al clipeo appaiono parti abbastanza notevoli del piastrone, terminazioni costali, resti dell'estremità anteriore sinistra ed il cingolo scapolare destro, ma essi non presentano speciali caratteri da menzionare.

Considerando ora nel complesso il fossile esaminato e comparandolo colle più prossime Trionici esso sembra particolarmente affine al *Trionyx Capellinii* Negr. (1) trovato negli schisti lignitiferi del Monte Bolca, e di cui una varietà, var. *montevialensis* Negr., fu pure già segnalata nelle ligniti di Monteviale.

---

(1) Negri A., *Trionici eocenici ed oligocenici del Vicentino*, " Soc. ital. delle Sc. (detta dei XL) ", tomo VIII, serie III, 1892.

Però la forma complessiva spiccatamente ovale-allungata e non rotondeggiante, le sue dimensioni assai minori, la reticolatura molto meno profonda, le piastre neurali assai più lunghe e gracili, e specialmente le piastre caudali molto estese trasversalmente e non costituenti nell'assieme una figura conica, sono caratteri assai spiccati che distinguono nettamente la *Trionyx* esaminata dalla *Tr. Capellinii* e parrebbero quasi doverla far considerare come una specie, bensì affine, ma distinta da quella.

Però pensando che forse alcuni dei caratteri differenziali sovraccennati sono attribuibili allo stato non completamente adulto della forma esaminata, e considerando la *Trionyx Capellinii* in senso alquanto lato, cioè comprendendovi la forma *schaurothiana*, credo che l'esemplare descritto possa ancora ritenersi come una varietà di detta specie.

Nel caso poi che ulteriori ricerche avessero a provare che il *Tr. schaurothianus* è specie distinta dal *Tr. Capellinii,* la forma esaminata sarebbe a considerarsi come varietà di *Trionyx schaurothianus* (1), varietà che distinguo col nome di *gracilina*.

Trionyx Capellinii Negr. var. *perexpansa* Sacc.

Grande esemplare (2) appartenente certamente ad un individuo affatto adulto; esso mostra il clipeo dalla parte superiore e schiacciato in modo da esservisi verificata la solita depressione ovalare centrale che osservasi generalmente nei Trionici dei giacimenti di Monte Bolca e Monte Viale.

Il cranio è conservato nella sua posizione naturale, ma è talmente guasto che riesce impossibile farvi studî e comparazioni valevoli.

Il clipeo è ampio, caratteristico pel grande sviluppo trasversale della porzione medio-anteriore. Il suo diametro trasversale è quasi eguale a quello longitudinale, cioè di circa 31 millimetri.

(1) Negri A., *Nuove notizie sopra i Trionici delle ligniti di Monteviale*, Padova, 1893.

(2) Acquistato recentemente dal barone De Bayet di Bruxelles.

In causa della forte compressione subìta non soltanto il clipeo si depresse nella regione centrale, ma si verificarono pure fratture e leggeri spostamenti, specialmente nella regione neurale anteriore.

La reticolatura superficiale è molto accentuata, specialmente verso la periferia dove assume un andamento concentrico assai spiccato, in modo da costituire quasi dei canali marginali.

Il margine posteriore è abbastanza spiccatamente arcuato.

La piastra nucale è assai larga ma pochissimo incavata nel margine anteriore.

Le piastre costali sono generalmente assai grandi e robuste, ma senza speciali caratteri da notarsi. Vi mancano per lo più i canaletti marginali che in forme affini osservansi lungo le suture intercostali; solo ne esiste qualche cenno un po' spiccato nelle piastre costali ultime di destra; ciò prova la relativamente piccola importanza di detto carattere.

Le piastre costali ultime o caudali assumono nel complesso una forma sub-conica assai notevole.

La 1ª piastra neurale, guasta nella parte inferiore, è lunga circa 46 millim.

La 2ª piastra neurale, pure guasta e spostata nella parte anteriore, è anche lunga circa 46 millim., ma più spiccatamente trapezioidale.

La 3ª piastra neurale, lunga circa 30 millim., è assai tozza; inoltre presenta, poco sotto la sua metà, una depressione lineare trasversa, una specie di canaletto che farebbe dubitare che questa piastra fosse divisa in due.

La 4ª piastra neurale è caratteristica per assumere una forma sub-rettangolare; essa è relativamente corta, misurando solo 29 millim. circa nel suo diametro assiale.

La 5ª piastra neurale è nettamente rettangolare, lunga circa 28 millim.

La 6ª piastra, della lunghezza di circa 28 millim., ritorna alla forma sub-trapezioidale, ma capovolta.

Infine la 7ª piastra neurale, lunga appena 20 millim., assume una forma irregolarmente pentagonale.

Attorno al clipeo, specialmente al suo lato infero-sinistro, compaiono le parti terminali delle coste.

Confrontando l'esemplare ora descritto coi Trionici fossili più affini si trova che esso si avvicina particolarmente al *Tr. Capellinii*, comprendendo però questa specie in senso largo tanto da inglobarvi la forma *schaurothiana* che alcuni ritengono come specie distinta. Infatti l'esemplare sopra esaminato per la forma complessiva, ornamentazione, caratteri di alcune piastre neurali e della piastra caudale, ecc. si avvicina quasi più al *Tr. schaurothianus* che al tipico *Tr. Capellinii.*

Ma la forma in questione si distingue nettamente da quelle sovraccennate per la grande espansione trasversale del clipeo nella sua parte medio-anteriore, per la 3ª piastra neurale tozza e divisa in due, per la 5ª piastra neurale breve, stretta e cilindrica, per la piastra nucale ben poco arcuata anteriormente; quindi sembra opportuno distinguerla come una forma o varietà a sè, che indicherei col nome di var. *perexpansa.*

Dal sopra esposto risulta come nella regione di Monteviale nel Vicentino, al principio dell'epoca oligocenica vivessero e si sviluppassero notevolmente i Trionici, riferibili complessivamente al *Trionyx Capellinii,* ma rappresentati da diverse varietà, una, la var. *montevialensis*, molto affine al vero *Tr. Capellinii*, ed altre, *schaurothiana, perexpansa* e *gracilina,* che sono alquanto differenti da detto tipo per modo che forse si potrebbero raggruppare attorno ad una specie distinta la quale sarebbe il *Trionyx schaurothianus* De Zign.

Sui moti periodici del polo terrestre;

Nota del Socio VITO VOLTERRA.

---

1. In una Nota comunicata nella seduta del 3 febbraio scorso, ho esposto per sommi capi i fondamenti di una teoria sull'azione che i moti interni, i quali non alterano la distribuzione di masse sulla terra, hanno sul moto del polo di rotazione terrestre. La stessa teoria venne più ampiamente sviluppata in una Memoria da me presentata alcun tempo prima alle *Astronomische Nachrichten,* la quale spero vedrà presto la luce. Nell'ultima parte di questa Memoria, come ho accennato nella Nota suddetta, ho integrato le equazioni differenziali del movimento del polo di rotazione nella ipotesi che due degli assi principali d'inerzia del sistema mobile fossero eguali ed i moti interni non fossero stazionarii, ed applicando lo stesso metodo, cioè quello delle approssimazioni successive, ho mostrato come potesse risolversi il problema inverso, di *determinare i moti interni capaci di indurre un dato moto del polo di rotazione.*

Volendo fare un'applicazione della teoria ai moti effettivi terrestri, la questione analitica può venire molto semplicizzata, giacchè eliminando alcuni termini di un certo ordine di grandezza trascurabili, sotto certe ipotesi, rispetto ad altri, le equazioni differenziali assumono una forma molto più semplice, e la loro integrazione può effettuarsi senza difficoltà. È ciò che ho fatto nella presente Nota, nella quale sono pure partito dal presupposto che i moti del polo di rotazione siano decomponibili in una serie di moti armonici. Introducendo due funzioni ausiliarie le quali sono sviluppabili in una serie di funzioni armoniche del tempo, ho potuto esprimere, mediante i coefficienti di esse, tanto gli elementi relativi al moto del polo di rotazione, quanto quelli relativi ai moti interni capaci di indurli, ed ho trovato le relazioni fra i loro periodi e le relative costanti, giungendo al teorema: *che i moti interni e quelli del polo hanno eguali periodi, due*

eccettuati, ciascuno dei quali è proprio ad uno dei due movimenti ed è tale che l'altro non può possederlo.

Venendo all'applicazione al caso della terra mi sono fondato sulle belle ricerche del sig. Chandler, il quale ha scoperto delle leggi empiriche relative al moto del polo terrestre che sono di somma importanza. Fra le altre cose il sig. Chandler ha trovato nel moto del polo terrestre un periodo di circa 430 giorni, escludendo l'esistenza del periodo Euleriano. I calcoli che ho eseguito mostrano che se i moti interni terrestri avessero una coppia di quantità di moto la cui componente secondo l'asse terrestre fosse $\frac{1}{1053}$ della coppia di quantità di moto che avrebbe la terra ruotando come un corpo rigido attorno al proprio asse, il periodo Euleriano si cambierebbe in quello di Chandler.

Non discuto questo resultato; passo piuttosto ad esaminare l'ipotesi che la componente secondo l'asse terrestre della coppia di quantità di moto dei moti interni sia trascurabile rispetto alla coppia di quantità di moto della terra supposta interamente rigida. Se tale ipotesi fosse vera il moto del polo potrebbe avere il periodo Euleriano senza peraltro che ciò resultasse in maniera necessaria. Nella ipotesi stessa esamino quali sarebbero i moti interni capaci di indurre nel polo il moto armonico avente il periodo annuale i cui elementi vennero determinati dal sig. Chandler. I resultati ottenuti sono riassunti in alcuni teoremi posti alla fine della presente Nota. Farò osservare fin da ora che l'*asse della coppia di quantità di moto di questi moti interni deve oscillare in modo che la proiezione sul piano dell'equatore del suo estremo (situandone l'origine al centro della terra) descrive una ellisse di cui ho assegnato l'ampiezza degli assi, e il cui asse maggiore è inclinato di 45° sul meridiano di Greenwich, ossia giace nel piano meridiano avente questa longitudine, passante quindi nel mezzo dell'Oceano atlantico.*

Finalmente risolvo come esercizio sulle mie formule il problema seguente: Se esistesse un moto interno terrestre avente un periodo di 430 giorni (il periodo di Chandler) quali sarebbero i suoi elementi affinchè inducesse sul polo il moto periodico dello stesso periodo? Il calcolo come si vede subito, non presenta alcuna difficoltà ed è perfettamente simile a quello eseguito pel periodo annuale.

In questa Nota, sono partito dalla ipotesi dell'assenza di plasticità nella terra, e per conseguenza tutti i resultati precedentemente riassunti valgono secondo questa supposizione. Resta ora da vedere: *quali perturbazioni produce la plasticità di un corpo nei moti del suo polo di rotazione indotti dall'azione di moti interni sussistenti nel corpo medesimo?* Ho iniziato uno studio di questa questione prendendo a guida le ipotesi e le ricerche che l'illustre prof. Schiaparelli espose nella sua classica Memoria presentata all'osservatorio di Pulkova nell'occasione della sua festa semisecolare (*).

Le perturbazioni possono esser tali da non escludere in certi casi la possibilità di un lento moto progressivo del polo.

Il periodo di Chandler si presenta, secondo i calcoli della presente nota, in due maniere diverse. Non discuto per ora nessuna delle due; il periodo stesso si presenta pure in un altro modo esaminando le perturbazioni dovute alla plasticità.

Spero di ritornare prossimamente sulle presenti ricerche, di esaminarle nuovamente, e di discuterle.

2. Supponendo che l'ellissoide d'inerzia sia di rivoluzione, e ammettendo M_1, M_2, M_3, variabili, le equazioni del moto hanno la forma (**)

$$(a)\quad \begin{cases} A\,\dfrac{dp}{dt} + (C - A)\,qr + M_3 q - M_2 r + \dfrac{dM_1}{dt} = 0 \\[2ex] A\,\dfrac{dq}{dt} + (A - C)\,rp + M_1 r - M_3 p + \dfrac{dM_2}{dt} = 0 \\[2ex] C\,\dfrac{dr}{dt} + M_2 p - M_1 q + \dfrac{dM_3}{dt} = 0. \end{cases}$$

Ammettiamo ora che p e q siano piccolissime, e le varia-

(*) *De la rotation de la terre sous l'influence des actions géologiques*, Saint-Pétersbourg, 1889. Una traduzione italiana di questa Memoria venne fatta dal Dr. Tedone ed inserita nel t. XXX, serie 3ª, del " Nuovo Cimento ", Pisa, 1891. — Vedi anche G. V. SCHIAPARELLI, *Variazione dell'asse di rotazione* (Club alpino, 1883).

(**) Per il significato delle diverse quantità mi riferisco alla mia Nota già citata.

zioni di r siano pure piccolissime in modo che possa porsi $r = \omega + \epsilon$, con ω costante ed ϵ piccolo di ordine non superiore a p e q.

Allora dall'ultima equazione si ricava

$$M_3 = M_3^0 - \int_0^t (M_2 p - M_1 q)\, dt - C\epsilon = M_3^0 + u$$

denotando con M_3^0 una quantità costante. Quindi le due prime equazioni divengono

$$\frac{dp}{dt} + \left[\frac{C-A}{A}(\omega+\epsilon) + \frac{M_3^0+u}{A}\right] q = -\frac{1}{A}\left(\frac{dM_1}{dt} - M_2(\omega+\epsilon)\right) = \alpha$$

$$\frac{dq}{dt} - \left[\frac{C-A}{A}(\omega+\epsilon) + \frac{M_3^0+u}{A}\right] p = -\frac{1}{A}\left(\frac{dM_2}{dt} + M_1(\omega+\epsilon)\right) = \beta$$

Facciamo ora la ipotesi che possano trascurarsi i termini

$$(1) \qquad \frac{uq}{A}, \quad \frac{up}{A}, \quad \frac{M_2\epsilon}{A}, \quad \frac{M_1\epsilon}{A}, \quad \frac{C-A}{A}\epsilon q, \quad \frac{C-A}{A}\epsilon p;$$

otterremo (Vedi la Nota posta alla fine della memoria)

$$(a') \begin{cases} \dfrac{dp}{dt} + \left[\dfrac{C-A}{A}\omega + \dfrac{M_3^0}{A}\right] q = -\dfrac{1}{A}\left(\dfrac{dM_1}{dt} - M_2\omega\right) = \alpha \\[2ex] \dfrac{dq}{dt} - \left[\dfrac{C-A}{A}\omega + \dfrac{M_3^0}{A}\right] p = -\dfrac{1}{A}\left(\dfrac{dM_2}{dt} + M_1\omega\right) = \beta \end{cases}$$

Poniamo

$$\frac{C-A}{A}\omega + \frac{M_3^0}{A} = \rho,$$

moltiplichiamo la seconda equazione per $i = \sqrt{-1}$ e aggiungiamola alla prima; avremo

$$\frac{d(p+iq)}{dt} - i\rho(p+iq) = -\frac{1}{A}\left[\frac{d(M_1+iM_2)}{dt} + i\omega(M_1+iM_2)\right] =$$
$$= \alpha + i\beta$$

dalle quali si ricava

$$p + iq = e^{ipt} \left[\int (\alpha + i\beta)\, e^{-ipt}\, dt + C \right] \tag{2}$$

$$\frac{1}{A}(M_1 + iM_2) = e^{-i\omega t} \left[- \int (\alpha + i\beta)\, e^{i\omega t}\, dt + D \right] \tag{2'}$$

denotando con C e D due costanti arbitrarie complesse.

3. Supponiamo ora che i moti del polo siano decomponibili in una serie di moti armonici. Avremo

$$\alpha = \alpha_0 + \Sigma\, (\alpha_n \cos \lambda_n t + \alpha'_n \operatorname{sen} \lambda_n t)$$

$$\beta = \beta_0 + \Sigma\, (\beta_n \cos \lambda_n t + \beta'_n \operatorname{sen} \lambda_n t)$$

in cui non si esclude che fra le λ_n, alcune (anche in numero infinito) siano multiple l'una dell'altra (*).

Avremo

$$\alpha + i\beta = \alpha_0 + i\beta_0 +$$

$$\Sigma \left(\frac{\alpha_n + \beta'_n + i(\beta_n - \alpha'_n)}{2}\, e^{i\lambda_n t} + \frac{(\alpha_n - \beta'_n) + i(\alpha'_n + \beta_n)}{2}\, e^{-i\lambda_n t} \right)$$

ovvero

$$\alpha + i\beta = A_0 + \Sigma\, (A_n e^{i\lambda_n t} + A'_n e^{-i\lambda_n t})$$

avendo posto

$$\left\{ \begin{aligned} A_0 &= \alpha_0 + i\beta_0 \\ A_n &= \frac{\alpha_n + \beta'_n + i(\beta_n - \alpha'_n)}{2} \\ A'_n &= \frac{\alpha_n - \beta'_n + i(\alpha'_n + \beta_n)}{2}. \end{aligned} \right. \tag{3}$$

Per conseguenza

(*) Ammetteremo implicitamente senza dirlo volta per volta che sulle serie che si incontreranno siano eseguibili tutte le operazioni del calcolo che dovremo effettuare.

$$\int (\alpha + i\beta)\, e^{-i\rho t}\, dt = \int \Big\{ A_0\, e^{-i\rho t} + \Sigma \left(A_n\, e^{i(\lambda_n - \rho)t} + A'_n\, e^{-i(\lambda_n + \rho)t} \right) \Big\}\, dt$$

$$= \frac{A_0}{-i\rho}\, e^{-i\rho t} + \Sigma \left(\frac{A_n}{i(\lambda_n - \rho)}\, e^{i(\lambda_n - \rho)t} + \frac{A'_n}{-i(\lambda_n + \rho)}\, e^{-i(\lambda_n + \rho)t} \right)$$

quindi per la (2)

$$p + iq = \frac{A_0}{-i\rho} + C e^{i\rho t} + \Sigma \left(\frac{A_n}{i(\lambda_n - \rho)}\, e^{i\lambda_n t} + \frac{A'_n}{-i(\lambda_n + \rho)}\, e^{-i\lambda_n t} \right).$$

Sostituendo per A_0, A_n, A'_n i valori (3) e separando le parti reali dalle immaginarie, otterremo

$$(4)\quad \begin{cases} p = -\dfrac{\beta_0}{\rho} + (C_1 \cos \rho t - C_2 \operatorname{sen} \rho t) + \\ \qquad \displaystyle\sum \frac{(\beta_n \rho - \alpha'_n \lambda_n) \cos \lambda_n t + (\alpha_n \lambda_n + \beta'_n \rho) \operatorname{sen} \lambda_n t}{\lambda_n^2 - \rho^2}, \\ q = \dfrac{\alpha_0}{\rho} + (C_1 \operatorname{sen} \rho t + C_2 \cos \rho t) + \\ \qquad \displaystyle\sum \frac{-(\beta'_n \lambda_n + \alpha_n \rho) \cos \lambda_n t + (\beta_n \lambda_n - \alpha'_n \rho) \operatorname{sen} \lambda_n t}{\lambda_n^2 - \rho^2} \end{cases}$$

in cui si è posto $C = C_1 + i C_2$.

In modo perfettamente analogo si ottengono le formule che dànno M_1 e M_2, e si avrà, ponendo $D = D_1 + i D_2$,

$$(5)\quad \begin{cases} \dfrac{M_1}{A} = -\dfrac{\beta_0}{\omega} + (D_1 \cos \omega t - D_2 \operatorname{sen} \omega t) + \\ \qquad \displaystyle\sum \frac{(\beta_n \omega + \alpha'_n \lambda_n) \cos \lambda_n t - (\alpha_n \lambda_n - \beta'_n \omega) \operatorname{sen} \lambda_n t}{\lambda_n^2 - \omega^2}. \\ \dfrac{M_2}{A} = \dfrac{\alpha_0}{\omega} + (D_1 \operatorname{sen} \omega t + D_2 \cos \omega t) + \\ \qquad \displaystyle\sum \frac{(\beta'_n \lambda_n - \alpha_n \rho) \cos \lambda_n t - (\beta_n \lambda_n + \alpha'_n \omega) \operatorname{sen} \lambda_n t}{\lambda_n^2 - \omega^2} \end{cases}$$

Le formule precedenti perdono ogni significato quando sia $\lambda_n = \omega$, oppure $\lambda_n = \rho$; dovrà dunque di necessità essere

$$\lambda_n \gtrless \omega, \quad \lambda_n \gtrless \rho,$$

d'onde il teorema:

I periodi delle rotazioni e quelli dei moti interni sono gli stessi; salvo che i moti interni possono avere il periodo $\frac{2\pi}{\omega}$ *che non può possedere il moto del polo di rotazione, e il moto del polo di rotazione può possedere il periodo* $\frac{2\pi}{\rho}$ *che non può possedere il moto interno.*

4. Esaminiamo i valori dei due periodi $\frac{2\pi}{\omega}$ e $\frac{2\pi}{\rho}$ nel caso del moto terrestre.

Siccome ω rappresenta la velocità di rotazione della terra, così $\frac{2\pi}{\omega}$ rappresenta *un giorno siderale,* da cui segue: *I moti interni possono avere un periodo diurno, ma questa parte periodica dei moti interni non ha influenza sul moto del polo, il quale non può possedere il detto periodo.*

Passiamo al periodo $\frac{2\pi}{\rho}$. Abbiamo (*)

$$\rho = \frac{C - A}{A}\,\omega + \frac{M_3^0}{A} = \frac{\omega}{305} + \frac{M_3^0}{A}$$

d'onde, prendendo per unità il giorno siderale,

$$\frac{2\pi}{\rho} = \frac{305}{1 + 305\,\frac{M_3^0}{A\omega}} = \frac{305}{1 + 306\,\frac{M_3^0}{C\omega}}.$$

Dunque $\frac{2\pi}{\rho}$ è il periodo euleriano variato nel rapporto

$$\frac{1}{1 + 306\,\frac{M_3^0}{C\omega}}.$$

(*) Assumiamo in tutto il corso della presente Nota $\frac{C-A}{A} = \frac{1}{305}$, senza discutere, per ora, se la esistenza di moti interni possa avere alcuna sensibile influenza sul valore di questo rapporto calcolato dai fenomeni di precessione e nutazione.

Se si volesse in tal modo ottenere il periodo di Chandler di 430 giorni, dovrebbe aversi

$$\frac{430}{305} = \frac{1}{1 + 306 \frac{M_3^0}{C\omega}}$$

d'onde

$$\frac{M_3^0}{C\omega} = \frac{-1}{1053}$$

dovrebbe dunque la componente secondo l'asse terrestre della coppia di quantità di moto dovuta ai moti interni essere $\frac{1}{1053}$ di quella che avrebbe la terra supposta rigida pel suo moto diurno. Senza stare a discutere questo resultato vediamo invece ciò che si otterrà supponendo trascurabile il rapporto $\frac{M_3^0}{C\omega}$. Allora $\frac{2\pi}{\rho}$ sarà approssimativamente eguale al periodo euleriano. Dunque nella precedente ipotesi *i moti interni non potrebbero avere una parte periodica apprezzabile con un periodo eguale a quello euleriano.*

5. Confrontando le formule (4) e (5) si riconosce che *ad ogni moto armonico del polo col periodo* $\frac{2\pi}{\lambda_n} \gtrless \begin{cases} \frac{2\pi}{\rho} \\ \frac{2\pi}{\omega} \end{cases}$ *corrisponde un moto interno periodico con eguale periodo e reciprocamente; inoltre che le costanti* $\alpha_n, \alpha'_n, \beta_n, \beta'_n$ *individuano l'un moto e l'altro indipendentemente dagli altri moti aventi periodo diverso.* Decomponiamo perciò l'asse OM dei moti interni in tanti segmenti, ciascuno dei quali sia variabile con un periodo diverso e chiamiamo $OM^{(\lambda_n)}$ il segmento variabile col periodo λ_n; in modo che le sue componenti secondo le direzioni ξ e η si otterranno dalle parti periodiche col detto periodo che figurano nelle espressioni di M_1 e M_2 ricavate dalle (5). L'asse dei moti interni sarà resultante dei segmenti $OM^{(\lambda_1)}$, $OM^{(\lambda_2)}$ ..... di un segmento che potrà avere il periodo diurno e di un segmento costante.

Proponiamoci la questione: *noto il moto armonico del polo col periodo* $\lambda_n = \lambda$ *determinare il moto dell'estremo* $M^{(\lambda)}$ *dell'asse dei moti interni avente eguale periodo.*

Evidentemente dalle formule precedenti potremo ricavare il moto della proiezione dell'estremo $M^{(\lambda)}$ sul piano dell'equatore.

Le (4) ci dicono che in ogni istante la posizione del polo di rotazione si otterrà da quella del polo d'inerzia (estremo dell'asse ζ) componendo uno spostamento costante con quelli dovuti ai moti armonici del polo stesso, attorno al polo d'inerzia. In ciascuno di questi moti *il polo di rotazione descriverà una ellisse piccolissima, col centro nell'estremo dell'asse d'inerzia* ζ, *in modo che il raggio vettore che dall'estremo di* ζ *va al polo seguirà la legge delle aree.* Prendiamo i piani $\xi\zeta$ e $\eta\zeta$ in modo che contengano gli assi dell'ellisse e contiamo i tempi dall'istante in cui il polo passa attraverso il piano $\xi\zeta$. Avremo

$$\frac{p^{(\lambda)}}{\omega} = a \cos \lambda t , \quad \frac{q^{(\lambda)}}{\omega} = b \text{ sen } \lambda t$$

in cui $p^{(\lambda)}$ e $q^{(\lambda)}$ sono i termini delle (4) di periodo λ, e

$$a = \text{tg } \varphi , \quad b = \text{tg } \psi$$

denotando con φ e ψ i semiassi dell'ellisse misurati in secondi d'arco.

Quindi chiamando α, α', β, β' le costanti corrispondenti al moto di periodo λ, avremo

$$\frac{\beta\rho - \alpha'\lambda}{\lambda^2 - \rho^2} = a\omega \qquad \alpha\lambda + \beta'\rho = 0$$

$$\beta'\lambda + \alpha\rho = 0 \qquad \frac{\beta\lambda - \alpha'\rho}{\lambda^2 - \rho^2} = b\omega$$

d'onde

$$\alpha = 0, \ \beta' = 0, \ \beta = (b\lambda - a\rho)\,\omega , \ \alpha' = (b\rho - a\lambda)\,\omega$$

da cui segue che le parti periodiche col periodo $\frac{2\pi}{\lambda}$ in $\frac{M_1}{A\omega}$, $\frac{M_2}{A\omega}$, saranno

$$\frac{M_1^{(\lambda)}}{A\omega} = \frac{(b\lambda - a\rho)\,\omega + (b\rho - a\lambda)\,\lambda}{\lambda^2 - \omega^2} \cos \lambda t$$

$$\frac{M_2^{(\lambda)}}{A\omega} = \frac{-(b\lambda - a\rho)\,\lambda - (b\rho - a\lambda)\,\omega}{\lambda^2 - \omega^2} \text{ sen } \lambda t.$$

I massimi valori assoluti di $\frac{M_1^{(\lambda)}}{A\omega}$ si avranno nei tempi $t = \frac{n\pi}{\lambda}$, con n intero, e saranno

$$\frac{\mu_1^{(\lambda)}}{A\omega} = \left| \frac{(b\lambda - a\rho)\omega + (b\rho - a\lambda)\lambda}{\lambda^2 - \omega^2} \right|$$

mentre i massimi valori assoluti di $\frac{M_2^{(\lambda)}}{A\omega}$ si avranno nei tempi $t = \frac{2n+1}{2}\frac{\pi}{\lambda}$ e saranno

$$\frac{\mu_2^{(\lambda)}}{A\omega} = \left| \frac{-(b\lambda - a\rho)\lambda - (b\rho - a\lambda)\omega}{\lambda^2 - \omega^2} \right|$$

da cui si ricava

$$(6) \quad \begin{cases} 2\mu_1^{(\lambda)} = \left| \frac{A}{C} \frac{(2b\lambda - 2a\rho)\omega + (2b\rho - 2a\lambda)\lambda}{\lambda^2 - \omega^2} \right| C\omega \\ 2\mu_2^{(\lambda)} = \left| \frac{A}{C} \frac{-(2b\lambda - 2a\rho)\lambda - (2b\rho - 2a\lambda)\omega}{\lambda^2 - \omega^2} \right| C\omega \end{cases}$$

Possiamo quindi enunciare i teoremi seguenti

1° *La proiezione* m_λ *sull'equatore dell'estremo dell'asse* $M^{(\lambda)}$ *dei moti interni parziali il cui periodo è* λ, *descrive con moto armonico una ellisse i cui semi-assi sono paralleli a quelli che descrive il polo nel moto armonico avente il corrispondente periodo.*

2° *Ogni passaggio di* m_λ *per un vertice della sua traiettoria, avviene contemporaneamente al passaggio del polo per un vertice della sua traiettoria nel moto armonico corrispondente di eguale periodo.*

3° *Le formule* (6) *esprimono le grandezze dei semi-assi dell'ellisse descritta dal punto* m_λ.

Il moto armonico del polo col periodo λ può ottenersi sovrapponendo due moti armonici paralleli agli assi ξ e η; ed analogamente quello di m_λ resulterà sovrapponendo due moti armonici paralleli alle stesse direzioni. *I due moti armonici del polo e di* m_λ *nella direzione* ξ *avranno la stessa fase oppure fase opposta secondochè*

$$(7)\quad 2\,\frac{(b\lambda - a\rho)\,\omega + (b\rho - a\lambda)\,\lambda}{\lambda^2 - \omega^2} = (a+b)\,\frac{\rho-\lambda}{\omega+\lambda} + (a-b)\,\frac{\rho+\lambda}{\omega-\lambda}$$

sarà positivo o negativo; e similmente *i due moti armonici secondo* η *avranno la stessa fase o fase opposta secondochè sarà positivo o negativo*

$$(8)\quad 2\,\frac{-(b\lambda - a\rho)\,\lambda - (b\rho - a\lambda)\,\omega}{\lambda^2 - \omega^2} = (a+b)\,\frac{\rho-\lambda}{\omega+\lambda} - (a-b)\,\frac{\rho+\lambda}{\omega-\lambda}.$$

6. Nel N. 329 dell'*Astronomical Journal* dell'anno scorso il sig. Chandler ha dato gli elementi relativi al moto armonico del polo avente il periodo annuale. Si può, partendo da quei dati, calcolare gli elementi corrispondenti del moto interno che, secondo le ipotesi fatte, sarebbe capace di indurlo.

A tal fine prendendo per unità il giorno siderale, e supponendo di poter trascurare il rapporto $\frac{M_3^0}{C\omega}$, bisognerà porre nelle formule

$$\left\{\begin{aligned} \omega &= 2\pi \\ \rho &= \frac{2\pi}{305} \\ \lambda &= \frac{2\pi}{366} \\ 2\varphi &= 0''.3 \\ 2\psi &= 0''.08 \end{aligned}\right.$$

quindi approssimativamente avremo

$$2a = 2\ \mathrm{tg}\ \varphi = 2\pi\,\frac{3}{10\times 360\times 60\times 60}$$

$$2b = 2\ \mathrm{tg}\ \psi = 2\pi\,\frac{8}{100\times 360\times 60\times 60}$$

Inoltre dovremo immaginare l'asse ξ inclinato di 45° sul meridiano di Greenwich.

Prendendo come abbiamo fatto precedentemente (Vedi § 4)

$$\frac{A}{C} = \frac{305}{306}$$

si otterrà, applicando le (6),

$$\left\{ \begin{aligned} 2\mu_1^{(\lambda)} &= \frac{37}{10^{10}}\, C\omega \\ 2\mu_2^{(\lambda)} &= \frac{27}{10^{10}}\, C\omega \end{aligned} \right.$$

L'asse a dell'ellisse descritto dal polo è inclinato di 45° su quello di Greenwich, quindi l'asse maggiore dell'ellisse descritto da m_λ giacerà pure nel piano meridiano avente la stessa longitudine di 45°.

Oltre a ciò mentre la (7) è positiva, la (8) resulta negativa.

Possiamo dunque riassumere i resultati nel modo seguente:

Se si esaminano le variazioni che dovrebbe subire l'asse $OM^{(\lambda)}$ *dei moti interni terrestri i quali nella ipotesi che la terra non fosse plastica, sarebbero capaci di indurre nel polo terrestre il moto armonico studiato da Chandler ed avente il periodo annuale, si ha*

1° *Proiettando* $M^{(\lambda)}$ *sull'equatore nel punto* m_λ, *questo descriverebbe una ellisse il cui asse maggiore giacerebbe nel piano meridiano avente la longitudine di 45°.*

2° *Gli assi di questa ellisse sarebbero eguali a*

$$\frac{37}{10^{10}}\, C\omega\,, \quad \frac{27}{10^{10}}\, C\omega.$$

3° *Decomponendo il moto del polo e di* m_λ *nelle direzioni degli assi delle ellissi, i due moti secondo gli assi maggiori avverrebbero colla stessa fase, quelli secondo gli assi minori con fase opposta.*

7. Come esercizio sulle nostre formule si può ripetere un calcolo perfettamente analogo per risolvere il problema seguente:

Supponiamo per un momento che esistano dei moti interni aventi un periodo di 430 giorni e cerchiamone gli elementi affinchè essi siano capaci di indurre nel polo il moto studiato da Chandler ed avente il detto periodo.

Supponendo sempre di trascurare il rapporto $\frac{M_3^0}{C\omega}$, dovremo prendere

$$\begin{cases} \omega = 2\pi \\ \rho = \frac{2\pi}{305} \\ \lambda = \frac{2\pi}{430} \end{cases}$$

ed ammettendo che il moto corrispondente del polo sia circolare ed abbia una semi-amplitudine di 0″,1, avremo

$$\varphi = \psi = 0'',1,$$

quindi approssimativamente

$$a = b = \operatorname{tg} \varphi = 2\pi \frac{1}{10 \times 360 \times 60 \times 60}$$

da cui resulta, applicando le (6)

$$\mu_1 = \mu_2 = \frac{4}{10^{10}} C\omega.$$

NOTA

Nel § 2 abbiamo ridotto le equazioni (a) alla forma (a') trascurando i termini (1).

Riprendiamo ora le (a): dividendo le prime due per Ar, otterremo

$$\frac{dp}{rdt} + \left[\frac{C-A}{A} + \frac{M_3}{Ar}\right] q = -\frac{1}{A}\left(\frac{dM_1}{rdt} - M_2\right)$$

$$\frac{dq}{rdt} - \left[\frac{C-A}{A} + \frac{M_3}{Ar}\right] p = -\frac{1}{A}\left(\frac{dM_2}{rdt} + M_1\right).$$

Pongasi

$$\tau = \int_0^t \frac{rdt}{\omega}$$

denotando con ω il valore di r per $t = 0$. Prendiamo come variabile indipendente τ invece di t. Avremo

$$\frac{dp}{d\tau} + \left[\frac{C-A}{A}\,\omega + \frac{M_3}{A}\,\frac{\omega}{r}\right] q = -\frac{1}{A}\left(\frac{dM_1}{d\tau} - M_2\omega\right)$$

$$\frac{dq}{d\tau} - \left[\frac{C-A}{A}\,\omega + \frac{M_3}{A}\,\frac{\omega}{r}\right] p = -\frac{1}{A}\left(\frac{dM_2}{d\tau} + M_1\omega\right).$$

Chiamando poi M^0_3 il valore di M_3 per $\tau = 0$, e ponendo $r - \omega = \epsilon$, sarà

$$M_3 = M^0_3 - \int_0^\tau (M_2 p - M_1 q)\,\frac{\omega}{r}\,d\tau - C\epsilon.$$

Ne segue

$$\frac{dp}{d\tau} + \left[\frac{C-A}{A}\,\omega + \frac{M_3^0}{A}\right] q + vq = -\frac{1}{A}\left(\frac{dM_1}{d\tau} - M_2\omega\right)$$

$$\frac{dq}{d\tau} - \left[\frac{C-A}{A}\,\omega + \frac{M_3^0}{A}\right] p - vp = -\frac{1}{A}\left(\frac{dM_2}{d\tau} + M_1\omega\right)$$

essendo

$$v = -\frac{\omega}{r}\left\{\int_0^\tau \left(\frac{M_2}{A}\,p - \frac{M_1}{A}\,q\right)\frac{\omega}{r}\,d\tau + \left(\frac{C}{A} + \frac{M_3^0}{A\omega}\right)\epsilon\right\}.$$

Supponiamo ora di sapere che p, q, ϵ sono piccolissime, tantochè rispetto a tutte le altre quantità che compariscono nelle formule *possano riguardarsi come infinitesimi del primo ordine.* Avremo allora che *v potrà considerarsi infinitesimo dello stesso ordine* e per conseguenza *i termini* qv, pv *saranno infinitesimi del secondo ordine.*

Trascurandoli otterremo le equazioni differenziali

$$(a'')\begin{cases} \frac{dp}{d\tau} + \left[\frac{C-A}{A}\omega + \frac{M_3^0}{A}\right] q = -\frac{1}{A}\left(\frac{dM_1}{d\tau} - M_2\omega\right) \\ \frac{dq}{d\tau} - \left[\frac{C-A}{A}\omega + \frac{M_3^0}{A}\right] p = -\frac{1}{A}\left(\frac{dM_2}{d\tau} + M_1\omega\right), \end{cases}$$

le quali hanno la stessa forma delle (a'); ad esse è quindi applicabile tutta l'analisi svolta nello scritto precedente. Dunque si perviene alle stesse formule, anche senza ammettere trascurabili le (1), ma soltanto supponendo che p, q, ϵ possano trattarsi come quantità infinitesime, e trascurare quindi quelle di ordine superiore. Dalle (a') alle (a'') vi è solo diversità nella variabile indipendente che è t nelle prime e τ nelle seconde; ma si osservi che, nell'applicazione ai moti terrestri, ponendo $\omega = 2\pi$, la variabile che effettivamente si prende come misura del tempo è τ.

Relazione

intorno alla Memoria del Dottor Daniele Rosa intitolata:

“ *Contributo allo studio dei* “ *Terricoli neotropicali* ” ”.

Il dottore Daniele Rosa presenta nella memoria affidata al nostro esame i risultati delle sue ricerche sugli Oligocheti terricoli dell'America meridionale intorno ai quali la scienza non possedeva fino ad ora che scarse notizie.

Il materiale studiato dall'A. proviene in massima parte dalle ricerche fatte nella Repubblica Argentina e nel Paraguay dal dottor Alfredo Borelli assistente al R. Museo Zoologico di Torino. Il Naturhistorischer Hof-Museum di Vienna ed il Museo di Storia Naturale di Madrid inviarono pure importanti collezioni delle stesse località al dottor D. Rosa.

Il dottor Rosa ha studiato colla sua ben nota diligenza anatomicamente e zoologicamente i vermi sopradetti classificandoli in sette generi di cui uno nuovo (*G. Opistodrilus*) e in diecisette specie, delle quali sedici sono nuove per la scienza. Il dottor Rosa inoltre ha dato una completa monografia del genere *Anteus*.

Il lavoro del dottor Rosa è importante non solo per i nuovi fatti zoologici relativi alla fauna della regione neotropicale, ma anche e in special modo pei nuovi fatti che si riferiscono alla conoscenza anatomica dei Terricoli in generale. I vostri commissarii sono perciò lieti di proporne la lettura alla Classe e la stampa nei volumi accademici.

T. Salvadori

L. Camerano, *Relatore.*

L'Accademico Segretario
Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 12 Maggio 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Pezzi, Nani, Perrero, Allievo e Ferrero Segretario.

Il Socio Segretario Ferrero, per incarico del Socio Tesoriere Lorenzo Camerano, presenta alla Classe un opuscolo del Dottore R. Blanchard, " *L'art populaire dans le Briançonnais. Les cadrans solaires* " (Paris, 1895), mandato in omaggio dall'autore.

È data comunicazione dei RR. Decreti del 10 aprile, che approvano l'elezione del Socio Alfonso Cossa a Vice-Presidente e la rielezione del Socio Camerano a Tesoriere dell'Accademia.

Sono comunicate le lettere, con cui i Socii Corrispondenti, ultimamente eletti, Avv. Cornelio De-Simoni, Professori Giovanni Marinelli, Wendelin Foerster, Giuseppe Dalla Vedova, Felice Barnabei, Abate Duchesne ringraziano per la loro elezione.

I Socii Corrispondenti De-Simoni e Marinelli inviano pure in omaggio parecchie loro pubblicazioni.

Il Socio Allievo legge una commemorazione del Socio Corrispondente Luigi Ferri, che è pubblicata negli *Atti* accademici.

Il Socio Pezzi presenta alla Classe il primo saggio d'una serie di lavori suoi col titolo d' " *Indici sistematici illustrati per lo studio della espressione metaforica di concetti psicologici* ".

In questo primo saggio, limitato al greco, si contiene le serie di parole, che da significati di quantità, di qualità, di spazio e di tempo, di moto e di quiete, di fenomeni fisici, ecc., si inalzarono a sensi, che si riferiscono alla vita dello spirito. L'autore espone alcune considerazioni intorno alla ragione glottologica e filosofica di tali ricerche, ai criterii, ai metodi seguíti in esse ed ai loro risultati, promettendo di concorrere assai presto con altri saggi a colmare, almeno in qualche parte, la grande lacuna, che pur troppo v'ha ancora in questo genere di studî.

La Classe approva la stampa di questo lavoro nelle *Memorie* accademiche.

Il Socio Perrero termina la lettura di un suo lavoro sopra un " *Disegno di una scalata della città di Ginevra da aggiungersi alla storia di Carlo Emanuele II di Savoia* ".

Questo lavoro è pubblicato negli *Atti*.

LETTURE

LUIGI FERRI

Commemorazione del Socio GIUSEPPE ALLIEVO

Nella storia contemporanea del pensiero filosofico italiano Luigi Ferri lascia una notevole impronta, la quale attesta la virtù del suo ingegno temprato alle meditazioni speculative.

Sortì i natali a Bologna il 15 giugno 1826. Seguendo a Parigi suo padre, che era stato chiamato a decorarvi il Teatro italiano, egli continuò colà al Liceo Borbone i suoi studî giovanili iniziati a Bologna e li compì alla Scuola normale superiore, dove fu licenziato in Lettere nel 1850. Insegnò nei collegi di Châlon, Evreux, Dieppe, Blois e Tolone, e nel 1855 ritornato col padre in Piemonte, professò filosofia da prima ad Annecy, poi a Casal Monferrato. Entrato nell'arringo scolastico e filosofico, lo percorse con operosità instancabile, professando la storia della filosofia nell'Istituto di studi superiori di Firenze, poi la filosofia teoretica nell'Università di Roma sino al termine della vita.

Nel 1860 fondò a Torino *L'Effemeride della pubblica istruzione,* organo delle idee di Terenzio Mamiani, il quale reggendo allora il Ministero dell'Istruzione lo eleggeva segretario privato del suo gabinetto. Da quell'anno si vennero stringendo fra di essi rapporti personali di tanta intimità e benevolenza da ingenerare in taluno l'opinione, che il nostro Ferri piegando all'affetto misto a venerazione, che nutriva per l'illustre filosofo pesarese si fosse lasciato attrarre nell'orbita delle sue dottrine metafisiche. Ma a giudicare con verità occorre ricordare quella Scuola normale superiore di Parigi, dove egli attese agli studî filosofici. Anima e centro motore di quella Scuola era la psico-

logia scozzese trasportata in Francia da Royer Collard, continuata e disvolta da Cousin e Jouffroy. Cresciuto in quell'ambiente sacro allo studio dell'uomo interiore il suo pensiero vi contrasse quell'impronta psicologica, che conservò indelebile in tutto il corso del suo sviluppo; e quando parecchi anni dopo egli ed il Mamiani lavoravano insieme concordi di intendimenti e di voleri nella Rivista *La filosofia delle scuole italiane,* l'idealismo platonico del suo illustre amico se avrà potuto esercitare qualche attrattiva sulla sua mente, non ne ha punto mutato l'indirizzo psicologico. Che anzi andò sempre più raffermandosi nel suo animo il convincimento, che muovendo dai dati del senso intimo e dalle affermazioni della coscienza soggettiva si possa assorgere ad una teoria metafisica definitiva, la quale risolva il gran problema dell'essere dell'universo.

Assai numerosi sono gli scritti, che attestano la sua incessante operosità intellettuale, pubblicati segnatamente nelle Riviste filosofiche, e negli Atti dell'Accademia de' Lincei, della quale era segretario per la Classe di scienze morali, storiche e filologiche; ma primeggiano fra tutti i suoi lavori per importanza e per mole il *Saggio sulla storia della filosofia in Italia nel secolo decimonono,* e la *Psicologia dell'associazione dall'Hobbes fino a' nostri giorni,* opere pubblicate entrambe in francese, la prima nel 1869, la seconda nel 1883. La *Psicologia dell'associazione* fu premiata dall'Accademia delle Scienze morali e politiche dell'Istituto di Francia, che lo nominava Socio corrispondente. La parte espositiva del *Saggio sulla storia della filosofia in Italia* procede limpida, accurata e di tutto punto compiuta; ma la parte critica viene generalmente riguardata siccome deficiente e difettosa per molti lati.

Nel 1886 egli si sobbarcava al faticosissimo còmpito di dirigere la *Rivista italiana di filosofia,* che succedeva alla *Filosofia delle scuole italiane* del Mamiani; ma troppo ei faceva a fidanza colla gracilità della sua fibra e colla cagionevolezza della salute già affaticata dal lungo lavoro mentale e messa a dure prove dalle patite malattie. Mal reggendo al peso della incessante operosità non più consentita dall'età innoltrata, spirava in Roma il 19 marzo ultimo scorso.

Luigi Ferri sortì da natura delicatezza di sentire, bontà di animo, indole mite e soave; doti, che ingentilirono le sue rela-

zioni personali e lo resero a' suoi colleghi carissimo. Cultore della scienza filosofica amorosissimo, seppe tener modo e misura nelle sue speculazioni, giacchè il sentimento del retto e dell'onesto in lui profondo ed inalterato sempre, lo rattenne sia dallo scivolare giù giù in quelle dottrine, che travolgono nel fango la dignità umana, sia dal trascendere a quelle teorie superlativamente astratte e nebulose, che smarriscono il giusto senso della realtà e della vita. Non lottò per conquistare un ideale speculativo da lui vagheggiato e propugnarlo contro le avverse dottrine, non si elevò alle sublimi altezze del genio filosofico; ma anche la modestia e la laboriosità silenziosa hanno i loro eroi, ed egli nella modesta cerchia de' suoi studî si affaticò con indomabil costanza a preparare que' preziosi materiali, di cui fa poi tesoro il genio per rivelare alla scienza nuovi e splendidi orizzonti.

Luigi Ferri ha compiuto (e la compiremo anche noi) la sua giornata lavorando, e non ha lavorato indarno, poichè la filosofia ha perduto in lui un valido ed infaticabile pensatore, la scuola un sapiente e conscienzioso maestro, la famiglia un esemplare di domestiche virtù.

Disegno di una scalata della città di Ginevra da aggiungersi alla storia di Carlo Emanuele II di Savoia;

Nota del Socio DOMENICO PERRERO.

Viziato, a tutta prima, da una educazione effeminata, destituita d'ogni seria istruzione, educazione, che l'ajo, conte Carlo Pallavicino, compendiava, gloriandosene, in queste tre parole: *Dio, maman* e *Francia;* impacciato, di buon'ora, in quegli amorazzi, che occuparono buona parte della sua vita, a grave scapito, non pure della propria riputazione, ma di quella ancora della madre, incolpata d'avere, per amore di dominio, apportatavi un'accondiscendenza, che rasentava dappresso la connivenza, — Carlo Emanuele II di Savoia non si mostrò mai animato da quello spirito marziale, che tanto conferì alla gloria e alla fortuna della sua Casa. Infaticabile negli svaghi della caccia, arrischiato negli eventi ordinari della vita sino a mettere, più d'una volta, a repentaglio la propria esistenza, mai non fu che siasi lasciato andare ad affrontar il nemico sul campo di battaglia, alla testa delle sue truppe.

Un illustre Storico si avvisò di giustificare siffatta ripugnanza allegando, che " fu bene il non aver comandato in persona la spedizione contro i Valdesi, suoi sudditi, e che gli assalti genovesi, macchinati all'ombra, non potevano essere guidati dalla persona del principe „ (1). — Sgraziatamente, lo Storico confuse, negli assalti genovesi, due spedizioni, che pur furono, e devono essere, ben fra loro distinte e per tempo e per oggetto. La prima, affidata al conte Alfieri Catalano, diretta, anzitutto, ad agevolare e coadiuvare la rivoluzione di Genova promessa e promossa da Raffaele della Torre, ed, in seguito, fallita questa,

---

(1) Carutti, *Storia della diplomazia della Corte di Savoia*, vol. 3°, p. 67.

ad occupare Savona, ebbe, nella disastrosa sconfitta di Castelvecchio, il suo termine. L'altra, invece, che le tenne, poco stante, dietro, e che rivestiva essenzialmente il carattere di una riscossa, come diretta a rivendicare il Piemonte dell'onta e dei danni patiti, comandata da Don Gabriel di Savoia, ebbe fine colla occupazione di Ovada e col riacquisto d'Oneglia per parte delle nostre truppe, coadiuvate dalle Bavaresi.

Sia pure che nella prima spedizione, effettivamente macchinata nell'ombra, non potesse decentemente figurare la persona del principe, tutt'altro però è da dirsi della seconda, dal Duca bandita ai quattro venti con apposito proclama del 18 agosto 1672, diretto a tutti i Comuni dello Stato. Con esso facendo appello alla fedeltà e devozione de' piemontesi, dichiarava di voler, per allora, prescindere dalle solite forme di comando, persuaso che l'antico loro coraggio e zelo basterebbero a farli volontariamente accorrere, come già tante altre volte, alla difesa dello Stato e del trono. — Ora, in questa spedizione, iniziata, non più nell'ombra, ma solennemente, al cospetto dell'Europa, con una specie di leva in massa, un principe di genio marziale, tenero del suo onore e di quello del paese, non solo poteva convenientemente, ma doveva anelare di trovarsi a fronte al nemico da lui provocato, a capo delle sue schiere, per dar esempio alle popolazioni di quel coraggio, al quale aveva fatto sì caloroso appello. Il non aver sentito questo impulso, arguisce nel Duca un tralignamento dalle abitudini cavalleresche de' suoi maggiori; e, che più è, soffocò, fin dal suo nascere, nel paese quell'entusiasmo, che solo può produrre i grandi sforzi e sagrifizi; il paese dico, che rispose assai freddamente all'appello, solito, come sempre era stato, in addietro, ad essere preceduto sui campi di battaglia da' suoi principi. Ovada fu espugnata, è vero, ma lo fu col sussidio delle armi straniere, e quindi il Duca, anche vincendo materialmente, moralmente soccombette nel suo impegno, fatto alto suonare, di voler far vedere al mondo, che i genovesi andavano unicamente debitori alla corruzione ed al tradimento dell'avere le loro truppe prevaluto, nella passata guerra, alle piemontesi — Carlo Emanuele II, bisogna pur confessarlo, fu, per questo rispetto, e fortunatamente rimase, una vera eccezione, inescusabile, negli annali della famiglia di Savoia.

Eppure questo principe, per una di quelle contraddizioni, di cui abbonda il suo regno, quant'altri mai più bellicoso della sua schiatta, covava velleità battagliere e cupidità ambiziose a danno de' suoi vicini. I mezzi però, che metteva in opera per dar sfogo alle une e soddisfazione alle altre, si conformavano sempre al più possibile, colla propria indole, che lo portava alla simulazione e dissimulazione, e quindi ad attaccare i suoi nemici per via di mine e di cuniculi sotterranei, anzichè con assalti aperti, alla luce del sole ed a visiera alzata; l'ugna leonina della sua schiatta non mancava certo in Carlo Emanuele, ma essa, se così posso dire, s'inguantava, a più potere, di pelle volpina.

Non è quindi a stupire se certi intriganti raggiratori, dallo spirito inventore e dal verbo seducente, spiatone l'umor peccante, a lui affluissero coi progetti più arrischiati del mondo, e se egli incantato dai rosei loro sogni di misteriose relazioni con personaggi influenti degli Stati confinanti e di preventivi supposti accordi, si lasciò più d'una volta imbarcare in avventure, che valsero a lui ed al paese i più dolorosi smacchi, senza che tuttavia siano mai stati da tanto da farlo rinsavire. Prova ne sia l'infaustissimo attentato contro Genova intrapreso, a suggestione di Raffaele della Torre, quattro anni appena dacchè, avvedutosi, per buona sorte in tempo, del tranello tesogli da un altro sicofante della stessa risma, aveva dovuto e ancora potuto, tirarsi indietro da un altro consimile attentato nel 1668 ordito contro la città di Ginevra mediante sorpresa con scalata.

Gli è il progetto di questa scalata, che, nella mente del Duca, doveva far riscontro a quella famosa del 1602, e cancellarne l'onta — progetto passato finora inosservato dai benemeriti storiografi di Carlo Emanuele, — che mi propongo di trarre dall'oblio e brevemente illustrare colla scorta dei relativi documenti estratti dal nostro Archivio di Stato.

Fedele al testamento politico dell'avo, che raccomandava a' suoi successori di nulla omettere per ricuperare Ginevra, Carlo Emanuele tutti di buon'ora rivolse all'arduo intento i suoi pensieri e gli accorgimenti della sua politica. Gl'importava, anzitutto, d'aver le mani libere affine di potere, ad ogni evento, afferrare qualsiasi buona occasione, che se gli offerisse, e quindi cominciò dal volere svincolarsi dal trattato del 1603 detto di

San Giuliano impuntandosi a sostenere a spada tratta, che desso non era mai stato un vero trattato, e che, in ogni caso, violato ripetutamente da chi l'invocava, doveva senz'altro ritenersi come annullato; dimostrazione questa, oltrecchè impossibile in sè stessa, apertamente impolitica, come quella che non riusciva ad altro, che a mettere in sull'avviso i Ginevrini contro i disegni del Duca, ch'essa non poteva a meno di far presumere.

Nel 1666, dai sofismi si passò ad un tratto alle minacce, giacchè, colto il destro di un piccolo incidente, elevato bentosto a questione di sovranità territoriale, il Duca ammassando verso quella frontiera armi ed armati in buon dato, si pose risolutamente in assetto di guerra; ciò avendo naturalmente eccitato i Ginevrini a fare altrettanto, la cosa si trovò in breve ridotta a tali termini da potere improvvisamente trascendere in una lotta aperta. A Luigi XIV, che in quella appunto stava disponendosi alla guerra di Fiandra contro la Spagna, non metteva conto questo incendio, che minacciava di scoppiare all'altra estremità del suo regno, e perciò intromessosi, in qualità d'arbitro, fra le parti contendenti, e premendo sovr'esse di tutto il peso della sua autorità, lo soffocava in sul nascere, con una sentenza, che, fattasi aspettare per due anni, finiva col non contentare nè l'una nè l'altra parte.

Si concepisce agevolmente quale e quanto, in quel frattempo, dovesse essere il dispetto del giovane Duca, costretto dal prepotente cugino a consumare dentro sè colle sue voglie ambiziose, per le quali aveva sacrificato parecchi milioni, e, ad attendere, intanto, invece de' vagheggiati trionfi, una sentenza inappellabile di un'Autorità straniera violentemente impostasi.

Di questo stato d'animo del principe ben seppe rendersi ragione e abilmente giovarsi uno de' preaccennati avventurieri denominato ne' documenti *Gian-Ciarle di Londra* e talora anche semplicemente il *Londra*, personaggio misterioso, intorno al quale questo solo mi venne fatto di scoprire, che, alcuni anni dappoi, si trovò immischiato nei rivolgimenti politici, che tanto agitarono l'Inghilterra.

Costui, nell'entrante del 1668, avuto modo d'insinuarsi presso il Duca, tanto seppe andargli a' versi, adulandone la passione dominante, che venne, a breve andare, ricevuto nella sua grazia e degnato di una certa confidenza. Fatto questo primo passo

essenziale, non fu tardo a mettergli sul tappeto il progetto d'attentato da lui ideato contro la città di Ginevra, rappresentandoglielo coi colori e sotto le apparenze più seducenti: farsi in quella città le guardie notturne in modo al tutto irregolare e sbadato; esservi un tal personaggio alto locato, suo confidente, col quale gli tornerebbe facile l'intavolare una segreta intelligenza; trovarsi inoltre un suo amico milanese in relazione col capitano di uno de' quartieri della città, disposto, occorrendo, ad aprire una porta alle truppe ducali; tutto, insomma concorrere al felice successo dell'impresa, a due condizioni però: che questa venisse allestita e condotta da un soggetto di sperimentata fedeltà, in cui la prudenza andasse di pari passo col coraggio e coll'audacia; e che, d'altra parte, non si nicchiasse ad allargar la mano per guadagnarsi coloro, che dentro la città avevano a cooperarvi. Non occorre avvertire, che in quest'ultima condizione consisteva soprattutto la morale della favola.

Al solo sentirsi nominare una scalata, il Duca avrebbe dovuto farvi sopra, più d'una volta, le più serie riflessioni, quando per poco avesse avuto presenti alla memoria le disastrose conseguenze di quella troppo famosa del 1602. Ma egli, da quel leggiero, che era, passando senz'altro sopra alle difficoltà che si opponevano alle sue illusioni, non badò che al gusto di poter ricambiare al prepotente cugino il tiro fattogli, qualora gli riuscisse di troncare a mezzo la sentenza arbitrale, che si stava elaborando, con un bel: cosa fatta capo ha. — Dell'occorrente denaro non si fastidiva più che tanto, egli che aveva adottato la massima: " aux princes l'argent n'est rien, pourvu que la réputation soit illèse ", come barbaramente si esprimeva, barbaramente, dico, rispetto ai popoli soprattutto. Riguardo poi al condottiere dell'impresa, pareva proprio che la provvidenza si fosse compiaciuta di offrirgli sul luogo stesso e mettergli sotto mano l'uomo da ciò (e tale circostanza ebbe certo una grande influenza sulla risoluzione); e questi era il conte Catalano Alfieri di Magliano, ufficiale provetto, segnalatosi, da oltre 40 anni, in tutte le guerre precedenti, per valore e fedeltà non meno che per arditezza; il quale allora appunto, e già da qualche anno, si trovava in Savoia colla importante carica di governatore della fortezza di Monmeliano.

E qui è dove credo bene di cedere addirittura la parola

allo stesso conte Catalano, estraendo dal carteggio da lui tenuto col Duca, quelle parti, che, meglio di qualunque narrazione, serviranno a metterci sott'occhio sia l'attentato in sè stesso, sia le disposizioni adottate ed i mezzi sui quali si faceva assegnamento, sia, infine, le circostanze, che, per buona ventura, mandando il tutto a monte, lo costrinsero ad aprire gli occhi e a meglio apprezzare il pericolo sfidato con ardore ben più che colla necessaria prudenza. Il singolare si è che quell'ardore erasi d'un tratto comunicato anche al conte Catalano, che pure e per l'età e per la lunga passata esperienza, avrebbe dovuto, a tutto potere, guardarsene, conservando quella serenità di giudizio, che, nelle imprese arrischiate, è soprattutto indispensabile. Di siffatto ardore si risentono in ispecie le prime sue lettere dell'aprile e del maggio del 1668:

" Reale Altezza (scriveva egli il 26 di questo mese da Monmeliano), si travaglia alacremente, e tutto va bene, avendo già fatto la prova di quattro scale, che vanno benissimo l'una nell'altra, e tutte si faranno della medesima forma, e si potranno caricar sopra muli, che le porteranno senz'alcun sospetto — non essendo più lunghe di mezzo trabucco l'una, che, in un batter d'occhio, si possono augumentar tanto quanto porterà il bisogno. Ben è vero, che, se fossero più alte di sei trabucchi, vi sarebbe della difficoltà nell'alzarle, ma, in tal caso, ho pensato di far fare delle piccole rode di bosco foderate di feltro, affine non facciano romore, che appoggiate alla cima della scala, ajuteranno il moto a maraviglia, come credo e ne farò la prova. — Se il comandante Barigliet verrà, partirò subito per Tonone e passerò per Geneva e procurerò di servire V. A. R. il meglio che mi detterà la poca esperienza che ho. Piaccia a Dio di secondare i miei voti, perchè già mi par d'esservi, e sarei glorioso di finire i miei giorni in sì nobil impresa, per la quale vado meditando e progettando le forme dell'attacco, per evitare i disordini, che porta seco la notte e l'avidità del saccheggio, come anche per riparare prontamente il ponte levatore per l'apertura che farà il petardo, punto principale per far entrare la cavalleria per assicurare l'impresa. Basta, vo studiando ed a suo tempo farò vedere a V. A. R. il mio progetto. — Io potrò sortir di qui cento buoni uomini tra officiali riformati e soldati, che giunti al reggimento di Piemonte, spero, faranno qualche cosa di bene ".

Ogni parola qui spira l'entusiasmo del cortigiano, che viene degnato dal suo Sovrano di una missione di tutta confidenza e delicatezza, e del vecchio guerriero, cui sorride la speranza di chiudere l'onorata sua carriera con un'azione splendida e strepitosa; se non che l'entusiasmo, buono nell'azione, nuoce nel prepararla. Il conte Catalano progettava già (come scriveva) le forme dell'attacco, e studiava i mezzi per evitare i disordini ed il saccheggio soliti in una città presa d'assalto; si preoccupava persino del ponte levatoio e della sua riparazione, e, frattanto, non erasi ancora nemmeno abboccato coll'autore del progetto d'attacco, che egli conosceva solo per le lettere del Duca, senz'averlo peranco esaminato sul luogo, e in correlazione alle allegate intelligenze colla piazza, tutt'altro che accertate e dalle quali il tutto aveva a dipendere: troppo assorbito dai particolari, sorvolava leggermente sull'insieme, riputandolo forse di competenza del principe ordinatore dell'impresa, più che di lui semplice esecutore.

E l'equivoco durava ancora qualche mese dopo, come rilevasi dalla seguente altra lettera del conte, del 5 luglio: " Il biglietto di V. A. R. delli 29 del caduto (ivi è detto) mi ha riempiuto di verde speranza, vedendola appoggiata a sì bei fondamenti, che me ne persuado un ottimo fine. Piaccia a Dio di esaudire i miei voti, come, nella esecuzione, non vi mancherò d'un jota sino mi daranno le forze. E vero che simili imprese sogliono essere dubbiose e fallaci, ma è anche verissimo, che una, che riuscisca, paga le cento, che vanno buse; conviene prima ben criticarle, come V. A. R. mi marca d'aver fatto, e poi dar qualche cosa alla fortuna, amica de' giovani principi generosi e delle azioni ardite.

" Per l'imballaggio, che già sarebbe ben avanzato, se non vi prevedessi un incontro, sono provviste tutte le cose necessarie per ridurlo, in due soli giorni, alla perfezione. La difficoltà consiste, che, essendo tutte le nostre scale di trabucchi sei e qualche cosa di più, composte di 12 pezzi l'una, gli appoggi sono a proporzione della suddetta altezza, che sosterranno sino a dieci persone per scala, a così dire, ma se bisognasse o crescere o diminuire della suddetta altezza, li medesimi appoggi resterebbero o troppo lunghi o troppo corti; e perciò, prima d'imballare, converrebbe sapere dal più al meno la necessaria altezza

delle suddette scale (commisurate alle mura da scalare). Se fossi in Piemonte, potrei facilmente proporre a V. A. R. li trenta e più officiali, che mi accenna, proprii per tale impresa, ma qui non conosco alcuno, perchè non li ho visti alla prova... „.

Ma, anche pel Catalano, le illusioni stavano omai per dileguarsi, e quella in particolare, che il duca, come se ne vantava, avesse già prima ben criticata l'impresa e la proposta fattagliene; e per questo bastò un primo colloquio con l'autore del progetto, e se non osava ancora aprirsene chiaramente, per non urtar troppo di fronte col detto vanto del duca, lo lasciava però trasparire nella seguente poscritta della lettera medesima: " Dopo scritta questa mia... mi giunge Gian Ciarle di Londra col pachetto di V. A. R. Siamo stati insieme senza sospetto tre ore, discorso d'ogni cosa col disegno alla mano, essendo il medesimo ben istrutto e ben pratico della piazza, e, dopo aver letto e riletto la lettera di V. A. R., non essendo ancor giunto il comandante Barigliet, abbiamo conchiuso, che il detto Gian Ciarle di Londra se ne vadi prima lui solo dal colonnello (1) per appuntar il giorno, l'ora ed il loco di parlar insieme e poter parlare col capitano (*della milizia di Ginevra, che si diceva guadagnato*); nel che consiste tutta la somma del negozio, perchè, a dir la verità, sinora non vedo che della buona volontà del colonnello di fare tutto quello che può, ma non basta; se il capitano non ha forme migliori nè più sicure, che le proposte, non vedo apertura da poterne ben riuscire, considerate e bilanciate tutte le ragioni politiche e militari benissimo addotte da V. A. R. che non admettono di azzardare, se non è colpo sicurissimo o quasi probabilmente sicuro. — È partito il medesimo questa mattina per Annecy per trovar l'Amico, che lo può far abboccar col colonnello, e sto aspettando il suo ritorno. Intanto, studierò tutte le opposizioni immaginabili per ridur l'affare in sicuro, e parlato che averò con li suddetti colonnello e capitano, procurerò di fare un pronostico ben fondato, qual manderò con una relazione ben distinta di quello sarà seguito, a V. A. R.

---

(1) Questo colonnello doveva essere uno dei D'Albon di Ginevra, giacchè il pacco, di cui estraggo questi documenti, porta la presente soprascritta di mano sincrona: " Lettres particulières du Comte Catalan, lorsqu'il fut parler avec le Colonel D'Albon à Genève „.

Intanto sarà giunto il sig. marchese Villa col quale V. A. R. potrà consultare la suddetta mia relazione „.

Ben si sente, che l'esagerata e inconsulta fiducia, con cui Carlo Emanuele erasi, alla bella prima, dichiarato a favore della scalata, andava affievolendosi coll'avvicinarsi del tempo, in cui doveva sortire la sua esecuzione, quasicchè le difficoltà per innanzi solo intravedute, andassero di mano in mano acquistando nuovo lume e maggior rilievo. Di qui la stretta raccomandazione di non imprendere checchesia se non *a colpo sicurissimo,* poco o nulla concedendo alla Fortuna, per quanto il Catalano, adulando, pretendesse che essa fosse amica de' giovani principi generosi e delle azioni ardite. Il conte se lo tenne per detto, e non attese più altro avviso per comprendere, che la sua responsabilità era in gioco, e che per metterla al coperto, ci voleva ben altro e di meglio che il mettere in punto le scale e il loro imballaggio. — L'essenziale, che mal si comprende come si fosse fin allora lasciato in disparte, quello era di penetrare ed accertare ciò che vi fosse di vero e reale o di fantastico e menzognero nelle notizie, nelle promesse e nelle persone, che costituivano gli essenziali elementi dell'attentato. Ed a ciò appunto era destinato il convegno succennato, che ebbe effettivamente luogo nello stesso castello di Monmeliano il giorno 11 di luglio già detto, coll'intervento oltre del Gian Ciarle, di un Giulio Rossi da Milano, che vi compariva come amico corrispondente col capitano di Ginevra, considerato come cooperatore e stromento principale pel buon esito dell'impresa; al qual effetto erasi preinteso, che dal Duca verrebbe spedita a di lui favore una cambiale per una somma da convenirsi, però da non sborsarsi che a negozio finito, ricevuta la quale, tanto il Rossi Giulio, quanto il capitano darebbero moglie e figliuoli in ostaggio a cautela della esatta osservanza delle loro promesse.

“ Mercordì, li 11 del corrente fu appuntato per l'abboccamento (scriveva il conte Catalano)... Si misimo in una camera, dove seguirono gl'interrogatorj e risposte, che V. A. R. vedrà incluse, essendo al tutto presente il Londra che riferiva le diverse repliche sopra l'istessa materia per vedere se vacillava. Nientedimeno fu sempre l'istesso, e mi suppose il negozio sì facile, che niente di più, inclinando, per quanto posso scoprire, naturalmente a far tutte le cose facili. Onde quasi lo fastidi-

vano le dette mie repliche; che perciò fui costretto dirli, che, in simili negozi, conveniva esaminar tutte le difficoltà e pensar sempre al peggio per prevenirle, e così si arresero. Quest'uomo è tutto pieno di buona volontà per servir V. A. R., ma tutta la somma del negozio ora consiste sopra la nuova proposizione del capitano, al quale non ho parlato per essere assente... Le difficoltà maggiori sono l'unione delle truppe, che non può seguire senza sospetto, — il tragitto del Rodano sopra gli Stati del re (di Francia) — ed il far passare nuove truppe dal Piemonte, non essendo queste (della Savoia) sufficienti per assicurarsi dell'impresa, la quale ne richiede tre mila. „

Ma siffatte difficoltà erano ben prevedibili fin dal primo momento in cui gli era stato affidato l'arduo incarico: perchè dunque vi era passato sopra, preoccupato esclusivamente dell'allestimento delle scale, che non avrebbe dovuto venire che in seconda linea? Lo stesso dicasi delle molte e svariate difficoltà da lui messe innanzi negli accennati interrogatorj (o *questionario,* come ora direbbesi) diretti al Gian Ciarle: esse erano gravi, senza dubbio, e stringenti, ma erano pure, ad un tempo, abbastanza in sè stesse ovvie, perchè non dovesse molto prima farle valere presso il Duca e metterlo in sull'avviso. Confessa il conte stesso la spropositata inverosimiglianza delle circostanze, che se gli volevano dar a credere: " Per me non posso dir altro (così proseguiva la sua relazione), se non che, se le cose sono come vengono supposte, questo è un miracolo evidentissimo, avendoli Iddio benedetto levato il cervello affatto (ai Ginevrini), perchè se fossero tutti bovari, non si potrebbero regolar peggio senz'alcuna precauzione nè cautela; il che, per me, difficilmente posso credere... Mi par di sognare quando io intendo dire che si rimettono le chiavi ad un capitano, che può aprire e serrar una porta a suo modo, che sa precisamente quando li tocca la guardia della suddetta porta, con tutta la sua compagnia senza mescolanza d'altre truppe; e pure ciò viene assicurato dal Rossi. Per le sue risposte... che non si faccino pattuglie, che non si guardi il ponte, che, in caso d'allarma, non vi sia stabilito alcun ordine, ma che si marci in confusione, ciò mi fa trasecolare: se tutto ciò è vero, mai impresa è stata più sicura in quanto alla esecuzione. — Quanto poi alle ragioni politiche, che V. A. R. nella sua sì prudentemente deduce, io

non ci voglio entrare, poichè sono di tanto peso che trascendono le mie forze. V. A. R. facci capitale della mia persona e di cento buoni uomini, che condurrò meco nell'occasione, nella quale stimarò ben impiegata sino all'ultima goccia del sangue, che mi resta nelle vene. Il Londra ha dato 100 doppie al Rossi. „

Sostituito alla scalata il nuovo progetto di sorpresa della città mediante l'occupazione di una porta di essa da doversi aprire e consegnare alle truppe ducali dal supposto *Capitano amico,* il punto capitale consisteva nell'assicurarsi della realtà del promesso concorso di costui, e della probabile riuscita dei mezzi, di cui egli poteva effettivamente disporre. Il perchè diventava assolutamente indispensabile la presenza di esso Capitano, dal quale solo potevansi ricavare le spiegazioni occorrenti; e ciò ben riconobbero i due altri prenominati interlocutori del conte di Magliano, i quali, infatti, gli promisero di darne l'intervento in un ulteriore convegno, dentro il termine, al più, di 12 giorni, convegno, che doveva aver luogo a Tonone in riva al lago di Ginevra.

Il conte fu esatto all'appuntamento, ma aspettò invano il *Capitano amico;* non fu però vana la sua andata, perchè, in quelle vicinanze di Ginevra, gli fu facile il raccogliere non poche preziose informazioni sul vero stato delle cose, che gli accrebbero sempre più la concepita diffidenza sul conto dell'impresa e de'suoi maneggiatori: “ Hieri giobia, li 19 del corrente (scriveva il Catalano da Tonone), sono spirati li 12 giorni presi per termine di farmi parlare al Capitano amico, come V. A. R. averà inteso da Gian di Londra, e sinora, che sono otto ore, non ne ho alcun motivo dal Colonnello. Soggiornerò ancora doi o tre giorni in Tonone per vedere se ne averò qualche nuova, altrimenti mi ritirerò al mio governo, e passando per Annecy, saprò dal mediatore speciale, che dimora colà, la causa di detta tardanza. — Qui ho avuto comodità, senza sospetto, di discorrere con molti pratici del stile di Geneva, e lo trovo molto discordante dalle risposte inviate a V. A. R. per il suddetto Londra, e stanno con molto maggior vigilanza e precauzione della suppostami dal Colonnello, perchè, fra le altre cose, le guardie tutte sonc mescolate di milizie con uno deputato, che sorveglia alle azioni del capitano di guardia; si cambia l'ordine dopo mezzanotte, si fanno pattuglie; in caso d'allarma, ognuno sa dove

correre, particolarmente alli punti dove si fa guardia la notte ed altri posti principali, specialmente al cimitero di S. Pietro, tutte cose, che hanno molto del probabile. Onde non so che pensare, e dubito molto della fede di costoro, che potrebbero forse non avere altro fine, che di prender denari. Riconoscendo ora la prima impresa proposta per la scalata, impossibile o quanto meno difficilissima, perchè non vi sono barche abbastanza per imbarcare due mila uomini, e, d'altra parte, il viaggio da Tonone non si può far senza vento in meno di otto ore grosse, e col vento, eccettuato quello della bisa, è quasi impossibile o pericolosissimo..... Per la seconda proposta poi, tutta fondata sopra la fede del Capitano amico, che non compare, e con mille inverosimili, come ho già scritto, perciò non so che dirmi, salvo rimettermi all'infallibile prudenza di V. A. R., e prudente consiglio del marchese Villa, essendovi molto da dubitare. „

Riflessi e dubbi giustissimi, ma troppo tardi fatti e concepiti, massime per ciò che concerne le difficoltà della scalata, inerenti alla cosa stessa e fin da principio manifeste; onde il non averle previste, o l'avervi passato sopra arguisce tutt'altro che l'*infallibile prudenza* del Duca e la sagacia del Magliano. Non occorre nemmanco dire, che il sospirato capitano si guardò bene di lasciarsi vedere, se pure può credersi, che sia mai esistito. In luogo di lui, il giorno seguente, entrò in scena il padre guardiano dei Cappucini di Gex, apportatore misterioso di una lettera del Giulio Rossi al conte Catalano. Questi dubitando, come scriveva il 21 stesso luglio, che colui volesse obbligarlo ad una risposta di sua mano, che liberamente concernesse il negozio " per servirsene a fare il suo gioco nella Dieta e lamentarsi, che sotto i trattati si macchinasse „ (giacchè a que' giorni appunto fervevano i negoziati fra la corte di Torino e la Confederazione Elvetica per ridurre in formale trattato la sentenza arbitramentale pronunziata dal sig. di Servient, ambasciatore francese presso il duca), gli fece rispondere per mano terza, senza sottoscrizione ed in forma enimmatica, come se si trattasse della compra di un cavallo, in modo però, che, con un po' di buona volontà, avrebbe facilmente potuto afferrare l'intenzione dello scrivente: " Tanto più proseguiva il conte nella sua relazione al Duca, che, nell'abboccamento seguito, esso mi

aveva promesso, non solo di farmi parlar seco (col capitano), ma, di più, disporlo a mandarmi, per ostaggio, moglie e figliuole, nel castello di Monmiliano nell'occasione che li sarebbe rimessa la lettera di cambio... Iddio mi perdoni se faccio un giudicio temerario, ma per me credo fermamente, che il fine di quest'uomo sii di far la fornace alle spese di V. A. R., se forse anche non mangiano a due ganasce, come si dice. Basta, senza l'autentica fede del Capitano, munita degli accennati ostaggi... non si può nè si deve fare, rimettendomi all'infallibile prudenza di V. A. R. ed al più sano consiglio del sig. marchese Villa... Io parto domani per il mio governo, dove starò attendendo gli ordini di V. A. R. per eseguirli con ogni puntualità possibile. „

Anche il duca dovette finalmente rassegnarsi all'evidenza dei fatti e riconoscere che erasi lasciato aggirare dagli artifizi di un avventuriere, fortunato ancora d'aver potuto in tempo ritirarsi dal mal passo, collo scapito, è vero, di parecchie migliaia di lire, ma senza intacco della sua riputazione e de'suoi Stati. E la lezione, per quanto increscevole, non sarebbe potuta dirsi pagata troppo cara, se almeno avesse servito a metterlo per l'avvenire in sull'avviso contro altre consimili insidiose seduzioni, ma sgraziatamente la lezione doveva andare perduta, ed anche a non lungo intervallo.

Rimanevano però le tracce e le prove della fallita impresa sia nel carteggio corso tra il Duca ed il Ciarle di Londra, sia nelle scale troppo affrettatamente fatte apprestare, ed era quindi importante ed urgente l'ovviare agl'incovenienti, che potevano derivarne, e massime da quel carteggio, che Ginevra avrebbe certamente pagato a caro prezzo.

A quest'effetto parve opportuno il dissimulare, mostrandosi più che mai ardenti all'impresa e fidenti nel buon esito di essa. Se non che, siffatta parte d'ingenuo non poteva guari più seriamente venir rappresentata dal conte di Magliano, come quegli che coi dubbi e colle difficoltà un po' crudamente fatte valere, vi si era chiarito troppo diffidente e contrario. Si finse quindi che il Duca, poco soddisfatto delle sue esitanze, avesse risoluto di surrogarlo con un altro giovane guerriero, che conosciuto generalmente pel suo ardire e coraggio, valesse a raffermare la confidenza dei due avventurieri. Tale si è il significato del seguente brano di lettera di esso conte al Duca, delli 11 agosto:

" ..... Ho detto al Gian Ciarle di Londra di dire al Colonnello, che V. A. R. li manderà il marchese di Parella a parlarli, che io son troppo sospettoso e circospetto; che i vecchi tremano sempre e che V. A. R. si fida di lui e della sua condotta; per vedere con questo di levarli dalle mani le lettere fra le quali io ho avuto fortuna di ritirar l'inclusa di confidenza; perchè, a dir il vero, dopo che gli parlai ebbi sempre sospetto della sua fede, e per ciò ritirai detta lettera ". Qui è dove primamente fa capolino nella nostra Storia il marchese Carlo Emilio di Parella in forma però solo di figurante, sotto il punto di vista caratteristico di tutta la sua vita, cioè di un eroe battagliero, sempre pronto ad ogni più arrischiata impresa, che, pel suo straordinario coraggio e per l'irresistibile prestigio, con cui s'imponeva alle moltitudini, venne a buon diritto denominato il Garibaldi del secolo XVII.

Non sembra, del resto, che il divisato ricuperamento delle lettere ducali sortisse il pieno suo effetto, per colpa fors'anche del Catalano, che, abbandonatosi troppo facilmente all'illusione, che fossero state distrutte, non vi apportò tutta la necessaria diligenza: " Le lettere (scriveva egli al Duca) si suppongono abrugiate, ed io lo credo per più rispetti ", omettendo però di addurre le ragioni di tale suo supposto. Onde non sarebbe punto a stupire, che qualche reliquia di detto carteggio entrasse nel famoso plico di carte, quattro anni dappoi stato offerto, come narra lo Spon, alla città di Ginevra nello scopo di rivelarle una sorpresa contro di essa tramata dal duca Carlo Emanuele (1).

Più non restava che di far scomparire i preparativi della scalata, e a questo pure credeva il Catalano di avere provveduto, come scriveva al Duca il 14 agosto: " Io ritirerò le scale nei magazzini il più cautamente che mi sarà possibile ". Ma si ingannava a partito, giacchè la Camera dei Conti di Savoia, che, avendo registrata la relativa somma, doveva pure accertarne l'impiego, poteva, quandochè fosse, venire in cognizione della cosa. E questa minaccia venne ad un tratto, un anno circa dopo, a turbare i sonni del conte, mentre villeggiava nel suo castello di Magliano, donde, il 18 luglio 1669, notificava al Duca

---

(1) *Hist. de Genève*, tom. 2, p. 614. Genève, 1730.

le sue apprensioni: " Dall'inclusa, che mi manda per V. A. R. M[r] Charrière di Beauregard, ch'è quello, del quale mi servii nel negozio, che V. A. R. comandò l'anno passato, per maggior segretezza, vedrà le ricerche, che fa la Camera per saper quello, che si è fatto delli boscami, per la condotta de' quali aveva il medesimo fatti biglietti sotto pretesto di servirsene per uso proprio della sua campagna a far solari. E perchè, nel proseguimento si vedrebbe che non è vero, sarebbe egli per conseguenza costretto a dire la verità e ad essere processato... Sarei di parere, per continuare la segretezza, che V. A. R. facesse un biglietto alla suddetta Camera di non molestar esso Charrière, nè quelli che hanno condotto il legname per tal fatto... Altrimenti que' signori vogliono saper tutto, e V. A. R. non potrebbe far alcuna cosa, che non fosse saputa da tutta la Camera, composta di diverse sorta di gente ". Il Duca, infatti, pose il suo veto ad ogni ulteriore indagine della Camera. E, per tal modo, rimase sepolto nel mistero un attentato, che poteva avere le più gravi conseguenze, senzachè la stessa città, che doveva esserne vittima, abbia mai avuto sentore del corso pericolo, sebbene non sia mancato qualche vago indizio, che avrebbe dovuto farla sospettare, non della cosa, ma di qualche cosa; indizio, che non isfuggì al già citato Spon, che, parlando appunto del tempo, di cui si tratta, ebbe a notare acutamente: " Il y a de quoi s'étonner que le duc ait voulu entretenir un nombre considérable de troupes autour de Genève huit ou neuf mois, sans qu'on ait jamais sçu pour quel dessein c'était; toutes les apparences sont qu'il avoit quelque entreprise prête à exécuter, mais le grand nombre des précautions que l'on prit et la bonne garde que l'on fit, rompit ses mesures " (1).

Quanto bene si apponesse lo Storico Ginevrino le cose esposte ben lo chiariscono.

(1) *Loc. cit.*, p. 614.

L'Accademico Segretario
ERMANNO FERRERO.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 21 Aprile al 5 Maggio.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Abhandlungen** der mathem.-physischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. XXI, nº 4. Leipzig, 1895; 8º.

* **Annales** de la Société d'Agriculture, Sciences et Industrie de Lyon. 7ème série, t. I, 1893. Lyon, 1894; 8º.

* **Archives** Néerlandaises des sciences exactes et naturelles publiées par la Société hollandaise des sciences à Harlem; tome XXIX, livr. 1. Harlem, 1895; 8º.

* **Atti** della R. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze. 4ª serie, vol. XVII, disp. 3-4, 1894; 8º.

* **Atti** della R. Accad. dei Fisiocritici in Siena. Serie IV, v. VI, fasc. 1-2. Siena, 1895; 8º.

* **Atti** della Società degli Ingegneri e degli Architetti in Torino. A. XXVIII, 1894. Torino, 1894; 4º.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Mathem.-Physische Classe, 1894, III. Leipzig, 1895; 8º.

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani. Anno X, n. 8. Roma, 1895; 8º.

* **Bollettino** medico-statistico dell'Ufficio d'igiene della città di Torino. Anno XXIV, n. 8-10.

* **Bulletin** de la Société géologique de France. 3e série, t. XXI, n. 6-8 (1893); t. XXII, n. 4-8 (1894). Paris, 1894; 8º.

* **Bulletin** de la Société des Sciences naturelles de l'Ouest de la France. T. I (1891); II (1892); IV (1894). Paris; 8º.

* **Bulletin** de la Société d'études scientifiques d'Angers. XXIIIe année, 1893. Angers, 1894; 8º.

* **Bulletin** de la Société Zoologique de France pour l'année 1894. T. XIX. Paris, 1894; 8º.

Bulletin (Treasury Department. Office of the Coast and Geodetic Survey). N. 31, 32, 33. Washington, 1894-95; 8º.

* **Bullettino** delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società medico-chirurgica ecc. Serie VII, vol. VI, fasc. 3. Bologna, 1895; 8º.

Catalogue of the Michigan Mining School. 1892-1894. Announcements. 1895-1896. Houghton, Michigan, 1894; 8° (*dalla Direzione della Scuola*).

Clinica Dermosifilopatica della R. Università di Roma. Prof. R. Campana, Direttore. Anno 1895, fasc. I. Roma, 1895; 8°.

** **Erläuterungen** zur geologischen Specialkarte von Preussen und den Thüringischen Staaten. 53, 58 Liefer. Gradabth. 45, 28; n. 1-3, 7-9, 38, 39, 44, 45, 50, 51, 56, 57. Berlin, 1894-95; 8° e f°.

* **Journal** de l'École Polytechnique: soixante quatrième cahier. Paris, 1894; 4°.

* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1895, part 2. London, 1895; 8°.

* **Journal** of Morphology. Edited by C. O. Whitman, ...with the co-operation of Ed. Ph. Allis. Vol. X, n. 2. Boston, 1895; 8°.

* **Mémoires** de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux. 4e série, t. III, 2e cahier; IV, 1r et 2e cahiers. Bordeaux, 1893-94; 8°.

* **Mémoires** de la Section des sciences de l'Académie des sciences et lettres de Montpellier. 2e série, t. I, 3, 4; II, 1. Montpellier, 1893-94; 8°.

* **Mémoires** de la Société Zoologique de France pour l'année 1894. Tome VII. Paris, 1894; 8°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXIV, disp. 3. Roma, 1895; 4°.

* **Nouvelles** Archives du Muséum d'histoire naturelle. 3me série, tome VI, 1r fasc. Paris, 1894; 4°.

* **Observations** pluviométriques et thermométriques faites dans le Départ. de la Gironde de Juin 1892 à Mai 1893. Bordeaux, 1893; 8° (*Acad. des sciences phys. et naturelles de Bordeaux*).

* **Processi** verbali delle adunanze. Anno accademico 203, n. 7; 204, n. 1-2 (Accad. dei Fisiocritici). Siena, 1895; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXVIII, fasc. VII. Milano, 1895; 8°.

* **Zoologischer Anzeiger,** herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig. 1895, n. 473; 8°.

Lussana (S.). Sul calore specifico dei Gas. Pisa, 1894; 8 (*dall'A.*).

— Sul potere termoelettrico degli elettroliti. Pisa, 1894; 8° (*Id.*).

— A proposito della Nota del sig. Déguisne " Ueber die Frage nach einer Anomalie des Leitvermögens Wässeriger Lösungen bei 4° ". Pisa, 1894; 8° (*Id.*).

— Osservazioni sismiche dei mesi di novembre e dicembre 1894 fatte col microscopio Vicentini. Siena, 1895; 8° (*Id.*).

— Influenza della pressione sulla temperatura di trasformazione. Pisa, 1895; 8° (*Id.*).

Wilde (H.). On the Evidence afforded by Bode's Law of a permanent Contraction of the *Radii Vectores* of the Planetary Orbits. Manchester, 1895; 8° (*Id.*).

— On the Multiple Proportions of the Atomic Weights of Elementary Substances in relation to the unit of Hydrogen. Manchester, 1895; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 28 Aprile al 12 Maggio 1895.

Annali di Statistica. — Statistica industriale. Fasc. LIII, LIV, LV. Notizie sulle condizioni industriali della provincia di Piacenza; Aquila, Chieti e Teramo; Firenze. Roma, 1894-95; 8° (*dal Min. di Agric., Ind. e Comm.*).

* **Annuario** del Ministero della Pubblica Istruzione, 1895. Roma; 8°.

* **Ateneo Veneto.** — Rivista mensile di scienze, lettere ed arti. Serie XIX, vol. I, fasc. 1-3. Venezia, 1895; 8°.

Atti del Consiglio Provinciale di Torino. Anno 1894. Torino, 1895; 8°.

** **Bibliotheca** philologica classica. 1895. Erstes Quartal. Berlin; 8°.

* **Bollettino** delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1895, n. 224; 8° (*dalla Biblioteca Nazionale centrale di Firenze*).

Bulletin de la Société de Géographie Commerciale de Bordeaux. 1895, n. 8; 8°.

* **Bulletin** de la Société de Géographie. 7me série, 4e trimestre 1894. Paris, 1894; 8°.

* **Cosmos.** Vol. XII, n. 1. Torino, 1895; 8°.

** **Raccolta** Ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia, vol. III; vol. I, parte supplementare, 1894; 8°.

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Classe der k. b. Akademie der Wissens. zu München. 1894, Heft III. München, 1895; 8°.

Statistica del Commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° gennaio al 31 marzo. Roma, 1895; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

---

* **John Hopkins** University Circulars. Vol. XIV, n. 118. Baltimore, 1895; 4°.

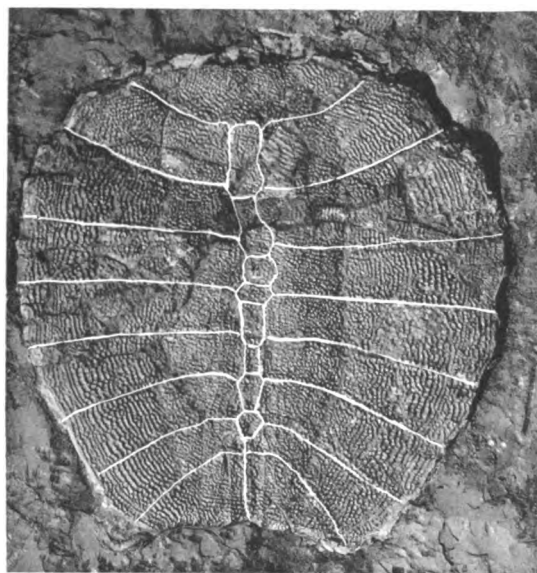
Pennisi Mauro (A.). Ai lettori della " Rivelazione dell'Ente ". Acireale, 1895; 8°.

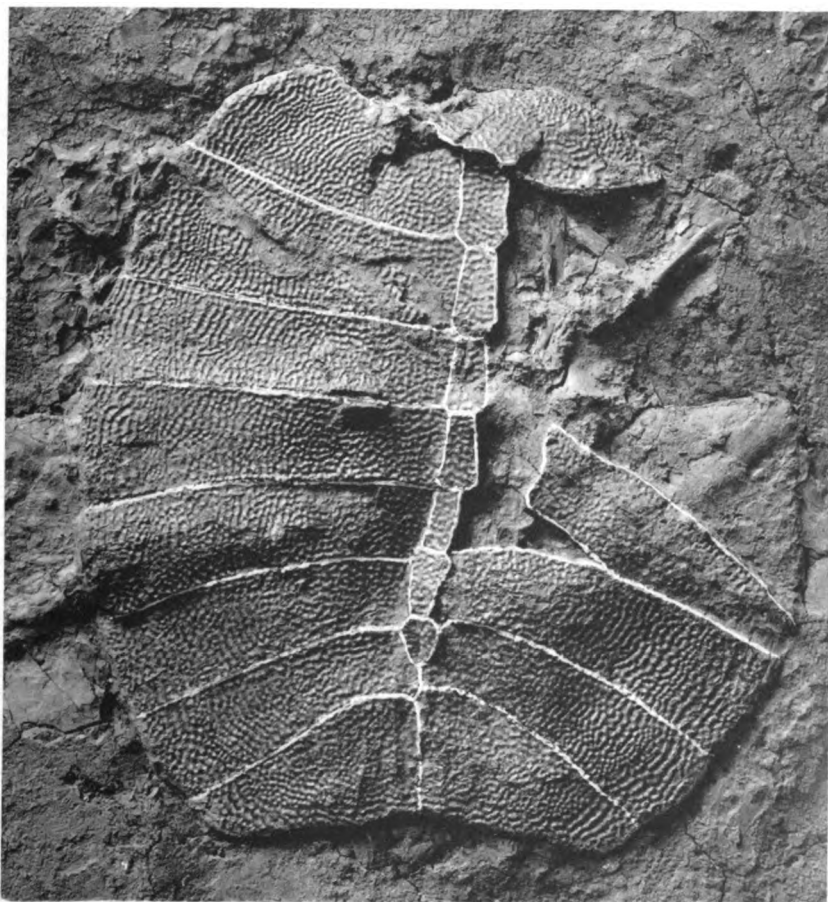
Poggi (V.). Venetologia. F. Cordenons, un po' più di luce sulle origini, idioma e sistema di scrittura degli Euganei-veneti. Venezia, 1894; 8°.

* **Rasgos** biográficos del señor don Juan Idiarte Borda Presidente de la República O. del Uruguay. Montevideo, 1894; 8° (*dal Governo della Repubblica*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino. Vol. XXX.

F. SACCO *Trionici di Monteviale.*

1.

1. *Trionyx Capellinii Negr. var. perexpansa Sacc.* (1/4 circa della gr. nat.)

2.

2. *Trionyx Capellinii Negr. var. gracilina Sacc.* (1/3 circa della gr. nat.)

F. SACCO PHOTOGR.

Eliot. Calzolari & Ferrario. Milano

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 19 Maggio 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA

VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: D'Ovidio, Direttore della Classe, Berruti, Basso, Bizzozero, Ferraris, Mosso, Spezia, Giacomini, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Foà e Naccari Segretario.

Viene letto e approvato l'atto verbale della seduta precedente.

Si partecipa la nomina del Socio Cossa a Vice-Presidente dell'Accademia e del Socio Camerano a Tesoriere.

Vengono accolti per l'inserzione negli *Atti* i seguenti lavori:

1° " *Argomenti in appoggio della nuova ipotesi sulla origine della collina di Torino* "; Nota del Dott. Francesco Virgilio presentata dal Socio Spezia;

2° " *Sui principii che reggono la geometria di posizione* "; Nota del Prof. Mario Pieri, presentata dal Socio Peano;

3° " *Anomalie di sviluppo dell'embrione umano* "; Nota del Socio Giacomini;

4° " *Sopra alcuni Decapodi terziarii del Piemonte* "; Nota dell'Ing. Camillo Crema, presentata dal Socio Camerano;

5° " *Sulla struttura e sulla funzione di assorbimento del peritoneo* "; Nota del Dott. Giuseppe Muscatello, presentata dal Socio Bizzozero;

6° " *Ricerche intorno alla struttura della " Clitocybe odora , Bull.* „ del Dott. Pietro VOGLINO, Nota presentata dal Socio NACCARI per incarico del Socio GIBELLI;

7° " *Sulle singolari proprietà delle soluzioni di allume di cromo* „; Nota del Dott. Virgilio MONTI, presentata dal Socio NACCARI;

8° " *Sulla doppia rifrazione dei raggi di forza elettrica* „; Nota del Dott. Antonio GARBASSO, presentata dal Socio NACCARI;

9° " *La misura della distanza col cannocchiale ridotto* „; Nota del Socio JADANZA.

Vengono presentati per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* i seguenti scritti, l'esame dei quali viene affidato a speciali commissioni:

1° " *Sopra alcune roccie del bacino del Monte Gimont (alta valle di Susa);* „ Memoria del Dott. Giuseppe PIOLTI, presentata dal Socio SPEZIA;

2° " *Sui fenomeni di polarizzazione in un campo elettrostatico uniforme* „; Memoria dell'Ing. Luigi LOMBARDI, presentata dal Socio FERRARIS;

3° " *Sulle equazioni del moto dei corpi elastici* „; Memoria del Dott. Giuseppe LAURICELLA, presentata dal Socio SEGRE per incarico del Socio VOLTERRA.

Nell'adunanza privata tenuta dopo la pubblica il Socio BASSO è nominato delegato della Classe al Consiglio di Amministrazione dell'Accademia e il Socio SEGRE membro della Giunta per la biblioteca accademica.

LETTURE

Argomenti in appoggio della nuova ipotesi sulla origine della Collina di Torino;

Nota geologica del Dott. FRANCESCO VIRGILIO.

In data 12 dicembre 1894 il Dottor E. Haug, Direttore dei lavori pratici al laboratorio di Geologia della Sorbona a Parigi, mi inviava la seguente lettera:

" Veuillez recevoir mes remercîments les plus empressés pour l'aimable envoi de votre remarquable et très intéressant livre sur la Colline de Turin. C'est une précieuse contribution à l'étude tectonique de l'Italie; vous me permettrez seulement d'exprimer le regret que votre ouvrage ne contienne pas quelques coupes exprimant la réalité des faits observés avec d'autres traduisant votre interprétation hypothétique. Votre théorie de l'écoulement en eût été certainement encore plus convaincante. Veuillez agréer, Monsieur et très honoré confrère, l'expression de mon respectueux dévouement. "

Parsami giusta la cortese osservazione del valente geologo, ed incoraggiato dalla benevola accoglienza che la mia nuova ipotesi sul modo di formazione della Collina di Torino (1) si ebbe presso altri ben noti geologi, tra i quali mi piace nominare l'eminente Suess, cercai di illustrare quella ipotesi mediante un certo numero di sezioni geologiche ideali succedentisi cronologicamente dall'aurora del primo periodo cenozoico al principio del quaternario antico e collegantisi con un'altra sezione reale della medesima regione in questione nell'attualità.

Colla supposizione di avere raggiunto l'intento prefissomi non esito a pubblicare i risultati di questo ulteriore studio a supplemento illustrativo della prima Memoria ed a conferma della ipotesi.

(1) F. Virgilio. — *La Collina di Torino in rapporto alle Alpi, all'Appennino ed alla pianura del Po.* Torino, 1895.

Mi varrò poi di questa occasione per dilucidare un punto della mia ipotesi, che può far nascere qualche dubbio.

Migliore di qualsiasi discussione credo risulterà la semplice e particolareggiata descrizione dello schizzo topografico e delle nove sezioni annessi alla presente Nota.

Nell'abbozzo di carta topografica a piccola scala, 1:1850000, è rappresentato approssimativamente il clinale alpino-appenninico che circonda l'attuale alta Valle del Po dal Monte Rosa all'Appennino Ligure. Con una linea, condotta, verso la regione di pianura e di colline prealpine e preappenniniche, presso a poco per gli affioramenti delle rocce in genere preterziarie, è indicato l'attuale piede delle due catene montuose unite delle Alpi e dell'Appennino; e con una linea punteggiata è raffigurato il littorale del golfo adriatico immediatamente prima del potente corrugamento alpino-appenninico, che si iniziò nel periodo miocenico, prolungandosi fino oltre il quaternario antico.

Come è già noto, parecchi autori, pur ammettendo una inevitabile e sensibile contrazione in proiezione orizzontale che si produce negli strati terrestri in seguito al loro corrugamento, non sono però concordi nel valore medio approssimativo da assegnarsi ad una tale contrazione per le diverse catene montuose che presentano al massimo grado il corrugamento dei loro strati. Così mentre Heim per le Alpi Centrali e della Svizzera ammette il valore di 0,5 per siffatta contrazione; Ashburner, Claypole e Lesley per la catena Appalachiana dànno da 0,5 a 0,6; Brögger per i Monti di Cristiania assegna 0,46; Rothpletz invece per le Alpi orientali lo riduce a 0,125. Il Reyer poi, che nei suoi molteplici esperimenti di corrugamento ottenne rapporti variabili, propende anche per il valore ammesso dall'Heim di 0,5. D'altra parte mentre gli strati subiscono col corrugamento la contrazione in proiezione orizzontale, in certe loro parti, per effetto altresì dello stesso fenomeno corrugante, assumono un aumento nello spessore. E quest'ultimo autore verificò, pure sperimentalmente, il rapporto di 1 : 1,5 e persino di 1 : 3 per tale inspessimento.

In considerazione di questi diversi valori relativi alla contrazione, e tenuto conto dell'accentuato corrugamento, a cui andarono soggette nelle due prime fasi permiana e cretacea le formazioni alpine e nella fase cretacea le appenniniche, mentre

tutte non avevano ancora subito prima del miocene il più potente corrugamento che si produsse appunto nella terza fase mio-pliocenica, credetti di attenermi al minore dei valori precedentemente citati, quello cioè del Rothpletz di 0,125, nel tracciare approssimativamente la spiaggia del mare premiocenico, e quindi il piede alpino-appenninico in quell'epoca, trascurando le diverse sue ramificazioni e le comunicazioni col Mare Tirreno della stessa epoca.

Per il tratto infine corrispondente alle Alpi Graie ho pure creduto sufficiente di calcolare l'anzidetta contrazione dal clinale del massiccio del Gran Paradiso piuttostochè da quello del massiccio del Monte Bianco.

Le varie sezioni poi corrispondono tutte alla linea AB del piano diretta da N.O. 9° N. a S.E. 9° S. Questa linea, passante per il culmine della Collina di Superga, da una parte raggiunge la cima del Monte Bianco tagliando il massiccio del Gran Paradiso a poca distanza dalla sua più elevata vetta, dall'altra attraversa il clinale dell'Appennino Savonese ad una elevazione approssimativa di 1000 metri sul mare, passa per Varazze sul Golfo di Genova e raggiunge la linea batometrica 1500 del bacino tirreno.

Corrispondentemente a questa linea dal clinale del Gran Paradiso (m. 4000 circa) al suo attuale limite colla pianura in vicinanza del villaggio Mathi (m. 400 circa) si verifica oggidì una pendenza del 9,473 $^0/_0 = 5^\circ\ 24'$, e dal clinale appenninico (m. 1000 circa) al suo attuale piede in prossimità della Bormida di Spigno (m. 250 circa) una pendenza del 4,411 $^0/_0 = 2^\circ\ 31'$. La pendenza del versante tirreno dell'Appennino, sempre in direzione della sezione, è molto maggiore di quella del versante padano, raggiungendo essa il 10 $^0/_0 = 5^\circ\ 42'$. La pendenza infine dell'attuale fondo marino fino alla linea batometrica 1500, lungo la linea stessa della sezione, sarebbe del 4,285 $^0/_0 = 2^\circ\ 27'$.

In tutte le sezioni ho mantenuto invariabile il livello marino. Ho dovuto però esagerare le altezze, 1 : 50000, per rispetto alle distanze orizzontali, 1 : 500000, perchè esse riuscissero meglio intelligibili in vista della poca elevazione sul mare delle colline relativamente alla lunghezza della sezione. Ed in conseguenza di ciò dovetti altresì esagerare le suaccennate pendenze, fino a portarle al doppio quasi delle attuali, per rappresentare i limiti

di tutte le formazioni preterziarie alpine ed appenniniche, siccome basi di tutti i terreni terziari e quaternari che si successero. Tale esagerazione nelle pendenze d'altronde comincia dalla sezione VI per accentuarsi nell'ultima; inquantochè io credo, che le pendenze di 6° per il versante sud-orientale delle Alpi e di 3° per quello nord-occidentale dell'Appennino in corrispondenza della sezione da me scelta possono considerarsi tali per i medesimi versanti montuosi durante il tempo trascorso dall'epoca Bartoniana alla Messiniana; e ciò per le seguenti ragioni.

Se, come è ammesso, il più intenso corrugamento delle Alpi e dell'Appennino avvenne dalla fine del miocene al quaternario antico, conseguentemente questi rilievi montuosi dall'eocene alla metà del miocene non avevano ancora subìto quella immensa abrasione superficiale dovuta alla erosione, dal cui prodotto furono generati i depositi terziari e quaternari dal Messiniano al *Diluvium*, che ammantarono le pendici subaeree e submarine di quei versanti montuosi e colmarono la depressione marina stessa. A mio credere perciò si può considerare il reale sollevamento sul mare delle masse rocciose alpino-appenniniche in seguito al corrugamento postmiocenico quasi compensato dalla enorme quantità di materiale asportato superficialmente per l'erosione, e quindi considerare minimo l'aumento nella pendenza media dei due versanti montuosi prodottasi per quest'ultima fase del corrugamento.

Tutte le sezioni misurano una lunghezza orizzontale di Km. 97,5 dalle vicinanze di Mathi a quelle della Bormida di Spigno, non avendo tenuto conto delle varianti, d'altronde di non grande rilievo, avvenute nei due littorali marini opposti durante le diverse epoche dell'èra cenozoica dalla Bartoniana all'Astiana.

Nessun rapporto infine ho creduto di indicare circa la potenza delle varie formazioni rocciose rappresentate in tutte le sezioni, salvo quello degli affioramenti loro superficiali dell'ultima sezione.

Sezione I. Questa sezione si rapporta alla fine dell'epoca Tongriana. Sulla base di rocce preterziarie in genere, che facevano da fondo marino, dopo il potente accumulo delle argille *scagliose*, si depositarono dapprima i calcari grigi a foraminiferi alternati ed involti colle marne argillose varicolori e *scagliose*(N. 1)

ed i calcari *alberesi* cogli scisti *galestrini*, e poscia i conglomerati a piccoli elementi di rocce appenniniche ed alpine di lontane regioni (Lago Maggiore, ecc.) con marne e sabbie (N. 2). Questa formazione tongriana, di mano in mano che veniva accumulata dai torrenti alpini ed appenninici, progrediva sul fondo marino per lento scorrimento e si sviluppava in estensione.

Sezione II. Qui è indicata la fine dell'epoca Aquitaniana. Sui conglomerati con marne e sabbie del Tongriano fluirono altre marne e sabbie con conglomerati a più grossi elementi dei primi (N. 3), i quali col loro accumulo sui littorali marini, e quindi col loro peso e conseguenti spinte, concorsero alla continuazione dello scorrimento subacqueo dei primi, subendo essi stessi la medesima sorte. Avvenne perciò l'incontro delle prime masse conglomeratiche alpine colle appenniniche.

Sezione III. Questa sezione rappresenta la deposizione compiutasi al chiudersi dell'epoca Langhiana delle marne fissili cineree (N. 4), le quali contribuirono anch'esse, col loro maggiore accumulo in prossimità delle spiaggie, al movimento scorrente delle formazioni anteriori. In conseguenza di ciò, aumentando le controspinte derivanti dall'incontro dei materiali alpini cogli appenninici, accentuavasi sempre più la miscela tra di loro, essendo essi ancora materiali eminentemente clastici, e si iniziò il ringorgo allo insù dei banchi più superficiali.

Sezione IV. Alle marne langhiane successero altre marne grigie, sabbie, molasse serpentinose e conglomerati con massi giganteschi ed a spigoli vivi (N. 5), il tutto in banchi ripetutamente alternati e rappresentante il complesso della formazione elveziana. Questa sezione raffigura appunto l'incontro della formazione alpina con quella appenninica della medesima epoca al di là della già iniziatasi piega della futura Collina di Torino verso la spiaggia appenninica, nonchè questa stessa piega sempre più accentuantesi per le spinte prodotte dall'accumulo dei materiali elveziani sulle formazioni anteriori, mentre essi stessi si estendevano verso il mare aperto. Ed in questa epoca del pari il moto di scorrimento subacqueo di tutte le masse rocciose già sovrappostesi ai calcari bartoniani fu da queste comunicato altresì ai sottostanti strati calcarei, coadiuvate esse in questo loro lavoro meccanico dalle argille *scagliose* sottostanti e dalle marne argillose *slittanti* intercalate ai banchi calcarei.

Sezione V. Questa sezione rappresenta la regione al chiudersi dell'epoca Tortoniana. Durante quest'epoca si depositarono altre marne cineree (N. 6) sul fondo di quel mare. Oggidì questo deposito marino tortoniano lo si incontra sotto forma di una zona relativamente limitata in corrispondenza di Baldissero sul versante sud-orientale della Collina di Torino e si ripete con un'altra zona tra il Tanaro ed il Belbo in direzione della sezione adottata, mentre non offre traccia alcuna sul versante nord-occidentale della Collina. Questo fatto dà a supporre, che durante quest'epoca Tortoniana la piega ad anticlinale della futura Collina cominciò ad emergere dal mare sotto forma di una piccola isola un poco allungata da S.O. a N.E. continuandosi, pur lentamente se si vuole, il moto di scorrimento subacqueo di tutte le formazioni precedentemente depositatesi. L'opinione che l'emersione della Collina dal mare cominciò nell'epoca Tortoniana sarebbe ancora confermata dal fatto, che oggidì sul versante suo settentrionale non sono per nulla rappresentate tutte le formazioni delle epoche terziarie successive alla Elveziana, mentre esse affiorano colla massima regolarità sul suo versante meridionale e si ripetono corrispondentemente sul lato opposto del bacino Asti-Alessandria.

Sezione VI. Con questa sezione è raffigurata la regione alla fine dell'epoca Messiniana, e quindi al chiudersi del miocene, colla deposizione avvenuta nel corrispondente mare delle caratteristiche marne giallognole scistose e gessifere (N. 7). Ma prima di quest'epoca erasi già iniziato il corrugamento miocenico tanto delle Alpi quanto dell'Appennino e con maggiore intensità nelle prime; per la qualcosa la base preterziaria, sulla quale effettuavasi il lento moto di scorrimento di tutte le formazioni in precedenza portate al mare dalle fiumane alpine ed appenniniche, cominciò a subire una crescente inclinazione e maggiore per il versante alpino. In conseguenza di ciò lo scorrimento dovette assumere una crescente accelerazione facendo sempre convergere verso l'area della già formatasi piega tutti quei depositi in massima parte ancora subacquei, accentuare sempre più questa piega colla sua emersione, colla frattura dei suoi banchi più superficiali per stiramento delle loro ali, e collo inspessimento dei banchi sottostanti in corrispondenza dell'asse della piega stessa per ringorgo allo insù del materiale roccioso ancora incoe-

rente, e nel tempo stesso iniziare l'inclinazione di questa verso la catena delle Alpi.

SEZIONE VII. Nella successiva epoca Piacenziana progredì il corrugamento alpino-appenninico, quindi l'inclinazione della base di scorrimento ed il moto stesso scorrente delle masse rocciose ad essa sovrapposte. Ma in conseguenza appunto di questo aumento nella inclinazione della base e nel movimento subacqueo di masse dovette prodursi un accentuato sprofondamento dei versanti submarini delle Alpi e dell'Appennino e maggiore anche del primo. Effetti altresì di tutto ciò furono la crescente emersione della Collina e la progredente inclinazione della piega verso le Alpi. Sul fondo di quel mare, tutto intorno all'isola collinosa, si depositarono le caratteristiche marne azzurrognole (N. 8).

SEZIONE VIII. Questa sezione, ultima delle ideali, rappresenta la regione all'aurora del quaternario antico. Alle marne azzurrognole piacenziane successero le non meno caratteristiche sabbie gialle astiane (N. 9). In quest'ultima epoca terziaria, progredendo il corrugamento alpino-appenninico e quindi l'inclinazione della base di tutte le formazioni cenozoiche, si accentuarono lo scorrimento ed il corrugamento di queste, nonchè la depressione al piede delle Alpi. Si produsse perciò uno spostamento negativo della linea di spiaggia con un reale sollevamento delle Alpi, dell'Appennino e della Collina sul livello del mare. E si è appunto il corrugamento alpino e della Collina che spiega l'apparente contradizione tra l'accennato spostamento negativo della linea di spiaggia e la depressione a tergo della Collina stessa, cioè al piede delle Alpi; come in generale si osserva a ridosso di ogni catena a pieghe originatasi per scorrimento subacqueo di masse rocciose; depressione generata appunto da questa durante la sua emersione dal mare ad una certa distanza dalla spiaggia (1). Ma cessata la deposizione delle sabbie gialle astiane si iniziò l'arrivo al mare da parte dell'Appennino del potente ammasso ciottoloso, sabbioso e marno-argilloso (N. 10), il Villafranchiano, e da parte delle Alpi dell'altro ancora più potente ammasso (N. 10_1), il *Diluvium*, i quali iniziarono la colmata di quel mare, che in seguito doveva scomparire e per

(1) Esempio: depressione padano-adriatica a tergo dell'Appennino.

sempre da tutta la Valle Padana. In ultimo questa sezione rappresenta il crescente inspessimento dei banchi profondi nella piega della Collina, per il progressivo suo accentuarsi, ed il divaricare delle labbra dell'ultimo banco (N. 4) fratturatosi all'apice della piega stessa gran tempo prima.

Sezione IX. Quest'ultima sezione rappresenta la regione in discussione nell'attualità. Gli affioramenti delle varie formazioni rocciose sono indicati in relazione agli studi compiuti ed alle carte geologiche eseguite dal Baretti e dal Sacco. Per contro l'andamento delle stesse formazioni nelle parti profonde, specialmente dell'ala della piega che si estende verso la catena delle Alpi, è raffigurato secondo le mie idee esposte nella descrizione sommaria delle precedenti sezioni e nella Memoria, alla quale si rapporta la presente Nota.

A mio credere, sottostanti alla enorme massa del *Diluvium* alpino col morenico, colle alluvioni recenti e col *loess*, in tutta l'area compresa tra la catena alpina e le attuali colline, devono trovarsi in posto ed in perfetta sovrapposizione cronologica tutte le formazioni precedentemente accennate, dal calcare bartoniano alle sabbie astiane, e costituire un ampio ma molto schiacciato sinclinale, di cui l'ala sud-orientale, rapidamente rialzandosi in corrispondenza dell'attuale corso del Po, emerge dal *Diluvium* coi banchi più profondi, dall'Elveziano, e forma il versante nord-occidentale dell'attuale Collina. I numerosi lembi di pliocene marino sparsi lungo l'attuale piede delle Alpi ne sarebbero la prova. Di questi banchi costituenti la Collina i più superficiali furono infranti in seguito al corrugamento avvenuto e divaricati nelle loro labbra, mentre i più profondi, se subirono altresì delle fratture verso l'apice della piega, non furono dislocati nei loro brani al pari dei superficiali, ma dovettero sempre più stiparsi tra di loro, come osservasi appunto nei banchi infranti del calcare bartoniano di Gassino. Questo fatto trova la giusta e facile spiegazione nel ringorgo allo insù, a cui furono soggette tutte quelle masse rocciose per effetto dello scorrimento operatosi da due parti ed in senso concorrente. Ed un tale ringorgo è pure provato dallo inspessimento che si verifica nei banchi verso l'asse dell'anticlinale; inspessimento, che diminuisce verso le ali della piega ed in special modo verso l'ala meridionale.

Procedendo poi dal culmine della piega verso il bacino

Astigiano e poscia verso l'Appennino, si passa a grado a grado dalla formazione antica dell'Aquitaniana alla più recente della Villafranchiana di Riva di Chieri, per incontrare poi le medesime formazioni, ma in senso inverso, dalla Villafranchiana cioè all'Aquitaniana e persino alla Tongriana, da Riva di Chieri alle vicinanze della Bormida di Spigno. Nel tempo stesso si osserva una molto maggiore estensione superficiale di questi ultimi affioramenti rispetto ai primi. In conseguenza di tutto ciò non solo devesi ammettere che quasi tutte le formazioni costituenti la Collina si estendono fino al piede dell'Appennino disposte ad ampio sinclinale schiacciato e completo, ma altresì che tutte subirono il moto di scorrimento verso l'area occupata dalla Collina e con intensità crescente dalle inferiori alle superiori, tenuto pur conto della potente erosione superficiale. Quest'ultima sezione, a mio credere, sintetizza all'evidenza la mia ipotesi sull'origine della Collina di Torino.

Ed ora cercherò di chiarire il punto della mia ipotesi, sul quale non feci sufficienti considerazioni nella mia Memoria sulla Collina.

Partendo dal concetto, che il Reyer, nelle sue esperienze sulla formazione delle montagne a pieghe per scorrimento di masse superficiali dovuto alla gravità, assegna in genere alle basi di scorrimento pendenze di 10°, possono farsi le seguenti osservazioni:

1. Mancano fatti positivi che autorizzino ad ammettere pendenze di 10° per i versanti delle Alpi e dell'Appennino durante l'eocene, l'oligocene ed il miocene.

2. Siffatte pendenze sarebbero certamente troppo forti considerate relativamente alle pendenze attuali dei versanti delle medesime catene montuose.

3. Se una eguale pendenza si dovesse assegnare del pari al fondo del mare premiocenico, come prolungamento dei due versanti montuosi concorrenti, ne deriverebbero delle profondità marine per quel tempo esagerate, del tutto eccezionali ed incompatibili coll'ampiezza di 80 a 100 Km. che quel mare doveva al massimo misurare.

4. Ammettendo infine, come più probabili, pendenze di molto inferiori ai 10° per quei versanti e quindi per il fondo

marino d'allora, non si comprenderebbero d'altra parte la possibilità di uno scorrimento subacqueo su di essi di materiali rocciosi per chilometri, ed ancor meno la miscela dei materiali provenienti da uno dei versanti con quelli dell'altro, pur ammettendo come cause, oltre l'azione della gravità, quella altresì di ripetuti scuotimenti prodotti da continuati terremoti e bradisismi.

Faccio anzitutto rilevare, che nella prima mia Memoria ho ammesso la pendenza del versante alpino tanto nella sua parte subaerea quanto nella submarina in tutte le epoche dell'èra terziaria maggiore di quella delle corrispondenti parti del versante appenninico, come si verifica ancora oggidì. Infatti, tanto nelle pendenze in direzione della sezione considerata, quanto in quelle calcolate da varî altri punti delle due catene montuose ai rispettivi piedi attuali di esse e nelle medie delle pendenze stesse, si ha sempre per l'Appennino un valore poco inferiore alla metà di quello relativo alle Alpi.

DIREZIONI	Pendenze per cento	Valore angolare
Alpi:		
Dal M. Rosa (m. 4635)	10,000	5° 42′
„ Gran Paradiso (m. 4000) (Sezione AB)	9,473	5° 24′
„ M. Viso (m. 3840)	14,893	8° 28′
„ M. Argentera (m. 3297)	12,118	6° 54′
„ Mongioie (m. 2631)	8,750	5°
„ M. Settepani (m. 1391)	8,333	4° 45′
Appennino:		
Dal Clinale (m. 1000) (Sezione AB) . . .	4,411	2° 31′
„ M. Ermetta (m. 1262)	4,809	2° 45′
„ M. Ebro (m. 1701)	4,848	2° 46′
Medie:		
Versante alpino padano	10,594	6° 2′
Versante appenninico padano	4,689	2° 41′

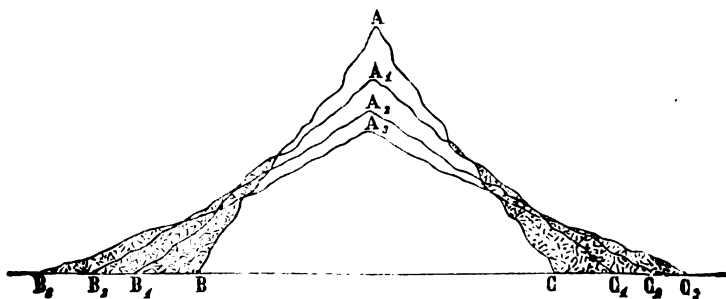
In conseguenza di ciò, volendo considerare la pendenza di 10° pel versante alpino nell'eocene, quella relativa al versante appenninico, che stia alla prima nello stesso rapporto delle attuali corrispondenti pendenze, sarebbe poco inferiore ai 5°.

Ciò premesso, devesi al certo convenire, che non solo difettano assolutamente dati positivi da far ammettere pendenze di 10° per i versanti alpino ed appenninico e conseguentemente

per il fondo del mare terziario in genere e meno ancora prima del corrugamento postmiocenico alpino-appenninico, ma che una tale pendenza sarebbe anche esagerata in considerazione delle pendenze attuali possedute dai versanti di quelle stesse catene montuose, ad onta che queste presentano ora per giunta un corrugamento grandemente più accentuato di quello che presentavano prima del miocene. Non per questo però, secondo il mio modo di vedere, la mia ipotesi debba essere abbandonata siccome inverosimile, venendo meno, apparentemente, il suo fondamento, vale a dire una inclinazione sufficiente della base di scorrimento per ammettere la possibilità del movimento stesso nelle masse rocciose. E ciò per le seguenti ragioni.

Io credo anzitutto che le pendenze dei versanti delle Alpi e dell'Appennino prima del miocene dovevano avere valori non inferiori agli attuali ed anzi maggiori; inquantochè, per il mare, che in allora esisteva tra i due rilievi montuosi, questi dovevano presentare i versanti rivolti al bacino marino dotati di più accentuata inclinazione degli opposti, come si verifica oggidì in genere per le catene montuose poste in vicinanza di mari, e come si osserva in specie per le Alpi e per l'Appennino. Si paragoni infatti il seguente quadro col precedente.

DIREZIONI	Pendenze per cento	Valore angolare
Versante tirreno delle Alpi:		
Dalla R.ª Barbena (m. 1142) al livello marino	12,688	7° 13′
Dal M. Settepani (m. 1391) „ „	10,700	6° 6′
„ M. Alto (m. 955) „ „	10,611	6° 3′
Versante tirreno dell'Appennino:		
Dal Clinale (m. 1000) (Sez. AB) al liv.llo marino	10,000	5° 42′
„ M. Ermetta (m. 1262) „ „	14,022	7° 58′
„ M. Reisa (m. 1184) „ „	23,680	13° 19′
„ M. Candelozzo (m. 1034) „ „	9,400	5° 22′
Medie:		
Versante alpino padano	10,594	6° 2′
„ „ tirreno	11,333	6° 27′
„ appenninico padano	4,689	2° 41′
„ „ tirreno	14,275	8° 5′
„ alpino-appenninico padano . .	8,626	4° 55′
„ „ tirreno . .	13,014	7° 23′

D'altra parte, se quelle montagne non avevano ancora subìto il potente corrugamento postmiocenico, non avevano del pari neppur provata la enorme erosione meteorica compiutasi fino al giorno d'oggi. Secondo il mio modo di vedere, l'azione erosiva che gli agenti meteorici esercitano incessantemente sui materiali rocciosi superficiali è in ragione diretta della elevazione sul mare di questi, sia per la maggiore energia di azione degli agenti in alto, tra cui specialmente il calore coi più accentuati e rapidi scarti nella temperatura atmosferica, sia per la più ampia superficie colà degli stessi materiali rocciosi sgombra di rivestimenti detritici e di vegetazione, e quindi più atta a subire quell'azione erosiva. Ma nel tempo stesso ed in conseguenza di tal fatto, un rilievo positivo terrestre, se non va soggetto all'azione di alcuna forza corrugante e sollevante tale da vincere o compensare in esso l'azione erosiva meteorica, diminuirà sempre più nella sua elevazione sul mare e nella inclinazione del suo pendìo di mano in mano che progredirà l'erosione nelle parti superiori, perchè il prodotto di questa verrà certamente ad accumularsi in massima parte nelle regioni inferiori, facendo aumentare in estensione la base del rilievo stesso e sottraendo così queste dalla erosione stessa. La figura schematica qui annessa spiega questo concetto col rilievo ideale ABC raffigurato in tre stadi successivi della sua erosione superficiale.

Ciò premesso, il lavoro erosivo, a cui andarono soggetti le Alpi e l'Appennino dall'eocene in qua, fu certamente immenso. Una prova ne è la straordinaria quantità di materiale di sfacelo alpino ed appenninico che per tutto il terziario ed il quaternario si riversò nella profonda depressione frapposta alle due catene montuose, colmandola fino al suo attuale livello, pur prescin-

dendo da tutto quell'altro gran materiale detritico portato dalle correnti al mare dall'istante in cui questo abbandonò la Valle del Po, ed astrazion fatta dal reale sollevamento di 400 a 500 metri prodottosi in tutta la regione in seguito al corrugamento mio-pliocenico.

Per le fatte considerazioni può ben ammettersi che dall'eocene al miocene il versante alpino avesse una pendenza di almeno 6° e forse anche maggiore, e quello appenninico una inclinazione di circa 3°; e che tali pendenze fossero aumentate gradatamente di un certo valore relativo dal miocene al quaternario antico in seguito al corrispondente corrugamento alpino-appenninico, per ritornare poscia agli attuali valori a causa della successiva erosione meteorica avvenuta dal quaternario antico al giorno d'oggi.

Riguardo poi al terzo punto della obiezione io ammetto, che il fondo del bacino marino frapposto alle Alpi ed all'Appennino nelle prime epoche del terziario fosse di poco meno inclinato dei rispettivi versanti subaerei delle Alpi e dell'Appennino, come si verifica oggidì del fondo tirreno in corrispondenza della catena alpino-appenninica, ed in direzione delle già indicate pendenze subaeree, pressochè normalmente alla linea di spiaggia. Questa differenza risulta marcatissima dal confronto del quadro seguente col precedente.

DIREZIONI	Pendenze submarine per cento	Valore angolare	Linee batometriche	Distanze orizzontali dalla spiaggia in km.
R^a^. Barbena	5,128	2° 56′	2000	39
M. Settepani	5,405	3° 5′	2000	37
M. Alto	6,000	3° 26′	1500	25
Clinale appenninico (Sezione AB)	4,285	2° 27′	1500	35
M. Ermetta	5,882	3° 21′	1000	17
M. Reisa	4,761	2° 43′	1500	31,5
M. Candelozzo	4,444	2° 32′	1000	22,5
Media:	5,129	2° 56′		

Una pendenza di molto superiore a questa media si verifica

attualmente in corrispondenza di Porto Maurizio fino alla linea batometrica 2500 distante dalla spiaggia 31 km. circa, raggiungendo essa il valore dell'8,064 °/₀ = 4°,36′.

Ma oltre ciò io ammetto pure che il fondo di quell'antico mare subì nelle pendenze le medesime fasi, alle quali andarono soggetti i versanti alpino ed appenninico dal miocene in poi, come ho accennato innanzi.

Colle fatte premesse si vegga ora in quali limiti oscillerebbero le massime profondità del golfo adriatico terziario a seconda delle diverse ipotesi che si possono stabilire relativamente alle pendenze dei suoi due versanti corrispondenti ai versanti alpino ed appenninico, per dedurre poscia il valore approssimativo della più probabile sua massima profondità, secondo il mio modo di vedere.

Considero anzitutto le pendenze in direzione della sezione scelta e trascuro la piccola differenza d'inclinazione tra ognuno dei due versanti montuosi di quelle antiche epoche ed i rispettivi loro prolungamenti subacquei.

Si possono immaginare delle linee o piani inclinati di un determinato valore angolare, nel rapporto precedentemente ammesso tra la media pendenza del versante alpino e quella dell'appenninico, e condotti:

1° Per i punti A e B della sezione portati al livello marino.

2° Per i medesimi punti A e B alle attuali loro altezze sul livello del mare, e perciò corrispondenti presso a poco il primo a Mathi (m. 400) ed il secondo alla Bormida di Spigno (m. 250).

3° Per il Gran Paradiso (m. 4000) e pel Clinale appenninico (m. 1000).

4° Infine dal Gran Paradiso per Mathi e dal Clinale appenninico per la Bormida di Spigno.

Per i casi 2° e 3° ho considerato solo la minima e la massima pendenza.

Le profondità massime risultanti alla intersezione di dette linee o piani nei differenti casi enunciati e con inclinazione varia sarebbero le seguenti:

DIREZIONI DELLE PENDENZE	Valore angolare	Profondità in metri
Dal punto A (m. 0) (Sezioni I-V)	6°	3500
„ „ B (m. 0) (Sezioni I-V)	3°	
„ „ A (m. 0) (Sezione VI)	7°	4100
„ „ B (m. 0) (Sezione VI)	3° 30′	
„ „ A (m. 0) (Sezione VII)	8°	4800
„ „ B (m. 0) (Sezione VII)	4°	
„ „ A (m. 0) (Sezione VIII)	10°	5750
„ „ B (m. 0) (Sezione VIII)	5°	
Da Mathi (m. 400)	6°	3000
Dalla Bormida di Spigno (m. 250) . . .	3°	
Da Mathi (m. 400)	10°	5500
Dalla Bormida di Spigno (m. 250) . . .	5°	
Dal Gran Paradiso (m. 4000)	6°	3400
Dal Clinale appenninico (m. 1000) . . .	3°	
Dal Gran Paradiso (m. 4000)	10°	7000
Dal Clinale appenninico (m. 1000) . . .	5°	
Dal Gran Paradiso (m. 4000) per Mathi (m. 400)	5° 30′	2300
Dal Clinale appenninico (m. 1000) per la Bormida di Spigno (m. 250)	2° 10′	

Dagli esposti calcoli risulta, che la profondità massima del bacino marino in discussione, anteriormente al miocene, oscillerebbe tra un minimo di m. 3000 ed un massimo di m. 7000, pur non volendo tener conto dell'ultima profondità calcolata di soli m. 2300. Di certo siffatte profondità marine sono grandi, considerate specialmente in rapporto all'ampiezza massima di un centinaio di chilometri che doveva misurare quel mare. Però io credo, che tale massima profondità dovrebbe ancora ridursi ad una cifra di molto inferiore alla minima di m. 3000. Infatti, comunque condotte le due linee di pendenza con 6° per il versante alpino e con 3° per quello appenninico, le sole da considerarsi, la profondità oscilla tra m. 3000 e m. 3500. Ma questi valori risultano ben dalla supposizione che il fondo di quel bacino marino fosse costituito da due piani perfetti, prolungamenti

dei versanti montuosi subaerei, che si tagliano; sorgono perciò spontanee le seguenti considerazioni.

All'apparire dell'èra terziaria il fondo di quel mare era certamente costituito di rocce cretacee, formazioni prettamente marine; poteva quindi un tal fondo essere foggiato come due piani inclinati concorrenti e tagliantisi verso la parte mediana del bacino? O non doveva quello invece presentare nella sua massima estensione la quasi orizzontalità caratteristica dei tranquilli sedimenti marini? E d'altra parte, prima dell'eocene era già avvenuto il corrugamento della fase cretacea tanto nella catena alpina, quanto nell'allora originantesi Appennino; ed in seguito a ciò non è forse logico ammettere, che un tale corrugamento avesse colpito, in grado minimo quanto si voglia, ma pure le formazioni mesozoiche submarine esistenti tra le Alpi e la futura catena appenninica in gran parte ancora sommersa? Anzi, secondo il mio modo di vedere, quest'ultima catena montuosa fu appunto originata da uno scorrimento subacqueo di masse rocciose mesozoiche dalle Alpi verso le *Alpi Tirreniche*, per cui il prolungamento della zona calcarea meridionale alpina, corrispondente alle Alpi Graie, alle Cozie ed alle Marittime, scomparve parte per scorrimento e parte per sprofondamento (1).

In vista di tutto ciò è probabile quindi, che il fondo del bacino marino eocenico in parola non solo doveva essere nella parte mediana più elevato di quello risultante dai due piani inclinati presupposti, per cui questi, come prolungamenti dei versanti subaerei, si estendevano nel mare per qualche chilometro soltanto, ma quel fondo doveva presentare altresì delle pieghe e quindi dei rilievi crescenti verso la sua parte centrale. In conseguenza perciò delle logiche deduzioni non esito ad affermare, che quel bacino marino, all'aurora dell'eocene, non poteva misurare nemmeno una massima profondità di m. 3000, ma certamente una ben minore. Questa profondità marina poi andò gradatamente diminuendo nelle successive epoche eoceniche ed oligoceniche di mano in mano che deponevansi in quel mare, sia direttamente, sia per scorrimento dalle spiaggie, le relative formazioni; per la qualcosa all'aurora del miocene il golfo adriatico doveva misurare una massima profondità all'incirca di m. 2000.

(1) F. Virgilio. — *La Collina di Torino, ecc.*, pag. 127.

Riguardo infine al 4° punto della obiezione io credo di potere affermare la possibilità di scorrimenti in masse rocciose superficiali per chilometri e chilometri, specialmente in seno alle acque, su basi inclinate di un valore angolare piccolo, persino di 2° a 3°, e ciò per le seguenti considerazioni.

Anzitutto ammetto la grande influenza che le scosse esercitano sul fenomeno dello scorrimento di strati rocciosi superficiali per effetto della gravità; e lo stesso Reyer, che le tiene in gran conto, le applicò nei vari suoi esperimenti (1). D'altra parte non si può negare che la superficie terrestre è continuamente soggetta a trepidazioni e scuotimenti, prodotti da varie cause, ora forti (terremoti, fratture profonde di strati, ecc.), ora leggiere ed insensibili (bradisismi), e di ciò si ha una continua prova. Quindi vi ha ben ragione di ammettere, che un tal fenomeno siasi verificato con maggiore o minore energia anche nelle passate epoche geologiche in genere e nel terziario in specie; per cui lo scorrimento delle masse rocciose, che originarono la Collina di Torino, può ben essere stato facilitato da consimili continuati scuotimenti.

Ciò premesso, si immagini una spiaggia marina inclinata di qualche grado soltanto, ed un gran fiume che porti ed abbandoni su di essa molto materiale detritico. Questa massa assumerà una forma a cuneo, assottigliantesi verso il mare aperto. Ma l'accumulo di materiale alla superficie farà certo aumentare il grado geotermico profondo, il quale produrrà a sua volta una corrispondente dilatazione calorifica nella massa superficiale e nella base stessa di questa, e quindi un sollevamento superficiale crescente dal fondo del mare aperto verso la spiaggia. In conseguenza di ciò la primitiva inclinazione della spiaggia aumenterà di mano in mano che crescerà l'accumulo del materiale costiero. Non sarebbe perciò forse logico ammettere altresì questa causa durante l'eocene e l'oligocene per spiegare l'inizio e la continuazione stessa dello scorrimento dei materiali detritici alpini ed appenninici trasportati al mare dalle fiumane, per sommarsi poscia dal miocene in poi coll'altra causa del corrugamento alpino-appenninico, che, come la prima, produsse anche

(1) Ed. Reyer. — *Ursachen der Deformationen und der Gebirgsbildung.* Leipzig, 1892, pag. 16. Traduzione italiana di F. Virgilio, pag. 18.

un aumento nella inclinazione delle basi di scorrimento in origine lievi?

Ma oltre ciò ben altre circostanze influiscono potentemente sullo scorrimento di strati superficiali. Infatti, se il materiale roccioso è ad elementi incoerenti ed immerso nell'acqua, questa lo rende certamente più fluente, e facilita l'effetto della gravità a produrre il movimento su di una base a piccola pendenza. E tale fu il caso dei materiali alpini ed appenninici, di cui gli elementi, rimasti incoerenti ed in seno alle acque marine per lunghissimo tempo, oltre a fluire verso la parte mediana del bacino, potettero altresì mescolarsi intimamente tra di loro prima di accentuarsi nei loro banchi il corrugamento.

Il Reyer ottenne sperimentalmente sensibili scorrimenti di masse poltigliose con straterelli intercalati di sostanza polverulenta su basi inclinate di soli 5° coll'aiuto di leggieri e ripetuti scuotimenti.

Altra grande influenza viene pure esercitata dallo spessore della massa scorrente. Con una lettera il Reyer mi afferma, che uno strato fangoso di una certa plasticità e di pochi centimetri di spessore scorre solo su di una base inclinata di 10° a 15°; ma la stessa massa, dello spessore di 30 centimetri, si muove con tutta facilità su di una base inclinata di soli 5°. E giustamente questo autore aggiunge, che, uscendo dai limiti dell'esperienza, si può dedurre, che strati rocciosi di grande rigidità e di forte spessore verranno deformati per effetto della pressione prodotta dalla gravità, la quale cresce in ragione della massa; e che le rocce costituenti le catene montuose e tutta la crosta terrestre, nonostante la loro grande rigidità, sono materiali eminentemente plastici, perchè sono in potenti masse, e la loro coesione rimane costante. E ben fa in ultimo rilevare i movimenti di enormi masse superficiali che si producono sovente su pendenze estremamente piccole per azione delle acque od in seguito a lavori di strade ferrate, ecc. in terreni anche di una certa rigidità.

Cogli esposti argomenti credo di avere a sufficienza chiarito il punto dubbioso della mia prima Memoria e ad un tempo riaffermata la mia ipotesi sul modo di formazione della Collina di Torino.

Sui principii che reggono la Geometria di Posizione;

Nota del Prof. MARIO PIERI.

§ 1. — Oggetto del presente studio è la proposta d'una nuova serie di Postulati per servir di base alla Geometria projettiva, quale è oggi intesa dai più; vale a dire come una scienza deduttiva indipendente da ogni altro corpo di dottrine matematiche o fisiche (e in particolare dagli Assiomi od ipotesi della Geometria elementare) e governata in ogni sua parte da certe leggi fondamentali, come il *principio di proiezione* e *la dualità,* le quali per così dire la informano, e le imprimono il carattere. Che poi questo modo di vedere sia o no da anteporre ad ogni altro per certi rispetti; se ad una scienza costituita in sì fatti termini convenga ancora il titolo di *Geometria;* e d'altre quistioni consimili (tutt'altro che ripugnanti, o straniere, all'indole di queste ricerche) non si discuterà presentemente.

Gli enti qui non definiti, vale a dire i concetti *primitivi* intorno a cui si aggirano tutti i Postulati (e sono come la materia greggia di ogni proposizione) vengono ad esser *tre* di numero, chiamati il *punto projettivo,* la *retta projettiva,* il *segmento projettivo.* Ad essi può attribuirsi qualsivoglia significato in armonia coi Postulati che saranno man mano introdotti. Nella scelta e nell'uso dei quali (sono in tutto *diciannove*) ho cercato conformarmi alle cresciute esigenze circa il rigore; procurando ad es. che niuno potesse facilmente scomporsi in più affermazioni distinte e di minore entità (chè non mi par da imitare l'esempio tutto moderno dei postulati *composti*): e sì nell'enunciarli, e sì nel combinarli fra loro in Teoremi, adoperando ampiamente i simboli e le maniere proprie alla *Logica algebrica,* l'utilità delle quali a ragione non potrebbe negarsi, segnatamente in quest'ordine di studi (*).

(*) Alla piena intelligenza di questo Saggio basteranno le nozioni più elementari di questa nuova Arte Logica, che deve la sua introduzione in

Ai principî della Logica pura, che non si invocheranno esplicitamente volta per volta, ascriviamo anche il concetto di *identità* fra due cose, rappresentato dal segno $=$ (*è uguale*), o dall'equivalente $\epsilon\iota$ (che trattandosi di enti geometrici denoterà la loro *coincidenza* perfetta) e le nozioni comuni intorno al medesimo, raccolte principalmente nelle proposizioni seguenti:

(I) $$a = a$$

(II) $$a = c \,.\, b = c :\supset.\, a = b$$

(III) $$a = b \,.\supset.\, b = a$$

(IV) $$u \epsilon \mathrm{K} \,.\, a \epsilon u \,.\, x = a :\supset.\, x \epsilon u$$

la terza delle quali è conseguenza delle due prime. E propriamente basterebbe ammettere queste proprietà nell'ipotesi che gli enti *a*, *b*, *c* fossero *punti* projettivi: attesochè gli altri enti che qui si considerano essendo *classi* o *varietà* di punti projettivi, l'eguaglianza loro può intendersi *definita* mediante la relazione:

$$a, b \epsilon \mathrm{K} \,.\supset\therefore a = b \,.=:\, a \supset b \,.\, b \supset a\,,$$

dove il significato di $a \supset b$ è alla sua volta espresso in:

$$a, b \epsilon \mathrm{K} \,.\supset\therefore a \supset b \,.=:\, x \epsilon a \,.\supset_x.\, x \epsilon b;$$

per cui resteranno senza più verificate le relazioni (I) e (II) (*). Tra i fatti d'uso più frequente, che nascono di queste due definizioni, noteremo anche i seguenti:

(V) $$a, b \epsilon \mathrm{K} \,.\supset\therefore a = b \,.=:\, x \epsilon a \,.=_x.\, x \epsilon b$$

(VI) $$a, b \epsilon \mathrm{K} \,.\, a \supset b \,.\, x \epsilon a :\supset.\, x \epsilon b.$$

Italia e non pochi perfezionamenti al Prof. G. Peano. Chi non ne avesse notizia, può consultare ad es. l'ottimo manuale di *Logica Matematica* del Prof. C. Burali-Forti (Milano, Hœpli, 1894), o l'opuscolo *Notations de Logique Mathématique* del Prof. G. Peano (Torino, 1894).

(*) V. p. es. Burali-Forti, *loc. cit.*, pagg. 69 e 98 — o, per maggiori sviluppi, il "*Formulaire de Mathématique* publié par la Rivista di Matematica", I, § 4, pag. 5. (Torino, Frat. Bocca, 1895).

Di molti ammaestramenti son debitore all'operetta "*Principî di Geometria logicamente esposti*", del sig. G. PEANO (*). Ma tra questo lavoro ben noto agli studiosi ed il presente Saggio non corrono altre analogie che di forma; poichè nel disegno dei "Principî di Geometria" non entra affatto il proposito che gli enti primitivi e gli Assiomi abbiano qualità invariantive per projezione e per dualità.

Principî rispetto all'appartenersi od alle configurazioni di punti, rette e piani.

§ 2. — Il segno [0] leggasi "*punto projettivo*". Questa locuzione, sostituita alla comune di "punto", mira più che altro a distoglier la mente dall'idea di punto ordinario, o punto fisico, la quale non corrisponde in tutto a ciò che si vuole indicar con quel simbolo. Per altro, anche a non considerar quelle due parole come formanti un sol termine, la qualifica di *projettivo* si addice perfettamente all'idea significata in [0]. Il simile è da dire circa le espressioni "retta projettiva, piano projettivo, segmento projettivo".

Ma, perchè è assai vantaggioso l'aver costantemente sott'occhio almeno *una rappresentazione* sensibile di codeste idee fondamentali; si osserva fin d'ora, che tutte le proposizioni non dipendenti dai Postulati IX, X possono interpretarsi come proprietà di figure composte mediante rette indefinite passanti per un medesimo punto fisso: e propriamente queste rette sono atte a rappresentar *punti projettivi*, i loro fasci sono imagini di *rette proiettive,* la totalità di esse, cioè la stella di rette, rispecchia *un piano projettivo,* mentre un angolo completo avente due di esse per lati è un *segmento projettivo.*

POSTUL. I.

P. 1. $[0] \sim = \Lambda$

"Esiste almeno un punto projettivo".

(*) Torino, Frat. Bocca, 1889.

Postul. II.

P. 2. $a \epsilon [0] . \supset .\because . x \epsilon [0] . x \sim = a : \sim =_x \Lambda$

" Esistono almeno due diversi punti projettivi ".

Essendo a, b due punti non coincidenti, col simbolo ab denoteremo una certa classe o varietà di punti che contiene a. Ciò è significato dai seguenti Postulati (*).

Postul. III.

P. 3. $a, b \epsilon [0] . a \sim = b : \supset . ab \epsilon \mathrm{K}[0].$

Postul. IV.

P. 4. $a, b \epsilon [0] . a \sim = b : \supset . a \epsilon ab$

Di più ammetteremo che " se c è un individuo qualsivoglia della classe ab, purchè diverso da b, sia sempre $ab = bc$ ", vale a dire:

Postul. V.

P. 5. $a, b \epsilon [0] . a \sim = b . c \epsilon ab \sim \iota b : \supset . ab = bc$

Il simbolo ab leggasi " retta projettiva ab ". Quindi la relazione $c \epsilon ab$ si leggerà " c è un punto della retta projettiva ab ".

Sostituendo c con a nel Postul. V e ponendo mente al Postul. IV si deduce:

P. 6. $a, b \epsilon [0] . a \sim = b : \supset . ab = ba$ Teor.

$[\mathrm{Hp} . (\tfrac{a}{c}) \mathrm{P5} . \mathrm{P4} : \supset . \mathrm{Th}]$

cioè che " la retta ab coincide con la retta ba ".

E scambiando fra loro a e b nel Postul. IV:

P. 7. $a, b \epsilon [0] . a \sim = b : \supset . a, b \epsilon ab$ Teor.

$[\mathrm{Hp} . (\tfrac{b, a}{a, b}) \mathrm{P4} . \mathrm{P6} : \supset : b \epsilon ab . \mathrm{P4} : \supset : \mathrm{Th}]$

(*) Quando il discorso ordinario è posto come a ribadire il discorso simbolico, e così in ogni altro caso dove non sia pericolo di ambiguità, si useranno liberamente i termini " punto, retta, ... " invece di " punto projettivo, retta projettiva, ... ".

vale a dire che " essendo sempre a, b due punti distinti, essi giacciono entrambi nella retta ab "

P. 8. $a, b, c, d \epsilon [0] . a \sim = b . a = c . b = d : \supset . ab = cd$ Teor.

$[(\alpha)$ $Hp . P3 . P4 . (IV) \S 1 : \supset : c \epsilon ab . P5 : \supset : ab = bc$

(β) $Hp . \binom{b,c}{a,b} P3,4 . (IV) \S 1 : \supset : d \epsilon bc . \binom{b,c,d}{a,b,c} P5 : \supset : bc = cd$

$Hp . (\alpha) . (\beta) : \supset . Th]$

P. 9. $a, b, c \epsilon [0] . a \sim = b . b \sim = c . ab = bc : \supset . c \epsilon ab$ Teor.

$[Hp . \binom{b,c}{a,b} P7 : \supset : c \epsilon bc . (V) \S 1 : \supset : Th]$

Nelle ipotesi delle Propos. 5 e 9 non è affermata l'esistenza di *tre* punti projettivi *distinti,* dacchè in ognuna di esse potrebbe c coincidere con a. L'esistenza di almeno tre punti distinti sopra ogni retta projettiva risulterà dal seguente:

POSTUL. VI.

P. 10. $a, b \epsilon [0] . a \sim = b : \supset : ab \sim \iota a \sim \iota b . \sim = \Lambda$

cioè " se a, b sono punti non coincidenti, la varietà dei punti ab diversi da a e da b non è nulla ".

Non meno facile è la deduzione dei seguenti Teoremi:

P. 11. $a, b, c \epsilon [0] . a \sim \epsilon \iota b \cup \iota c . c \epsilon ab : \supset . ab = ac$ Teor.

$[Hp . \binom{b,a}{a,b} P5 . P6 : \supset . Th]$

P. 12. $a, b, c \epsilon [0] . a \sim \epsilon \iota b \cup \iota c . ab = ac : \supset . c \epsilon ab$ Teor.

$[Hp . \binom{c}{b} P7 . (V) \S 1 : \supset . Th]$

P. 13. $a, b, c \epsilon [0] . a \sim = b . b \sim = c : \supset : c \epsilon ab . = . a \epsilon bc$ Teor.

$[(\alpha)$ $Hp . P5 . P4 . (V) \S 1 : \supset : c \epsilon ab . \supset . a \epsilon bc$

(β) $Hp . \binom{c,a}{a,c} (\alpha) : \supset : a \epsilon cb . \supset . c \epsilon ba . P6 . (V) \S 1 : \supset :$

$: a \epsilon bc . \supset . c \epsilon ab$

$Hp . (\alpha) . (\beta) : \supset . Th]$

P. 14. $a, b, c \epsilon [0] . a \sim= b . a \sim= c : \supset : c \epsilon ab . = . b \epsilon ac$ Teor.

$[\mathrm{Hp} . \left(\begin{smallmatrix} b,a \\ a,b \end{smallmatrix}\right) \mathrm{P}13 . \mathrm{P}6 : \supset . \mathrm{Th}]$

L'esistenza di più che tre punti distinti in ogni retta projettiva sarà ammessa più tardi, mediante il Postul. XV (§ 7). Ma nondimeno si può già dimostrare il Teorema:

P. 15. $a,b,c,d \epsilon [0] . a \sim= b . c \sim= d : \supset : c,d \epsilon ab . \supset . ab = cd$ Teor.

" Essendo a, b, c, d punti projettivi ed a diverso da b, come pure c da d, se c e d giaceranno entrambi in ab, le rette projettive ab e cd coincideranno "

[(α) $\mathrm{Hp} . (\mathrm{II}) \S 1 : \supset : a \sim= c . \cup . b \sim= c$

(β) $\mathrm{Hp} . a \sim= c : \supset .\cdot. c,d \epsilon ab . \mathrm{P}11 . (\mathrm{V}) \S 1 : \supset : ab = ac .$
$. d \epsilon ac . \left(\begin{smallmatrix} c,d \\ b,c \end{smallmatrix}\right) \mathrm{P}5 : \supset : ab = ac . ac = cd$

(γ) $\mathrm{Hp} . b \sim= c : \supset .\cdot. c,d \epsilon ab . \mathrm{P}5 . (\mathrm{V}) \S 1 : \supset : ab = bc .$
$. d \epsilon bc . \left(\begin{smallmatrix} b,c,d \\ a,b,c \end{smallmatrix}\right) \mathrm{P}5 : \supset : ab = bc . bc = cd$

Hp . (α) . (β) . (γ) : $\supset$. Th (*)]

La P. 15, che qui si desume da altre proposizioni più semplici e principalmente dal V° Postul., è assegnata come *primitiva* in alcuni studî recenti sui principî della Geometria di Posizione (**).

POSTUL. VII.

P. 16. $a, b \epsilon [0] . a \sim= b : \supset : [0] \sim ab . \sim= \Lambda$

" Essendo a e b due punti projettivi non coincidenti, esiste almeno un punto fuori di ab ".

(*) Si sottintende, qui ed appresso, una forma assai comune di raziocinio significata dalla formula:

$$\mathrm{A} \supset \mathrm{P} \cup \mathrm{Q} . \mathrm{A} \mathrm{P} \supset \mathrm{P}' . \mathrm{A} \mathrm{Q} \supset \mathrm{Q}' : \supset . \mathrm{A} \supset \mathrm{P}' \cup \mathrm{Q}'.$$

(**) Ved. p. es. F. AMODEO, *Quali possono essere i postulati*, ecc., § 1 — negli Atti dell'Accad. delle Scienze di Torino, v. XXVI (1891); e G. FANO, *Sui postulati fondamentali della Geometria projettiva*, § 1 — nel Giornale di Matematiche, v. XXX (1891).

§ 3. — In questo e nel seguente § si definisce la *terna di punti allineati* o *collineari*, l'ente generico *retta projettiva*, la *visuale* o *projezion centrale* di una figura, svolgendo in pari tempo da queste definizioni e dai principî precedenti alcune conseguenze immediate a beneficio dei susseguenti §§.

P. 1. $a, b, c \in [0] . \supset :: (a, b, c) \in Cl . = . \therefore$

$\therefore x, y \in [0] . x \sim = y . a, b, c \in xy : \sim =_{x,y} \Lambda$ Def.

" Dire che i punti a, b, c sono *collineari* (Cl) val quanto affermare l'esistenza di due punti distinti x, y tali, che la retta xy contenga i punti a, b, c "

P. 2. $a, b, c \in [0] . a \sim = b . c \in ab : \supset . (a, b, c) \in Cl$ Teor.

$[\text{Hp} . \text{P}7 \, \S 2 \therefore \supset \therefore a, b, c \in ab \therefore \supset \therefore x, y \in [0] .$

$. x \sim = y . a, b, c \in xy : \sim =_{x,y} \Lambda : \text{P}1 \therefore \supset \therefore \text{Th}]$

P. 3. $a, b, c \in [0] . a \sim = b . (a, b, c) \in Cl : \supset . c \in ab$ Teor.

[(α) $\text{Hp} . \text{P}1 : \supset \therefore x, y \in [0] . x \sim = y . a, b, c \in xy : \sim =_{x,y} \Lambda$

(β) $\text{Hp} . x, y \in [0] . x \sim = y . a, b, c \in xy . \left(\begin{smallmatrix} x, y, a, b \\ a, b, c, d \end{smallmatrix}\right) \text{P}15 \, \S 2 :$

$: \supset_{x,y} : xy = ab . (\text{V}) \, \S 1 : \supset_{x,y} : c \in ab$

(γ) $\text{Hp} . [\beta] : \supset :: x, y \in [0] . x \sim = y . a, b, c \in xy : \sim =_{x,y} \Lambda \therefore$

$\therefore \supset . c \in ab$ (*)

$\text{Hp} . (\alpha) . (\gamma) : \supset . \text{Th}$]

P. 4. $a, b, c \in [0] . a \sim = b . c \sim \in ab : \supset . (a, b, c) \sim \in Cl$ Teor.

[P4 = P3]

P. 5. $a, b, c \in [0] . a \sim = b . (a, b, c) \sim \in Cl : \supset . c \sim \in ab$ Teor.

[P5 = P2]

P. 6. $a,b,c \in [0] . a \sim = b . a \sim = c : \supset : (a,b,c) \in Cl . = . ab = ac$ Teor.

$[\text{Hp} . \text{P}2,3 : \supset : (a,b,c) \in Cl . = . c \in ab . \text{P}11,12 \, \S 2 : \supset : \text{Th}]$

(*) Per un principio di Logica che sarà frequentemente usato anche appresso, e può venir significato dalla formula:

$$A_{x,y} . \supset_{x,y} . B_x : = : A_{x,y} \sim =_y \Lambda . \supset_x . B_x .$$

Ved. Peano, *Not. de Log. Math.*, pag. 22.

P. 7. $a, b, c \in [0] . a = c : \supset . (a, b, c) \in Cl$ Teor.

[(α) $\text{Hp} . a \sim= b . \text{P4} \S 2 : \supset : a \in ab . (\text{IV}) \S 1 : \supset : c \in ab . \text{P2} : \supset : \text{Th}$

(β) $\text{Hp} . \text{P2} \S 2 : \supset : x \in [0] \sim \iota a . \sim =_x \Lambda$

(γ) $\text{Hp} . a = b . x \in [0] \sim \iota a . \text{P4} \S 2 : \supset_x : a \in ax . (\text{IV}) \S 1 : \supset_x :$
$: a, b, c \in ax . \text{P1} : \supset_x : (a, b, c) \in Cl$

(δ) $\text{Hp} . a = b . (\gamma) .\cdot. \supset .\cdot. x \in [0] \sim \iota a . \sim =_x \Lambda : \supset .$
$. (a, b, c) \in Cl . (\beta) .\cdot. \supset .\cdot. \text{Th}$

$\text{Hp} . (\alpha) . (\delta) : \supset . \text{Th}$]

P. 8. $a, b, c \in [0] . (a, b, c) \sim \in Cl : \supset : a \sim= b . b \sim= c . c \sim= a$ Teor.

[(α) $\text{Hp} . \text{P7} : \supset . a \sim= c$

(β) $\text{Hp} . \left(\begin{smallmatrix} c, b \\ b, c \end{smallmatrix}\right) \text{P7} : \supset . a \sim= b$

(γ) $\text{Hp} . \left(\begin{smallmatrix} b, a \\ a, b \end{smallmatrix}\right) \text{P7} : \supset . b \sim= c$

$\text{Hp} . (\alpha) . (\beta) . (\gamma) : \supset . \text{Th}$].

P. 9. $a, b, c \in [0] . (a, b, c) \sim \in Cl : \supset : y \in ab . \supset_y . y \sim= c$ Teor.

[$\text{Hp} . \text{P8} : \supset : a \sim= b . \text{P5} : \supset : c \sim \in ab . (\text{IV}) \S 1 : \supset : \text{Th}$]

P. 10. $a, b, c \in [0] . (a, b, c) \sim \in Cl : \supset . ab \cap ac \cap bc = \Lambda$ Teor.

Cioè " se a, b, c sono tre punti non collineari, non potrà esistere alcun punto comune alle tre rette ab, ac, bc "

[(α) $\text{Hp} . \text{P8} . \text{P6} : \supset . ab \sim= ac$

(β) $\text{Hp} . \left(\begin{smallmatrix} b, c, a \\ a, b, c \end{smallmatrix}\right) \text{P9} .\cdot. \supset .\cdot. y \in bc . y = a : =_y \Lambda .\cdot. \supset .\cdot.$
$.\cdot. y = a . y \in ab \cap ac \cap bc : =_y \Lambda$

(γ) $\text{Hp} . \text{P8} :: \supset :: y \sim= a . y \in ab \cap ac . \text{P11} \S 2 : \supset_y : ab =$
$= ay . ac = ay . (\text{II}) \S 1 : \supset_y : ab = ac :: \supset :: y \sim= a .$
$. y \in ab \cap ac : \sim =_y \Lambda .\cdot. \supset . ab = ac$

(δ) $\text{Hp} . (\gamma) . (\alpha) .\cdot. \supset .\cdot. y \sim= a . y \in ab \cap ac : =_y \Lambda .\cdot. \supset .\cdot.$
$.\cdot. y \sim= a . y \in ab \cap ac \cap bc : =_y \Lambda$

$\text{Hp} . (\beta) . (\delta) : \supset : y \in ab \cap ac \cap bc . =_y \Lambda : \supset : \text{Th}$]

P. 11. $a, b, c, d \in [0] . d \sim = a . (a, b, d) \in Cl . (a, c, d) \in Cl :$
$: \supset . (a, b, c) \in Cl$ Teor.

[Hp . P3 : $\supset$: $b, c \in ad$. P4 § 2 : $\supset$: $a, b, c \in ad$. P1 : $\supset$: Th]

P. 12. $a, b, c, d \in [0] . d \sim = a . (a, b, c) \sim \in Cl : \supset :$
$: (a, b, d) \sim \in Cl \cup . (a, c, d) \sim \in Cl$ Teor.

[P12 = P11]

P. 13. $a, b, c, d \in [0] . (a, b, d) \in Cl . (a, c, d) \in Cl .$
$. (b, c, d) \in Cl : \supset . (a, b, c) \in Cl$ Teor.

[(α) Hp . $d \sim = a$. P11 : $\supset$. Th

(β) Hp . $d = a : \supset : (b, c, a) \in Cl : \supset$: Th

Hp . (α) . (β) : $\supset$. Th]

P. 14. $a, b, c, d \in [0] . (a, b, c) \sim \in Cl : \supset : (a, b, d) \sim \in Cl . \cup$
$\cup . (a, c, d) \sim \in Cl . \cup . (b, c, d) \sim \in Cl$ Teor.

[P14 = P13]

§ 4. — Useremo il simbolo [1] per denotare la *classe* o *varietà* delle rette projettive (§ 2).

[1] = “ *retta projettiva* ”.

Il simbolo [1] può esser definito mediante i segni fin qui adoperati, e propriamente:

P. 1. $[1] = \overline{r\epsilon} (a, b \in [0] . a \sim = b . r = ab : \sim =_{a,b} \Lambda)$ Def.

la quale si può anche scrivere:

P. 2. $r \in [1] . =_r .\cdot . a, b, \in [0] . a \sim = b . r = ab : \sim =_{a,b} \Lambda$ Teor.

[P2 = P1]

Di qui nasce senz'altro, che:

P. 3. $a, b \epsilon [0] . a \sim = b : \supset . ab \epsilon [1]$ Teor.

$[\text{Hp} . (\text{I}) \S 1 .\cdot. \supset .\cdot. a, b \epsilon [0] . a \sim = b . ab = ab : \sim =_{a,b} \Lambda :$
$: \text{P2} .\cdot. \supset .\cdot. \text{Th}]$

In virtù della definizione suddetta il Postul. VII (P16 § 2) e la definizione di terna collineare (P1 § 3) divengono:

P. 4. $r \epsilon [1] . \supset : [0] \sim r . \sim = \Lambda$ Teor.

P. 5. $a,b,c \epsilon [0] . \supset :: (a,b,c) \epsilon Cl . = .\cdot. r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r : \sim =_r \Lambda$ Teor.

[P1 . P16 § 2 : $\supset$. P4 P1 . P1 § 3 : $\supset$. P5]

E in simil modo potrebbero alquanto semplificarsi gli enunciati simbolici di alcune fra le proposizioni precedenti. —

Se a è un punto projettivo, e k una figura (o classe, o varietà) qualsivoglia di punti projettivi, col simbolo $a(k)$, o ak, s'indicherà la " *visuale di* k *da* a ". In altri termini:

P. 6. $a \epsilon [0] . k \epsilon \text{K}[0] : \supset . ak = \overline{x \epsilon} (y \epsilon k \sim \iota a . x \epsilon ay : \sim =_y \Lambda)$ Def.

Il contenuto di ak è parte di un concetto più generale pertinente alla Logica pura (*). La P. 6 tradotta in parole diviene:

" Essendo a un punto e k una classe di punti, la visuale di k da a è l'insieme dei punti x soddisfacenti la condizione, che esista un punto y di k, diverso da a, e tale che x stia sulla retta ay " (**).

Il significato di ak, allorchè k riducesi ad un sol punto b diverso da a, non differisce dal significato di ab (§ 2). Ma di più sussiste il Teorema:

P. 7. $a, b, c \epsilon [0] . (a, b, c) \epsilon Cl . a \sim = b : \supset . c(ab) = ab$ Teor.

[(α) $\text{Hp} . \text{P6} . \text{P3} \S 2 : \supset . c(ab) = \overline{x \epsilon} (y \epsilon ab \sim \iota c . x \epsilon cy : \sim =_y \Lambda)$

(β) $\text{Hp} . (\text{II}) \S 1 : \supset : a \sim = c . \cup . b \sim = c$

(*) Ved. *Formul. de Mathém.*, I, § 5, prop. 3, dove il nostro ak sarebbe espresso dal simbolo $a(k \sim \iota a)$ dopo eseguita la sostituzione $\left(\begin{smallmatrix} a, k \\ f, a \end{smallmatrix}\right)$: onde la P. 6 potrebbe anche esser proposta come un Teorema.

(**) Cfr. Peano, *Princ. di Geom.*, § 2.

(γ) Hp . $a \sim = c$. P6 § 3 . $\binom{c}{b}$P6 § 2 .·. Ɔ .·. $ab = ca$. (V) § 1 .
. P3 § 2 .·. Ɔ .·. $y \epsilon ab$. $=_y$. $y \epsilon ca$. $\binom{c,a,y}{a,b,x}$ P11,12 § 2 . (I),
(II) § 1 .·. Ɔ .·. $y \epsilon ab \sim \iota c$. $=_y$: $y \epsilon [0] \sim \iota c$. $ab = cy$.
. (α) .·. Ɔ .·. $c(ab) = \overline{x\epsilon}\,(y \epsilon [0] \sim \iota c . ab = cy . x \epsilon ab :$
$: \sim =_y \Lambda) = ab \frown \overline{x\epsilon}\,(y \epsilon [0] \sim \iota c . ab = cy : \sim =_y \Lambda)$

(δ) Hp . $a \sim = c$. P6 § 3 . $\binom{c}{b}$ P6 § 2 .·. Ɔ .·. $y \epsilon [0] \sim \iota c$.
. $ab = cy : \sim =_y$: (γ) .·. Ɔ .·. Th

(ξ) Hp . $b \sim = c$. $\binom{b}{a}$ (δ) . P6 § 2 : Ɔ . Th
Hp . (β) . (δ) . (ξ) : Ɔ . Th]

In ordine alla visuale d'una figura arbitraria valgono le proprietà seguenti:

P. 8. $a \epsilon [0] . k \epsilon K[0]$: Ɔ .·. $y \epsilon k \sim \iota a . \sim =_y \Lambda : = . a \epsilon ak$ Teor.

[(α) Hp . P6 : Ɔ : : $x \epsilon ak . =_x$.·. $y \epsilon k \sim \iota a . x \epsilon ay : \sim =_y \Lambda$
Hp $\binom{a}{x}$ (α) : : Ɔ : : $a \epsilon ak . =$.·. $y \epsilon k \sim \iota a . a \epsilon ay : \sim =_y \Lambda$: :
: : P4 § 2 : : Ɔ : : Th]

P. 9. $a \epsilon [0] . k \epsilon K[0]$: Ɔ : $x \epsilon k \sim \iota a$. $Ɔ_x$. $x \epsilon ak$ Teor.

[Hp : : Ɔ : : $x \epsilon k \sim \iota a$. $\binom{x}{b}$ P 7 § 2 : $Ɔ_x$.·. $y \epsilon k \sim \iota a . x \epsilon ay$:
: $\sim =_y \Lambda$: : P6 : : Ɔ : : Th]

P. 10. $a \epsilon [0] . k \epsilon K[0]$: Ɔ .·. $k \sim \iota a . \sim = \Lambda$: Ɔ . $\iota a \cup k$ Ɔ ak Teor.
[P8 . P9 : Ɔ . P10]

Vale a dire che " essendo a un punto e k una classe di punti, se questa contiene almeno un punto diverso da a, la visuale di k da a conterrà k ed a ". —

Se il punto a non appartiene alla classe k, la visuale di k da a può esser definita in forma alquanto più breve; e cioè:

P. 11. $k \epsilon K[0] . a \epsilon [0] \sim k$: Ɔ . $ak = \overline{x\epsilon}\,(y \epsilon k . x \epsilon ay : \sim =_y \Lambda)$ Teor.
[Hp . (IV) § 1 : Ɔ : $y \epsilon k$ $Ɔ_y$. $y \sim = a$: P6 : Ɔ : Th]

§ 5. — Nel presente § si tratta del *piano projettivo* e delle prime nozioni ad esso attinenti. Queste, e quelle dei paragrafi

precedenti, con pochi sviluppi ulteriori, bastano alla dimostrazione del teorema di DESARGUES sui triangoli omologici, e alla definizione delle forme e operazioni fondamentali della Geometria Projettiva. —

" Se b, c sono punti distinti, ed a è un punto fuor della retta bc, la visuale $a(bc)$ di questa retta da a (P1) è una nuova classe di punti identica alla classe $a(cb)$ (P 2, 3) e contenente la retta stessa bc e ciascuna delle rette ab, ac (P 4,5,6) ":

P. 1. $a, b, c \epsilon [0] \,.\, b \sim = c \,.\, a \sim \epsilon bc : \supset \,.\, a(bc) = \overline{x \epsilon} (y \epsilon bc \,.$
$. \, x \epsilon ay : \sim =_y \Lambda)$ Teor.

[Hp . $\binom{b,c}{a,b}$ P3 § 2 . $\binom{bc}{k}$ P11 § 4 : $\supset$. Th]

P. 2. $a, b, c \epsilon [0] \,.\, b \sim = c \,.\, a \sim \epsilon bc : \supset \,.\, a(bc) \epsilon \mathrm{K}[0]$ Teor.

[P1 . $\supset$. P2]

P. 3. $a, b, c \epsilon [0] \,.\, b \sim = c \,.\, a \sim \epsilon bc : \supset \,.\, a(bc) = a(cb)$ Teor.

[Hp . P6 § 2 : $\supset$: $y \epsilon bc \,. =_y .\, y \epsilon cb$. P1 : $\supset$: Th]

P. 4. $a, b, c \epsilon [0] \,.\, b \sim = c \,.\, a \sim \epsilon bc : \supset \,.\, \iota a \cup bc \supset a(bc)$ Teor.

[Hp . P4 § 2 . (IV) § 1 : $\supset$: $b \epsilon bc \sim \iota a$. P10 § 4 : $\supset$: Th]

P. 5. $a, b, c \epsilon [0] \,.\, b \sim = c \,.\, a \sim \epsilon bc : \supset \,.\, ab \supset a(bc)$ Teor.

[(α) Hp . P4 § 2 . (IV) § 1 : $\supset$: $b \epsilon bc \,.\, a \sim = b$

(β) Hp . (α) . $x \epsilon ab \,.\because. \supset_x .\because. y \epsilon bc \,.\, x \epsilon ay : \sim =_y \Lambda$: P1 .˙.
.˙. $\supset_x$.˙. $x \epsilon a(bc)$

Hp . (β) . P3 § 2 . (α) : $\supset$. Th]

P. 6. $a, b, c \epsilon [0] \,.\, b \sim = c \,.\, a \sim \epsilon bc : \supset \,.\, ac \epsilon a(bc)$ Teor.

[Hp . $\binom{c,b}{b,c}$ P5 . P6 § 2 : $\supset$: $ac \supset a(cb)$. P3 : $\supset$: Th] (*)

Nell'ipotesi delle sei proposizioni precedenti al posto della doppia condizione $b \sim = c \,.\, a \sim \epsilon bc$ si può mettere $(a, b, c) \sim \epsilon\, Cl$. Così la P. 1 diventa:

(*) E si potrebbe anche dimostrare, grazie al Post. VI, che la figura $a(bc)$ contiene almeno un punto non giacente in alcuna delle rette ab, ac, bc.

P. 7. $a, b, c \epsilon [0] . (a, b, c) \sim \epsilon Cl : \supset . a(bc) = \overline{x \epsilon} (y \epsilon bc .$
$. x \epsilon ay : \sim =_y \Lambda)$ Teor.

$[a, b, c \epsilon [0] . \binom{b,c,a}{a,b,c} P4, 5, 8 \S 3 .\cdot. \supset .\cdot. (a, b, c) \sim \epsilon Cl . = :$
$: b \sim = c . a \sim \epsilon bc .\cdot. \supset .\cdot. P7 = P1]$

la quale differisce solo in apparenza dall'altra:

P. 8. $a, b, c \epsilon [0] . (a, b, c) \sim \epsilon Cl : \supset . a(bc) = \overline{x \epsilon} (y \epsilon bc .$
$. y \sim = a . x \epsilon ay : \sim =_y \Lambda)$ Teor.

$[Hp . \binom{b,c,a}{a,b,c} P9 \S 3 : \supset : y \epsilon bc . \supset_y . y \sim = a : \supset : P8 = P7]$

Si dimostra che " essendo a, b, c punti non collineari e d un punto diverso da a, se d appartenga alla figura $a(bc)$, le rette projettive ad e bc avranno almeno un punto a comune e viceversa ", ossia che:

P. 9. $a, b, c, d \epsilon [0] . (a, b, c) \sim \epsilon Cl . d \sim = a : \supset ::$
$:: d \epsilon a(bc) . = .\cdot. y \epsilon bc . y \epsilon ad : \sim =_y \Lambda$ Teor.

[(α) $Hp . P7 : \supset :: d \epsilon a(bc) . = .\cdot. y \epsilon bc . d \epsilon ay : \sim =_y \Lambda$

(β) $Hp . \binom{b,c,a}{a,b,c} P9 \S 3 : \supset : y \epsilon bc . \supset_y . y \sim = a$

(γ) $Hp . (\beta) . \binom{y,d}{b,c} P14 \S 2 : \supset .\cdot. y \epsilon bc . d \epsilon ay : =_y : y \epsilon bc . y \epsilon ad$

$Hp . (\alpha) . (\gamma) : \supset . Th]$

E qui sembra opportuno il dar luogo a un nuovo Postulato, che, stando a ciò che sarà detto più avanti, potrebbe chiamarsi il " Postul. del piano projettivo ":

POSTUL. VIII.

P. 10. $a, b, c \epsilon [0] . (a, b, c) \sim \epsilon Cl . d \epsilon a(bc) \sim \iota b : \supset . bd \supset a(bc)$

" Essendo a, b, c punti non collineari, se d è un punto della figura $a(bc)$ diverso da b, la retta bd sarà contenuta per intero in $a(bc)$ ". Onde si trae, con uno scambio di lettere:

P. 11. $a, b, c \epsilon [0] . (a, b, c) \sim \epsilon Cl . d \epsilon a(bc) \sim \iota c : \supset . cd \supset a(bc)$ Teor.

$[Hp . \binom{c,b}{b,c} P10 . P3 . P8 \S 3 . \binom{b,c,a}{a,b,c} P5 \S 3 : \supset . Th]$

E per virtù di questo nuovo principio, è possibile dimostrare il fatto importante che " nelle stesse ipotesi, le figure $a(bc)$ e $b(ca)$ coincidono ", vale a dire:

P. 12. $a,b,c \epsilon [0] . (a, b, c) \sim \epsilon Cl : \supset . a(bc) = b(ca)$ Teor.

[(α) $Hp . \binom{c,a,b}{a,b,c} P5, 8 \S 3 : \supset : c \sim = a . b \sim \epsilon ca . \binom{b,c,a}{a,b,c} P5 : \supset :$
$: y \epsilon bc . \supset_y . y \epsilon b(ca)$

(β) $Hp . \binom{b,c,a}{a,b,c} P9 \S 3 .\therefore \supset .\therefore y \epsilon bc . \supset_y . y \sim = a . (\alpha) . \binom{b,c,a,y}{a,b,c,d} P11 .\therefore$
$.\therefore \supset .\because y \epsilon bc . \supset_y . ay \supset b(ca) .\because \supset .\because y \epsilon bc . x \epsilon ay :$
$: \supset_{x,y} : ay \supset b(ca) . x \epsilon ay : \supset_{x,y} : x \epsilon b(ca)$

(γ) $Hp . (\beta) :: \supset :: y \epsilon bc . x \epsilon ay : \sim =_y \Lambda .\because \supset_x . x \epsilon b(ca) . P7 ::$
$:: \supset :: x \epsilon a(bc) . \supset_x . x \epsilon b(ca) :: \supset :: a(bc) \supset b(ca)$

(δ) $Hp . \binom{b,a}{a,b} (\gamma) : \supset : b(ac) \supset a(cb) . P3 . P5,8 \S 3 : \supset : b(ca) \supset a(bc)$

$Hp . (\gamma) . (\delta) : \supset . Th$]

P. 13. $a,b,c \epsilon [0] . (a,b,c) \sim \epsilon Cl : \supset . a(bc) = b(ca) = c(ab)$ Teor.

[$Hp . \binom{b,c,a}{a,b,c} P12 : \supset : b(ca) = c(ab) . P12 : \supset : Th$]

Dopo ciò è fuori dubbio l'opportunità della seguente definizione:

P. 14. $a, b, c \epsilon [0] . (a, b, c) \sim \epsilon Cl : \supset . abc = a(bc)$ Def.

dove il simbolo abc si leggerà " *piano projettivo* abc " (o anche *piano completo* o *piano di Riemann*). Onde sarà ancora:

P. 15. $a, b, c \epsilon [0] . (a, b, c) \sim \epsilon Cl : \supset . abc = acb =$
$= bca = bac = cab = cba$ Teor.

[$P14 . P13 . P3 : \supset . P15$]

P. 16. $a,b,c \epsilon [0] . (a,b,c) \sim \epsilon Cl . d \epsilon bc \sim \iota b : \supset . abc = abd$ Teor.

[$Hp . P8, 5 \S 3 : \supset : b \sim = c . a \sim \epsilon bc . P11 \S 2 : \supset : bc = bd .$
$. a \sim \epsilon bd . P4 \S 3 : \supset : bc = bd . (a, b, d) \sim \epsilon Cl . P7 :$
$: \supset : a(bc) = a(bd) . P14 : \supset : Th$]

P. 17. $a,b,c \epsilon [0] . (a,b,c) \sim \epsilon Cl . d \epsilon bc : \supset : abc = abd . \cup . abc = acd$ Teor.

[(α) $Hp . P8 \S 3 : \supset : b \sim = c . (II) \S 1 : \supset : d \sim = c . \cup . d \sim = b$

(β) $Hp . d \sim = c . \binom{e,b}{b,c} P16 . P6 \S 2 : \supset : acb = acd . P15 : \supset :$
$: abc = acd$

$Hp . (\alpha) . (\beta) . P16 : \supset . Th$]

P. 18. $a, b, c \epsilon [0] . (a, b, c) \sim \epsilon Cl . d \epsilon abc . (a, b, d) \sim \epsilon Cl :$
$: \supset . abc = abd$ Teor.

[(α) $Hp . \binom{d}{c} P8 \S 3 : \supset : d \sim = a . P9,14 : \supset : y \epsilon bc \cap ad . \sim =_y \Lambda$

(β) $Hp . \binom{b,c,a}{a,b,c} P9 \S 3 : \supset : y \epsilon bc . \supset_y . y \sim = a$

(γ) $Hp . \binom{d,b}{b,c} P9 \S 3 : \supset : y \epsilon ad . \supset_y . y \sim = b$

(δ) $Hp . \binom{y}{d} P16 : \supset : y \epsilon bc \sim \iota b . \supset_y . abc = aby$

(ε) $Hp . \binom{b,a,d,y}{a,b,c,d} P16 : \supset .\because . y \epsilon ad \sim \iota a : \supset_y : bad = bay . P15 :$
$: \supset_y : abd = aby$

$Hp . (\beta) . (\gamma) . (\delta) . (\varepsilon) : \supset : y \epsilon bc \cap ad . \supset_y . abc = abd . (\alpha) : \supset : Th$]

Con questa P 18 ci avviamo a dimostrare gradatamente il fatto importantissimo (significato in P. 20) che " il piano *abc* coincide col piano individuato da tre qualunque dei suoi punti non collineari "

P. 19. $a, b, c \epsilon [0] . (a, b, c) \sim \epsilon Cl . d, e \epsilon abc . (a, d, e) \sim \epsilon Cl :$
$: \supset . abc = ade$ Teor.

[(α) $Hp . P8 \S 3 : \supset : b \sim = a . \binom{d,e,b}{b,c,d} P12 \S 3 : \supset : (a, d, b) \sim \epsilon Cl .$
$. \cup . (a, e, b) \sim \epsilon Cl$

(β) $Hp . (a, d, b) \sim \epsilon Cl . P18, 15 : \supset : abc = adb . (V) \S 1 : \supset :$
$: e \epsilon adb . \binom{d,b,e}{b,c,d} P18 : \supset : adb = ade : \supset : abc = ade$

(γ) $Hp . (a,e,b) \sim \epsilon Cl . \binom{e,d}{d,e} (\beta) : \supset : abc = aed . P15 : \supset : abc = ade$

$Hp . (\alpha) . (\beta) . (\gamma) : \supset . Th$]

P. 20. $a, b, c \epsilon [0] . (a, b, c) \sim \epsilon Cl . d, e, f \epsilon abc . (d, e, f) \sim \epsilon Cl :$
$: \supset . abc = def$ Teor.

[(α) $Hp . \binom{d,e,f,a}{a,b,c,d} P14 \S 3 : \supset : (d, e, a) \sim \epsilon Cl . \cup . (d, f, a) \sim \epsilon Cl .$
$. \cup . (e, f, a) \sim \epsilon Cl$

(β) $\mathrm{Hp} . (d, e, a) \sim \epsilon\, Cl . \mathrm{P}19, 15 : \supset : abc = dea . (\mathrm{V}) \S 1 : \supset :$
$: f \epsilon dea . \binom{d,e,a,f}{a,b,c,d} \mathrm{P}18 : \supset : dea = def : \supset : abc = def$

(γ) $\mathrm{Hp} . (d,f,a) \sim \epsilon\, Cl . \binom{f,d,e}{d,e,f} (\beta) : \supset : abc = fde . \mathrm{P}15 : \supset : abc = def$

(δ) $\mathrm{Hp} . (e,f,a) \sim \epsilon\, Cl . \binom{e,f,d}{d,e,f} (\beta) : \supset : abc = efd . \mathrm{P}15 : \supset : abc = def$

$\mathrm{Hp} . (\alpha) . (\beta) . (\gamma) . (\delta) : \supset . \mathrm{Th}$]

Adesso si può dimostrare altresì che " la retta congiungente due diversi punti d'un piano giace tutta in esso „:

P. 21. $a,b,c \epsilon [0] . (a,b,c) \sim \epsilon\, Cl . d,e \epsilon abc . d \sim = e : \supset : de \supset abc$ Teor.

[(α) $\mathrm{Hp} . \mathrm{P}14 \S 3 : \supset : (a,b,d) \sim \epsilon\, Cl . \cup . (a,c,d) \sim \epsilon\, Cl . \cup . (b,c,d) \sim \epsilon\, Cl$

(β) $\mathrm{Hp} . (a, b, d) \sim \epsilon\, Cl . \mathrm{P}18 : \supset : abc = abd . (\mathrm{V}) \S 1 : \supset : e \epsilon abd .$
$. \binom{d,e}{c,d} \mathrm{P}11, 14 : \supset : de \supset abd : \supset : de \supset abc$

(γ) $\mathrm{Hp} . (a, c, d) \sim \epsilon\, Cl . \binom{c,a,b}{a,b,c} (\beta) : \supset : de \supset cab . \mathrm{P}15 : \supset : de \supset abc$

(δ) $\mathrm{Hp} . (b, c, d) \sim \epsilon\, Cl . \binom{b,c,a}{a,b,c} (\beta) : \supset : de \supset bca . \mathrm{P}15 : \supset . de \supset abc$

$\mathrm{Hp} . (\alpha) . (\beta) . (\gamma) . (\delta) : \supset . \mathrm{Th}$]

Il contenuto della P. 21 è già *parzialmente* ammesso nel Postulato VIII. —

P. 22. $a,b,c \epsilon [0] . (a,b,c) \sim \epsilon\, Cl . d,e,f,g \epsilon abc . d \sim = e . f \sim = g :$
$: \supset : y \epsilon de \cup fg . \sim =_y \Lambda$ Teor.

Si dimostra in somma che " due rette projettive giacenti in un medesimo piano projettivo hanno almeno un punto in comune „:

[(α) $\mathrm{Hp} . f \epsilon de . \mathrm{P}4 \S 2 : \supset : f \epsilon de \cap fg : \supset : \mathrm{Th}$

(β) $\mathrm{Hp} . f \sim \epsilon de . \mathrm{P}4 \S 3 : \supset : (d, e, f) \sim \epsilon\, Cl . \mathrm{P}20 : \supset : abc =$
$= def . (\mathrm{V}) \S 1 : \supset : g \epsilon def . \mathrm{P}15, 14 : \supset : g \epsilon f(de) . \binom{f,d,e,g}{a,b,c,d} \mathrm{P}9 :$
$: \supset : \mathrm{Th}$

$\mathrm{Hp} . (\alpha) . (\beta) : \supset . \mathrm{Th}$]

Tale proprietà, essenziale per la Geometria di Posizione, deriva principalmente dalla definizione di piano projettivo (P. 14) e dal

Postulato VIII (P. 10); e non sarebbe quindi da assumersi a proposizione primitiva dopo quelle premesse (*).

§ 6. — Il simbolo Cp leggasi " giacenti in uno stesso piano projettivo „ o brevemente " *complanari* „

P. 1. $a, b, c, d \,\varepsilon\, [0] . \supset :: (a, b, c, d) \,\varepsilon\, Cp . = .\cdot. x, y, z \,\varepsilon\, [0] . (x, y, z) \sim \varepsilon\, Cl . a, b, c, d \,\varepsilon\, xyz : \sim =_{x,y,z} \Lambda$ Def.

P. 2. $r, s \,\varepsilon\, [1] . \supset :: (r, s) \,\varepsilon\, Cp . = .\cdot. x, y, z \,\varepsilon\, [0] . (x,y,z) \sim \varepsilon\, Cl . r \cup s \supset xyz : \sim =_{x,y,z} \Lambda$ Def.

P. 3. $a, b \,\varepsilon\, [0] . r \,\varepsilon\, [1] . \supset :: (a, b, r) \,\varepsilon\, Cp . = .\cdot. x, y, z \,\varepsilon\, [0] . (x, y, z) \sim \varepsilon\, Cl . \iota a \cup \iota b \cup r \supset xyz : \sim =_{x,y,z} \Lambda$ Def.

Si può anche definire la *classe*, o *varietà, dei piani projettivi*, rappresentata dal simbolo [2]. Questo può leggersi " piano projettivo „ senz'altro, attribuendo a tale espressione il valore di nome collettivo:

P. 4. $[2] = \overline{\pi \varepsilon} \{ x,y,z \,\varepsilon\, [0] . (x,y,z) \sim \varepsilon\, Cl . \pi = xyz : \sim =_{x,y,z} \Lambda \}$ Def.

Una volta introdotto questo simbolo, si può dar nuova forma a parecchie proposizioni del § 5. E dalla combinazione dei segni [0], [1], [2], Cl, Cp nasce un gran numero di proposizioni, che non sarebbe qui opportuno di accogliere.

Postul. IX.

P. 5. $\pi \,\varepsilon\, [2] . \supset : [0] \sim \pi . \sim = \Lambda$

" Se π è un piano projettivo, fuori di esso giace almeno

(*) Come p. es. in Fano, *loc. cit.*, pag. 4 e 5. L'esempio ivi recato a provare l'indipendenza delle (nostre) propos.[i] 21 e 22 non è concludente. E se si riflette, che i postulati introdotti finora, eccettuati il VI, di cui non s'è fatto alcun uso nelle dimostrazioni, e l'VIII, son tutti contenuti nel Postul. I del sig. Fano e nel concetto di *varietà*, che egli presuppone al medesimo, non parrà neanche giustificata l'asserzione, che la premessa contenuta nel (nostro) Postul. VIII non sia sufficiente a stabilire la verità significata dalla (nostra) P. 21.

un punto „. Onde potremo liberamente parlare di punti o rette non complanari, di piani differenti fra loro, ecc. —

Circa all'*incontrarsi* di due piani o d'una retta e d'un piano *arbitrari* nulla si può dire al presente. Ma nondimeno vale il

P. 6. $\pi \epsilon [2] . a, b, c, d \epsilon \pi . a \sim = b . c \sim = d . p \epsilon [0] \sim \pi : \supset .\because.$
$.\because. q \epsilon [0] \sim \iota p . pq \supset pab \cap pcd : \sim =_q \Lambda$ Teor.

" Se in un piano π son contenute le rette *ab* e *cd*, e se *p* è un punto fuori di π, i piani *pab, pcd* avranno almeno una retta in comune „

[(α) $\mathrm{Hp} . \mathrm{P4} : \supset .\because. x,y,z \epsilon [0] . (x,y,z) \sim \epsilon Cl . \pi = xyz : \sim =_{x,y,z} \Lambda$

(β) $\mathrm{Hp} .\because. \supset .\because. x,y,z \epsilon [0] . (x,y,z) \sim \epsilon Cl . \pi = xyz . \mathrm{P21} \S 5 :$
$: \supset_{x,y,z} : ab \cap cd \supset \pi : \supset_{x,y,z} : p \sim \epsilon ab \quad cd . \mathrm{P4}, 14 \S 5 : \supset_{x,y,z} :$
$: p \epsilon pab \cap pcd . (\alpha) .\because. \supset .\because. p \sim \epsilon ab \cap cd . p \epsilon pab \cap pcd$

(γ) $\mathrm{Hp} .\because. \supset .\because. x,y,z \epsilon [0] . (x,y,z) \sim \epsilon Cl . a,b,c,d \epsilon xyz . \mathrm{P22} \S 5 :$
$: \supset_{x,y,z} : q \epsilon ab \cap cd . \sim =_q \Lambda . (\alpha) .\therefore. \supset .\therefore. q \epsilon ab \cap cd . \sim =_q \Lambda$

$\mathrm{Hp} .\therefore. \supset .\therefore. q \epsilon ab \cap cd . (\beta) . \mathrm{P4}, 14 \S 5 : \supset_q : q \sim = p . q,p \epsilon pab \cap$
$\cap pcd . \mathrm{P21} \S 5 : \supset_q : pq \supset pab \cap pcd . (\gamma) .\because. \supset .\because. \mathrm{Th}$]

I nove Postulati ammessi fin qui basterebbero alla dimostrazione del Teorema sui triangoli omologici, ma non sono sufficienti a stabilire la dualità perfetta fra la classe dei punti projettivi e quella dei piani projettivi. A ciò può servire il Postulato seguente, nel quale si afferma in sostanza che quelle due varietà sono *a tre dimensioni:*

Postul. X.

P. 7. $r \epsilon [1] . \pi \epsilon [2] : \supset : r \cap \pi . \sim = \Lambda$

" Una retta projettiva e un piano projettivo hanno sempre almeno un punto in comune „. E di qui nasce altresì che:

P. 8. $\mu, \nu \epsilon [2] . \supset .\therefore. s \epsilon [1] . s \supset \mu \cap \nu : \sim =_s \Lambda$ Teor.

“ Due piani projettivi hanno in comune almeno i punti d'una retta projettiva „

[(α) $E(x,y,z) \,.\, =_{x,y,z} : x,y,z \,\epsilon\, [0] \,.\, (x,y,z) \sim \epsilon\, Cl \,.\, \mu = xyz$

(β) $E(x,y,z).(\alpha).P8,5\ \S 3 : \supset_{x,y,z} : x \sim= y \,.\, x \sim= z \,.\, y \sim= z \,.\, x \sim \epsilon\, yz$

(γ) $E(x,y,z).(\alpha).(\beta).P\,14,4,5,6\ \S 5 : \supset_{x,y,z} : xy \cup xz \cup yz \supset \mu$

(δ) $Hp \,.\, E(x,y,z).(\alpha).(\beta).P3\ \S 4 \,.\!\cdot\!.\, \supset_{x,y,z} \,.\!\cdot\!.\, xy, xz, yz \,\epsilon\, [1] \,.$
$\,.\, P7 \,.\!\cdot\!.\, \supset_{x,y,z} \,.\!\cdot\!.\, u \epsilon \nu \cap xy \,.\, v \epsilon \nu \cap xz \,.\, w \epsilon \nu \cap yz : \sim =_{u,v,w} \Lambda$

(ξ) $E(x,y,z).(\alpha) : \supset_{x,y,z} \,.\!\cdot\!.\, u \epsilon xy \,.\, v \epsilon xz \,.\, w \epsilon yz \,.\, P\,10\ \S 3 : \supset_{u,v,w} :$
$: u \sim= v \,.\cup.\, u \sim= w$

(η) $Hp.E(x,y,z).(\alpha) : \supset_{x,y,z} :: u \epsilon \nu \cap xy . v \epsilon \nu \cap xz . w \epsilon \nu \cap yz .(\gamma).(\xi).$
$.P21\ \S 5 \,.\!\cdot\!.\, \supset_{u,v,w} \,.\!\cdot\!.\, u \sim= v \,.\, uv \supset \mu \cap \nu : \cup : u \sim= w \,.$
$.\, uw \supset \mu \cap \nu$

(ζ) $Hp.E(x,y,z).(\alpha).(\eta).P3\ \S 4.(\delta) : \supset_{x,y,z} \,.\!\cdot\!.\, s \epsilon [1] \,.\, s \supset \mu \cap \nu : \sim=_s \Lambda$

$Hp \,.\, P4 \,.\, (\alpha) : \supset : E(x,y,z) \sim =_{x,y,z} \Lambda \,.\, (\zeta) : \supset : Th$]

Principî sul separarsi degli elementi, o sulla connessione d'una forma semplice.

§ 7. — Con quel che precede stimiamo sufficientemente analizzati i principî intorno all'appartenersi, od alle configurazioni di punti, rette e piani. Ma l'analisi delle premesse, onde è tratta la Geometria di Posizione, non sarebbe compiuta se non si spingesse almeno fino al Teorema fondamentale della projettività o Teorema di Staudt, che al pari del Teorema di Desargues sui triangoli omologici sta quale un caposaldo di quella dottrina. Sarà questo l'oggetto a cui mirano i paragrafi seguenti.

Nei più recenti lavori su questa materia (*) si è cercato di organizzare in postulati quelle nozioni fondamentali circa il *movimento* od il *senso* in una forma di prima specie, le quali si

(*) Ved. p. es.: Fano, *loc. cit.*, § 14. — G. Vailati, *Sui principî fondamentali della Geometria della retta* — nella Rivista di Matematica, vol. 2° (1892), pag. 71. — F. Enriques, *Sui fondamenti della Geometria projettiva*, § 3 e segg. — nei Rendiconti dell'Istituto Lombardo, v. XXVII$_2$ (1894).

usavano innanzi assai di frequente senza menzione esplicita; per la grande intuitività che le riveste, onde apparivano più tosto come necessità del pensiero, che come proprietà delle cose. Alcuni, e più di tutti il sig. ENRIQUES, si son serviti in questa parte del concetto primitivo d'*ordine* o *successione* introdotto mediante postulati, considerando la retta come una *classe ordinata* di punti: ciò che permette di definire il *separarsi* delle coppie, il *segmento,* i *sensi* d'una retta, ecc., e di studiare insomma i fatti inerenti alla *connessione* di questa (così si esprime molto felicemente l'ENRIQUES) in modo assai spedito ed omogeneo. Un'altra via, non per anche tentata (con le norme prefisse al § 1 del presente Saggio) sarebbe di assumere addirittura come ente primitivo non definito il *segmento individuato per via di tre punti* (*); ed a questa io mi sono attenuto. Ho quasi per certo, che chiunque troverà più elementare (e, per così dire, anche più primitivo) il nostro concetto di *segmento projettivo,* di fronte al concetto di *ordinamento naturale* dei punti d'una retta, il quale implica di già una corrispondenza fra punti e classi di punti.

Per mezzo del segmento projettivo si può tosto definire il separarsi delle coppie, come pure gli ordini naturali ed i sensi d'una retta, quando occorra di considerarli. Ma tali nozioni, appunto perchè definibili mediante il segmento, si possono sempre, e non difficilmente, evitare: e a sgombrarne le parti meno elevate della Geometria di Posizione, basterebbe seguir l'indirizzo accennato dalle pagine seguenti.

§ **8.** — Si determinano in questo § alcuni caratteri fondamentali di un nuovo ente non definito: il segmento. Essendo a, b, c tre punti distinti e collineari, il simbolo (abc) leggasi " *segmento projettivo* abc ".

POSTUL. XI.

P. 1. $r \epsilon [1] . a, b, c \epsilon r . a \sim= b . b \sim= c . c \sim= a : \supset . (abc) \epsilon \mathrm{K} r$

(*) Da non confondersi coll'ordinario *segmento individuato dalle sue estremità,* che fu scelto ad ente primitivo dai sigg. M. PASCH (*Vorlesungen über neuere Geometrie*, Leipzig, 1882), e PEANO (*Princ. di Geom.*).

" Essendo a, b, c punti diversi d'una retta projettiva r, (abc) è una *classe* o *varietà di punti su* r ".

POSTUL. XII.

P. 2. $r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a : \supset . a \sim \epsilon (abc)$

" Essendo a, b, c come sopra, il punto a non appartiene ad (abc) ".

POSTUL. XIII.

P. 3. $r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a : \supset . (abc) = (cba)$

" Nelle stesse ipotesi, le due figure (abc) e (cba) coincidono ".

P. 4. $r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a : \supset . c \sim \epsilon (abc)$ Teor.

$[\left(\frac{c,a}{a,c}\right) P2 . P3 : \supset . P4]$

I punti a, c si posson chiamare gli *estremi* del segmento projettivo (abc). Qualche non trascurabile vantaggio in semplicità e simmetria delle proposizioni, e nessun altro motivo, consigliano di escluder gli estremi a e c dalla figura (abc): ma l'ipotesi contraria potrebb'esser del pari adottata, senza alterazione essenziale dei risultati che seguono.

POSTUL. XIV.

P. 5. $r \epsilon [1] . a,b,c,d \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . .$
$. d \sim \epsilon (abc) \cup \iota a : \supset . d \epsilon (bca).$

" Essendo sempre a, b, c tre punti distinti d'una retta r (ipotesi che nel discorso ordinario sarà spesso sottintesa), se d è un punto di r non coincidente con a e non appartenente ad (abc), esso dovrà appartenere a (bca) ".

P. 6. $r \epsilon [1] . a,b,c,d \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a .$
$. d \sim \epsilon (abc) \cup \iota c : \supset . d \epsilon (cab)$ Teor.

$[\left(\frac{c,a}{a,c}\right) P5 . P3 : \supset . P6]$

P. 7. $r\epsilon[1] . a,b,c\epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a : \supset . b\epsilon(abc)$ Teor.

$[\, Hp \, (^{c,b}_{b,c}) \, P4 : \supset : b\epsilon(acb) . (^{c,b,b}_{b,c,d}) \, P5 : \supset : b\epsilon(cba) . P3 : \supset : Th \,]$

vale a dire " il segmento (abc) contiene il punto b (e però la classe (abc) non è nulla) „.

Col Postulato seguente ammettiamo l'esistenza di un *quarto* punto almeno sulla retta r (Vedi P10 § 2) diverso da a e da c e non situato in (abc):

POSTUL. XV.

P. 8. $$r\epsilon[1] . a,b,c\epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a : \supset : \\ : x\epsilon r \sim \iota a \sim \iota c \sim (abc) . \sim =_x \Lambda$$

e di qui subito si trae:

P. 9. $$r\epsilon[1] . a,b,c\epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a : \supset : \\ : x\epsilon(abc) \sim \iota b . \sim =_x \Lambda$$

$[Hp . (^{c,a,b}_{a,b,c}) \, P8 : \supset : x\epsilon r \sim \iota c \sim \iota b \sim (cab) . \sim =_x \Lambda . (^{c,a,b,x}_{a,b,c,d}) \, P5 : \supset : Th]$

cioè che " ogni segmento projettivo (abc) contiene almeno un punto diverso da b (per la qual cosa esisteranno almeno *cinque* punti distinti sulla retta r) „. Di poi:

P. 10. $$r\epsilon[1] . a,b,c,d\epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . \\ d \sim \epsilon(abc) \cup \iota a \cup \iota c : \supset . d\epsilon(bca) \cap (cab)$$ Teor.

$[\, P10 = P5 . P6 \,]$

Col Postulato seguente ammetteremo che sia vera anche la reciproca di questa P.10, e cioè che:

POSTUL. XVI.

P. 11. $$r\epsilon[1] . a,b,c\epsilon r . a \sim b . b \sim = c . c \sim = a . d\epsilon(bca) \cap \\ \cap (cab) : \supset . d \sim \epsilon(abc).$$

" Essendo a, b, c tre diversi punti d'una retta r, se d appartiene ai segmenti (bca) e (cab) non potrà appartenere ad (abc) „. O, sotto altra forma:

P. 12. $r \varepsilon [1] . a,b,c \varepsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a : \supset .$
$. (abc) \cap (bca) \cap (cab) = \Lambda$ Teor.
[P12 = P11]

" I tre segmenti (abc), (bca), (cab) non hanno punti comuni "

P. 13. $r \varepsilon [1] . a,b,c,d \varepsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a : \supset :$
$: d \sim \varepsilon (abc) \cup \iota a \cup \iota c . = . d \varepsilon (bca) \cap (cab)$ Teor.
[P10, 11, 2, 4 . $\supset$. P13]

Ma a voler dedurre proposizioni di qualche importanza, conviene assegnare anche il seguente:

Postul. XVII.

P. 14. $r \varepsilon [1] . a,b,c \varepsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . d \varepsilon (abc) :$
$: \supset . (abc) = (adc)$

" Se d appartiene ad (abc), coincideranno i segmenti projettivi (abc) e (adc) ". —

Ai due Postulati XIII e XVII si potrebbe agevolmente sostituire un unico principio equivalente al loro prodotto logico, come sarebbe ad es. il seguente:

P. 15. $r \varepsilon [1] . a,b,c \varepsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . d \varepsilon (abc) :$
$: \supset . (abc) = (cda)$ Teor.
[Hp . P2, 4, 14 : $\supset$: $d \sim \varepsilon \iota a \cup \iota c . (abc) = (adc) . \left(\frac{d}{b}\right)$ P3 : $\supset$: Th]

Se non che, a parer nostro, tale affermazione è logicamente men semplice di ognuno dei Postulati XIII e XVII in sè considerato.

P. 16. $r \varepsilon [1] . a,b,c \varepsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . d \varepsilon (abc) :$
$: \supset . b \varepsilon (adc)$ Teor.
[Hp . P2, 4, 14 : $\supset$: $d \sim \varepsilon \iota a \cup \iota c . (abc) = (adc)$. P7 : $\supset$: Th]

P. 17. $r \varepsilon [1] . a,b,c,d \varepsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . d \sim =$
$= a . d \sim = c : \supset . d \varepsilon (abc) . = . b \varepsilon (adc)$ Teor.
[Hp . $\left(\frac{d,b}{b,d}\right)$ P16 : $\supset$: $b \varepsilon (adc) . \supset . d \varepsilon (abc)$. P16 : $\supset$: Th]

P. 18. $r \epsilon [1] . a,b,c,d \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . d \sim =$
$= a . d \sim = c : \supset . d \sim \epsilon (abc) . = . b \sim \epsilon (adc)$ Teor.

$[P18 = P17]$

P. 19. $r \epsilon [1] . a,b,c,d \epsilon r : a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a .$
$. d \sim \epsilon (abc) \cup \iota a \cup \iota c : \supset . c \epsilon (abd)$ Teor.

$[Hp . P18 : \supset : b \sim \epsilon (adc) . \binom{d,b}{b,d} P5 : \supset : b \epsilon (dca) .$
$. \binom{d,c,a,b}{a,b,c,d} P16 : \supset : c \epsilon (dba) . \binom{d}{c} P3 : \supset : Th)$

P. 20. $r \epsilon [1] . a,b,c,d \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a .$
$. d \sim \epsilon (abc) \cup \iota a \cup \iota c : \supset . a \epsilon (cbd)$ Teor.

$[\binom{c,a}{a,c} P19 . P3 : \supset . P20]$

P. 21. $r \epsilon [1] . a,b,c,d \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a .$
$. d \sim \epsilon (abc) \cup \iota a \cup \iota c : \supset . (abc) \supset (abd)$ Teor.

[(α) $Hp . \supset .\!\cdot . x \epsilon (abc) . \binom{x}{d} P14 . P2, 4 : \supset_x : d \sim \epsilon (axc) .$
$. x \sim \epsilon \iota a \cup \iota c . \binom{x}{b} P19, 7 : \supset_x : c \epsilon (axd) . x \sim = d . \binom{x,d,c}{b,c,d} P16 :$
$: \supset_x : x \epsilon (acd)$

$Hp . P19, 7 : \supset : c \epsilon (abd) . d \sim = b . \binom{a,c}{c,d} P14 : \supset :$
$: (abd) = (acd) . (\alpha) : \supset : Th]$

Le P14, 15, ...21 non dipendono dal Postul. XVI.

P. 22. $r \epsilon [1] . a,b,c,d \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a .$
$. d \sim \epsilon (abc) \cup \iota a : \supset . c \sim \epsilon (bad)$ Teor.

[(α) $Hp . P5 : \supset : d \epsilon (bca) . P16, 2 : \supset : c \epsilon (bda) . d \sim = b$

(β) $Hp . d \sim = c . P19 : \supset : c \epsilon (abd) . (\alpha) . \binom{d,a,b,c}{a,b,c,d} P11 : \supset :$
$: c \sim \epsilon (dab) . P3 : \supset : Th]$

(γ) $Hp . d = c . P4 : \supset . Th$

$Hp . (\beta) . (\gamma) : \supset . Th]$

Tutte le proposizioni del presente § si potrebbero facilmente esporre come fatti inerenti al *separarsi* o *non separarsi* degli elementi d'una retta projettiva. Così le P. 18, 22 vengono a dire, in sostanza, che: " Se i punti *a* e *c* sono separati

dai punti b e d, anche le coppie a, c e d, b, come pure b, d e a, c si separano „. E le P. 10, 11: “ Quattro punti distinti si posson sempre accoppiare per guisa, che una coppia separi l'altra: ma ciò non può farsi in due modi „. Si può per altro dubitare, se questa forma di enunciati sia preferibile a quella da noi proposta; anche facendo astrazione dall'oggetto particolare del presente Saggio.

P. 23. $r \varepsilon [1] . a,b,c,d \varepsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a .$
$. d \sim \varepsilon (abc) \cup \iota c : \supset . a \sim \varepsilon (bcd)$ Teor.

$[\binom{c,a}{a,e} P22 . P3 : \supset . P23]$

P. 24. $r \varepsilon [1] . a,b,c,d \varepsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . d \sim = a .$
$. d \sim = b : \supset : d \sim \varepsilon (abc) . = . c \sim \varepsilon (bad)$ Teor.

$[Hp . \binom{b,a,d,c}{a,b,c,d} P22 : \supset : c \sim \varepsilon (bad) . \supset . d \sim \varepsilon (abc) . P22 : \supset : Th]$

P. 25. $r \varepsilon [1] . a,b,c,d \varepsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . d \sim = a .$
$. d \sim = b : \supset : d \varepsilon (abc) . = . c \varepsilon (bad)$ Teor.

$[P25 = P24]$

P. 26. $r \varepsilon [1] . a,b,c \varepsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . d,e \varepsilon (abc) :$
$: \supset . (adc) = (aec)$ Teor.

$[Hp . P14 : \supset : (abc) = (adc) . (abc) = (aec) : \supset : Th]$

P. 27. $r \varepsilon [1] . a,b,c \varepsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . d,e \varepsilon (abc) .$
$. d \sim = e : \supset . c \varepsilon (dae)$ Teor.

$[Hp . P2,4,14 : \supset : d \sim = a . e \sim = a . d \sim = c . e \varepsilon (adc) . \binom{d,e}{b,d} P25 : \supset : Th]$

P. 28. $r \varepsilon [1] . a,b,c,d \varepsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . d \sim \varepsilon (abc) \cup$
$\cup \iota a \cup \iota c : \supset . (abc) \cap (adc) = \Lambda$ Teor.

[(α) $Hp . \binom{d}{b} P7 : \supset . (abc) \sim = (adc)$

(β) $Hp . x \varepsilon (abc) \cap (adc) . P14 : \supset_x : (abc) = (axc) . (adc) =$
$= (axc) : \supset_x : (abc) = (adc)$

$Hp . (\beta) \because \supset \because x \varepsilon (abc) \cap (adc) . \sim =_x \Lambda : \supset . (abc) = (adc) .$
$. (\alpha) \because \supset \because x \varepsilon (abc) \cap (adc) . =_x \Lambda \because \supset \because Th]$

In altri termini " se, nella retta r, un punto d giace fuori del segmento (abc) senza cadere in a o in c, le due figure (abc) e (adc) non avranno punti comuni ". Nel seguente paragrafo si dimostra altresì che questi segmenti, insieme coi loro estremi comuni a e c, formano *tutta* quanta la retta projettiva.

§ 9. — Nel presente § si deducono altre conseguenze importanti dai Postulati XI,..., XVII, a preparare convenientemente lo studio delle projettività ordinarie e il teorema fondamentale di Staudt ad esse relativo. Non sarebbe superfluo un maggiore sviluppo in questa elegante dottrina dei segmenti projettivi: ma gli esempi recati in questo e nel precedente paragrafo basteranno a metterne in vista le qualità principali.

P. 1. $r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a : \supset \therefore$
$\therefore x,y \epsilon (abc) . x \epsilon (acy) . y \epsilon (acx) : =_{x,y} \Lambda$ Teor.

[(α) $\mathrm{Hp} . x,y \epsilon (abc) . x \epsilon (acy) . \mathrm{P}\,2,4\ \S 8 : \supset_{x,y} : x,y \sim \epsilon \iota a \cup \iota c . x \sim = y$

(β) $\mathrm{Hp} . x,y \epsilon (abc) . x \epsilon (acy) . (\alpha) . \binom{x,y}{d,e} \mathrm{P}\,27\ \S 8 : \supset_{x,y} c \epsilon (xay)$

(γ) $\mathrm{Hp} . x,y \epsilon (abc) . x \epsilon (acy) . y \epsilon (acx) . (\alpha) . \mathrm{P}\,17\ \S 8 : \supset_{x,y} :$
$: c \epsilon (axy) \cap (ayx) . (\beta) . \mathrm{P}\,3\ \S 8 : \supset_{x,y} : c \epsilon (axy) \cap (xya) \cap (yax)$

$\mathrm{Hp} . (\gamma) :: \supset :: x,y \epsilon (abc) . x \epsilon (acy) . y \epsilon (acx) : \sim =_{x,y} \Lambda \therefore \supset :$
$: c \epsilon (axy) \cap (xya) \cap (yax) . \sim =_{x,y} \Lambda : \mathrm{P}\,12\ \S 8 :: \supset :: \mathrm{Th}$]

Questa proposizione si può anche scrivere sotto le forme seguenti:

P. 2. $r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . d,e \epsilon (abc) .$
$. d \epsilon (ace) : \supset . e \sim \epsilon (acd)$ Teor.

P. 3. $r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . x,y \epsilon (abc) .$
$: \supset \therefore x \epsilon (acy) . y \epsilon (acx) : = \Lambda$ Teor.

[$\binom{x,y}{d,e} \mathrm{P}\,2 = \mathrm{P}\,3 = \mathrm{P}\,1$]

dove la stessa proprietà si manifesta come relazione fra cinque punti, anzichè per un fatto relativo ad a, b, c.

P. 4. $r \epsilon [1] . a, b, c, d \epsilon r . a \sim= b . b \sim= c . c \sim= a . d \sim= a .$
$. d,e \sim \epsilon (abc) . e \epsilon (abd) : \supset . d \sim \epsilon (abe)$ Teor.

$[\mathrm{Hp} . \mathrm{P}2 \S 8 : \supset : e \sim= a . \mathrm{P}5{,}3 \S 8 : \supset : d,e \epsilon (acb) . \left(\begin{smallmatrix} c,b,e,d \\ b,c,d,e \end{smallmatrix}\right) \mathrm{P}2 : \supset : \mathrm{Th}]$

e la stessa proposizione si può anche scrivere ad es.:

P. 5. $r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r . a \sim= b . b \sim= c . c \sim= a : \supset :: x,y \epsilon r \sim (abc) :$
$: x \sim= a . \cup . y \sim= a .\because. \supset_{x,y} .\because. x \epsilon (aby) . y \epsilon (abx) := \Lambda$ Teor.

Come dai nostri Postulati sulla retta projettiva discende senz'altro la proposizione (§ 2, P 8):

$$a, b \epsilon [0] . a \sim= b . a = c . b = d : \supset . ab = cd,$$

similmente dalle nostre premesse intorno ai segmenti projettivi si trae:

P. 6. $r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r . a \sim= b . b \sim= c . c \sim= a . c' = c : \supset .$
$. (abc) = (abc')$ Teor.

[(α) $\mathrm{Hp} . \mathrm{P}4 \S 8 . (\mathrm{IV}) \S 1 : \supset . c' \sim \epsilon (abc) . c \sim \epsilon (abc')$

(β) $\mathrm{Hp} .\because. \supset .\because. d \epsilon r \sim (abc) \sim \iota a \sim \iota c . \mathrm{P}19 \S 8 : \supset_d : c \epsilon (abd) .$
$. (\mathrm{IV}) \S 1 : \supset_d : c' \epsilon (abd) . (\alpha) . \left(\tfrac{c'}{c}\right) \mathrm{P}4 : \supset_d : d \epsilon r \sim (abc') .\because.$
$.\because. \supset .\because. (abc') \supset (abc) \cup \iota a \cup \iota c .\because. \supset .\because. (abc') \sim \iota a \sim \iota c \supset (abc)$

(γ) $\mathrm{Hp} . \mathrm{P}2 \S 8 . (\mathrm{IV}) \S 1 . (\alpha) : \supset : (abc') \sim \iota a \sim \iota c = (abc') . (\beta) :$
$: \supset : (abc') \supset (abc)$

$\mathrm{Hp} . \left(\begin{smallmatrix} c',c \\ c,c' \end{smallmatrix}\right) (\gamma) : \supset : (abc) \supset (abc') . (\gamma) : \supset : \mathrm{Th}$]

E di qui segue poi immediatamente, che:

P. 7. $r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r . a \sim= b . b \sim= c . c \sim= a . a' = a .$
$c' = c : \supset . (abc) = (a'bc')$ Teor.

ecc., ecc. —

P. 8. $r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r . a \sim= b . b \sim= c . c \sim= a . d \epsilon (abc) :$
$: \supset : (abc) \sim \iota b \sim \iota d . \sim= \Lambda$ Teor.

“ In ogni segmento (abc) contenente il punto d, esiste almeno un punto diverso da b e da d „

[(α) $\mathrm{Hp} . d = b . \mathrm{P}9\, §8 : \supset . \mathrm{Th}$

(β) $\mathrm{Hp} . \mathrm{P}2{,}4{,}7\, §8 : \supset : d \sim \epsilon\, \iota a \cup \iota c . b \epsilon (abc)$

(γ) $\mathrm{Hp} . d \sim = b . (\beta) : \supset .\because . d \epsilon (acb) . \binom{b}{c} \mathrm{P}2 : \supset : b \sim \epsilon (acd) .$
$. \mathrm{P}18\, §8 : \supset : c \sim \epsilon (abd) . \mathrm{P}21\, §8 : \supset : (abd) \supset (abc) .$
$. \binom{d}{c} \mathrm{P}9{,}4\, §8 : \supset : \mathrm{Th}$

(δ) $\mathrm{Hp} . d \sim = b . (\beta) : \supset .\because . d \sim \epsilon (acb) . \mathrm{P}18\, §8 : \supset ; c \sim \epsilon (adb) .$
$. \mathrm{P}21\, §8 : \supset : (adb) \supset (adc) . \mathrm{P}14\, §8 : \supset : (adb) \supset (abc) .$
$. \binom{d,b}{b,c} \mathrm{P}9{,}4\, §8 : \supset : \mathrm{Th}$

$\mathrm{Hp} . (\alpha) . (\gamma) . (\delta) : \supset . \mathrm{Th}$]

E ognun vede come nella stessa maniera si proverebbe l'esistenza di un quarto e di un quinto punto, e così via, nel segmento projettivo (abc). —

P. 9. $r \epsilon [1] . a, b, c \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . x, y \epsilon (abc) .$
$. y \epsilon (acx) : \supset : z \epsilon (acy) . \supset_z . z \epsilon (acx)$ Teor.

[(α) $\mathrm{Hp} . \mathrm{P}2{,}4\, §8 : \supset : x, y \sim \epsilon\, \iota a \cup \iota c . y \sim = x$

$\mathrm{Hp} . \mathrm{P}3 : \supset : x \sim \epsilon (acy) . (\alpha) . \mathrm{P}21\, §8 : \supset : (acy) \supset (acx) : \supset : \mathrm{Th}$]

P. 10. $r \epsilon [1] . a, b, c \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . x, y \epsilon (abc) .$
$. x \sim = y : \supset : y \epsilon (acx) . \cup . x \epsilon (acy)$ Teor.

[(α) $\mathrm{Hp} . \mathrm{P}2{,}4\, §8 : \supset . x, y \sim \epsilon\, \iota a \cup \iota c$

(β) $\mathrm{Hp} . \binom{x}{d} \mathrm{P}14\, §8 : \supset : y \epsilon (axc) . (\alpha) . \binom{c, y}{b, d} \mathrm{P}11\, §8 : \supset :$
$: y \sim \epsilon (cax) . \cup . y \sim \epsilon (xca)$

(γ) $\mathrm{Hp} . y \sim \epsilon (cax) . (\alpha) . \mathrm{P}6\, §8 : \supset : y \epsilon (xca) . \mathrm{P}7\, §8 : \supset : y \epsilon (acx)$

(δ) $\mathrm{Hp} . y \sim \epsilon (xca) . (\alpha) . \mathrm{P}20\, §8 : \supset . x \epsilon (acy)$

$\mathrm{Hp} . (\beta) . (\gamma) . (\delta) : \supset . \mathrm{Th}$]

P. 11. $r \epsilon [1] . a, b, c \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . d \epsilon (abc) \sim \iota b .$
$. e \epsilon r \sim (bad) : \supset . e \epsilon (abc)$ Teor.

[(α) $\mathrm{Hp} . e = d : \supset . e \epsilon (abc)$

(β) $\mathrm{Hp} . \mathrm{P}2{,}4{,}7\, §8 : \supset : d \sim \epsilon\, \iota a \cup \iota c . b \epsilon (abc)$

(γ) Hp . $e \sim = d$. (β) . P6,3 §8 : $\supset$. $e \epsilon (abd)$

(δ) Hp . (β) . P10 : $\supset$: $d \epsilon (acb)$. $\cup$. $b \epsilon (acd)$

(ξ) Hp . $d \epsilon (acb)$. P16 §8 : $\supset$: $c \epsilon (adb)$. (β) . P7 §8 : $\supset$: $c,d \epsilon (adb)$

(η) Hp . $e \sim = d$. $d \epsilon (acb)$. (β) . (γ) . (ξ) . $\left(\begin{smallmatrix} d, b, c, d, e \\ b, c, x, y, z \end{smallmatrix}\right)$ P9 : $\supset$. $e \epsilon (abc)$

(ζ) Hp . $d \epsilon (acb)$. (η) . (α) : $\supset$. $e \epsilon (abc)$

(λ) Hp . $b \epsilon (acd)$. $\left(\begin{smallmatrix} d, b \\ b, d \end{smallmatrix}\right)$ (ζ) . (β) . P17,3 §8 : $\supset$: $e \epsilon (adc)$. P14 §8 :
: $\supset$: $e \epsilon (abc)$

Hp . (δ) . (ζ) . (λ) : $\supset$. Th]

P. 12. $r \epsilon [1]$. $a,b,c \epsilon r$. $a \sim = b$. $b \sim = c$. $c \sim = a$. $x,z \epsilon (abc)$.
. $x \sim = z$: $\supset$: $y \epsilon r \sim (xaz)$. $\supset_y$. $y \epsilon (abc)$ Teor.

[Hp . P2,4 §8 : $\supset$: $x \sim \epsilon \iota a \cup \iota c$. P14 §8 : $\supset$: $(abc) = (axc)$. $z \epsilon (axc)$.
. $\left(\begin{smallmatrix} x, z, y \\ b, d, e \end{smallmatrix}\right)$ P11 : $\supset$: $y \epsilon r \sim (xaz)$. $\supset_y$. $y \epsilon (axc)$: $\supset$: Th]

P. 13. $r \epsilon [1]$. $a,b,c \epsilon r$. $a \sim = b$. $b \sim = c$. $c \sim = a$. $x,z \epsilon (abc)$.
. $z \epsilon (acx)$: $\supset$ ∴ $y \epsilon r \sim \iota x \cup \iota z$. $(xyz) \supset (abc)$: $\supset_y$. $y \epsilon (acx)$ Teor.

[(α) Hp . P2,4 §8 : $\supset$: $x,z \sim \epsilon \iota a \cup \iota c$. $z \sim = x$

(β) Hp . (α) . P14 §8 : $\supset$: $(acx) = (azx)$

(γ) Hp . (α) . $y \epsilon r \sim \iota x \cup \iota z$: $\supset_y$.˙. $(xyz) \supset (abc)$. P2 §8 : $\supset$:
: $a \sim \epsilon (xyz)$. P18 §8 : $\supset$: $y \sim \epsilon (xaz)$. P5 §8 : $\supset$: $y \epsilon (azx)$

Hp . (β) . (γ) : $\supset$. Th]

P. 14. $r \epsilon [1]$. $a,b,c \epsilon r$. $a \sim = b$. $b \sim = c$. $c \sim = a$. $x,y,z \epsilon (abc)$.
. $y \epsilon (acx)$. $z \epsilon (acy)$: $\supset$. $(xyz) \supset (abc)$ Teor.

[(α) Hp . P2,4 §8 : $\supset$: $x,y,z \sim \epsilon \iota a \cup \iota c$. $y \sim \epsilon \iota x \cup \iota z$

(β) Hp . P9 : $\supset$. $z \epsilon (acx)$

(γ) Hp . (α) . (β) . P4 §8 : $\supset$. $z \sim = x$

(δ) Hp . (β) . P2 : $\supset$: $x \sim \epsilon (acz)$. (α) . (γ) . P18 §8 : $\supset$: $c \sim \epsilon (axz)$.
. P21 §5 : $\supset$: $(axz) \supset (axc)$. P14 §8 : $\supset$: $(axz) \supset (abc)$

(ξ) Hp . P2 : $\supset$: $x \sim \epsilon (acy)$. (α) . P14 §8 : $\supset$: $x \sim \epsilon (azy)$.

(η) Hp . (α) . (ξ) . P5 §8 : $\supset$: $x \epsilon (zya)$. P14 §8 : $\supset$: $(zya) = (zxa)$

Hp (α) . (ξ) . P23 §8 : $\supset$: $a \sim \epsilon (zxy)$. (γ) . P21 §8 : $\supset$:
: $(zyx) \supset (zya)$. (η) . P3 §8 : $\supset$: $(xyz) \supset (axz$. (δ) : $\supset$: Th]

P. 15. $r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . x,y,z \epsilon (abc) .$
$. y \epsilon (acx) . z \epsilon (acy) : \supset . y \sim \epsilon (zax) \cup \iota z \cup \iota x$ Teor.

[(α) Hp . P2,4 §8 : $\supset : x,y,z \sim \epsilon \iota a \cup \iota c . y \sim \epsilon \iota x \cup \iota z$
Hp . P2 : $\supset : x \sim \epsilon (acy)$. (α) . P14 §8 : $\supset : x \sim \epsilon (azy)$.
. P22 §8 : $\supset$: Th]

P. 16. $r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . x,z \epsilon (abc) . z \epsilon (acx) :$
$: \supset .\because y \epsilon r \sim (zax) \sim \iota z \sim \iota x . \supset_y : y \epsilon (acx) . z \epsilon (acy)$ Teor.

[(α) Hp . P2,4 §8 : $\supset : x,z \sim \epsilon \iota a \cup \iota c . z \sim \epsilon \iota x$
(β) Hp . (α) . P16 §8 : $\supset . c \epsilon (azx)$
(γ) Hp . (α) . $y \epsilon r \sim (zax)$. P3 §8 . P12 : $\supset_y : y \epsilon (abc)$. P14,2,4 §8 : $\supset_y : y \epsilon (axc) . y \sim \epsilon \iota a \cup \iota c$
(δ) Hp . (α) . $y \epsilon r \sim (zax) \sim \iota x$. P6,3 §8 : $\supset_y : y \epsilon (azx)$. (β) . (γ) .
. P2 : $\supset_y : c \sim \epsilon (axy)$. P5 §8 : $\supset_y : c \epsilon (xya)$. P16,3 §8 : $\supset_y$:
$: y \epsilon (acx)$
(ξ) Hp . (α) . P25 §8 : $\supset : x \epsilon (caz)$. P14 §8 : $\supset : (caz) = (cxz)$
(η) Hp . (α) . P14 §8 : $\supset : z \epsilon (axc)$. P25 §8 : $\supset : c \epsilon (xaz)$.
. P14,3 §8 : $\supset : (zax) = (zcx)$
(ζ) Hp . (η) . $y \epsilon r \sim (zax) \sim \iota z : \supset_y : y \sim \epsilon (zcx) \cup \iota z$. (α) . P5 §8 :
$: \supset_y : y \epsilon (cxz)$. (ξ) : $\supset_y : y \epsilon (caz)$. (γ) . P25 §8 : $\supset_y : z \epsilon (acy)$
Hp . (δ) . (ζ) : $\supset$. Th]

P. 17. $r \epsilon [1] . a,b,c,a',b',c' \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . a' \sim = b'$.
$. b' \sim = c' . c' \sim = a' . (a'b'c') \supset (abc) . a',c' \sim \epsilon \iota a \cup \iota c . c' \epsilon (aca')$:
$: \supset .\because x,y \epsilon (a'b'c') . \supset_{x,y} : y \epsilon (acx) . = . y \epsilon (a'c'x)$ Teor.

[(α) Hp . $x,y \epsilon (a'b'c')$. P2,4 §8 : $\supset_{x,y} : a,c \sim \epsilon (a'b'c') . x,y \epsilon (abc) \sim$
$\sim \iota a' \sim \iota c' \sim \iota a \sim \iota c$
(β) Hp . $x \epsilon (a'b'c')$. (α) . P14 §8 : $\supset_x : a \sim \epsilon (a'xc')$. P3,18,23 §8 :
$: \supset_x : x \sim \epsilon (c'aa') . a' \sim \epsilon (xc'a)$
(γ) Hp . $x \sim \epsilon (c'aa')$. (α) . $\binom{a',x,c'}{x,y,z}$ P16 : $\supset_x : c' \epsilon (acx)$. P14 §8 :
$: \supset_x : (acx) = (ac'x)$
(δ) Hp . $a' \sim \epsilon (xc'a)$. (α) . P21 §5 : $\supset_x . (xc'a) \supset (xc'a')$

(ε) $\mathrm{Hp} . x \epsilon (a'b'c') . (\beta) . (\gamma) . (\delta) . \mathrm{P3}\ \S 8 : \supset_x : y \epsilon (acx) . \supset_y . y \epsilon (a'c'x)$

(η) $\mathrm{Hp} . y \epsilon (a'b'c') . \left(\frac{y}{x}\right) (\epsilon) : \supset_y : x \sim \epsilon (a'c'y) . \supset_x . x \sim \epsilon (acy)$

(ζ) $\mathrm{Hp} . x, y \epsilon (a'b'c') . (\alpha) . \mathrm{P}\,2 : \supset_{x,y} .\cdot . y \epsilon (a'c'x) : \supset : x \sim \epsilon (a'c'y) .$
$. (\eta) : \supset : x \sim \epsilon (acy) : \supset : y \epsilon (acx)$

$\mathrm{Hp} . (\epsilon) . (\zeta) : \supset . \mathrm{Th}$]

P. 18. $r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . d,e \epsilon r \sim$
$\sim (abc) \sim \iota a \sim \iota c : \supset . (adc) = (aec)$ Teor.

[(α) $\mathrm{Hp} . \mathrm{P}\,7\ \S 8 : \supset : d \sim = b$

(β) $\mathrm{Hp} . \mathrm{P}\,19\ \S 8 : \supset : c \epsilon (abd) . (\alpha) . \mathrm{P}\,14\ \S 8 : \supset : (abd) = (acd)$

(γ) $\mathrm{Hp} . \mathrm{P}\,19\ \S 8 : \supset . c \epsilon (abe)$

(δ) $\mathrm{Hp} . \mathrm{P5}\ \S 8 : \supset : d,e \epsilon (bca) . \mathrm{P3,7}\ \S 8 : \supset : d,e,c \epsilon (acb)$

(ε) $\mathrm{Hp} . e \sim \epsilon (acd) . \mathrm{P5}\ \S 8 : \supset : e \epsilon (cda) . \mathrm{P3,14}\ \S 8 : \supset : \mathrm{Th}$

(η) $\mathrm{Hp} . e \epsilon (acd) . (\beta) : \supset : e \epsilon (abd) . (\gamma) . (\delta) . \left(\begin{smallmatrix} c, b, d, e, c \\ b, e, x, y, z \end{smallmatrix}\right) \mathrm{P}\,15 : \supset :$
$: e \sim \epsilon (cad) \cup \iota c . \mathrm{P5}\ \S 8 : \supset : e \epsilon (adc) . \mathrm{P}\,14\ \S 8 : \supset : \mathrm{Th}$

$\mathrm{Hp} . (\epsilon) . (\eta) : \supset . \mathrm{Th}$]

P. 19. $r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a . d \epsilon r \sim (abc) \sim$
$\sim \iota a \sim \iota c : \supset . r = (abc) \cup (adc) \cup \iota a \cup \iota c$ Teor.

[(α) $\mathrm{Hp} . x \epsilon r \sim (abc) \sim \iota a \sim \iota c . \left(\frac{x}{e}\right) \mathrm{P}\,18 . \mathrm{P}\,7\ \S 8 : \supset_x : x \epsilon (adc)$

(β) $\mathrm{Hp} . (\alpha) . x \epsilon r : \supset_x . x \epsilon (adc) \cup (abc) \cup \iota a \cup \iota c$

$\mathrm{Hp} . (\beta) : \supset : r \supset (abc) \cup (adc) \cup \iota a \cup \iota c . \mathrm{P1}\ \S 8 : \supset : \mathrm{Th}$]

Quest'ultima proposizione e l'ultima del precedente § equivalgono in somma alla proprietà che “ la retta projettiva è una linea *chiusa* o rientrante in sè stessa „.

§ **10.** — Se x è un punto del segmento projettivo (abc), dire che “ y appartiene al segmento (acx) „ val quanto affermare in termini comuni che “ y *segue* x (o x *precede* y) nell'*ordine naturale abc* che incomincia da a „. Ne viene che quasi tutte le proprietà segmentarie dei due precedenti paragrafi si possono anche interpretare ed enunciare come fatti inerenti all'ordine (naturale) in cui si succedono i punti d'un segmento,

allorchè questo si pensa come generato dal moto d'un punto. Così le P3, 9, 10 del paragrafo preced. si potrebbero leggere ad es. in questa forma:

" Essendo a, b, c tre punti distinti della retta r, ed x, y due punti qualunque del segmento (abc): 1° non potrà darsi ad un tempo che x segua y ed y segua x, nell'ordine abc; 2° se y è seguente x nell'ordine abc, ogni punto z di r, il quale segua y nel detto ordine, seguirà del pari anche x; 3° se y è diverso da x, avverrà una almeno delle due cose: o y sarà seguente di x, o x di y, nell'ordine abc ".

Più generalmente, ponendo il simbolo $\sigma_{abc}x$ a rappresentare l'idea significata dalle parole " seguente x nell'ordine naturale abc ", si può definir questo segno mediante i segni già noti *qualunque sia il punto* x della retta; e cioè:

$$r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a : \supset : x \epsilon (abc) . \\ . \supset_x . \sigma_{abc}x = (acx) \qquad \text{Def.}$$

$$x \epsilon r \sim (abc) \sim \iota a \sim \iota c . \supset_x . \sigma_{abc}x = r \sim (acx) \sim \iota a \sim \iota x \qquad \text{Def.}$$

$$\sigma_{abc}a = r \sim \iota a \qquad \text{Def.}$$

$$\sigma_{abc}c = r \sim (abc) \sim \iota a \sim \iota c \qquad \text{Def.}$$

Il simbolo σ_{abc} per sè solo potrebbe chiamarsi un " *criterio ordinatore projettivo* dei punti di r " — perchè dalla qualità che verrà tosto attribuita al segmento projettivo col Postul. XIX (e ne giustifica il nome) risulta immediatamente il carattere *projettivo* della relazione σ_{abc} definita come sopra.

Al simbolo σ_{abc}, che posto innanzi ad un punto produce un'intera classe di punti, competono inoltre tutte le proprietà fondamentali che d'ordinario si esigono per ogni criterio atto ad ordinare gli individui d'una classe qualunque; vale a dire (*):

$$r \epsilon [1] . a,b,c \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a : \supset :: \sigma_{abc} \epsilon (\mathrm{K}r) f r .\because \\ \because . x,y \epsilon r . x \epsilon \sigma_{abc} y . y \epsilon \sigma_{abc} x : =_{x,y} \Lambda .\because . x,y,z \epsilon r . y \epsilon \sigma_{abc} x . z \epsilon \sigma_{abc} y : \\ : \supset_{x,y,z} . z \epsilon \sigma_{abc} x .\because . x,y \epsilon r . x \sim = y : \supset_{x,y} : x \epsilon \sigma_{abc} y . \cup . y \epsilon \sigma_{abc} x$$

(*) Ved. p. es. Burali-Forti: " *Sulle classi ordinate e i numeri trasfiniti* ", nei Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, t. VIII, pag. 170.

la prima delle quali è evidente senz'altro, e le rimanenti furono dianzi riscontrate vere *nell'ipotesi che i punti* x, y *appartengano al segmento* (abc). Non avendosi alcuna necessità di adoperare ulteriormente questa nozione di ordinamento naturale (com'è già stato avvertito al § 7), tralasceremo qui di provarle vere anche negli altri casi possibili, per mezzo delle definizioni date poc'anzi e dei Postulati precedenti; la qual cosa si ridurrebbe presentemente ad un facile esercizio (*). —

Per innalzare tutto l'edificio della Geometria di Posizione secondo il disegno abbozzato in ciò che precede, rimangon tuttavia da assegnare due soli Postulati, che sono il Postul. della *continuità della retta* e il Postul. della *projettività del segmento.* Al primo di essi daremo la forma seguente (la sostanza è poco dissimile a quella di un noto principio del Dedekind):

Postul. XVIII.

P. 1.
$$r \epsilon [1] \,.\, a,b,c \epsilon r \,.\, a \sim= b \,.\, b \sim= c \,.\, c \sim= a : h,k \epsilon \mathrm{K}[0] \,.$$
$$h,k \sim= \Lambda \,.\, h \cup k = (abc) \,.\!\cdot.\, x \epsilon h \,.\, y \epsilon k : \supset_{x,y} .\, y \epsilon (acx) ::$$
$$:: \supset \{ z \epsilon (abc) \,.\!\cdot.\, u \epsilon (abc) \,.\, z \epsilon (acu) : \supset_u .\, u \epsilon h \,.\!\cdot.\, v \epsilon (abc) \,.$$
$$.\, v \epsilon (acz) : \supset_v .\, v \epsilon k \} \sim=_z \Lambda$$

" Essendo a, b, c tre punti distinti di una retta r, se il segmento (abc) sarà diviso in due parti h e k tali, che ciascuna

(*) Del resto, ad ordinare tutta quanta la retta r col criterio naturale si può tenere altra via, dove non c'è da adoperar che *la prima* delle quattro definizioni suddette. Essendo d un punto di r non appartenente ad (abc), nè coincidente con a o con c, la retta projettiva r si può (P 19 § 9) scomporre nelle quattro parti

$$a, \ (abc), \ c, \ (cda)$$

due qualunque delle quali non hanno punti comuni (P 28 § 8). Con le prime tre parti si può formare immediatamente un tutto ordinato secondo il criterio σ_{abc} che soddisfa alle proprietà suddette: basta intendere che c segua a, e che ogni punto di (abc) segua a e preceda c. Di poi si stabilisca, che ogni punto del segmento (cda) segua ogni punto della figura $\iota a \cup (abc) \cup \iota c$; e infine entro il segmento (cda) si dispongano i punti nell'ordine σ_{cda}. Allora (Burali-Forti, *Sulle classi ordinate,* ecc., § 4) tutta quanta la retta risulta ordinata con un criterio obbediente alle condizioni fondamentali dianzi citate. E resta cosa facilissima il provare l'identità fra questo criterio e quello σ_{abc} superiormente definito.

di esse contenga almeno un punto, e che indicando con x un punto qualunque di h e con y un punto qualunque di k, y stia sempre in (acx); allora nel segmento (abc) dovrà esistere almeno un punto z sì fatto che: 1) ogni punto u di (abc), tale che z appartenga ad (acu), sia sempre un punto di h, e 2) ogni punto v di (abc), purchè appartenente ad (acz), sia sempre un punto di k „.

Due diversi punti z sì fatti non potranno mai darsi; e cioè:

P. 2. $r\epsilon[1].a,b,c\epsilon r.a\sim=b.b\sim=c.c\sim=a:h,k\epsilon K[0].h,k\sim=\Lambda.$
$.h\cup k=(abc).\because.x\epsilon h.y\epsilon k:\supset_{x,y}.y\epsilon(acx)::\supset\{z,z'\epsilon(abc).$
$.z\sim=z'::u\epsilon(abc):z\epsilon(acu).\cup.z'\epsilon(acu).\because.\supset_u.u\epsilon h::$
$::v\epsilon(abc):v\epsilon(acz).\cup.v\epsilon(acz').\because.\supset_v.v\epsilon k\}=_{z,z'}\Lambda$ Teor.

[(α) $E(z,z').=_{z,z'}.z,z'\epsilon(abc).z\sim=z'$

(β) $Hp.E(z,z').(\alpha).P2,4\ §8:\supset_{z,z'}:z,z'\sim\epsilon\iota a.P8\ §8:\supset_{z,z'}:$
$:x\epsilon r\sim(zaz')\sim\iota z\sim\iota z'.\sim=_x\Lambda$

(γ) $Hp.E(z,z').(\alpha):\supset_{z,z'}.\because.x\epsilon r\sim(zaz').P12\ §9.P2,4\ §8:$
$:\supset_x.x\epsilon(abc)\sim\iota a\sim\iota c$

(δ) $Hp.E(z,z').(\alpha).P10\ §9:\supset_{z,z'}:z'\epsilon(acz).\cup.z\epsilon(acz')$

(ε) $F(z,z').=_{z,z'}\{u\epsilon(abc):z\epsilon(acu).\cup.z'\epsilon(acu).\because.\supset_u.u\epsilon h::$
$::v\epsilon(abc):v\epsilon(acz).\cup.v\epsilon(acz').\because.\supset_v.v\epsilon k\}$

(η) $Hp.E(z,z').F(z,z').z'\epsilon(acz).\because.\supset_{z,z'}.\because.x\epsilon r\sim(zaz')\sim\iota z\sim$
$\sim\iota z'.(\alpha).P16\ §9:\supset_x:x\epsilon(acz).z'\epsilon(acx).(\varepsilon).(\gamma):\supset_x:$
$:x\epsilon k\cap h.P2,4\ §8:\supset_x:x\epsilon(acx)\sim\iota a\sim\iota c.\because.(\beta).\because.\supset_{z,z'}.\because.$
$.\because.x\epsilon(acx)\sim\iota a\sim\iota c.\sim=_x\Lambda$

(ζ) $Hp.(\eta)::\supset::E(z,z').F(z,z').z'\epsilon(acz):\sim=_{z,z'}\Lambda.\because.\supset$
$:x\epsilon(acx)\sim\iota a\sim\iota c.\sim=_x\Lambda::P4\ §8::\supset::E(z,z').$
$.F(z,z').z'\epsilon(acz):=_{z,z'}\Lambda$

(λ) $Hp.\left(\frac{z',z}{z,z'}\right)(\zeta):\supset.\because.E(z,z').F(z,z').z\epsilon(acz'):=_{z,z'}\Lambda$

$Hp.(\zeta).(\lambda).(\delta).(\alpha).(\varepsilon):\supset.Th$]

Il Postul. XVIII, come opportunamente rileva il sig. Fano (*),

---

(*) *Loc. cit.*, § 17.

potrebbe esser sostituito da una *definizione* conveniente, per mezzo della quale s'introducessero nella retta i *punti irrazionali* al modo che si introducono i numeri irrazionali nell'Algebra. —

Infine affermeremo il carattere *projettivo* del segmento mediante il

Postul. XIX.

P. 3. $r,r'\epsilon[1] . r \sim = r' . a,b,c,d \epsilon r . a \sim = b . b \sim = c . c \sim = a .$
$. a',b',c',d' \epsilon r . a' \sim = b' . b' \sim = c' . c' \sim = a' .\cdot. p \epsilon [0] .$
$. (a,a',p) \epsilon Cl . (b,b',p) \epsilon Cl . (c,c',p) \epsilon Cl . (d,d',p) \epsilon Cl : \sim =_p \Lambda ::$
$:: \supset : d \epsilon (abc) . \supset . d' \epsilon (a'b'c')$

" Supposto che a, b, c siano punti distinti d'una retta r, e a', b', c' punti distinti di un'altra retta r' diversa da r; e che i punti d, d' appartengano rispettivamente ad r, r'; e infine che esista un punto p collineare con ciascuna delle coppie a e a', b e b', c e c', d e d': allora, se d giaccia nel segmento (abc), sempre d' giacerà nel segmento $(a'b'c')$ ".

Grazie alla simmetria, si potrebbe subito mettere il segno $=$ al posto dell'ultimo segno $\supset$. E in forza di questo Postul. e delle proprietà dimostrate circa le intersezioni di rette e di piani (§ 5, 6), le affermazioni contenute nei sette Postul. XII, ...XVIII precedenti a questo si potranno ritenere non già come implicanti una retta *arbitraria* r, ossia la classe di *tutte* le rette, bensì come rivolte ad *una sola* di queste individuata a piacere.

Ad una prossima Nota si rimette il mostrare, come dai Postul. I, ...XIX si svolgano certe proprietà (dei gruppi armonici e delle corrispondenze che mutano i segmenti in segmenti) bastevoli a produrre il Teorema di Staudt; e quindi anche (come si sa) la rappresentazione dei punti dello spazio mediante coordinate projettive.

Anomalie di sviluppo dell'embrione umano;

Comunicazione IX del Socio CARLO GIACOMINI

Lo studio che stiamo facendo sulle *Anomalie di sviluppo dell'Embrione umano* è di necessità subordinato alla natura del materiale che ci viene somministrato dalla gentilezza di colleghi solerti ed intelligenti, ai quali tributiamo tutta la nostra riconoscenza.

Il nostro materiale di studio noi non possiamo modificare nè nella qualità nè nella quantità, come siamo abituati a fare nelle ricerche sullo sviluppo degli animali. Non possiamo quindi seguire nelle nostre descrizioni un piano prestabilito, è d'uopo che ci uniformiamo alle eventualità della sorte. Perciò le osservazioni che andiamo pubblicando possono apparire un po' frammentate, come succede sempre nella fase preparatoria di qualunque ricerca.

Però al punto in cui siamo giunti, possiamo già intravedere che le diverse osservazioni incominciano a prendere una posizione ben definita nella lunga serie delle anomalie che colpiscono l'Embrione umano, esse segnano in certo qual modo a grandi tratti la via non breve che si dovrà percorrere per raggiungere lo scopo che ci siamo proposto in questo studio.

Nelle successive comunicazioni il nostro còmpito sarà reso più facile e meglio determinato, cercando di coordinare le nostre osservazioni e di illustrare quelle forme che presentano una certa affinità con esse, onde avere un quadro il quale ci rappresenti tutta la evoluzione dei disturbi che si osservano nelle primissime fasi di sviluppo della specie nostra, tanto nell'embrione quanto nei suoi annessi.

Intanto da quanto abbiamo già studiato, risulta ben evidente la distinzione dei prodotti abortivi in quelli che presentano ancora l'embrione, in qualunque condizione esso si trovi,

dagli altri nei quali non è più possibile di trovarne traccia. Questi ultimi possono essere ancora divisi in due classi, a seconda del modo con cui è scomparso il prodotto del concepimento.

L'embrione infatti può scomparire in sito per degenerazione ed assorbimento delle sue parti costitutive, oppure può emigrare dalla cavità dove primitivamente si è formato.

Fino ad ora ci siamo occupati della 1ª classe, ed abbiamo dimostrato il processo per mezzo del quale, nei primissimi stadî di sviluppo avviene la distruzione e la scomparsa non solo dell'Embrione, ma dell'Amnios, della Vescicola ombellicale, del Peduncolo addominale, restando vuota la cavità del Chorion, il quale può continuare a vivere ed a crescere.

Sopra questo punto le osservazioni successive gioveranno a meglio caratterizzare il processo d'atrofia, gli stadî per cui passa, le forme che può assumere, ma sul fatto in sè non può più sorgere dubbio, come pure resta bene stabilita l'epoca precoce in cui il disturbo dello sviluppo colpisce l'ovo.

Rimane ora a parlare dell'altra classe di prodotti abortivi, nei quali manca l'embrione, ma questo non fu distrutto, ma sotto l'influenza di circostanze diverse emigrò dalla cavità sua normale. Questa classe ha certo minore importanza scientifica, ed il suo studio è reso più facile dalla circostanza che i prodotti sono un po' più avanti nello sviluppo e si prestano meglio per un esame diretto.

Per altro conviene conoscere tutte queste possibilità, le quali siccome vedremo non sono tanto rare ad osservarsi e che possono avere la loro pratica e teorica utilità. Nella letteratura si trova ben poco a questo riguardo e le scarse osservazioni non sempre metodicamente studiate.

Anche qui occorre di fare subito la distinzione fra i prodotti nei quali emigrò solo l'embrione, dagli altri nei quali portò seco tutte le altre formazioni ad eccezione del Chorion.

Evidentemente perchè l'embrione esca dalla sua cavità, conviene che le membrane da cui si trova involto presentino una soluzione di continuità. Talora però non è tanto facile a riscontrarla, forse perchè avendo le membrane soggiornato nell'utero qualche giorno dopo la emissione dell'embrione, l'apertura dell'Amnios e del Chorion ebbe tempo a restringersi ed a

modificarsi e se il Chorion è ancora in rapporto colla Decidua e circondato da grumi sanguigni, il distinguere bene le parti riesce cosa piuttosto scabrosa.

Esempi molti io potrei qui recare di questa eventualità, sempre nei primi due mesi della vita endo-uterina. Occorre infatti non raramente di osservare prodotti abortivi, nei quali non si scorgono che le membrane disposte in modo normale, ma non distese da liquido e senza embrione. In molti di questi casi esaminando attentamente la superficie interna dell'Amnios, si può scorgere il punto dove si trovava impiantato il Funicolo ombellicale, oppure un tratto di esso con estremità libera frastagliata, che dimostra la violenza con cui si è operato il distacco.

Credo però inutile di riferire osservazioni sopra questo proposito, attesa la loro frequenza e la facilità con cui possono essere esaminate, ed anche perchè sono ben note a tutti coloro che si sono occupati di questo studio. Di tutte queste osservazioni sarà fatto cenno e tenuto conto in una statistica che spero fra non molto di poter pubblicare di tutto il materiale che da alcuni anni vado raccogliendo.

Piuttosto mi fermerò alquanto sopra una possibilità che io ho avuto campo di poter studiare in diversi casi. Talora succede che l'embrione rompe il sottile Amnios, ma il Chorion rimanga intatto. In allora l'emigrazione dell'embrione si limita all'uscita dalla cavità amniotica fermandosi nel *Coeloma* esterno. Quivi circondato dal Magma reticolare viene invaso da un processo di distruzione che finisce per far scomparire in parte o totalmente l'embrione.

Convien avvertire che in questi casi la morte dell'embrione precede sempre il suo distacco dalle membrane e la sua emigrazione. Il distacco poi è favorito dalla distensione che subisce l'Amnios, la quale sappiamo già essere sicuro indizio di una condizione anormale dell'ovo. In queste condizioni l'embrione dondola all'interno della cavità amniotica, alla guisa di un battocchio di campana, e sono questi movimenti che provocano la rottura del funicolo, la quale frequentemente avviene nel punto in cui esso si unisce all'addome. Talora l'embrione stesso può venir separato in diverse parti. Generalmente si è tutta l'estremità cefalica che si separa dal tronco, più tardi avviene lo stesso delle estremità superiori ed inferiori.

Oltre all'aumentato volume del sacco amniotico, nei casi che stiamo studiando deve esistere anche un *Coeloma* esterno molto ampio, in allora l'Amnios non essendo applicato alla superficie del Chorion, e non essendo da questo sostenuto, più facilmente può rompersi nel punto ove minore è la sua resistenza. Il primo fatto che avviene subito dopo la rottura dell'Amnios si è l'uscita del liquido amniotico, il quale si effonde nel *Coeloma* esterno, produce una alterazione nel tessuto reticolare del Magma, e può venir rapidamente assorbito. Rotto l'Amnios ed uscito il liquido amniotico insieme all'embrione, il Chorion per l'ampiezza del Coeloma esterno resiste meglio alla causa che ha prodotto la tensione e la rottura dell'Amnios e l'embrione quivi si ferma.

A conferma di quanto siamo venuti dicendo, desidero riportare alcune osservazioni caratteristiche di questa disposizione. La 1ª risale fino al marzo 1888 (Oss. 14), N. VI. Era un aborto completo con tutte le membrane materne e fetali, che mi fu mandato dal Dott. Demaison. Aveva la forma sferica con un diametro di 4 cm. Aperto l'ovo si trovò che nella cavità dell'Amnios esisteva solo un tratto di cordone lacerato alla sua estremità. Osservando più attentamente si vide nell'Amnios una apertura per la quale era uscito l'embrione, ed in corrispondenza di essa, fra l'Amnios ed il Chorion, si notava una piccola cavità, la quale conteneva una sostanza rossigna e poltigliosa, che circondava un corpo irregolare, che l'esame microscopico dimostrò essere il tronco dell'embrione in via di distruzione. Le parti assili dell'embrione, Corda dorsale o Canal midollare potevano in alcuni punti essere ancora riconosciute.

Nella osservazione che segue, il processo di decomposizione si era appena iniziato; le parti embrionali conservavano ancora la loro forma ed i loro rapporti e potevano essere facilmente riconosciute. Si tratta di un aborto che mi fu inviato da Vercelli dal Dott. Raineri (Oss. 15, N. della raccolta LXI). Il sacco dell'ovo formato dal Chorion aveva il diametro di 3 cm. La massima estensione della sua superficie era villosa, una parte minore era liscia. Il Chorion era intatto e disteso. Aperto si trovò nello spazio amnio-coriale l'embrione, il quale presentava l'estremità cefalica divisa dal tronco. Era involto dal Magma reticolare i cui filamenti ben evidenti si disponevano attorno

alle estremità già manifeste, ma che anch'esse accennavano a distaccarsi dal tronco.

Vicino all'embrione si trovava l'Amnios raggrinzito e nella sua cavità si potè scorgere il cordone ombellicale lacerato e l'apertura per cui uscì l'embrione. Le condizioni in cui si trovava l'embrione nel *Coeloma* esterno dimostravano come la sua emigrazione fosse avvenuta da poco tempo.

L'embrione fu sezionato ed esaminato al microscopio. Esistono ben distinti ancora tutti gli organi, ma la loro costituzione è già profondamente alterata per la morte avvenuta; però non si osservano quelle disposizioni in specie nel sistema nervoso centrale, che furono da me descritte negli embrioni arrestati nel loro sviluppo [Comun. I e seg.], poichè queste disposizioni accennano ancora ad un'attività che mancava di certo nel nostro embrione.

Recentemente ebbi l'opportunità di esaminare un altro ovo (oss. 16) della medesima natura di quelli che ho descritto e che desidero ancora qui riferire perchè presentava una particolarità degna d'essere notata (N. della raccolta C). Si tratta di un sacco choriale con piccoli lembi di decidua ovulare, ben disteso, del diametro di 2,5 cm. La superficie è coperta in gran parte da villosità non molto stipate e poco pronunciate. In un punto il Chorion era così sottile che per trasparenza lasciava vedere il contenuto. Era questo un effetto di distendimento passivo. Aperto il Chorion ne uscì un liquido rossastro, e si trovò la cavità del *Coeloma* molto ampia e senza traccia di *Magma reticularis*. In un piccolo tratto di questa cavità stavano le formazioni embrionarie, vale a dire la Vescica ombellicale con brevissimo canale vitellino, l'Amnios, il quale però non era disteso e conteneva nel suo interno parte dell'embrione. Solo attorno alle formazioni embrionarie si disponevano pochi filamenti rigidi del Magma; sembrava veramente che esse fossero impigliate in una tela di ragno. Ma il fatto importante che si notò si è l'esistenza di un corpicciuolo biancastro libero nella cavità del *Coeloma,* il quale fu tosto riconosciuto essere l'estremità cefalica di un embrione della 3ª settimana, che si era distaccata dal tronco, ed aveva conformazione normale. Esaminando la superficie dell'Amnios si potè osservare in vicinanza dell'imbuto amniotico una piccola lacerazione, fra i margini della quale sporgeva un

tratto dell'embrione, e per questa uscì l'estremità cefalica.

Per il modo di presentarsi del Chorion, del *Coeloma* esterno ed in ispecie del Magma reticolare, in questo nostro caso oltre la morte dell'embrione, anche le membrane dovevano aver sofferto nel loro sviluppo.

L'aborto proveniva da giovane donna, la quale ebbe solo un parto a termine. Nei giorni che precedettero l'aborto la donna ebbe a stancarsi molto, dovendo assistere persone malate. Nelle ultime 24 ore fu lungamente in piedi, senza poter prendere un po' di riposo. L'aborto avvenne senza dolori e senza sua saputa.

Trattandosi qui di disposizioni le quali sono un prodotto puramente meccanico, egli è evidente che le condizioni in cui si trovava la donna prima che avvenisse l'aborto hanno favorito, seppure non hanno determinato, non solo l'espulsione del prodotto, ma ancora il modo suo di presentarsi. Ciò verrà confermato da altre osservazioni che riporteremo più avanti.

E qui occorre osservare, che se l'ovulo ultimamente descritto avesse continuato a soggiornare nelle cavità dell'utero, ne sarebbe avvenuta la distruzione rapida dell'estremità cefalica così isolata; ma il tronco ancora in rapporto con le membrane avrebbe meglio resistito al processo di distruzione. Intanto l'apertura dell'Amnios si sarebbe ristretta, i margini di essa avrebbero contratto connessioni con l'embrione, producendo così disposizioni nelle quali sono così alterati i rapporti normali, che non riesciamo a renderci ragione del modo con cui siano avvenute. Ed a questo riguardo dobbiamo qui ricordare un'osservazione recentemente descritta da Valenti, la quale viene molto a proposito per dimostrare l'interesse di quanto abbiamo detto.

Si tratta, nella osservazione di Valenti, di un aborto, che i dati ostetrici hanno ben accertato essere del 3° mese. Il sacco dell'ovo aveva il diametro di 5 cm., le villosità del Chorion sviluppatissime. Entro la cavità dell'Amnios non si trovò l'embrione, ma un cordone ombellicale, avvolto a spira, con due rigonfiamenti della lunghezza di 5 cm., il quale colle due estremità si inseriva alla parete rimanendo libero nel resto. Delle due inserzioni una rappresentava la normale, l'altra si faceva in un punto dove esisteva una rilevatezza irregolare, e quivi accompagnata da una depressione dell'Amnios, usciva dalla cavità per giungere nel *Coeloma* esterno, dove si metteva in rapporto con

ammassi cellulari che rappresentavano residui embrionari. L'Autore ha esaminato diligentemente questa parte della parete dell'ovo, in sezioni, in serie. Dall'esame risultò che l'Amnios non presentava alcuna apertura, che l'estremità del cordone ombellicale era posta nel *Coeloma* esterno, si metteva in rapporto con cellule alterate di provenienza embrionale, e che finalmente tutte queste parti erano comprese fra due cisti, le quali erano quelle che formavano quella rilevatezza entro la cavità dell'ovo.

Tralasciando altri particolari d'indole secondaria, si vede dal sopradetto quanto strana sia questa formazione e come difficilmente si riesca, colle nozioni che noi abbiamo sui primi stadi di sviluppo, a ben determinare la sua evoluzione. Si è perciò che l'autore mantiene un prudente riserbo nella interpretazione del suo interessante reperto, e si limita a considerare il suo prodotto come un *Embrione atrofico*.

Ma per quanto strana appaia questa formazione, io guidato dai tre casi sopra esposti di emigrazione dell'embrione dalla cavità dell'Amnios nel *Coeloma* esterno, oso avanzare una spiegazione la quale mi sembra abbastanza razionale. Qui adunque con molta probabilità si tratta di una emigrazione dell'embrione dalla cavità amniotica nel *Coeloma* esterno, avvenuta verso il 2° mese, portando seco il cordone ombellicale. Essendo rimasto l'ovo entro la cavità uterina per un tempo abbastanza lungo, fino alla fine del 3° mese, e le membrane continuando a vivere si riparò la lesione dell'Amnios, l'estremità del cordone fu compresa nella cicatrice ed aderì all'Amnios, ed in questo frattempo l'embrione veniva distrutto ed assorbito. Le due cisti osservate nel Chorion non sono che formazioni accidentali provocate o favorite dalle condizioni in cui si trovava l'embrione.

Se venisse con altre osservazioni, confermato, che nell'emigrazione dell'embrione al di fuori dell'Amnios, questo abbia la possibilità di riparare la lacerazione che in esso venne fatta, ciò avrebbe una importanza grandissima per la storia di molti prodotti abortivi. Tutte quelle formazioni che gli antichi osservatori hanno descritto nel *Coeloma* esterno, e che sono rimaste sempre senza una plausibile spiegazione o furono così stranamente interpretate, dovranno in gran parte essere riferite all'embrione, od a porzioni embrionali emigrate dalla cavità

naturale e che scomponendosi vanno assumendo forma e costituzione diversa.

In presenza quindi di un prodotto abortivo più avanti nello sviluppo, con mancanza dell'embrione, non dobbiamo limitare il nostro esame alla cavità dell'Amnios, ma dobbiamo esplorare tutto lo spazio amnio-coriale, e trovando qui particolarità abnormi, convien sospettare che esse rappresentino residui embrionali ed instituire ricerche per accertarsi di questo fatto.

Presentano anche interesse quei casi, nei quali l'embrione emigra ancora circondato dall'Amnios ed insieme agli altri annessi fetali, ad eccezione del Chorion. In allora la sola membrana esterna rimane in posto e può continuare a soggiornare nell'utero, per un tempo più o meno lungo, e quando l'ovo viene espulso può far credere alla scomparsa dell'embrione per distruzione ed assorbimento. Ma la distinzione sarà facile prendendo in esame il volume e la costituzione del sacco choriale ed in ispecie la disposizione del Magma entro contenuto.

Questi accidenti avvengono generalmente per il poco sviluppo e la cattiva costituzione del Magma reticolare. Le sue fibrille possono essere scarse e delicate, possono aderire meno tenacemente alla superficie dell'Amnios, ed il loro uficio meccanico può essere di molto diminuito, per cui tutto il sacco amniotico non è più fissato entro il *Coeloma* esterno e può subire spostamenti abbastanza estesi, i quali poi valgono alla lor volta a rompere le delicate aderenze che esistono tra tutte le formazioni embrionarie ed il Chorion per mezzo dei vasi ombellicali e del peduncolo addominale.

Sempre in queste circostanze l'Amnios ha assunto un volume un po' maggiore del normale e noi sappiamo già quale importanza esso abbia per rispetto all'embrione. Ma se questo aumento si fa rapidamente, più facile riesce a rompere ed a liberarsi dai filamenti del reticolo del Magma che lo legano al Chorion. Possono però intervenire altre cause, come ad es. un versamento sanguigno nel *Coeloma* esterno per rottura di vasi fetali e materni.

Io posseggo esemplari molteplici ed eloquenti di questo modo con cui succede l'aborto. Uno fu già descritto nella Oss. 2ª, Comunicazione I; un secondo nella Oss. 4ª, Comunicaz. II. Nel

primo caso il distacco fu provocato da un versamento sanguigno che si era fatto nella cavità del *Coeloma* esterno e del quale versamento esistevano ancora traccie manifeste sulla superficie esterna dell'Amnios.

Un terzo caso è quello che mi fu mandato il 23 maggio 1889 dalla Clinica ostetrica (Num. della raccolta XXVIII) (oss. 17). Il sacco amniotico aveva la forma ed il volume di un ovo di pollo. La superficie esterna era regolare e liscia, si notavano solo strie sanguigne. La sottigliezza dell'Amnios lasciava scorgere il contenuto. Si vedeva l'embrione aderente, col suo cordone di 8^{mm} di lunghezza, alla grossa estremità, dondolare, entro il liquido amniotico abbondante ad ogni minimo movimento. Esso aveva l'estremità cefalica quasi completamente distaccata dal tronco, ed in corrispondenza delle vescicole cerebrali anteriori era già un po' guasto per macerazione. Il tronco che per mezzo del cordone conservava dei rapporti più stretti con le membrane era meglio conformato, la sua lunghezza misurava 10^{mm}. In questa circostanza l'aborto fu provocato dalla morte dell'embrione, che avvenne certamente alcuni giorni prima dell'espulsione del sacco amniotico, e fu coadiuvato dalla emorragia.

Ma l'espulsione del sacco amniotico intatto, può avvenire anche in altri periodi di sviluppo e con embrione normale e vivente. In queste condizioni si trovava un aborto che mi fu portato in luglio 1891 dalla levatrice Conti (Num. LIII) (oss. 18), e che fu provocato da un forte spavento, in donna d'anni 40, la quale aveva già avuto due parti a termine ed un aborto. Era del principio del 3° mese con sviluppo normale dell'embrione. Appena uscito l'Amnios, la levatrice mi riferì d'aver osservato movimenti dell'embrione.

Quando tutto il *Coeloma* è completamente scomparso, e l'Amnios è applicato alla superficie interna del Chorion, le aderenze fra le due membrane possono essere molto lasse, per un difetto di costituzione della membrana intermedia; ed alloraquando nel periodo espulsivo si rompe il Chorion, l'Amnios resistendo può venir espulso intatto, lacerandosi solo i deboli vasi ombellicali. La resistenza dell'Amnios può dipendere ancora da una maggiore robustezza delle sue pareti, come ho avuto l'opportunità di osservare in due aborti del 4° mese, che voglio anche qui brevemente riassumere.

Uno mi fu portato dalla levatrice Berardo e proveniva da donna debole e rachitica d'anni 32, la quale un anno prima ebbe già un aborto dal principio del 3° mese. Il sacco dell'Amnios si presentava sotto la forma di un grosso ovo (Num. della racc. LXXXIV^{bis}) (oss. 19), le sue pareti erano spesse ed opache e difficilmente potevasi osservare il contenuto. L'opacità e lo spessore erano maggiori in vicinanza del punto dove i vasi del funicolo ombellicale andavano ad inserirsi al Chorion.

Il secondo aborto mi fu mandato dal Dott. Canton (oss. 30, Num. LXVII^{bis}) pochi momenti dopo che era stato emesso alla Maternità. Era della fine del 4° mese. L'Amnios perfettamente chiaro conteneva un embrione ben sviluppato. Il cordone si era lacerato in corrispondenza della sua inserzione alla placenta. La superficie esterna dell'Amnios regolare senza traccia di Magma. Lo spessore delle pareti era un po' superiore del normale, e prima d'essere immerse nei liquidi conservatori erano trasparenti e lasciavano scorgere l'embrione. Si notava di speciale che il cordone ombellicale piuttosto lungo, faceva un giro attorno al braccio destro e due giri attorno alla parte inferiore della gamba sinistra. Questo fatto può avere una certa importanza per dimostrare che l'embrione ha eseguito dei movimenti attivi e passivi molto pronunciati, i quali certo hanno contribuito a produrre il distacco dell'Amnios dal Chorion.

Nei casi sopra esposti è lecito supporre che l'epoca in cui è avvenuta la separazione dell'Amnios dal Chorion, corrisponda al momento in cui sotto le contrazioni uterine si è rotta la membrana esterna dell'ovo.

Però conviene avvertire che in talune circostanze, prima ancora che il Chorion sia rotto, può trovarsi il sacco amniotico libero nella cavità del *Coeloma* esterno. A conferma di ciò riferisco qui un'altra osservazione, la quale è ancora interessante, perchè può essere messa in rapporto col probabile momento causale che ha prodotto simile avvenimento.

Dalla signora Pero levatrice io ricevevo un aborto del principio del 2° mese (oss. 21, Num. della raccolta XCII). Proveniva da donna debole, d'anni 26, la quale ebbe già due parti a termine. Di forma un po' irregolarmente sferica, mediocremente disteso, con un diametro di 4 cm., il prodotto abortivo risultava costituito dal Chorion in gran parte villoso ed in minore

estensione liscio. Aperto si trovò un'ampia cavità coelomica piena di Magma, il cui reticolo era molto lassamente unito alle formazioni embrionarie e si lasciava facilmente esportare colle pinze. Le aderenze erano più tenaci alla superficie interna del Chorion.

In un punto opposto all'apertura si vedeva l'embrione circondato dall'Amnios ed in rapporto colla Vescicola ombellicale normale nella forma e nel volume, sulla superficie della quale era distintissima la circolazione onfalo-mesenterica, per essere i vasi pieni di sangue. L'Amnios era disteso e distaccato dall'embrione più di quello che non comportasse lo stadio di sviluppo. Ciò farebbe credere che già da alcuni giorni l'ovo non si trovasse nelle condizioni normali.

Osservando la faccia interna del Chorion appariva molto evidente il decorso e la distribuzione dei vasi ombellicali; ma nel punto in cui essi convergevano per continuarsi col breve, ma già ben costituito cordone ombellicale, erano lacerati, per modo che il sacco dell'Amnios con l'embrione e la V. ombellicale potevano essere tolti facilmente dalla cavità del Chorion, rompendo solo poche fibrille del Magma.

Per evitare false interpretazioni conviene notare la circostanza che l'aborto avveniva nella notte dal 17 al 18 settembre, che appena emesso il prodotto fu posto in un bicchiere contenente acqua e sal di cucina, e nelle prime ore del mattino successivo veniva portato all'Istituto, e subito da me esaminato.

Ora la rottura dei vasi ombellicali deve essere avvenuta dopo la morte dell'embrione, in modo diverso noi avremmo dovuto trovare nel *Coeloma* esterno una certa quantità di sangue stravasato. Le formazioni embrionarie non avendo più connessione alcuna col Chorion, sarebbero state con facilità espulse, quando il primo fosse stato aperto. Per cui le contrazioni uterine avrebbero provocato l'espulsione del prodotto, ma non il distacco dell'Amnios dal Chorion che già preesisteva.

Il fatto che abbiamo narrato è poi ancora interessante per le circostanze che hanno preceduto l'aborto. Cinque giorni prima, vale a dire il 13 settembre, la donna si recò in ferrovia da Torino a Casale. Nel giorno successivo (14) essa fece un lungo viaggio in vettura, andando e ritornando da un paese posto in collina, per cui ebbe a stancarsi molto. Il giorno 15 ritornò a

Torino in ferrovia, ed oltre ad un senso di stanchezza, fu assalita da disturbi diversi e principalmente da vomiti ostinati. Nella sera del 17 ebbe luogo l'aborto.

Ora viene spontanea l'idea di mettere i tre giorni di viaggio che ha fatto la donna colle condizioni in cui fu trovato l'ovolo da noi esaminato. Di certo che le scosse e le fatiche del lungo viaggio, in ispecie di quello fatto in vettura su un terreno ondulato, possono aver contribuito a produrre prima la morte dell'embrione, poi il distacco delle formazioni embrionarie dalla superficie del Chorion. Deve però ammettersi, come causa predisponente l'ampiezza del *Coeloma* esterno ed il poco sviluppo del reticolo del Magma, tutte disposizioni che si trovavano esagerate nel nostro caso.

Da tutte queste osservazioni resta adunque ben dimostrata la possibilità di un completo isolamento di tutte le formazioni embrionarie dalla superficie interna del Chorion, isolamento il quale può operarsi in via meccanica per mezzo di versamenti sanguigni, di scosse od altro, ma che di certo deve avere la sua causa efficiente nelle condizioni in cui si trova la cavità del *Coeloma* esterno ed il suo contenuto, il Magma reticolare. E queste condizioni costituiscono veri difetti o disturbi di sviluppo dell'ovo, che si sono prodotti nel mentre le parti stavano formandosi, e perciò entrano di diritto nel nostro campo di studio.

Il tessuto che riempie il *Coeloma* esterno deve essere maggiormente apprezzato, funzionando esso, nei primissimi stadî, quando tutti gli annessi d'origine fetale stanno formandosi, come agente meccanico che serve a collegare ed a congiungere le diverse formazioni embrionarie; e se in talune circostanze esso può presentarsi meglio sviluppato, con filamenti più abbondanti e più rigidi, che possono perfino portare impedimento all'ulteriore svolgersi delle parti, siccome apparirà in seguito di questi nostri studi, in altri casi, come in quelli che abbiamo descritto, la sua costituzione è meno progredita, e fallisce al suo scopo principale (1).

Anche in periodi più inoltrati dello sviluppo, quando il *Coeloma* esterno è completamente scomparso, l'Amnios è stretta-

(1) Vedi il mio lavoro: *Sul Coeloma esterno e sul Magma reticularis nell'embrione umano.* Torino, 1893.

mente applicato alla faccia interna del Chorion e tutto il Magma reticolare è raccolto sotto forma di una delicata membrana (membrana intermedia), questa può risentirsi dell'imperfetto sviluppo del tessuto da cui risulta costituita, ed essere più lassamente legata alla superficie delle membrane fra le quali si interpone, per cui l'Amnios può facilmente distaccarsi dal Chorion e dalla placenta ed essere espulso intatto insieme all'embrione (1).

E che realmente in questi casi vi sia poca aderenza della membrana intermedia colle parti colle quali si mette in rapporto, lo dimostra il fatto che talora l'Amnios si comporta nello stesso modo col primo tratto del cordone ombellicale o porzione placentare, che rimane così spoglio del rivestimento amniotico, lasciando a nudo i vasi ombellicali. L'Amnios si arrovescia sul cordone perchè il tessuto gelatinoso che circonda i vasi ombellicali e li unisce all'Amnios, è modificato nella sua costituzione e nella sua resistenza.

Gli studi quindi che noi facciamo sulle anomalie di sviluppo dell'embrione umano e dei suoi annessi, trovano il loro riscontro in disposizioni che si osservano verso il termine della gravidanza e dànno ad esse un maggiore rischiarimento.

E posciachè siamo sull'argomento di indicare piccole variazioni sul modo di comportarsi degli annessi d'origine fetale nel momento in cui stanno per distaccarsi dall'utero ed essere espulse, voglio ancora accennare ad altre che occorre non raramente di osservare e che hanno una certa affinità con quelle già descritte. Nell'esaminare prodotti abortivi si incontrano talvolta molteplici difficoltà nel ben stabilire il rapporto delle diverse parti; e quando questi rapporti variano grandemente dalla norma, non si riesce sempre a determinare il modo con cui sono avvenute tali variazioni e la causa che le ha prodotte. È d'uopo adunque conoscere tutte le possibilità che possono avverarsi, onde il nostro esame proceda più rapido e più sicuro.

Nella mattina del 24 marzo 1893 il dott. Gallia mi portava un aborto del principio del 2° mese, di recente emesso, il quale

---

(1) Vedi una osserv. di LEGRAND, *Expulsion de l'œuf dans une fausse couche au 4e mois. Anomalie apparente des annexes du fœtus.* Comunicazione fatta alla Società anatomica di Parigi il 14 dicembre 1888.

si presentava di forma sferica, con superficie regolare e con un diametro di 1,5 cm. (Num. della raccolta LXXV quinquies) (oss. 22). Non aveva l'aspetto e la elasticità di un sacco ovulare, ma sembrava privo di cavità e di liquido. Più attentamente esaminando la superficie, si scorgevano diramazioni vascolari evidenti e facenti un legger rilievo alla superficie. Seguendo queste diramazioni si vedeva che esse tutte convergevano verso un punto dove si notava una piccola lacerazione. Al polo opposto comparivano le estremità di piccoli villi che sembravano nascosti nelle profondità. Cercando di metterli meglio in evidenza, si trovò una apertura, la quale metteva in ristretto spazio tutto occupato dalle villosità, che sembrava stessero quivi a disagio.

Era avvenuto in questo caso un arrovesciamento del Chorion, per modo che la sua superficie interna si era fatta esterna, e quella che portava le villosità era divenuta interna. I vasi che si vedevano alla superficie appartenevano alla circolazione ombellicale, il punto dove convenivano era la località dove s'inseriva il cordone ombellicale, il quale si era lacerato ed era stato espulso insieme alle altre formazioni, siccome era avvenuto nei casi sopradescritti. Importa notare come la superficie interna del Chorion fosse piuttosto liscia, senza traccia di tessuto reticulare del Magma. Solo attorno ad alcuni tratti dei vasi ombellicali si osservava una atmosfera connettivale, che apparteneva allo strato più interno dello stroma del Chorion. Anche in questo caso adunque, esisteva un vizio di formazione del Magma reticulare, che ha favorito il distacco di tutte le formazioni embrionarie.

Questo arrovesciamento del Chorion con scomparsa dell'embrione, è una disposizione non rara ad osservarsi, ed esso si opera per un lento stiramento del cordone ombellicale sul punto suo d'inserzione al Chorion, per cui questo vien distaccato dalle membrane materne, in specie dalla serotina. In queste circostanze anche i rapporti tra la decidua e la superficie esterna del Chorion, non devono essere troppo intimi e non in condizioni normali.

Perfettamente analogo al sopradescritto è un altro aborto che ebbi dal dott. Canton (Num. della raccolta XCVIII bis) (oss. 23), proveniente da donna sifilitica, la quale ebbe altre gravidanze

sempre con morte del feto. Aveva anch'esso la forma globosa ed il diametro di 1,5 c.m. Solamente verso l'estremità chiusa si notavano residui di cordone ombellicale e lembi d'Amnios, i quali ci mettono tosto sulla via per la giusta interpretazione dei fatti.

Però il semplice stiramento del delicato cordone ombellicale può essere insufficiente a produrre dapprima il distacco del Chorion dalle membrane materne e poi il suo arrovesciamento; devono intervenire altre cause. A queste cause appartiene senza dubbio un versamento sanguigno operatosi tra il Chorion e la decidua. Questo versamento non solo prepara l'isolamento di queste due membrane, ma produce per sè stesso l'arrovesciamento del Chorion. In allora, entro la cavità neoformata e circoscritta della superficie villosa del Chorion, deve trovarsi sangue agrumato in maggiore o minore quantità.

Ciò ho potuto osservare in due altri aborti, già avanti nello sviluppo. Uno mi fu portato dalla levatrice Baudino (Num. della raccolta LVII) (24), e questo presentava di particolare che il cordone ombellicale si era distaccato in corrispondenza della sua inserzione all'embrione, per cui sulla superficie del Chorion esisteva tutto il cordone lungo 2 c.m., lembi estesi di Amnios e la vescicola ombellicale. Andò perduto solo l'embrione. Entro la cavità circoscritta dal Chorion esisteva abbondante sangue che involgeva le villosità.

L'altro aborto mi fu procurato dalla levatrice Ferraris (Num. della raccolta LXXXVIII ter) (25). Era del principio del 3° mese, e proveniva da donna la quale aveva già avuto due parti a termine e 2 aborti nei primi mesi. Anch'esso presentava residui di Amnios e di cordone ombellicale, il quale si inseriva al centro della formazione glubosa. Tutta la cavità neoformata era piena di sangue.

In uno dei pochi lavori che la letteratura possiede sul nostro argomento (HEGAR, *Beiträge zur Pathologie der Eies und zum Abort in der ersten Schwangerschaftsmonaten,* 1863), e nel quale sono riassunte ed ordinate le osservazioni fatte dall'autore, trovo descritta nel 4° caso, pag. 46, una disposizione la quale costituisce come un primo stadio della particolarità che stiamo studiando. In fig. 4ª infatti si vede che tra la Serotina ed il Chorion esiste uno stravaso abbondante che spinge il Chorion all'interno,

per modo che esso è reso convesso. Al centro della convessità si trova impiantato il cordone ombellicale, lacerato alla sua estremità embrionale, mancando l'embrione. Ora, supponendo esagerata la convessità del Chorion per l'aumentato stravaso di sangue, si giungerebbe ad un punto in cui esso si arrovescierebbe nel mentre si libera dal rapporto della decidua.

Finalmente, prima di lasciare questo tema, mi rimane a dire di una osservazione, la quale dovette essere qui attentamente studiata prima di essere interpretata, ma che credo opportuno di riferire per dimostrare le difficoltà che talora dobbiamo vincere per giungere a farci un concetto chiaro ed esatto di quanto cade sotto la nostra diretta osservazione.

Si tratta di un aborto completo del 1° mese, che io ebbi dalla levatrice Pero (Num. XCVIII) (26) poche ore dopo la sua espulsione. Apparteneva a donna sana, la quale ebbe già due parti a termine ed un aborto prima dei parti. Il prodotto consisteva di tutta la decidua uterina, la quale rappresentava un sacco piriforme, avente la forma della cavità dell'utero che rivestiva. La massima sua larghezza era di 6 c.m. Si distingueva bene la parte corrispondente al fondo dell'utero e quella che terminava al collo. Questa presentava una apertura piuttosto ampia ed un po' frastagliata. La superficie esterna aveva l'aspetto irregolare, rugoso, ordinario. La cavità circoscritta dalla decidua non poteva essere ben esaminata se non dopo aver fatto una sezione longitudinale. Allora si mise allo scoperto tutta la superficie interna della decidua uterina, la quale era caratteristica nella sua disposizione e conformazione. Nessun stravaso di sangue disturbava l'osservazione.

Al primo esame ho creduto che l'embrione, con tutte le sue dipendenze, si fosse già distaccato dalla decidua e fosse stato espulso prima di questa. Ma esaminando la cavità circoscritta dalla decidua, si vide che dal fondo di essa sorgeva una sporgenza allungata, pedunculata e deformata alla sua estremità libera, la quale evidentemente rappresentava la decidua ovulare con porzione di membrane fetali. Ma invece di avere l'aspetto globoso, come si osserva nelle condizioni normali, si presentava raggrinzita con solchi diretti longitudinalmente, il che dimostrava come la cavità dell'ovo fosse stata aperta, dando esito al suo contenuto. Esaminando infatti la parte libera di questo prolun-

gamento, si vide una lacerazione irregolare dalla quale sporgevano alcune villosità. Allargando l'apertura si entrò in una piccola cavità un po' allungata, la quale era limitata dalla superficie villosa del Chorion. Le villosità erano numerose e ramificate.

Ma ciò che riesciva un po' difficile a comprendersi si era che tutto il Chorion alla sua parte esterna era rivestito dalla decidua ovulare, la quale poteva essere seguìta, senza limiti marcati, nella decidua diretta od uterina.

Senza le osservazioni precedentemente descritte, non si sarebbe potuto subito dare una conveniente spiegazione del come fossero avvenute le cose, esistendo la decidua riflessa, la quale disturbava l'esame. Qui probabilmente le cose si comportarono nel seguente modo, quando incominciarono a manifestarsi i fenomeni dell'aborto: prima si ruppe la decidua riflessa in corrispondenza del polo libero; in seguito anche il Chorion si lacerò nel medesimo punto; le formazioni embrionarie cercando allora di uscire dalle fattesi aperture, distaccarono il Chorion dalla serotina e lo arrovesciarono, pur continuando a mantenere i rapporti con la decidua riflessa. L'arrovesciamento si fece all'interno di questa. Per cui procedendo all'esame del preparato dall'esterno all'interno si trovava prima la decidua, e la sua superficie interna non era in rapporto colle villosità del Chorion, ma era applicata senza connessione alla superficie coelomica di esso, le villosità erano rivolte verso la cavità centrale che concorrevano a circoscrivere ed a riempiere.

Volendo avere un'idea più esatta della disposizione delle parti, ho fatto sezioni microscopiche di un largo lembo della parete dell'ovo, comprendendo la decidua ed il Chorion. Nella decidua è già iniziato un processo d'atrofia. Sulla sua faccia interna si notano piccoli frammenti di villosità, le quali, nel distaccarsi del Chorion dalla decidua, hanno lasciato le loro punte nel rapporto che avevano primitivamente colla decidua. Il Chorion è ancora aderente alla decidua per un piccolo tratto; aderenze le quali hanno impedito che esso fosse espulso insieme alle altre formazioni embrionarie. Nel resto la superficie villosa del Chorion è libera, e guarda la cavità dell'ovo. Seguendo il suo decorso molto ondulato, si vede l'angolo di riflessione, formato dal suo arrovesciamento. Lo spessore del Chorion è poco pronunciato, il

suo epitelio intensamente colorito è in via di degenerazione, non si vedono vasi sanguigni nè nel Chorion, nè nelle sue villosità nel tratto esaminato.

Tutte queste condizioni, le quali non corrispondono allo stato normale, e che già da qualche tempo si erano manifestate nel nostro ovo, furono quelle che hanno determinato la disposizione che abbiamo descritta.

Il meccanismo per mezzo del quale si opererebbe l'arrovesciamento del Chorion nelle primissime fasi di sviluppo, sarebbe pressochè identico a quello che si osserva nel distacco della placenta dopo il parto. Allorquando questo distacco incomincia dal centro e si estende poco a poco verso la periferia, in allora si ha un vero arrovesciamento delle membrane. Questo arrovesciamento poi è favorito, se non provocato, dal versamento sanguigno che si fa tra l'utero e la parte della placenta che si è distaccata, precisamente come è avvenuto in due delle osservazioni che abbiamo più sopra riferite. L'unica differenza che si riscontra, si è che nel secondamento fisiologico la separazione si fa tra l'utero e la placenta; nelle nostre osservazioni invece avveniva fra il Chorion e la decidua, dove non esistono favorevoli le circostanze che vengono invocate per spiegare il distacco centrale della placenta.

Come si scorge adunque, nei prodotti abortivi dei primi mesi avvengono talora tali cambiamenti nella disposizione e nei rapporti delle parti materne e fetali che, a priori, riesce difficile di poter prevedere e di poter convenientemente interpretare. Questi cambiamenti non sono un effetto puramente meccanico, ma sono preparati e favoriti da condizioni speciali di sviluppo che alterano la costituzione delle parti.

Comunque vengano considerate le osservazioni sopra riferite, io credo che esse non mancano d'interesse e d'opportunità per chi si dedica allo studio non sempre facile delle forme abortive dei primi mesi.

Giunti a questo punto, ci sia lecito dare uno sguardo retrospettivo, onde abbracciare tutta la via fino ad ora percorsa, e per dimostrare che i singoli fatti non ci fanno perdere di vista il concetto generale che ci serve di guida in queste nostre ri-

cerche. Noi prepariamo il materiale per una patologia dell'ovulo umano, e siamo lieti che quello da noi e da altri raccolto sia già tale da far credere che presto si giungerà allo scopo.

Gli aborti che avvengono nei primi due mesi, sono molto frequenti. Uno studio attento di essi ha tosto dimostrato, che il prodotto del concepimento si trova raramente nelle condizioni normali; la grandissima maggioranza degli ovuli contiene infatti embrioni deformi, che His comprende sotto la denominazione generale di *Forme abortive*. Riservando per altri studi gli ovuli, che si trovano in condizioni normali, occupiamoci solo di quelli che contengono prodotti più o meno alterati.

Dallo studio fatto noi possiamo dire che i prodotti abortivi devono essere distinti in due grandi gruppi, secondochè manca od è presente l'embrione.

Nel 1° *Gruppo* comprendiamo quei prodotti nei quali non solo esiste l'embrione, ma questo si presenta ancora come un tutto, mantiene i suoi rapporti colle membrane.

A seconda poi del modo con cui si presenta l'embrione, questo gruppo deve essere distinto in due classi; *a*) Forme atrofiche; *b*) Forme nodulari.

1ª Classe. — *Forme atrofiche.*

Le *Forme atrofiche* sono quelle nelle quali l'embrione, malgrado sia grandemente alterato nella sua conformazione interna ed esterna, tuttavia è sempre possibile distinguere all'esame microscopico l'esistenza di organi.

A questa forma appartengono tutti i prodotti che His (1) ha descritto sotto il nome di *Forme curve* e *Forme cilindriche* e che sono figurate nel 2° fascicolo della sua anatomia dell'embrione da pag. 99 a 103, e due embrioni diligentemente studiati da Kollmann (Figg. 3ª e 4ª) (2).

Di questi embrioni non fu esaminata l'intima costituzione.

Le forme atrofiche le quali furono studiate con sezioni in serie, sono quelle appartenenti alle nostre osservazioni 2ª, 3ª, 5ª, 6ª [Comunicazioni I, II, III, IV];

---

(1) His W., *Anatomie menschlicher Embryonen*, fasc. I, II, III, 1880-1885.

(2) Kollmann J., *Die Körperform menschlicher normaler und pathologischer Embryonen*, 1889.

ad una osservazione di Phisalix (1);
a due osservazioni di His (2);
ad una di Chiarugi (3);
ad una di Romiti (4).

In queste osservazioni sono rappresentate tutte le gradazioni delle forme atrofiche, sia per ciò che riguarda la conformazione esterna e l'intima costituzione. Tutte queste forme sono d'accordo fra loro per il modo di presentarsi degli organi interni, il che dimostra l'identità del processo per mezzo del quale esse si sono originate. Le differenze che si rilevano al loro confronto sono dipendenti dal grado a cui è giunto il processo e dall'epoca in cui ha colpito l'ovolo.

Susseguono poi le due nostre osservazioni 12ª e 13ª [Comun. VII, VIII], nelle quali l'embrione e gli annessi sono in via di distruzione e stabiliscono perciò il punto di passaggio alle forme nodulari.

2ª Classe. — *Forme nodulari.*

Nelle *Forme nodulari* l'esame microscopico non dimostra più alcuna traccia di organi embrionali. Queste forme sono rare e più difficili a studiarsi. Quindi troviamo solo due osservazioni, la nostra osservazione 7ª [Comun. V] ed un'altra descritta da Lachi (5), le quali però sono sufficienti a ben caratterizzare questa classe di prodotti abortivi.

I cinque noduli trovati da His, tre dei quali sono rappresentati nelle figg. 48-50 (*loc. cit.*, pag. 98), non possiamo dire se essi realmente appartengono a questa classe, non essendo stata esaminata l'interna costituzione.

2° *Gruppo. — Prodotti abortivi nei quali manca l'embrione.*

La mancanza dell'embrione in questi prodotti può succedere in due modi: o perchè esso fu assorbito e scomparve in sito, oppure perchè emigrò dalla sua cavità naturale. Quindi

---

(1) Phisalix, *Contribution à la Pathologie de l'embryon humain*, 1890.

(2) His W., *Offene Fragen der pathologischen Embryologie*, 1891.

(3) Chiarugi Giulio, *Intorno a un uovo umano mostruoso* (con tavola), 1891.

(4) Romiti G., *Nota su un ovo umano mostruoso*, 1889.

(5) Lachi Pilade, *Una anomalia di sviluppo dell'uovo umano*, 1893.

abbiamo anche qui due classi. Nell'uno o nell'altro caso si possono avverare le due seguenti circostanze:

L'embrione è solo scomparso rimanendo ancora in posto tutti gli annessi d'origine fetale;

Oppure insieme all'embrione mancano tutte le formazioni embrionarie ad eccezione del Chorion.

1ª Classe. — *L'embrione è scomparso in sito.*

a) Mancanza dell'embrione con persistenza di tutti gli annessi d'origine fetale. Dimostrano questa probabilità le nostre osserv. 4ª ed 8ª [Comun. II, VI], una di Lachi (1) ed una di Valenti (2).

b) Mancano tutte le formazioni embrionarie ad eccezione del Chorion. Le nostre osservazioni 9, 10, 11 [Comun. VII], sono le sole fino ad ora descritte.

2ª Classe. — *Manca l'embrione perchè è emigrato dalla sua cavità.*

a) L'embrione emigra dalla cavità dell'Amnios nel *Coeloma* esterno; vedi le nostre osserv. 14, 15, 16, più sopra riferite, e quella interessante di Valenti (3).

b) L'emigrazione dell'embrione è completa attraverso tutte le membrane dell'ovo. Sono i casi più comuni, dei quali dovrà esser fatta una statistica.

c) L'embrione emigra involto nell'Amnios ed insieme alla vescicola ombellicale, rimanendo in posto il Chorion; vedi le nostre osserv. 17 a 21.

d) Nell'emigrare l'embrione produce l'arrovesciamento del Chorion; vedi nostre osserv. 22 a 26.

Le *Forme vescicolari,* vale a dire quelle che contengono nell'interno del Chorion delle formazioni cistiche, devono essere attentamente studiate, onde stabilire la costituzione della vescicola e la sua origine, ma non meritano di formare una classe

(1) Lachi Pilade, *Di un uovo umano mostruoso* (con tavola), 1892.

(2) Valenti Giulio, *Intorno ad una anomalia di sviluppo dell'embrione umano* (con tavola), 1892.

(3) Valenti Giulio, *Intorno ad un prodotto abortivo con embrione atrofico* (con tavola), 1894.

speciale, potendo appartenere ad una delle forme sopradescritte; vedi le nostre osserv. 1ª e 8ª [Comunicaz. I e VI], una osser. di Chiarugi (1) e di Romiti? (2).

D'altra parte ora che noi abbiamo delle nozioni esatte sulla scomparsa dell'embrione, con conservazione dell'Amnios, dobbiamo andare un po' guardinghi nella interpretazione di forme vescicolari, contenute entro il Chorion. È probabile che alcune di queste formazioni siano residui amniotici senza embrione. Ed allora essi non costituiscono fatti eccezionali, ma hanno una posizione ben stabilita fra i prodotti abortivi.

Le osservazioni descritte da Lachi e Valenti come forme vescicolari, io credo che siano cavità amniotiche vuote, e perciò furono poste nella 1ª Classe del 2° gruppo.

Malgrado lo studio sulle Anomalie di sviluppo dell'embrione umano si sia iniziato da pochi anni, noi dobbiamo esser lieti del cammino percorso e dei risultati ottenuti, e possiamo trarre incoraggiamenti ed ammaestramenti per ricerche future.

La nostra attenzione dovrà in principal modo esser portata sulle *forme nodulari* e sulle *forme di passaggio* alle atrofiche ed a quelle nelle quali l'embrione è scomparso in sito, perchè esse ci rappresentano stadii molto giovani. E nello studio delle Anomalie di sviluppo, come in quello della condizione normale, noi siamo attratti a ricercare sempre i primissimi stadi di sviluppo, siccome quelli che possono dar luce sull'iniziarsi del processo che disturbò l'evoluzione.

---

(1) CHIARUGI GIULIO, *Di un ovo umano del principio della 2ª settimana* (con tavola), 1887.

(2) ROMITI G., *Osservazioni sopra un uovo vescicolare*, 1891.

Sopra alcuni Decapodi terziarii del Piemonte;

Nota dell'Ing. CAMILLO CREMA.

I paleontologi, che studiarono le formazioni terziarie del Piemonte, poco si occuparono di Crostacei (1); i resti di questi animali, inoltre, per la facilità, colla quale le loro parti si staccano le une dalle altre e per le condizioni, in cui, come è noto, per lo più fossilizzarono, sono raramente ben conservati e sempre di difficile ricerca, così che di questa fauna, la cui ricchezza si fa ogni dì più manifesta, non si ha che una conoscenza molto imperfetta.

Accolsi quindi con soddisfazione la gentile offerta del professore C. F. Parona di studiare i decapodi terziarii del R. Museo geologico di Torino; altri poi ve ne aggiunsi, che potei nel frattempo procurarmi. I risultati del mio studio espongo in questa breve nota.

Intanto ai prof.[ri] Parona e F. Sacco per gli aiuti ed i consigli di cui mi furono larghi, al cav. L. Di Rovasenda, al dottor

(1) Per limitarci ai crostacei superiori ecco quali sono le opere che ne trattano, escluse quelle che non contengono se non qualche breve cenno affatto incidentale:

Sismonda A., *Notizie intorno a due fossili trovati nei colli di S. Stefano Roero* (Mem. d. R. Acc. d. Sc. di Torino), 1841.

Sismonda E., *Descrizione dei Pesci e dei Crostacei fossili nel Piemonte* (Mem. d. R. Acc. d. Sc. di Torino, ser. 2ª, vol. IX), 1846.

— *Appendice alla Descrizione dei Pesci e dei Crostacei fossili nel Piemonte* (Mem. d. R. Acc. d. Sc. di Torino, ser. 2ª, vol. XIX), 1861.

Milne Edwards A., *Histoire des Crustacés podophtalmaires fossiles* (Ann. des Scienc. nat.), Paris, 1860-1865. (Non compiuta: comprende solo i Portunidi, i Talassinidi ed i Canceridi).

Ristori G., *I Crostacei brachiuri e anomuri del Pliocene italiano* (Boll. d. Soc. geol. ital., vol. V). Roma, 1886.

— *Crostacei piemontesi del Miocene inferiore* (Boll. d. Soc. geol. ital. vol. VII). Roma, 1888.

P. Peola direttore del Museo Civico Craveri di Bra ed al sig. E. Forma pel materiale messo a mia disposizione rendo pubbliche grazie.

MACRURA

Callianassa pedemontana n. sp.

Fig. 1.

Una chela raccolta sulla collina di Torino benchè abbia qualche analogia con parecchie specie del gen. *Callianassa,* al quale indubbiamente appartiene, presenta però caratteri tali da non poter essere riferita ad alcuna delle specie conosciute.

La mano ha forma quasi esattamente quadrata. La faccia esterna è convessa, l'interna, appiattita, non presenta che una leggerissima convessità: entrambe sono completamente liscie. Gli orli superiore ed inferiore sono taglienti, specialmente il secondo presso il quale stanno due linee di peli: una rada sulla faccia esterna, una più fitta sull'interna; l'orlo terminale posteriore sembra pressochè diritto. Un esile rilievo sta in corrispondenza dei due orli inferiore e posteriore.

Il dito fisso è robusto, corto, acuminato, poco ricurvo, trigono e presenta superiormente due creste delle quali l'una ne forma l'orlo esterno, l'altra l'interno. La prima molto ricurva, finamente denticillata, è terminata alla base dell'articolazione da due tubercoletti appuntiti e rivolti in avanti: la seconda un po' meno ricurva si prolunga alquanto, a guisa di costola sulla faccia interna della mano delimitandovi un piccolo infossamento alla base dell'articolazione; queste due creste si riuniscono poi all'estremità del dito fisso intercettando fra di loro uno spazio triangolare, leggermente incavato, che forma la faccia superiore dell'indice. Sul dito fisso e nel tratto compreso fra la sua base e l'articolazione del dito mobile, sia sulla faccia interna che sull'esterna sta una linea di peli curva e pressochè concentrica alla cresta del dito stesso.

Questa mano ha quindi qualche carattere comune con la *C. orientalis* Edw. e la *C. Heberti* Edw. alle quali specie però non può essere riunita per numerose ed importanti differenze. Tuttavia non avendo a mia disposizione che una sola propodite io non posso qui presentare questa nuova specie senza qualche

riserva, in attesa che esemplari più numerosi e meglio conservati mi permettano di meglio studiarla.

Elveziano: Colli torinesi (1) (rara).

Callianassa Rovasendae n. sp.

Fig. 2.

Questa specie, verisimilmente nuova, è assai affine alla precedente; se ne distingue però per la minor robustezza del dito fisso, per la sua diversa ornamentazione, per la forma generale della mano nonchè per altri caratteri di minor importanza.

La mano è quadrilatera, di un quarto circa più lunga che larga, cogli orli superiore ed inferiore non esattamente paralleli, ma leggermente convergenti verso l'innanzi. La faccia esterna è convessa: l'interna, quasi piana, con una leggerissima convessità verso la parte centrale ed un accenno di concavità nella parte inferiore; entrambe sono completamente liscie. L'orlo superiore è tagliente specialmente nella porzione posteriore ed in sua vicinanza la faccia interna presenta traccie di peli; l'inferiore, ancora più tagliente, porta due linee di peli e dal lato interno è finamente seghettato. Un tenue margine in rilievo accompagna l'orlo inferiore ed il posteriore: quest'ultimo è pressochè diritto.

Il dito fisso è breve, acuminato, pochissimo ricurvo, trigono, lateralmente più schiacciato che quello della *C. pedemontana,* leggermente rivolto all'indentro. Superiormente termina con una cresta ricurva, finamente denticillata, bruscamente interrotta da un tratto rettilineo orizzontale presso l'articolazione del pollice. Esternamente è molto rigonfio ed in prossimità della cresta presenta un piccolo solco: internamente mostra invece una costola, che partendo dal vertice va innalzandosi alquanto, meno però della cresta esterna. Il dito fisso viene così a terminare superiormente con una faccia, inclinata verso l'interno e limitata lateralmente da due orli, un po' più rilevati della parte centrale.

Elveziano: Colli torinesi, Baldissero torinese (non rara).

---

(1) Le località dei colli torinesi dalle quali provengono i fossili, che sono oggetto di questa nota, sono principalmente: Termoforà, Villa Forzano, Pian dei boschi, Rio Batteria e Monte dei Capuccini.

Callianassa Michelottii A. Edw.

Fig. 3.

1860. Milne Edwards A., *Thalass. foss.*, Ann. des Sc. nat., ser. 4ª, tom. XIV, pag. 341, tav. 14ª, fig. 3 e 3 A.

Riferisco a questa specie molte chele prive di pollice, ma nel rimanente assai ben conservate. Confrontate coll'esemplare descritto e figurato dal Milne Edwards presentano tutte alcune piccole differenze e cioè:

1ª finamente denticillata la cresta superiore dell'indice;

2ª un maggior numero di tubercoli a peli sulla faccia esterna;

3ª una linea di peli sul lato interno dell'orlo superiore.

Questi caratteri non mi paiono, però, sufficienti ad individualizzare anche solo una varietà, perchè potendo almeno in gran parte facilmente scomparire durante la fossilizzazione non è improbabile, che siano per l'avanti sfuggiti all'osservazione e d'altronde notevoli sono sovente in questo genere le variazioni sessuali ed individuali. A questo proposito, anzi, aggiungerò che nei miei esemplari il rapporto fra la lunghezza e la larghezza della propodite varia da 8/7 a 15/8.

Viene, infine, qui opportuno il notare che, mentre Milne Edwards (1) riteneva caratteristico delle Callianasse l'avere il dito fisso sprovvisto di denti o tutt'al più munito di un sol dente mediano, oggidì tale carattere ha molto perduto della sua importanza, perchè parecchie forme coll'indice variamente denticillato vennero già descritte ed ora altre tre vengono ad aggiungervisi.

Elveziano: Colli torinesi (frequente).

Callianassa Sismondae A. Edw.

Fig. 4-7.

1846. Sismonda E. (*Grapsus* sp.), *Pesci e Crost. foss. Piemont.*, pag. 69, tav. III, fig. 7.

1860. Milne Edwards A., *Thalass. foss.*, Ann. d. Sc. nat., ser. 4ª, tom. XIV, pag. 342, tav. 14, fig. 4.

Di questa specie non erano state finora descritte che la propodite e la dattilopodite ed anche queste assai imperfetta-

(1) *Thalass. foss.*, pag. 304.

mente senza dubbio a causa del cattivo stato di conservazione degli esemplari studiati; diversi individui raccolti sulla collina di Torino mi permettono di dare una completa descrizione di questi due articoli e di aggiungervi i principali caratteri dei tre successivi.

La mano è quadrilatera, con la faccia esterna leggermente convessa, l'interna pressochè piana. Queste faccie sono liscie, salvochè alla base dell'indice dove presentano un'agglomerazione di piccoli tubercoli: quella interna, inoltre, presenta inferiormente ad essa un piccolo infossamento, che si prolunga anteriormente sull'indice stesso, posteriormente sulla mano. Gli orli superiore ed inferiore sono taglienti: il secondo porta due linee di peli, che si riuniscono nell'angolo infero-posteriore. L'orlo posteriore della mano è pressochè diritto. L'indice è lungo, gracile, guarnito ai lati di due file di tubercoli in continuazione a quelli della mano e coll'orlo superiore finamente dentellato.

Il dito mobile è robusto, superiormente crestato, esternamente angoloso; i due spigoli, che ne risultano, portano presso l'articolazione una linea di tubercoletti. Lo spazio restante è coperto da una punteggiatura specialmente fitta presso l'articolazione ed accompagnata da qualche granulazione sulla faccia esterna. Inferiormente il dito presenta presso la base un piccolo dente allungato e tagliente al quale fa seguito una serie di dentini prima più grossi e più spaziati, poi più minuti e più serrati. La punta del dito è acuta e rivolta all'indentro.

La carpopodite è assai corta, ha la faccia esterna convessa gli orli superiore ed inferiore taglienti, termina posteriormente con un orlo arrotondato e si articola verso il suo angolo supero-posteriore alla meropodite. Tranne l'anteriore i suoi orli presentano sulla faccia esterna un leggero rilievo.

La meropodite, assai piccola e gracile in confronto agli articoli che la precedono, ha la faccia esterna convessa e presenta una cresta longitudinale, che la divide in due parti quasi esattamente eguali. Il suo orlo inferiore è finamente dentato e presenta verso la sua parte posteriore un prolungamento, del quale però non si può scorgere la forma essendo nel mio esemplare ricoperto dall'ischiopodite; l'orlo superiore è liscio. Facendo astrazione dalla sporgenza inferiore la forma generale dell'articolo è all'incirca quella di un ovale con un breve peduncolo.

L'ischiopodite, solo in parte conservata nel mio esemplare è lunga, gracile, con una piccola espansione acuta nell'angolo supero-anteriore. Esternamente è convessa, liscia, coll'orlo inferiore finamente seghettato. Di questo come dei due articoli precedenti non posso descrivere che la faccia esterna, perchè per la loro grande gracilità non si riescirebbe a liberarli dall'arenaria incassante senza grave loro detrimento.

Risulta da questa descrizione che i miei esemplari confrontati con quelli descritti e figurati dal SISMONDA e dal MILNE EDWARDS presentano parecchie lievi differenze, alle quali è anche da aggiungersi una minor curvatura ed una maggior gracilità che riscontransi nell'indice di molti di essi (fig. 7). Per queste differenze valgono le stesse osservazioni già fatte ad ugual proposito per la *C. Michelottii*. Anche per la *C. Simondae* notevole è la grande variabilità del rapporto fra la lunghezza e la larghezza della mano.

Elveziano: Colli torinesi (frequente).

Callianassa subterranea (Montg.).

Fig. 8.

1808. MONTAGU G. (*Cancer astacus subterraneus*), *Descript. of sever. mar. Anim. on the S. Coast of Devon.*, Trans. Linn. Soc., vol. IX, p. 88, tav. III, fig. 1-2.
1813. LEACH W., Edimb. Encycl., vol. VII, pag. 400.

A questa specie, attualmente comune nel Mediterraneo e probabilmente non ancora trovata allo stato fossile, debbo riferire una propodite relativamente grossa e molto ben conservata salvo nel dente mediano dell'indice, che si mostra un po' corroso.

Contrariamente a quanto credeva MILNE EDWARDS (1) sembra quindi che qualche forma attuale di crostaceo non solo abbia sorpassato il periodo quaternario, ma sia ancora molto più antica.

Elveziano: Albugnano (rara).

---

(1) *Faune carcinologique des Terrains quaternaires* (*L'Institut*, Journ. des Sc. et des Soc. sav.), pag. 88. Paris, 1861.

C. subterranea var. *dentata* Rist. (1).

1889. Ristori G., *I Crostacei fossili di Monte Mario*, pag. 24, figg. 19 e 20.

Di questa forma, stata fin'ora ritrovata solamente in terreni assai più recenti, non ebbi fra le mani che qualche propodite di dimensioni molto ridotte in confronto a quelle raccolte in altre località.

Elveziano: Colli torinesi (non rara).

Callianassa sp. ind.

Figg. 9 e 10.

Di questo genere ho pure esaminato molti frammenti di chele più o meno ben conservati ma sempre in condizioni tali da non potersi specificamente determinare con sicurezza.

Un pollice isolato, robusto, mostra qualche affinità con quelli provenienti da La Parne, Goubesville e Port-Brehé e dal Milne Edwards (2) dubbiosamente riferiti alla *C. prisca* (fig. 9).

Numerosi e svariati altri pollici, rinvenuti anch'essi affatto isolati, non appartengono certamente ad alcuna specie di cui si conosca quest'articolo, nè possono essere riuniti ad altre se non affatto ipoteticamente; credo perciò inutile darne una particolareggiata descrizione e mi limito a figurarne uno dei meglio conservati (fig. 10).

Alcuni frammenti di forma grossolanamente quadrilatera, leggermente convessi da una parte ed incavati dall'altra sembrano parti esterne di ischiopoditi ed infine per altri aventi l'aspetto di piccole placche pare trattarsi di parti interne di questo o di altri articoli.

Elveziano: Colli torinesi, Sciolze, Baldissero torinese.

---

(1) Nel R. Museo geologico di Torino (collezione Pisani) si trova anche una grossa chela, appartenente ad un individuo di questa varietà proveniente dall'isola di Pianosa (Mar Tirreno) e raccolta secondo ogni probabilità nei calcari di origine organica, che il dottor Simonelli V. (*Terreni e fossili dell'Isola di Pianosa nel Mar Tirreno*, Boll. d. R. Comit, geol. d'It., vol. X, pag. 207 e seg. Roma, 1889) riferisce al pliocene. Ne faccio cenno non constandomi che questa forma sia già stata notata fra le fossili di detta isola.

(2) *Thalass. foss.*, pag. 321, tav. 15, fig. 3*a*—3*e*.

ANOMURA

Lyreidus Paronae n. sp.

Fig. 11.

Appartengono al genere *Lyreidus* parecchie specie attualmente viventi sulle coste atlantiche degli Stati Uniti, sulle coste dell'Australia, del Giappone, delle isole Fiji, ecc.; l'individuo sul quale fondo questa nuova specie, assai affine al *Lyreidus tridentatus* De Haan, credo sia il primo, rinvenuto allo stato fossile.

Lo scudo è oblungo-ovato con pronunziata convessità sia nel senso longitudinale sia nel trasversale; la sua lunghezza è di poco minore del doppio della maggiore larghezza, la quale dista dalla fronte di un terzo della prima. L'orlo frontorbitale è quasi uguale alla metà della larghezza dello scudo. Il rostro è triangolare, acuto, sporgente; ai suoi fianchi stanno due spine, una per lato, aventi pressapoco la sua lunghezza e munite verso l'interno di un'altra piccola spina. Lo scudo è glabro, con una punteggiatura in incavo abbastanza fitta; delle diverse regioni solamente la cardiaca è indicata da due brevi solchetti laterali, che presentano una curvatura a convessità interna. A ciascuna estremità del suo diametro trasversale esso porta una spina lunga, acuta, rivolta in avanti. A partire da queste spine i margini laterali sono leggermente crestulati ed adorni di fini e serrati tubercoletti. Questa crestula è specialmente visibile nella loro parte posteriore, dove essi sono alquanto arcuati colla convessità rivolta in alto, e sempre colla stessa ornamentazione si estende anche sul margine posteriore. Quest'ultimo è anch'esso un po' arcuato colla convessità verso l'alto e di più visto di sopra si presenta leggermente concavo.

Delle altre parti nessuna è conservata o visibile salvo un frammento stretto, lungo, gracile, appartenente verisimilmente ad una zampa dell'ultimo paio.

Dimensioni:

Lunghezza dello scudo	mm.	28,5
Larghezza " "	"	16.

Un'impronta di forma affine a quella dell'individuo ora descritto, ma assai mal conservata, fu raccolta nelle marne langhiane di S. Margherita sui colli torinesi.

Langhiano: S. Margherita (?).
Elveziano: Sciolze (rara).

Ranina palmea Sism. (1).

Fig. 12.

1846. SISMONDA E., *Descriz. Pesci e Crost. foss. nel Piemonte*, pag. 64, tav. III, fig. 3 e 4.

Oltre all'esemplare tipico del SISMONDA, che riuscii a meglio ripulire e ch'ebbi agio di confrontare con due individui della vivente *R. serrata* Lam. (un ♂ proveniente da Cuba ed una ♀ delle isole Sandwich) che è la specie alla quale questa più si avvicina, esaminai pure numerosi frammenti di scudo ed il dorso di un giovane individuo; sono perciò in grado di fare qualche aggiunta a quanto ne scrissero il SISMONDA stesso ed altri autori (2) sempre riferendosi allo stesso esemplare. Rifiguro inoltre la chela destra e do una rappresentazione schematica del lato anteriore dell'animale, le figure finora datene contenendo diverse inesattezze.

Il dorso specialmente nella parte anteriore e mediana fra i tubercoli spiniformi altri ne presenta assai più piccoli, meno numerosi però e meno evidenti che nella specie vivente, forse per la mancanza dello strato chitinoso superficiale.

---

(1) Ad un individuo della famiglia delle *Raninidae* appartiene pure un esemplare conservato nel Museo Civico Craveri di Bra e raccolto nei dintorni di detta città (*piacenziano*). È un nucleo, di piccole dimensioni, che mostra ben conservato soltanto una porzione dello sterno. Ricorda assai da vicino il gen. *Raninella* sì per la forma generale che per quella dello sterno; le sue cattive condizioni di conservazione rendono però impossibile una sicura determinazione.

(2) MICHELOTTI G. (*R. serrata* Lam.), *Descript. des fossil. des Terr. Mioc. de l'Italie sept.* (Mem. d. l. Soc. holl. d. Sc.), pag. 70. Haarlem, 1847.

BRONN H. G., *Lethaea geognostica*, III, pag. 617, tav. 42', fig. 7*a* e *b*. Stuttgart, 1853-56.

MILNE EDWARD A., *Sur quelques Crust. foss. app. aux genr.* Ranina *et* Galenopsis, pag. 4 (Ann. des Sc. géol.). Paris, 1872.

L'addome, molto diverso dalla ricostruzione ideale datane dal Sismonda, mostra abbastanza ben conservati i primi cinque segmenti ma manca completamente del telson; è perfettamente simile a quello della *R. serrata*.

L'ornamentazione delle faccie è identica nelle chele delle due specie, diversa invece la forma dei denti degli orli e del dito fisso. Nella *R. palmea* i due denti del margine superiore della propodite sono acuti ed un po' rivolti in avanti; i cinque del margine inferiore sono assai meno sporgenti che nella *R. serrata* ed il loro lato più lungo è incrassato e più rilevato; lo stesso succede pel margine inferiore del dito fisso, che è assai più ottuso. Lo spazio fra esso ed il primo dei cinque denti del margine inferiore è doppio di quello compreso fra questi ultimi. Il dito mobile presenta nelle due specie una cresta superiormente all'articolazione ed anteriormente ad essa sta un dente spiniforme molto più ottuso nella specie fossile che nella vivente. Nella specie fossile la chela sinistra è di un terzo più grande della destra.

Le parti visibili delle altre zampe sono affatto simili alle corrispondenti della *R. serrata*.

Elveziano: Colli torinesi, Sciolze, Bardassano (non rara).

BRACHYURA

Calappa? sp. ind.

Fig. 13.

Questo genere parrebbe rappresentato sui colli torinesi da numerosi diti isolati appartenenti ad almeno tre specie diverse. La *C. granulata* Latr., la *C. lophos* (Herbst) e la *C. flammea* (Herbst) sono le specie viventi, colle quali per la loro forma e la loro ornamentazione questi diti presentano qualche rassomiglianza; per essi però nonchè una sicura determinazione specifica non è neppure possibile escludere in modo assoluto che non si tratti di qualcun altro dei generi della stessa famiglia, le *Calappinae* avendo tutte molto affini le estremità.

Elveziano: Colli torinesi, Baldissero torinese, Sciolze (frequente).

Astiano: Pino d'Asti (non rara).

Lambrus? sp. ind.

Fig. 14.

Rammentano molto da vicino questo genere pochi frammenti di meropoditi, trigone, coperte di tubercoli specialmente sulle faccie esterne e munite di spine in corrispondenza degli spigoli. Le loro dimensioni, come del resto quelle di tutti gli individui di questo genere finora riscontrati allo stato fossile, sono assai ridotte in confronto di quelle delle specie viventi.

Li credo i primi esemplari di questo genere, rinvenuti nel miocene.

Elveziano: Colli torinesi (raro).

Gonoplax Sacci n. sp.

Fig. 15.

L'individuo, che mi accingo a descrivere, presenta grandi analogie colla vivente *G. angulata* Edw. e colla fossile *G. Meneghinii* Rist.; ma nello stesso tempo notevoli caratteri obbligano ad ascriverlo ad una nuova specie ben distinta da queste due.

Facendo astrazione dalla fronte lo scudo ha grossolanamente forma di un trapezio, ma molto più vicino ad un quadrato, che nelle specie suricordate; è poco convesso trasversalmente, meno ancora longitudinalmente. I margini laterali a partire dagli angoli anteriori divergono alquanto fino alle spine laterali per poi convergere fino agli angoli posteriori. La fronte è larga un po' meno del terzo della larghezza dello scudo, sporgente, leggermente declive, col margine anteriore pressochè diritto e cogli angoli laterali arrotondati. Le orbite sono un po' meno estese che nella specie vivente. Le due spine anteriori sono rotte nel mio esemplare; esse occupano lo stesso posto e sembrano delle stesse dimensioni che nella specie vivente; un attento esame del fossile fa supporre lo stesso per le due spine laterali. Lo scudo è quasi perfettamente liscio non presentando che una finissima zigrinatura appena visibile ad occhio nudo. Il solco medio trasversale è più profondo che nella *G. angulata* e pressochè in corrispondenza del suo fondo ai due lati dello

scudo corre una linea di finissimi tubercoletti. Le regioni, nelle quali si suole dividere lo scudo, sono meglio marcate, benchè non tutte ugualmente distinte; fra esse le meno chiaramente indicate sono le gastriche.

Ben rilevate sono le regioni epatiche e le branchiali, meno la cardiaca anteriore; la posteriore è depressa, ma il passaggio ai lobuli metabranchiali si fa insensibilmente. Le rilevanze trasversali, che limitano e distinguono i lobi epatici dagli epibranchiali per il loro andamento regolare e più rettilineo ricordano quelle del *G. Meneghinii.* Fra i due lobi cardiaci anteriore e posteriore stanno due gruppi di piccoli tubercoletti.

Le zampe sono schiacciate e simili a quelle della specie vivente. Un frammento d'impronta lascerebbe arguire che le chele fossero ornate di piccole rugosità trasversali.

Dimensioni:

Diametro	trasversale	mm. 31
„	longitudinale	„ 24.

Rapporto:

31 : 24 = 100 : 77.

Piacenziano: Monte Capriolo presso Bra (rara).

Gonoplax? Craverii n. sp.

Fig. 16.

L'esemplare, che io descrivo sotto questo nome, si avvicina al genere *Gonoplax* più che a qualsiasi altro ed infatti, se si toglie la posizione delle spine anteriori un po'troppo interna e l'eccessivo rapporto dei due diametri, nel resto, tenuto conto del suo cattivo stato di conservazione, si ha identità perfetta di caratteri. Tuttavia non è senza esitazione che così lo classifico, perchè le particolarità su ricordate sono tali da ingenerare il dubbio, che questa forma non sia piuttosto che ad un *Gonoplax* da riferirsi ad altro genere, nè mi stupirei, se altri studiandone esemplari meglio conservati vi trovasse caratteri sufficienti per fondare un nuovo genere, ciò che col mio materiale non mi è parso conveniente di fare. La più vicina a questa specie è la *Gonoplax Meneghinii* Rist.

Lo scudo ha forma quasi quadrata, il diametro trasversale essendo solo di poco maggiore del margine posteriore. La sua convessità è assai piccola secondo l'asse trasversale, quasi nulla secondo l'asse longitudinale; probabilmente, però, tale carattere proviene da schiacciamento del fossile, traccie di subita pressione e conseguenti rotture osservandovisi in copia. La fronte è brevissima ed appuntita nel mezzo, ma è poco ben conservata nell'esemplare, ove, per avvenuto spostamento, appare molto rilevata, mentre invece sembra dovesse essere abbastanza declive. Le orbite sono poco cave, ricurve, non molto estese perchè limitate esternamente dai due denti anteriori, che non si trovano precisamente negli angoli antero-laterali, ma un po' più indentro. Essi sono diretti all'avanti e piuttosto sporgenti. A partire da essi i margini laterali s'incurvano un po' all'infuori fino ai denti latèrali, assai più piccoli dei primi; poi scendono quasi paralleli per riunirsi quasi ad angolo retto al margine posteriore, il quale consta di due tratti leggermente inclinati all'indietro, con un piccolo incavo nel loro punto d'incontro. Le rilevanze trasversali dello scudo sono in questa specie affatto rettilinee e le regioni abbastanza distinte benchè non tutte ben decifrabili nel mio fossile per la sua cattiva conservazione. I lobuli epatici sono stretti ed allungati; le regioni branchiali, ben sviluppate, hanno i diversi lobuli di forma arrotondata e separati fra di loro da solchi poco profondi. La regione cardiaca anteriore è ben rilevata ed ai suoi lati stanno due brevi pieghe longitudinali; la posteriore è assai meno rilevata e da essa si passa insensibilmente ai lobi metabranchiali. L'esemplare è superficialmente cosparso di granulazioni disposte senza alcuna legge e certamente formatisi durante la fossilizzazione, cosicchè il dorso sarebbe stato liscio ed ornato solamente da poche linee trasversali di fini tubercoletti in corrispondenza delle regioni branchiali.

Le chele sono poco conservate nel mio esemplare e di notevole non presentano che la piccolezza degli ultimi due articoli, molto ridotti anche nel caso che si tratti di un individuo femmina. La carpopodite globosa non mostra conservata che una sola spina anteriormente.

Le zampe, come quelle degli altri *Gonoplax,* sono moderatamente lunghe, sottili, colla dattilopodite stiliforme.

Dimensioni:

Diametro trasversale mm. 22
„ longitudinale „ 19,5.

Piacenziano superiore: Bra (rara).

Portunus sp. ind.

Gli esemplari, che si possono riferire a questo genere, sono frammenti di chele molto incompleti, ma abbastanza ben conservati, raccolti parte sui colli torinesi, parte a Villavernia. I primi sono identici o quasi a quelli descritti dal Locard (1) come assai comuni nel Miocene lionese; gli altri hanno invece i solchi del pollice assai più marcati.

Elveziano e tortoniano: Colli torinesi (raro).

Piacenziano: Villavernia (non raro).

Eriphia sp. ind.

Molti diti isolati e qualche frammento di scudo si mostrano molto affini a qualche specie di questo genere. La maggior parte di essi parrebbe doversi riferire all'*Eriphia spinifrons* (Herbst), altri molto più grossi ricordano abbastanza da vicino l'*Eriphia punctulata* Rist.

Elveziano: Colli torinesi (frequente).

Xantho? Manzonii Rist.

1887. Ristori G., *Alcuni Crostacei del Miocene medio italiano*, pag. 2, fig. 1-4.

Sotto questa denominazione il dottor Ristori descrisse alcune chele verisimilmente appartenenti a qualche genere non per anco conosciuto ed alla stessa forma riferisco parecchie chele raccolte sui colli torinesi. Il loro stato di conservazione

(1) Locard A., *Description de la Faune de la Mollasse marine et d'eau douce du Lyonnais et du Dauphiné* (Archiv. du Mus. d'Hist. nat. de Lyon, tom. II, p. 10), 1878. L'autore, avendo saputo che avevo intrapreso questo studio ebbe la gentilezza di inviarmi alcuni campioni di questa forma; potei così esaminarli e confrontarli coi miei esemplari.

è molto cattivo; solo alcune di esse, oltre ai caratteri già stati notati, lasciano ben distinguere sulla faccia interna della dattilopodite un solco longitudinale, con numerosi fori in serie e sul rialzo interno due tubercoli molto schiacciati. Presso l'articolazione stanno poi altri minori tubercoletti.

Elveziano: Colli torinesi (non rara).

Titanocarcinus Edwardsii (Sism.).

Figg. 17 e 18.

1846. Sismonda E. (*Xantho*), *Descriz. Pesci e Crost. foss. Piemont.*, pag. 61, tav. III, fig. 5.
1863. Milne Edwards A., *Cancér. foss.*, Ann. Sc. nat., ser. 5ª, tom. I, p. 35; ser. 4ª, tom. XX, tav. 10, fig. 3.

Questa specie venne stabilita dal Sismonda su un'impronta di scudo assai mal conservata, per il che sia egli che il Milne Edwards, che ebbe il fossile in comunicazione, ne diedero descrizioni forzatamente assai monche. Tre esemplari raccolti nelle marne plioceniche di Bra in buone condizioni di fossilizzazione, mi permettono di descriverla un po' più particolareggiatamente.

Lo scudo è largo e poco convesso salvochè anteriormente; la fronte diritta, leggermente intagliata nel mezzo, poco inclinata; le orbite sono mediocremente profonde; i margini latero-anteriori, brevi e munite ciascuno di tre spine. Lo scudo è finamente granulato e presso i margini laterali, specialmente nel tratto compreso fra le orbite e le spine laterali, cosparso di tubercoletti spiniformi irregolarmente disposti. Le varie regioni sono separate da solchi profondi. I lobi ottici sono rilevati e presentano due piccole fessure; il lobo mesogastrico, ben distinto, si spinge in avanti formando una stretta striscia fino al fronte; i lobuli gastrici anteriori e laterali sembrano confusi. La regione cardiaca larga e ben circoscritta ai lati, termina posteriormente con una depressione poco profonda. Le regioni epatiche sono di forma triangolare, ben rilevate e separate dalle regioni adiacenti da solchi larghi e profondi. Le regioni branchiali hanno ben marcati i lobuli, sopratutto il metabranchiale.

Le mani sono leggermente disuguali, ben sviluppata la destra, ridotta la sinistra. La propodite è lunga, subcilindrica.

Il dito mobile è pressochè diritto, rivolto un po' all'infuori, alquanto schiacciato lateralmente con traccie di solchi sulle faccie laterali. La sua faccia superiore presenta una fina granulazione presso l'articolazione. Il suo orlo tagliente è munito di una serie di denti; il primo di essi è più grosso; fra i rimanenti assai più piccoli se ne intercalano alcuni un po' più grandi. Il pollice termina infine con una punta acuta e rivolta all'ingiù. Il dito fisso è diritto e presenta il suo orlo tagliente munito di denti anch'essi alternativamente grandi e piccoli. La carpopodite è breve ed assai ricurva, la meropodite, larga, schiacciata, tondeggiante. Eccezione fatta per i diti, tutti gli articoli delle chele presentano una fina tubercolazione.

Le zampe sono lunghe, quasi cilindriche, divise da un solco mediano ed hanno gli orli muniti di numerosi tubercoletti.

Lo sterno è lanceolato ed abbastanza ampio; la protosternite è piccola, triangolare, col vertice anteriore alquanto ottuso; la deutosternite e la mesosternite presentano i soliti solchi formanti un angolo straordinariamente ottuso; la mesosternite è ampia, quadrangolare, cogli angoli poco mussati; le sterniti susseguenti assai più piccole hanno tutte press'a poco ugual forma. Le episterniti sono grossolanamente triangolari con ampia base.

I piedi-mascelle poco conservate nei miei fossili, sembrano mediocremente sviluppati.

Piacenziano: Bra (frequente).

Cancer Sismondae Mey. (1).

1841. Sismonda A. (*C. punctulatus*). *Su due foss. di S. Stefano Roero*, pag. 85, fig. A, B.
1843. Meyer in Leonh. und Bronn, Neues Jahrbuch, pag. 589.

Alle molte località, nelle quali venne già riscontrata questa specie, così abbondante nel pliocene italiano, aggiungo anche le

(1) Nel R. Museo geologico di Torino esistono molti individui di *C. Sismondae* Mey. raccolti a Fornaci presso Savona (*piacenziano*) fra i quali un maschio relativamente ben conservato, che mostra assai bene le notevoli differenze sessuali esistenti in questa specie. Queste differenze, almeno in

colline di Bra (*piacenziano superiore* ed *astiano*) dove si rinvennero parecchi individui attualmente esistenti nel Museo civico di detta città. Il loro stato di conservazione è poco buono.

---

gran parte, non essendo peranco state indicate non stimo inutili alcuni cenni su quest'esemplare.

Lo scudo termina anteriormente con una curva quasi perfettamente ovale; nella sua porzione posteriore ha invece forma quasi esattamente trapezoidale. La sua curvatura è assai piccola e dall'esame di molti individui dei due sessi mi risulterebbe come propria dei maschi una minore convessità dello scudo, nonchè un rapporto alquanto maggiore fra i due diametri trasversale e longitudinale. Questi due caratteri non hanno però grande importanza: il primo perchè facilmente alterabile durante la fossilizzazione, il secondo perchè frequenti e grandi in questa classe le variazioni individuali.

Notevoli invece sono le differenze di forma e di sviluppo che si riscontrano nelle chele dei due sessi. Nel maschio sono assai sviluppate, piegate ad angolo, allungate, la loro lunghezza essendo più che quadrupla della larghezza. Il dito fisso, come il mobile, è lungo press'a poco quanto la restante parte della propodite. L'indice ha forma leggermente elicoidale; il pollice presenta invece una duplice curvatura assai spiccata avendo la forma di una S molto allungata e che sia stata inflessa secondo la trasversale. Tali disposizioni s'incontrano talvolta leggermente accennate anche nelle chele di individui femmine come potei verificare in varii miei esemplari e come appare in un individuo descritto dal Reuss (*Zur Kenntniss fossiler Krabben*, pag. 42, tav. VII e VIII. *Lobocarcinus imperator* in auctore).

Per quanto si può giudicare dal mio esemplare, l'ornamentazione delle chele doveva essere molto prossima se pure non intieramente identica nei due sessi. Sensibili differenze non si hanno negli altri segmenti delle chele e nelle restanti zampe.

Dimensioni:

Diametro trasversale	mm.	170
„ longitudinale	„	110.

Rapporto:

170 : 110 = 100 : 64.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1. — *Callianassa pedemontana* n. sp. Colli torinesi (R. Mus. geol. di Torino): *a* chela vista esternamente, *b* id. vista internamente.

Fig. 2. — *Callianassa Rovasendae* n. sp. Colli torinesi (Collez. Rovasenda): *a* chela vista esternamente, *b* id. vista internamente.

Fig. 3. — *Callianassa Michelottii* A. Edw. Colli torinesi (Collez. Rovasenda): chela vista esternamente.

Fig. 4-7. — *Callianassa Sismondae* A. Edw. Colli torinesi (R. Mus. geol. di Torino): fig. 4, chela vista esternamente; fig. 5, chela vista internamente; fig. 6, pollice visto esternamente; fig. 7: *a* chela vista esternamente, *b* chela vista internamente.

Fig. 8. — *Callianassa subterranea* Montg. Albugnano (R. Mus. geol. di Torino): *a* chela vista esternamente, *b* id. vista internamente.

Fig. 9, 10. — *Callianassa* sp. ind. Colli torinesi (R. Mus. geol. di Torino).

Fig. 11. — *Lyreidus Paronae* n. sp. Sciolze (Collez. Rovasenda).

Fig. 12. — *Ranina palmea* Sism. Colli torinesi (R. Mus. geol. di Torino): *a* margine anteriore, *b* addome disteso, *c* faccia esterna della chela sinistra, *d* faccia interna di parte della propodite della chela destra, *e* seconda zampa ambulatoria destra vista di sopra.

Fig. 13. — *Calappa?* sp. ind. Colli torinesi (R. Mus. geol. di Torino).

Fig. 14. — *Lambrus?* sp. ind. Colli torinesi (R. Mus. geol. di Torino).

Fig. 15. — *Gonoplax Sacci* n. sp. Monte Capriolo presso Bra (Mus. geol. di Torino).

Fig. 16. — *Gonoplax? Craverii* n. sp. Bra (Museo Civ. Craveri di Bra).

Fig. 17, 18. — *Titanocarcinus Edwarsii* Sism. Bra (Mus. Civ. Craveri).

Fig. 19. — *Cancer Sismondae* Mey. Fornaci pr. Savona (R. Mus. geol. di Torino): *a* chela destra vista esternamente, *b* e *c* id. vista anteriormente.

Le figure sono tutte in grandezza naturale tranne la 19*a* e la 19*b* che sono a metà del vero. Ogni individuo figurato è contrassegnato da un numero.

Sulla struttura e sulla funzione di assorbimento del peritoneo [1];

pel Dott. GIUSEPPE MUSCATELLO.

I.

I punti assorbenti del peritoneo, in condizioni normali.

Dopo che fu dimostrato da v. Recklinghausen che il peritoneo ha la proprietà di assorbire le sostanze solide granulari introdotte nella sua cavità, si cominciò a ricercare per quali vie tale assorbimento avvenisse: — e da questo osservatore prima, e poi da Ludwig e Schweigger-Seidel, Auspitz, ed altri, si ammise che l'assorbimento delle sostanze solide si fa per i linfatici del diaframma. — In seguito però Dubar e Remy parlarono anche di un assorbimento per le radicole portali, e più tardi ancora Maffucci asserì che, oltre al diaframma, molti altri punti del peritoneo (grande omento, leg. lato, leg. gastro-epatico, pieghe del Douglas, mesoretto, eccezionalmente il mesentere) siano destinati all'assorbimento.

Gli esperimenti da me istituiti in proposito, mi hanno dato risultati diversi da quelli ottenuti da questi ultimi autori.

Iniettando nel cavo addominale di cani una sospensione di carmino in soluzione cloruro-sodica 0,6 °/₀ a 37°, o dei corpuscoli rossi del sangue, ho osservato che il passaggio di tali granuli, a traverso al diaframma, avviene con grande rapidità (dopo 5-7 minuti essi si trovano già nei gangli mediastinici), rapidità che diventa ancora maggiore quando l'animale viene adagiato obliquamente col torace alquanto più basso dell'addome.

Ricercando poi attentamente il modo con cui avviene la distribuzione dei granuli nei varî periodi di tempo dopo la loro introduzione, si rileva che il primo punto dove essi si riscontrano è rappresentato dai gangli mediastinici (5-7 minuti); — dopo

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Patologia generale della R. Università di Torino.

un tempo molto più lungo (6 ore) i granuli si trovano nei gangli linfatici addominali e negli organi parenchimatosi (fegato, milza, pancreas, testicolo) e dopo un tempo ancora più lungo (16 ore) si trovano nei gangli, ascellari e poplitei.

Per indagare quale fosse la via per cui i granuli giungono ai gangli addominali, ho ucciso gli animali *operati,* dopo 20-30-40 minuti, 1-1 $^{1}/_{2}$-2-4 ore. — I risultati di questi esperimenti sono stati i seguenti: dopo 20 minuti ad 1 ora i granuli si trovano solamente nei g. mediastinici; dopo 1 $^{1}/_{2}$-2 ore nel fegato e nella milza, e soltanto da dopo 2 ore in poi, nei gangli addominali, e specialmente in quelli dell'ilo del fegato e dell'ilo della milza.

Questi risultati però non lasciavano precisare se i granuli fossero arrivati nei gangli addominali *immediatamente,* penetrando per speciali vie di assorbimento del peritoneo, all'infuori del diaframma, ovvero se vi fossero arrivati *mediatamente,* dopo essere stati cioè assorbiti per il diaframma, essersi diffusi nel circolo, ed essersi depositati negli organi. — Per chiarire tal dubbio era necessario poter abolire, o limitare temporaneamente, la funzione assorbente del diaframma, pur mettendo in contatto i granuli estranei con altri punti della sierosa. Queste condizioni ho creduto di raggiungere in parte, disponendo un cane in posizione verticale, col capo in su, e versando poi nel cavo addominale di esso la sospensione di carmino; — in questo modo si metteva il diaframma in condizioni che nel cane sono sfavorevoli all'assorbimento, mentre si lasciavano i granuli estranei in contatto con il grande omento, e con le pareti di tutta la porzione caudale del cavo addominale. — I risultati furono i seguenti: dopo 1 $^{1}/_{2}$ ora non si trovavano granuli nè nei gangli mediastinici nè in alcun altro organo: dopo 5 $^{1}/_{2}$ ore si trovavano granuli in certa quantità nei gangli mediastinici, mentre non se ne trovava traccia nei gangli addominali, nè nel fegato, nè nella milza.

Questo esperimento fa dunque *escludere l'esistenza di altri punti assorbenti del peritoneo all'infuori del diaframma;* talchè la presenza dei granuli nei gangli addominali non può venire spiegata se non ammettendo che essi vi arrivino *mediatamente,* dopo essersi depositati negli organi parenchimatosi.

Esso dimostra inoltre che le correnti liquide esistenti nella cavità peritoneale, sono dirette sempre, anche in condizioni sfavorevoli, verso il diaframma.

Si può quindi affermare, come conclusione alle ricerche finora esposte, che *in condizioni normali*:

a) *il diaframma è il solo tratto della sierosa peritoneale destinato all'assorbimento*;

b) *che esistono nel cavo addominale correnti liquide dirette costantemente verso il diaframma;*

c) *che i gangli mediastinici sono destinati a raccogliere la linfa proveniente dalla cavità peritoneale.*

II.

Sulla struttura della sierosa peritoneale.

Bizzozero e Salvioli in un lavoro sulla struttura del peritoneo diaframmatico, pubblicato nel 1876, fecero conoscere importanti particolari di struttura della sierosa. Questi autori specialmente dimostrarono: che al disotto dell'endotelio esiste una *membrana limitante* sottilissima, al disotto di questa uno strato di connettivo pure sottile, che denominarono *strato di sostegno,* e al disotto di questo ancora uno strato di grossi fasci connettivi, i quali, tratto tratto, allontanandosi e poscia riunendosi, formano degli ampî spazi, i quali non sono altro che grandi lacune linfatiche (fig. 8 e 10). — Or bene — nei punti dove il peritoneo è capace di assorbire le materie granulari, si osserva che i fasci dello strato di sostegno passano a guisa di ponti al di sopra delle lacune linfatiche, lasciando fra di loro larghi spazi, e che in corrispondenza di queste stesse lacune, la membrana limitante è pertugiata da una quantità di fori (fig. 9 e 10). — A questo modo esisterebbe quindi una libera comunicazione tra il cavo della sierosa e le sue lacune linfatiche superficiali, ove non fossero i due strati endoteliali che tappezzano rispettivamente la superficie del peritoneo e quella delle lacune linfatiche.

Continuando io le ricerche dai detti autori iniziate, ho studiato la struttura della sierosa in altri punti della cavità addominale, limitando però le mie ricerche, per ora, agli strati superficiali di essa, cioè, endotelio e membrana limitante, come quelli che hanno la maggiore importanza per il meccanismo dell'assorbimento.

Queste ricerche anatomiche sono state eseguite sia nell'uomo che negli animali.

Endotelio. Come altri (Rindfleisch, Rauvier, Kolossow) ebbero recentemente a descrivere, posso confermare che gli elementi endoteliali del peritoneo sono costituiti da uno straterello superficiale, estremamente sottile, omogeneo (*lamella superficiale*) e di uno strato profondo di maggiore spessore, costituito dal protoplasma col nucleo. — La lamella superficiale sorpassa coi suoi margini i limiti della zona di protoplasma; il protoplasma manda parecchi sottili prolungamenti, che si anastomizzano con eguali prolungamenti delle cellule vicine. I margini delle lamelle superficiali di due cellule vicine si toccano per tutta la loro estensione (fig. 1-2).

Trattando la sierosa peritoneale di cavia col metodo di Kolossow (ac. osmico, tannino) si vedono, sulla superficie libera delle cellule endoteliali, numerose ciglia corte e sottili (fig. 3); tali ciglia però non mi è stato possibile scorgere con l'esame a fresco della sierosa.

I preparati ottenuti trattando il peritoneo fresco col nitrato d'argento, dimostrano che, oltre alle cellule endoteliali di forma poligonale, comunemente descritte, ne esistono qua e là altre provviste di prolungamenti (fig. 4) che possono talvolta raggiungere la lunghezza di 70 μ (cavia).

In riguardo alla controversa questione se, cioè, gli elementi endoteliali, nell'aggrupparsi per costituire il rivestimento della sierosa, lascino, o meno, tra loro delle aperture, le mie ricerche mi han condotto a poter affermare che i margini della lamella superficiale degli elementi vicini stanno in immediato contatto per tutta la loro estensione, così che, per mezzo di un'accurata inargentazione, il rivestimento endoteliale *appare continuo* (fig. 5) *senza alcuna di quelle aperture (stigmati o stomi)* descritte da alcuni autori, le quali debbono perciò essere considerate come prodotti artificiali.

Ho potuto notare però un fatto di un certo interesse, cioè che qua e là, in corrispondenza del punto di contatto di 2-3 o più elementi, il protoplasma di questi presentasi retratto in modo che ne risulta uno spazio rotondeggiante, il quale però è coperto e chiuso, alla superficie, dalla lamella superficiale (fig. 6).

Normalmente, sì nell'uomo, che negli animali, *si trova qualche leucocito, qua o là, fra le cellule endoteliali* (fig. 7).

Membrana limitante. — La membrana limitante, sulla quale poggia direttamente l'endotelio, fu scoperta da Bizzozero nelle sierose umane, e da questi descritta come una membrana sottilissima, anista, o finamente granulosa o finamente fibrillare, che si gonfia e diviene invisibile nell'acido acetico, e che è priva di elementi cellulari. — Sul diaframma essa presenta, come avanti è stato riferito, delle aree gremite di piccoli fori rotondeggianti (fig. 9), che corrispondono alle lacune linfatiche superficiali della sierosa (fig. 10).

Io ho studiato questa membrana in parecchi altri punti del peritoneo dell'uomo. — Dappertutto dove sono riuscito ad isolarla, cioè sull'intestino, sullo stomaco, sul fegato, sulla milza, sul pancreas, sull'utero, sul legamento largo, e sulla parete addominale anteriore, essa si mostra come una *membranella assolutamente continua, e sprovvista di fori o di aperture qualsiansi.*

Allontanando poi lo strato endoteliale non per mezzo di un pennello, ma, molto delicatamente per mezzo di uno zampillo d'acqua, prima di isolare la limitante, ho potuto notare in questa un particolare interessante, la presenza cioè di *delicati rilievi lineari, sottilissimi* (fig. 11) *disposti in modo da limitare degli spazi poligonali,* leggermente cavi, della forma e delle dimensioni delle cellule endoteliali. La presenza di alcune cellule endoteliali rimaste qua e là in posto, dà la sicurezza che quegli spazi poligonali rappresentano *delle nicchie nelle quali sono allogate le cellule medesime.*

La limitante è straordinariamente sottile sul pancreas; è sottile e facilmente isolabile sull'intestino; sul legamento largo, sulla parete addominale anteriore e sullo stomaco, è anche sottile, ma meno facilmente isolabile perchè più aderente agli strati sottostanti; sul fegato e sulla milza essa presenta uno spessore un po' maggiore, e si lascia isolare difficilmente.

III.

Sul meccanismo dell'assorbimento.

Come è stato detto nella parte I, dopo 5-7 minuti che una sospensione di carmino, o corpuscoli rossi del sangue sono stati versati nel cavo addominale, i granuli si trovano nei gangli

linfatici mediastinici; ivi essi si riscontrano sia liberi, sia contenuti nei leucociti, e nelle cellule endoteliali dei seni.

Esaminando il contenuto dei vasi linfatici retrosternali, i granuli si possono dimostrare in essi *in massima parte liberi, e solo in piccola parte inclusi nei leucociti.* — Esaminando poi il deposito che si forma sulla superficie del peritoneo, si trova in esso grandissima quantità di granuli liberi; un certo numero di granuli però sono inclusi nei leucociti.

Il maggior numero dei leucociti contenenti o no dei granuli si trova in corrispondenza della faccia dorsale del grande omento.

È però da osservare che i granuli e corpuscoli di cui abbiamo parlato (carmino, globuli rossi), hanno la caratteristica di essere o estremamente fini o molli sufficientemente per potersi variamente modellare, e scivolare così tra le cellule endoteliali, analogamente a ciò che succede nei capillari sanguigni, a traverso la parete dei quali i fini granuli e i corpuscoli rossi possono passare, insinuandosi tra una cellula endoteliale e l'altra. Ho voluto quindi studiare come avvenga l'assorbimento quando si introducono nel peritoneo dei granuli grossi e duri, incapaci di modificare la loro forma: — ho scelto a tale oggetto la farina di frumento, la quale contiene dei granuli di amido di dimensione variabile da 4 a 45 μ circa.

Anche in questo caso l'assorbimento avviene con una rapidità meravigliosa. — Dopo 10-15 minuti che questi granuli sono stati introdotti nella cavità peritoneale, si vedono già trasportati nei gangli mediastinici.

Ora, non essendo possibile che questi grossi granuli duri si insinuino tra le cellule endoteliali, come può aver luogo questo passaggio, se, come sappiamo, lo strato endoteliale è continuo? I reperti che sto per riferire ne dànno la spiegazione.

Esaminando il contenuto dei linfatici retrosternali si osserva un fatto alquanto diverso da quello riscontrato nel caso preceedente: *qui i granuli di amido si trovano in massima parte inclusi nei leucociti,* i quali talvolta ne sono sovraccarichi a dirittura (fig. 12): un certo numero di granuli però, quasi tutti fra i più piccoli, si riscontrano anche liberi; i granuli grossissimi poi sono ravvolti non da uno, che non sarebbe sufficiente, ma da parecchi (2, 3, 4) leucociti, che stanno accollati sulla loro superficie (fig. 13).

Analogo reperto si ha quando si esamina il materiale depositato sulla superficie del peritoneo: soltanto qui il numero dei granuli liberi è molto maggiore di quel che non sia nei linfatici retrosternali. — I leucociti sono abbondanti, ed anche in questo caso si trovano in maggior copia in corrispondenza della faccia dorsale del grande omento.

Se vien sottoposto all'esame lo strato endoteliale del diaframma durante i primi periodi dell'assorbimento (e ciò sia esaminandolo in posto, sia isolandone grandi lembi dopo fissazione in liquido di Müller) si vede che esso presenta delle modificazioni: *fra le cellule endoteliali* esso mostra *delle aperture rotondeggianti od ovalari,* di varia dimensione (fig. 14); in alcune delle quali si possono riscontrare ancora leucociti carichi di granuli o qualche granulo libero (fig. 15). — Queste aperture sogliono corrispondere al punto di contatto di 2, 3 o più elementi endoteliali, i quali, in corrispondenza dell'apertura, mostrano il protoplasma alquanto retratto, di modo che il nucleo arriva in quel punto quasi al bordo dell'apertura medesima. — È da notare che qualcuna di tali aperture si mostra attraversata da prolungamenti protoplasmatici estremamente sottili (fig. 14) che riuniscono le cellule formanti i bordi di essa.

Per quanto riguarda adunque il meccanismo dell'assorbimento possiamo dire che:

a) *le sostanze finamente granulari (carmino) e i corpuscoli molli e capaci di cambiar forma (globuli rossi) attraversano lo strato endoteliale del diaframma, in massima parte liberi, scivolando tra gli elementi endoteliali, in minor parte trasportati dai leucociti;*

b) *i granuli duri e grossi (amido) attraversano l'endotelio in massima parte inclusi nei leucociti: alcuni di essi, quasi tutti fra i più piccoli, possono però attraversare l'endotelio anche liberi, passando per le aperture lasciate dai leucociti. — Il passaggio di granuli grossissimi avviene per mezzo di leucociti che in vario numero si distendono alla loro superficie, e li ravvolgono così in uno strato protoplasmatico contrattile.*

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Tutti i miei disegni sono stati eseguiti con la camera lucida di Abbe. — Carta all'altezza del preparato. — Microsc. Koristka.

Fig. 1-2. — Cellule endoteliali isolate del peritoneo umano normale. Ingr. 1250 (S. Ap. $^1/_{15}$. Oc. comp. 8).

Fig. 3. — Cellule dell'endotelio peritoneale sulla milza di cavia (Ac. osmico, tannino, — glicerina). Ingr. 600 (S. Ap. $^1/_{15}$. Oc. comp. 4).

Fig. 4. — Endotelio del peritoneo diaframmatico di cavia — porzione periferica. — Cellule con lunghi prolungamenti (nitrato d'argento). Ingr. 560 (Ob. 7*. Oc. comp. 8).

Fig. 5. — Endotelio del centro tendineo del coniglio. — Mancanza di aperture tra le cellule (nitr. d'argento). Ingr. 560 (Ob. 7*. Oc. comp. 8).

Fig. 6. — Endotelio del peritoneo diaframmatico di cane normale. — Spazio limitato dal protoplasma di tre cellule attigue e coperto dalle lamelle superficiali. Ingr. 1250 (S. Ap. $^1/_{15}$. Oc. comp. 8).

Fig. 7. — Endotelio del peritoneo diaframmatico di cane normale. — Leucociti tra le cellule endoteliali. Ingr. 275 (Ob. 7*. Oc. comp. 4).

Fig. 8. — Peritoneo diaframmatico umano. *A*, grand. naturale: *a*, peritoneo muscolare di cui *zp* è la zona peritendinea; *b*, peritoneo del centro tendineo. Nella zona peritendinea si scorgono numerose lacune, che mancano, però, nel peritoneo che riveste il grosso vaso *v*. — *B*, porzione di zona peritendinea ingrandita 3 volte. Si scorgono ampie lacune divise in varî scompartimenti da fasci dello strato reticolare (da Bizzozero e Salvioli).

Fig. 9. — Membrana limitante del peritoneo diaframmatico peritendineo. — Varie zone pertugiate che corrispondono ad altrettante lacune. Ingr. 350 (da Bizzozero e Salvioli).

Fig. 10. — Lembo di peritoneo della zona peritendinea: *aa*, piccole lacune linfatiche; *bb*, fasci dello strato reticolare che le limitano lateralmente; *ccc*, cordoni connettivi dello strato di sostegno *d*, i quali in parte passano sopra la lacuna linfatica; *e*, pezzetto di limitante riccamente pertugiato in corrispondenza delle lacune. Il resto della limitante venne lacerato accidentalmente nella preparazione. Ingr. 50 diam. (da Bizzozero e Salvioli).

Fig. 11. — Membrana limitante del peritoneo diaframmatico umano. — Sottili rilievi che limitano delle cavità in cui stanno allogate le cellule endoteliali. Ingr. 600 (S. Ap. $^1/_{15}$. Oc. comp. 4).

Fig. 12. — Leucociti contenenti granuli di amido piccoli e medî. Ingr. 560 (Ob. 7*. Oc. comp. 8).

Fig. 13. — Grossi granuli di amido attorniati da parecchi leucociti. — In *b* i leucociti contengono altri granuli piccoli. Ingr. 560 (Ob. 7*. Oc. comp. 8).

Fig. 14. — Endotelio del peritoneo diaframmatico di cane durante l'assorbimento dei granuli di amido. — Aperture tra le cellule endoteliali, sottili prolungamenti e ponti protoplasmatici. Ingr. 1250 (S. Ap. $^1/_{15}$. Oc. comp. 8).

Fig. 15. — Lo stesso del precedente. Leucociti e granuli di amido che traversano lo strato endoteliale. Ingr. 350 (Ob. 7*. Oc. 3).

Ricerche intorno alla struttura della “Clitocybe odora„ Bull.;

per il Dott. PIETRO VOGLINO.

Le assidue ricerche dei micologi intorno agli *Agaricini* si sono finora in gran parte limitate allo studio della sistematica, tenendo calcolo quasi unicamente degli organi macroscopici e solo in qualche raro caso delle spore.

Qualche tentativo relativamente allo studio istologico e coronato anche da risultati molto importanti lo troviamo nei lavori del Corda, del De-Bary, del De-Seynes, del Brefeld, del Patouillard, del Britzelmayr, del Quélet, del Fayod, ecc. Il lavoro oggidì di maggior importanza è senza dubbio quello che si riferisce allo studio dell'interna struttura degli Agaricini: certo che molto ci resta a fare, perchè per ogni specie occorre eseguire un numero grandissimo di osservazioni ed anche in stagioni diverse. Solo dopo l'aver compiute tali ricerche si potrà identificare le diverse specie, conoscere la loro esatta biologia e quindi coordinarle chiaramente.

Coi pochi dati che finora si hanno, il Quélet, il Patouillard, il Fayod, ecc. tentarono delle nuove classificazioni, ma siccome troppe cose ancora restano a scoprire, così più che semplificare i diversi autori non fecero che mutare i nomi delle famiglie, deì generi, ecc. e quindi riuscirono ad intralciare più che altro la classificazione del Fries. Se il nuovo può recarci profitto sarebbe errore il non trarne partito, ma quando invece non si fa che rendere più oscuro quanto si sa, è meglio l'attenersi all'antico ben fatto.

In questi ultimi tempi c'è un certo risveglio intorno allo studio degli Agaricini, ma bisognerebbe che si facessero delle chiare monografie e degli studi accurati sulle diverse specie.

È certo però che lo studio istologico sugli Agaricini bisogna farlo sopra esemplari freschi e ciò serve non poco a ritardare il compimento di tali osservazioni.

Da parecchi anni io sto lavorando intorno ai generi *Pholiota* ed *Inocybe,* ma trovo una difficoltà enorme nel potere con certezza identificare le specie, perchè gli esemplari delle raccolte servono poco o nulla.

Da due anni potendo avere a mia disposizione un numero grandissimo di esemplari della *Clitocybe odora* Bulliard, pensai di farne oggetto d'un piccolo studio e presento perciò nella presente memoria alcune osservazioni che potei dedurne.

La *Clitocybe odora* Bulliard è un fungo comunissimo nei boschetti di castagno, di pino e di quercia di quasi tutte le colline dell'alta e media Italia. Toccato emette un odore abbastanza aggradevole di anice. È stato figurato da moltissimi autori, quali il Bulliard, *Champignon de France*, tav. 556, fig. 3, il Sowerby, il Cooke, il Britzelmayr, ecc.

Una delle figure più indovinata è quella del Gillet, *Imenomycetes de France.*

La descrizione data dal Bulliard e trascritta dal Saccardo nella *Sylloge fungorum,* Vol. *Agaricineae*, pag. 153, è la seguente: *Sordide virens, tenax, fragrans*: *pileo carnoso, 8 cm. lato, planiusculo, levi, subrepando, glabro; stipite farcto, elastico, inaequali, glabro, basi incrassato, 6 cm. longo, 8-9 mm. crasso, inferne usque 4 cm. metiente; lamellis adnatis, haud confertis, latis, pallescentibus, nunc albidis; sporis spheroideo-ellipsoideis 6-8* μ. *longis, 4-5* μ. *latis.*

Hab. in silvis etiam in pinetis ericetosis, totius Europae, frequens, in silvis Carolinae, Americ. boreal. ad terram prope Ssamodurcroka.

Io raccolsi e mi feci spedire esemplari da moltissime località ed esaminai accuratamente il micelio e l'organo di fruttificazione, e divido appunto il mio lavoro nelle seguenti parti: Studio del micelio, dello stipite, del pileo e degli organi di riproduzione.

Micelio.

Il *micelio* della *Clitocybe odora* si riscontra nella terra ed attaccato specialmente alle foglie quasi putrescenti, ai detriti di quercia e castagno, dai quali assorbe i materiali idrocarbo-

nati e le diverse sostanze nutritizie. Esso vive come saprofita a spese degli elementi anatomici morti e non completamente disorganizzati. È formato da filamenti od ifi molto stretti ed allungati, disposti parallelamente, leggermente incurvati gli uni sugli altri e riuniti in gruppi di dieci o dodici. Gli ifi si presentano a pareti piuttosto esili, sono frequentemente divisi da setti trasversali (tav. 1, fig. 6) e mediocremente ramificati. Le ramificazioni si formano ai lati (tav. 1, fig. 8) od anche nella parte superiore degli ifi (tav. 1, fig. 9) e partono generalmente da leggeri rigonfiamenti; alcune volte da uno stesso punto parte più d'una ramificazione e la parete dell' ifo si presenta allora molto ispessita.

Le ramificazioni si sviluppano generalmente in senso obliquo, raramente formano coll'ifo un angolo retto.

Frequentissimi si notano i casi di anastomosi (tav. 1, fig. 7).

In vicinanza del ricettacolo gli ifi miceliari presentano le loro pareti leggermente ispessite e si riuniscono in gruppi di forma pressochè circolare. In tali punti gli ifi sono molto ramificati e le ramificazioni si intrecciano in vario modo fra loro, in modo da formare un vero tessuto spugnoso, benissimo visibile anche ad occhio nudo.

Le ramificazioni di questi ifi sono in gran parte laterali, nascono a brevissima distanza l'una dall'altra ed in senso perpendicolare alla direzione degli ifi (tav. 1, fig. 22). Il tessuto spugnoso è formato in gran parte da queste ramificazioni.

Gli ifi che si trovano nel centro delle masse circolari sono disposti in senso verticale e formano poi sviluppandosi il ricettacolo, che tanto allo stato giovanile che a completo sviluppo, porta alla base una specie di rivestimento bianchiccio molto lasso e formato dal tessuto spugnoso sopra ricordato.

Gli ifi miceliari ed in particolar modo quelli diretti a formare il ricettacolo sono a contenuto finamente granuloso, portano numerosi granellini oleosi e frequentemente anche dei nuclei visibili anche senza colorazioni. Tali nuclei (tav. 1, fig. 10, 11) hanno una forma allungata, alcune volte presentano un leggero restringimento ad una delle estremità (tav. 1, fig. 12) e sono nel maggior numero dei casi addossati alle pareti degli ifi. Trattati coll'acido osmico assumono una colorazione nera e

fissano fortemente le diverse sostanze coloranti, quali il *carminio*, il *verde di metile*, l'*ematossilina*, ecc., e specialmente l'*azzurro di anilina*.

In alcuni ifi molto giovani e poco settati osservai, dopo aver intensamente colorito il preparato col picrocarminio ed avervi passato sopra una piccolissima quantità di vapori d'acido osmico, alcuni nuclei trasformati in un filamento nucleare immerso direttamente nel protoplasma degli ifi (tav. 1, fig. 13). Tale fatto attirò subito la mia attenzione e continuai perciò a fare numerosi preparati affine di poter con chiarezza osservare tutti gli stadi di sviluppo del nucleo.

Sopra una trentina di preparati che feci a più riprese e con diverso materiale, notai una diecina di nuclei trasformati nello stadio di sviluppo corrispondente allo *spirema* e solo in due osservai la trasformazione dello spirema in due porzioni polari, in modo da formare una specie di *diastro* (tav. 1, fig. 14). Sarebbe certamente molto importante il poter scoprire tutte le diverse fasi di suddivisione e su ciò richiamo appunto l'attenzione dei micologi. Ricorderò che è difficilissimo il poter trovare il momento opportuno per osservare tali trasformazioni e che alcune volte bisogna far passare sotto l'osservazione tutta la parte inferiore di un ricettacolo in via di sviluppo, prima di trovare un nucleo in cariocinesi. È poi impossibile il vederli se non si fissano coll'acido osmico (1).

Quantunque io non abbia, per ora, potuto trovare tutte le fasi di sviluppo, parmi però di poter conchiudere che molti degli ifi miceliari che dànno origine ai ricettacoli, si formano per la suddivisione dei nuclei, a somiglianza di molti altri vegetali inferiori.

Gli ifi miceliari già molto sviluppati hanno generalmente

---

(1) Credo opportuno il ricordare, fra i diversi tentativi da me fatti, quello che mi diede i migliori risultati. Collocai alcuni gruppi di ifi sul vetrino porta-oggetti e tenendoli fermi con una pinzetta li feci passare colle dovute cautele sui vapori di acido osmico: fissati così i nuclei collocai gli ifi nel picrocarminio lasciandoveli per qualche minuto, li lavai quindi bene nell'alcool e feci l'osservazione in acqua. Difficilissimo è il poterli conservare. Io ne potei tenere uno abbastanza chiaro col balsamo del Canadà per due mesi, ora però si è già quasi completamente alterato.

la membrana piuttosto ispessita, e contengono sempre una certa quantità di protoplasma che non si presenta più sotto forma di granellini oleosi, ma che si può sempre mettere in evidenza coi diversi reattivi.

In alcuni punti del micelio da poco tolto dalla terra ho anche osservato come alcuni rami si presentano nella parte superiore divisi in alcune porzioni che vanno poi gradatamente staccandosi, di forma ellittica, lunghe da 4 a 6 μ di color jalino. Tali organi hanno una grande rassomiglianza coi conidii già osservati sopra il micelio di altri Imenomiceti dal Brefeld, dal De-Seynes, ecc. ed anche già da me descritti nello sviluppo del *Tricholoma terreum*.

Per assicurarmi maggiormente che fossero veri conidii li collocai in acqua leggermente zuccherata ed osservai che germinarono prontamente, senza però formare un vero micelio, in causa forse della mancanza di nutrizione del mezzo di coltivazione.

Essendo rivolte ad altro scopo le mie ricerche non mi curai di completare lo sviluppo, è probabile però che i conidii germinando diano origine ad un nuovo micelio nella stessa o nell'annata successiva con speciali organi di riproduzione.

Il protoplasma negli ifi miceliari si presenta in generale finamente granuloso e porta abbondanti goccioline oleose. Si tinge in giallo carico colla tintura di jodio.

Dagli ifi che si trovano alla base dei giovani organi di fruttificazione partano ramificazioni formate da filamenti brevi ed esilissimi, leggermente ingrossati, che aderiscono fortemente ai detriti vegetali. Tali filamenti io credo debbano essere ritenuti come organi succiatori.

Apparecchio sporifero.

L'apparecchio sporifero della *Clitocybe odora* Bulliard si forma liberamente dal micelio, come hanno già osservato il Brefeld ed il De-Seynes per alcuni Agaricini.

Da alcuni ifi miceliari ha origine una gemma costituita da filamenti molto brevi, ramificati, divisi da numerosi setti. In seguito questi filamenti prolungandosi formano degli ifi che si

dispongono verticalmente ed in direzione parallela gli uni rispetto agli altri: verso la parte superiore gli ifi si accrescono e si ramificano straordinariamente e dànno gradatamente origine ai primi rudimenti del pileo.

I giovani apparecchi sporiferi si presentano sempre molto sviluppati nella parte inferiore e dànno origine ad un numero straordinario di filamenti che si attaccano ai detriti, alle porzioni di terra e servono a sostenere il ricettacolo e ad assorbire il nutrimento dal terreno.

Sezionando longitudinalmente un ricettacolo giovanissimo e nel quale non sia ancora comparso il pileo si vedono degli ifi allungati, paralleli (tav. 1, fig. 1 e 2), larghi da 3, 5 a 4 μ, divisi in varie cellule da setti trasversali, variamente ramificati (tav. 1, fig. 4, 5, 8 e 17), e con frequenti anastomosi fra cellule contigue dello stesso ifo (tav. 1, fig. 15).

Le ramificazioni sono in gran parte laterali, nascono in vicinanza di un setto e si ripiegano leggermente ad arco (tav. 1, fig. 17) oppure sono prodotte anche da biforcazioni di un ifo.

In altri casi, però meno frequenti, gli ifi presentano ad un certo punto un rigonfiamento, e da un lato una piccola prominenza (tav. 1, fig. 18), dalla quale si sviluppa in breve un ramo che accrescendosi forma col prolungamento in continuità dell'ifo principale, come una specie di *V* (tav. 1, fig. 4).

Alla base di tali ricettacoli, alcuni ifi appaiono colla parete ispessita e con numerose protuberanze laterali e questi, io credo, debbano ritenersi come residui dei filamenti, che, come vedemmo, dànno origine, dal micelio, direttamente al ricettacolo.

Nella parte interna basilare dello stipite tanto degli individui giovani, che di quelli molto sviluppati si notano abbondantemente i prolungamenti degli ifi che vanno ad attaccarsi alle foglie ed ai detriti (tav. 1, fig. 20, 24, 26, 27, 28). Questi filamenti hanno diverse forme. Anzitutto il loro diametro è sempre piuttosto ristretto non misurando più di 2, 1 a 2,5μ, e la loro membrana gelatinizzata si rende leggermente vischiosa e fa sì che aderiscono ai diversi detriti. Molti di questi filamenti sono ramificati e portano o lungo il loro decorso od all'estremità, dei rigonfiamenti che aderiscono strettamente alle parti nutritizie e funzionano così come organi succiatori.

Alla periferia basilare dello stipite, anche giovanissimo, si

trovano quei filamenti allungati costituenti il tessuto spugnoso e che io credo debba essere considerato come un organo di sostegno.

L'apparecchio sporifero sul principio dello sviluppo ha una forma conico-allungata e termina in punta. In seguito si forma all'apice un piccolo rigonfiamento coperto abbondantemente da sostanza vischiosa, il quale poi accrescendosi dà origine al pileo.

Quando il fungo ha raggiunto il suo completo sviluppo, lo stipite assume una forma quasi cilindrica, con un leggero ingrossamento alla base ed una colorazione esternamente brunastra, biancastra internamente.

Fatte numerose sezioni in diversi punti e sopra vari esemplari, mi risultò essere lo stipite formato da una parte interna ad ifi piuttosto larghi e da una parte esterna avvolgente ad ifi molto più stretti, contenenti granuli di sostanza colorante e che si potrebbero ritenere come costituenti una specie di epitelio.

Gli ifi della parte interna hanno un aspetto fibroso, sono strettamente ravvicinati fra loro, contengono un protoplasma granuloso non molto abbondante e sono divisi da rari setti trasversali.

Verso la base dello stipite gli ifi si presentano molto ramificati. Notai frequentemente delle ramificazioni che partivano da due lati di un ifo (tav. 1, fig. 16), così anche abbastanza comuni sono le ramificazioni laterali. Generalmente nei punti ove hanno origine le ramificazioni, le pareti degli ifi si ispessiscono, come si può vedere nella figura 23, ove sotto ad un setto di un ifo si è formato un ingrossamento e si è sviluppato un piccolo ramo laterale in seguito alla bipartizione del nucleo, del quale se ne vede ancora una porzione nell'ingrossamento laterale dell'ifo. Comuni sono pure le anastomosi fra porzioni dello stesso ramo e fra rami vicini.

Gli ifi periferici formano come una specie di epitelio costituito da cinque o sei strati di filamenti. Si riconoscono facilmente da quelli della parte interna, perchè sono molto meno ramificati e strettamente riuniti gli uni agli altri. Corrono in direzione perfettamente parallela e contengono abbondantemente dei granellini di sostanza oleosa (tav. 1, fig. 34) e sostanza colorante. Alcuni di essi sono molto più piccoli degli altri e

sono ripieni di una grande quantità di sostanza colorante, tanto da poterli ritenere veri *ifi cromogeni*.

Verso la parte superiore dello stipite, ove gli ifi incominciano a ripiegarsi, a dirigersi verso i lati ed a ramificarsi variamente in modo da formare il principio del pileo, notai degli organi di forma ellittica, lunghi da 18 a 22 μ. e larghi da 10 a 12 μ., formati da una parte esterna jalina molto ispessita e da una parte interna granulare, di color leggermente gialliccio (tav. 1, fig. 25). Trattandoli con acido osmico osservai la parte interna nettamente dividersi dalla membrana avvolgente. Sotto l'azione della glicerina tali organi si deformano dapprima, quindi la parte esterna si stacca dall'interna. Lo stesso risultato si ha trattandoli con acido solforico. Col cloro-joduro di zinco la porzione interna assume una colorazione rosso-bruna. Parmi dunque si possa ritenere essere l'involucro esterno appartenente ad una cellula madre e la parte interna come atta forse a potersi ulteriormente sviluppare.

Infatti collocai uno di tali organi in una goccia di acqua convenientemente inzuccherata e contenente una piccola quantità di glicogene in una camera umida.

Dopo 20 giorni la porzione esterna si era rigonfiata e tendeva a sciogliersi nella parte superiore. Al trentesimo giorno la parte superiore dell'involucro esterno si era rotta e si vedeva la porzione interna avanzarsi verso quest' apertura (tav. 1, fig. 25*b*).

È indubitato adunque che gli organi di forma ellittica che si trovano sparsi qua e là fra gli ifi nella parte superiore dello stipite debbono essere considerati come veri *conidii endocarpici,* avvolti esternamente da una membrana di difesa molto ispessita. Tali conidii devono essere considerati come organi di riproduzione di riserva e solo in alcuni casi possono svilupparsi nell'interno dell'organo di fruttificazione, e sono atti più che altro alla propagazione dell'intero individuo.

Essi hanno molte affinità con quelli già studiati dal De-Seynes nei *Polyporus* (1).

---

(1) *Recherches pour servir à l'histoire natur. des végét. infér.*, fasc. II, pag. 32 e seguenti.

Struttura del pileo.

Facendo una sezione trasversale in un giovane pileo si nota nell'interno un tessuto carnoso omogeneo, piuttosto consistente nella parte inferiore, molle e gelatinoso nella parte esterna con colore quasi uniforme e bianchiccio.

Negli esemplari invece già normalmente sviluppati si osservano tessuti di diversa natura che si possono però riferire a due gruppi generali, cioè tessuti formati di *cellule larghe* e tessuti di *cellule molto allungate* od ifi propriamente detti.

Le *cellule larghe* formano la polpa interna del pileo e la parte esterna delle lamelle, hanno una forma cilindrica, fusiforme o tondeggiante, sono quasi sempre ripiegate a ginocchio o variamente contorte, a diametro molto disuguale, brevemente ramificate e divise da numerosi setti molto ravvicinati (tav. 1, fig. 29*a* e 38*b*, 30, 31 e 32). Hanno una parete poco ispessita e contengono un protoplasma jalino con goccioline di sostanza oleosa e formano nel loro complesso un tessuto spugnoso. Il loro diametro varia moltissimo, alcune raggiungono una larghezza di 10 μ fino a 15 μ, ma in media nei punti più larghi non superano i 7 o 9 μ. La loro lunghezza misurata fra due setti vicini è variabile dai 10 ai 20 μ fino agli 80 o 100 μ.

Le *cellule lunghe* od ifi propriamente detti si possono dividere in cinque categorie, cioè:

1° *Ifi delle lamelle* a diametro piuttosto largo (dai 4 ai 6 μ), disposti in senso quasi parallelo, con setti molto ravvicinati e ripieni di protoplasma granuloso (tav. 1, fig. 38*a*).

2° *Ifi sottostanti al tessuto* pigmentale, disposti parallelamente, non ramificati, larghi da 8 a 10 μ, a diametro quasi eguale in tutta la loro lunghezza, con protoplasma finamente granuloso, con rare goccie di sostanza oleosa e divisi da setti piuttosto rari (tav. 1, fig. 29*b*).

3° *Ifi generatori* dei conidii endocarpici (tav. 1, fig. 33).

4° *Ifi* ingrossati all'apice o con ghiandole contenenti olii essenziali (tav. 1, fig. 35).

5° *Ifi* del pigmento od ifi a diametro molto ristretto, larghi da 3 a 5 μ, leggermente incurvati, a contenuto omogeno, con numerosi granellini di sostanza oleosa e sostanza colorante,

con setti a distanza di 40, 50 o 60 μ con parete leggermente ispessita, ed alcune volte, specialmente se esaminati in tempo umido, gelatinizzata.

Tutte queste diverse forme di cellule in complesso però non formano dei veri gruppi distinti fin dall'origine, ma tutti, come si può vedere negli esemplari giovanissimi, hanno un'origine comune, e solo negli esemplari già molto sviluppati passano a presentarsi con aspetto un po' diverso, sebbene siano sempre in continuazione le une delle altre.

Sezionando un pileo nella parte inferiore si osservano gli ifi paralleli dello stipite dirigersi in diversi sensi, ramificarsi variamente, dare origine a qualche cellula larga e tendere a disporsi da verticali che erano in senso orizzontale. Gli ifi della parte interna del pileo oltre che presentarsi sotto i diversi aspetti già ricordati sono disposti in modo tale da formare, dall'alto al basso, 3 zone distinte, cioè una zona superiore cogli ifi del pigmento, una zona mediana che forma in gran parte la polpa pileare ed una zona inferiore che dà origine alle lamelle.

La zona superiore costituita da ifi disposti parallelamente fra loro, con protoplasma denso e granuloso, è caratterizzata verso l'esterno da 3 o 4 strati di ifi molto stretti, cromogeni, che frequentemente si anastomizzano, con parete ispessita (1) e soventi gelatinizzata.

Nella parte interna, in vicinanza delle cellule larghe, si notano degli ifi ristretti (tav. 1, fig. 33), a parete sottile, ripieni di protoplasma, con granulazioni fine e numerose, e che portano alla loro estremità un rigonfiamento di forma circolare, contenente un liquido trasparente ed oleoso. In certi punti questi rigonfiamenti si presentavano molto più ingrossati, finchè in alcune sezioni osservai che essi si presentavano come organi distinti dagli ifi tanto che apparivano quasi tutti staccati dalla cellula madre. Avendo una grande somiglianza coi conidii en-

(1) Che siano a parete ispessita lo prova il fatto che lasciando una porzione di pileo a macerare, la parte interna si disaggrega facilmente, mentre il tegumento esterno si mantiene per un periodo di tempo molto più lungo.

docarpici dello stipite mi nacque subito il dubbio che dovessero essere ritenuti come conidii endocarpici pileari ed infatti apparirono tali in seguito alle reazioni già ricordate coll'acido osmico, solforico, colla glicerina e col cloro joduro di zinco.

I conidii endocarpici del pileo (tav. 1, fig. 37) hanno una forma ellittica e sono pure circondati da uno strato protettivo largo in media 1 μ, sono più grandi di quelli dello stipite misurando 24 a 30 μ, per 12 a 16 μ e presentano sempre una certa attitudine a germogliare.

Per osservare lo sviluppo dei conidii conviene collocarli in camere umide a goccia pendente dentro acqua contenente una certa quantità di zucchero e tenerli in termostato con temperatura di 10° a 12° C. e per un periodo di tempo abbastanza lungo. Io ne seminai quattro in 2 camere umide e solo dopo 40 giorni osservai in due di essi il principio di germinazione. Questo ritardo è prodotto specialmente dal fatto che la membrana esterna molto ispessita deve disorganizzarsi per lasciar passare il tubetto di germinazione che si forma dal conidio chiuso nella parte interna.

I conidii endocarpici sia del pileo che dello stipite non si presentano tanto frequenti e non formano certo come ricorda il De-Seynes (1) per alcuni *Polyporus* e *Fistulina* uno strato tanto ispessito da dare al fungo l'aspetto di un Gasteromicete. In media se ne riscontra uno ogni 200 o 300 μ ed ogni ifo non ne produce che uno solo.

Un fatto che merita di essere ricordato si è che i conidii endocarpici si trovano anche sugli esemplari secchi e non perdono la facoltà di germinare. Io tenni un esemplare di *Clitocybe odora* per 8 mesi nella raccolta, poscia sezionai una porzione di pileo e riscontrai alcuni conidii endocarpici perfettamente normali. Tali conidii collocati in acqua zuccherata e con piccola quantità di glicogene, dopo 2 mesi emisero un tubetto di germinazione che s'accrebbe tanto da formare numerosi ifi miceliari.

Questo fatto io credo valga a spiegare come i conidii endocarpici possono più che altro servire alla propagazione dell'individuo da un anno all'altro e debbano quindi essere paragonati alle teleutospore o spore invernali di altri funghi.

---

(1) *Recherches pour servir à l'histoire, ecc.*, fasc. I e II.

Nel pileo degli esemplari secchi riscontrai pure in alcune sezioni la formazione di cristalli d'ossolato di calcio disposti a mo'di drusa stellata (tav. 1, fig. 39).

In mezzo agli ifi con conidii endocarpici si notano abbondantemente dei filamenti ingrossati all'apice o con numerose suddivisioni od anche muniti lateralmente di ingrossamenti speciali che si rompono con facilità e lasciano uscire una sostanza odorosa come una specie di olio essenziale (tav. 1, fig. 35). Io ritengo che questi organi siano vere ghiandole secernenti la sostanza che dà l'odore di anice caratteristica del fungo.

Sotto allo strato degli ifi con conidii endocarpici si nota il tessuto spugnoso formato dalle cellule larghe già ricordate.

Nella parte inferiore laterale infine le cellule larghe vanno gradatamente restringendosi ed a disporsi in senso quasi parallelo, in modo da formare la parte interna dell'imenoforo.

Sezionando trasversalmente una lamella si nota la parte interna formata da ifi larghi e paralleli con setti numerosi e non ramificati e verso i margini cellule molto ristrette, di forma ellittica o tondeggiante, sinuose e ripiene di protoplasma granuloso. Queste cellule negli esemplari giovanissimi presentano verso l'esterno come una gemma o rigonfiamento, con un nucleo di sostanza grassa nella parte superiore.

Questi rigonfiamenti sono i futuri basidii. Infatti negli esemplari normalmente sviluppati, si presentano allungati ed assumono una forma ovale cilindrica o clavata, e misurano 24-26 a 6-8, colla parte rigonfiata del lato libero. In seguito da questa porzione superiore hanno origine 4 punte o sterigmi: un certo numero però di basidii non forma gli sterigmi e si mantiene sterile.

Alla sommità degli sterigmi poi si formano le spore a parete sottile, di forma tondeggiante od ellittica, a contenuto omogeneo, jaline e lunghe da 6 ad 8 μ e larghe di 4 a 5 μ.

Le sostanze idrocarbonate, di natura grassa, oleosa si riscontrano specialmente nei basidii, spore e conidii, sia miceliari che endocarpici, si riscontrano inoltre nelle cellule che formano l'involucro esterno e dello stipite e del pileo ove si accumulano come materiale di riserva non come organo di secrezione.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1. — Sezione longitudinale di un giovane ricettacolo di *Clitocybe odora* (Micr. Koristka, oc. 3, ob. 7**).

„ 2. — Sezione longitudinale di un giovane ricettacolo con ifi muniti di nuclei *a* (oc. 3, ob. 7).

„ 3. — Sezione trasversale dello stipite (oc. 3, ob. 9).

„ 4. — Filamento ramificato di un giovane stipite (oc. 4, ob. 9*).

„ 5. — „ dello stipite col principio di una ramificazione laterale (oc. 4, ob. 9).

„ 6. — Filamento miceliare isolato (oc. 3, ob. 7).

„ 7. — Anastomosi di un ifo miceliare (oc. 3, ob. 7).

„ 8. — Filamento miceliare con ramificazioni laterali (oc. 3, ob. 7).

„ 9. — „ „ „ terminali „ „

„ 10-11. — Porzione di filamento miceliare con nucleo *a*.

„ 12. — „ „ „ „ leggermente ristretto ad una estremità (oc. 3, ob. 7).

„ 13. — Filamento miceliare con nucleo trasformato in filamenti contorti (spirema), oc. 4, ob. $^1/_{12}$.

„ 14. — Filamento miceliare con nucleo trasformato in diastro, *a* (oc. 4, ob. $^1/_{12}$).

„ 15. — Ifi dello stipite con anastomosi (oc. 4, ob. 9*).

„ 16. — „ „ con due ramificazioni laterali (oc. 4, ob. 9*).

„ 17. — Filamenti dello stipite con ramificazioni laterali ad arco (oc. 4, ob. 7).

„ 18. — „ „ con ingrossamento laterale che darà poi origine ad una ramificazione (oc. 4, ob. 9*).

„ 19. — Filamento dello stipite col principio di una ramificazione laterale ed a parete ispessita (oc. 4, ob. 9*).

Fig. 20. — Filamenti miceliari con succiatoi (oc. 3, ob. 7).

„ 21. — Ifi dello stipite con pareti ispessite (oc. 3, ob. 7).

„ 22. — Filamento del tessuto spugnoso alla base dello stipite con ramificazioni laterali (oc. 4, ob. 9).

„ 23. — Filamento con ramificazione laterale, colla membrana ispessita e col residuo della divisione del nucleo *a*.

„ 24, 26, 27, 28. — Prolungamenti degli ifi alla base dello stipite (oc. 3, ob. 7).

„ 25. — Conidii endocarpici della parte superiore dello stipite (oc. 4, ob. 9*).

„ 25 *b*. — „ „ colla parte superiore rotta e che lascia uscire la porzione interna (oc. 4, ob. $^{1}/_{12}$).

„ 29. — Sezione trasversale del pileo: *a*, porzione interna con cellule larghe; *b*, cellule allungate; *c*, cellule cromatofore della parte esterna (oc. 3, ob. 9).

„ 30, 31, 32. — Ifi della polpa interna del pileo (oc. 3, ob. 7).

„ 33. — Ifi che dànno origine ai conidii endocarpici, *a* (oc. 3, ob. 9).

„ 34. — Ifi della porzione esterna dello stipite con granellini di sostanza colorante.

„ 35. — Filamento variamente ingrossato e con una ghiandola laterale *a* (oc. 3, ob. 9).

„ 36. — Filamento ingrossato all'apice (oc. 3, ob. 9).

„ 37. — Conidii endocarpici del pileo (oc. 4, ob. 9).

„ 38. — Sezione trasversale di una lamella: *a* e *b*, ifi interni; *c*, ifi che formano i basidii; *d*, basidii con sterigmi (oc. 3, ob. 9).

„ 39. — Cristalli di ossalato di calcio dell'interno del pileo (oc. 3, ob. 9).

„ 40. — Basidii con sterigmi, *a* (oc. 3, ob. 9).

„ 41. — Spore (oc. 3, ob. 9).

Sulle singolari proprietà delle soluzioni di allume di cromo;

Ricerche del Dott. VIRGILIO MONTI.

È noto da molto tempo che una soluzione di allume di cromo, violetta quando è alla temperatura ordinaria e di fresco preparata, diventa verde quando sia scaldata verso 70°, e non riprende la primitiva colorazione dopo cessato il riscaldamento, se non con estrema lentezza.

Se lo spettro d'assorbimento di questa soluzione viene esaminato con piccola dispersione, si nota una banda nera, il cui bordo più deviato è sfumato, mentre quello meno deviato è netto e reciso. Il bordo meno deviato si avanza per effetto del riscaldamento verso il rosso; dalla nuova posizione, dopo il riscaldamento, passa con estrema lentezza alla primitiva.

Lecoq de Boisbaudran notò che il mutamento di colore è collegato ad un mutamento di densità. La soluzione, dopo il riscaldamento, presenta una densità minore che avanti; e poi, lasciata a sè, va contraendosi lentamente.

Sprung (*Pogg. Ann.*, 159) trovò per sua parte che, diventata verde, la soluzione ha un attrito interno minore di prima.

Sorge naturale, a questo punto, la domanda se anche altre proprietà della soluzione risentano l'azione del riscaldamento, e, dopo questa, quella del tempo.

Ho fatto, in questo senso, qualche esperienza; e benchè non abbia ottenuti risultati decisivi, mi parve di constatare che anche l'indice di rifrazione, il coefficiente di dilatazione, il punto di gelo subiscono variazioni di quel genere; ma si tratta qui di effetti molto piccoli, difficili a constatare e un po' dubbiosi.

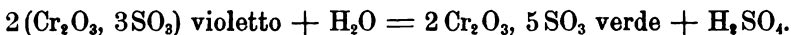
Di maggior importanza giudicai lo studio della conducibilità elettrolitica, perchè questa proprietà è fortemente influenzata dalle più piccole variazioni nello stato della sostanza disciolta.

E questo studio appare più importante quando si pensi alle diverse spiegazioni che si sono date del comportamento delle soluzioni di allume di cromo.

Se il cambiamento di colore fosse dovuto ad una disidratazione del sale, la conducibilità elettrica non dovrebbe mutare, cambiando il colore; perchè su essa non ha influenza l'acqua di cristallizzazione, come fanno vedere le esperienze di F. Kohlrausch (*Wied. Ann.*, 6) e di Trötsch (*Ibid.*, 26).

Invece la diminuzione constatata da Sprung nell'attrito interno fa prevedere un'analoga diminuzione nella resistenza elettrica, e questa si accorderebbe coi risultati ottenuti recentemente da Recoura.

Nel numero d'aprile ultimo degli *Annales de Chimie et de Physique,* questo A. mostra con metodi termochimici che in una soluzione di solfato cromico modificata dal calore esiste dell'acido solforico libero; che cioè, sotto l'azione del calore, il solfato cromico si sdoppia in acido solforico e in un solfato basico verde secondo la equazione

$$2\,(Cr_2O_3,\ 3\,SO_3)\ \text{violetto} + H_2O = 2\,Cr_2O_3,\ 5\,SO_3\ \text{verde} + H_2SO_4.$$

Non mi dilungo sull'apparecchio che mi ha servito per questo studio; esso era il solito apparecchio di F. Kohlrausch.

L'errore medio delle esperienze fu sempre inferiore a 1 %. Così, per esempio, per un liquido di cui si assunse come resistenza Ohm 34,45, tre esperienze col corsoio in diverse posizioni del ponte diedero 34,47; 34,54; 34,34. Per un liquido la cui resistenza fu assunta uguale a Ohm 8,86 si ebbero i tre valori 8,85; 8,89; 8,83.

Mi estenderò un poco sul modo tenuto per scaldare le soluzioni di allume di cromo. Evidentemente non poteva pensarsi a scaldarle nel voltametro stesso in cui se ne determinava la resistenza. Prescindendo da altri inconvenienti, le bolle d'aria, che verso 60° avrebbero incominciato a rivestire gli elettrodi, avrebbero reso illusoria ogni misura. Nè il riscaldamento poteva farsi in un bicchiere di vetro, perchè nel liquido scaldato si sarebbe sciolto un po' di vetro, e la conducibilità sarebbe aumentata per questo solo fatto. Per queste ragioni il riscaldamento della soluzione si faceva in una capsula di rame platinata internamente; e per evitare l'evaporazione si versava sul liquido ancor freddo uno strato di paraffina. La capsula così preparata veniva scaldata entro un piccolo bagno pieno d'acqua, dove pescava il bulbo di un termometro.

Le esperienze procedevano così. Preparata di fresco una soluzione di allume di cromo, se ne determinava la resistenza alla temperatura ordinaria e ad un'altra che ne differisse di poco. Si ricavava così il coefficiente di temperatura nelle vicinanze della temperatura ordinaria. La soluzione veniva quindi riscaldata a 70° nel modo detto: si teneva a questa temperatura per circa un quarto d'ora: poi si sostituiva acqua fredda a quella calda del bagno e si aspettava un tempo conveniente, finchè si potesse presumere che la soluzione avesse riacquistata la temperatura ordinaria; allora si versava nel voltametro, e se ne determinava la resistenza. Questa, mediante il coefficiente di temperatura già noto, si riduceva alla temperatura della prima osservazione, e così era possibile il confronto.

Trovai così che il cambiamento di colore da violetto a verde importa un aumento della conducibilità. Questo aumento corrisponde alla presenza dell'acido solforico libero.

Citerò una sola esperienza.

Una soluzione di fresco preparata presentò a 16°,5 la resistenza di Ohm 24,7; dopo il riscaldamento la resistenza alla stessa temperatura si trovò di Ohm 22,2.

Lo studio della conducibilità elettrica offre dunque un mezzo molto comodo per studiare le variazioni molecolari nello stato dell'allume di cromo.

Giovandomi di questo mezzo, e di quello fornito dalle osservazioni spettrali, volli ricercare se le proprietà di queste soluzioni potessero modificarsi altrimenti che col riscaldamento.

Sia ponendo una soluzione fra le armature di un condensatore di Epino, comunicanti coi poli di un rocchetto, di grandi dimensioni, in azione; sia facendo attraversare il liquido dalle scariche rapidamente oscillanti di un condensatore, non ho potuto modificarne le proprietà in modo sensibile.

Risultati il cui significato non mi pare affatto privo di interesse sono invece i seguenti.

La variazione che lo spettro d'assorbimento d'una soluzione di allume di cromo prova nei giorni successivi al riscaldamento, dimostra che la costituzione molecolare si va lentamente riavvicinando a quella forma che il riscaldamento aveva distrutta. Non reca dunque maraviglia che lentamente vada diminuendo anche la conducibilità elettrica. Questa diminuzione è già sen-

sibile in capo a due settimane, e va d'accordo colla graduale scomparsa dell'acido solforico libero, osservata da Recoura.

Il liquido si comporta in un modo analogo a un termometro, il cui zero dopo un riscaldamento prosegue a innalzarsi per un tempo più o meno lungo. Se, mentre lo zero sale lentissimamente, se ne determina la posizione in un certo istante, e quindi si scalda il termometro per lasciarlo poi raffreddare, lo zero si trova più basso dopo questo secondo riscaldamento che non prima.

Se, come tutto induce a credere, lo stato della soluzione di allume di cromo è paragonabile a quello del termometro, un effetto analogo si deve manifestare col riscaldamento di una soluzione *già prima resa verde*. (A vero dire, nel caso del termometro, il primo riscaldamento quando si soffia il bulbo, è di gran lunga più forte dei successivi; nel caso della soluzione tutti i riscaldamenti consistevano nel portarla a 70° circa).

Per la ricerca di questo effetto le osservazioni spettroscopiche non giovano, com'ebbi a convincermi usando per alcuni giorni il grande spettroscopio di Krüss munito della doppia fessura di Vierordt.

Lo studio della conducibilità elettrica si presta molto meglio.

Procedevo così. Preparata a freddo e filtrata una soluzione la scaldavo a 70° in un bicchiere di vetro, e poi la lasciavo riposare per un certo tempo non inferiore a 24 ore.

Ne determinavo allora la resistenza a temperatura ordinaria, e il coefficiente di temperatura. Di poi tornavo a riscaldare, ma, questa volta, nella capsula platinata e sotto lo strato di paraffina. Dopo questo riscaldamento, sia che la capsula si raffreddasse lentamente nell'aria, sia più rapidamente, nell'acqua mista a ghiaccio, la resistenza, ridotta alla temperatura di prima, era sempre diminuita.

Per soluzioni anche moderatamente concentrate l'effetto è notevole.

Una soluzione, prima e dopo il secondo riscaldamento, presentò rispettivamente le resistenze 7,39 e 7,29; un'altra 9,15 e 8,86; una terza 9,20 e 9,01.

Una soluzione molto diluita presentò l'effetto in grado debolissimo; le due resistenze furono 34,83 e 34,58.

Sulla doppia rifrazione dei raggi di forza elettrica;

Nota del Dott. ANTONIO GARBASSO.

Nell'ultimo fascicolo degli *Annalen der Physik und Chemie* fu pubblicata una breve nota del sig. W. v. Bezold, sulla doppia rifrazione dei raggi di forza elettrica (1); prendendo occasione da alcune esperienze recenti relative all'argomento che ho detto, il chiaro autore accenna alla possibilità di ottenere artificialmente un corpo che si comporti rispetto ai raggi di forza elettrica nello stesso modo in cui si comportano i cristalli non appartenenti al primo sistema rispetto alla luce.

Non è forse inutile far osservare come la disposizione che ha servito ad Aschkinass e a me per produrre la rifrazione e la dispersione dei raggi elettro-magnetici (2) risponde in tutto ai concetti svolti dal v. Bezold.

E di vero si intende senz'altro che se nel *corpo* costruito da noi un raggio di forza elettrica si propagasse nella direzione che è parallela ai lati più lunghi dei risonatori non darebbe luogo a fenomeni di risonanza, quindi non sarebbe disturbato nella sua propagazione. Il nostro prisma si poteva dunque paragonare ad una porzione di un cristallo, godente di questa curiosa proprietà che una sua direzione ha lo stesso indice di rifrazione che l'aria atmosferica in cui il sistema è immerso.

Se non abbiamo allora fatto rilevare questa circostanza non è che non l'avessimo avvertita, solo ci sembrava di importanza secondaria il produrre artificialmente un effetto che credevamo doversi senza fallo verificare quando si facesse agire sui raggi elettro-magnetici un cristallo naturale.

Mi sono dovuto convincere però che quel nostro modo di vedere non è punto universalmente condiviso.

(1) *Wied. Ann.*, LIV, 752, 1895.
(2) *Wied. Ann.*, LIII, 534, 1894.

Dopo la pubblicazione del nostro lavoro è venuta nel dominio del pubblico la memoria del prof. Righi " Sulle oscillazioni elettriche a piccola lunghezza d'onda... " (1), dove si trova, fra l'altre cose, pubblicata per la prima volta la proprietà interessantissima del legno di essere birifrangente per i raggi elettromagnetici (2).

I risultati del Righi furono recentemente ritrovati e confermati in tutto dal sig. K. Maek (3).

Ora in una nota recentissima, rivolta a far valere i suoi diritti indiscutibili alla priorità della scoperta, il Righi dichiara di non credere punto " nella possibilità di produrre la doppia rifrazione delle radiazioni elettriche per mezzo d'una lamina di spato d'Islanda " (4).

E per le ragioni su cui fonda questa sua opinione rimanda alla memoria che ho ricordato più su. Se non m'inganno il ragionamento dell'illustre fisico deve essere a un dipresso questo: la doppia rifrazione della luce è dovuta secondo ogni probabilità al modo in cui stanno distribuite le molecole materiali nel cristallo; ma tutte quelle proprietà ottiche nelle quali entra in giuoco la costituzione molecolare della materia sembra che non si debbano più verificare pei raggi di forza elettrica vista la lunghezza delle onde; è probabile quindi che, per questi raggi i cristalli non siano più birifrangenti.

Ora mi sembra che accettando in tutto questo modo di ragionare se ne potrebbe anche concludere che un prisma ta-

---

(1) *Memorie dell'Acc. di Bologna* (4), IV, 487, 1894.

(2) L'esperienza del Righi indica la possibilità di costruire dei cristalli artificiali pei raggi a grande lunghezza d'onda anche senza ricorrere a sistemi di conduttori. Basterà imitare con altri corpi dielettrici la costituzione fibrosa del legno.

Un modo di realizzare la cosa, che mi ha dato dei risultati assai soddisfacenti, sarebbe quello di riunire insieme molti bastoncini di vetro, tutti paralleli, saldandoli con un po' di paraffina fusa. Io ho preparato così una grossa lastra di 3 cm. di spessore che cogli apparecchi del Righi diede, benchè meno intensamente, lo stesso effetto che una tavoletta di legno con le fibre parallele alla lunghezza delle bacchettine di vetro. I bastoncini nel mio caso avevano un po' meno di 3 mm. di diametro.

(3) *Wied. Ann.*, LIV, 342, 1895.

(4) *Nuovo Cim.* (4), I, 261, 1895.

gliato in un corpo ordinario non deve punto rifrangere i raggi di forza elettrica e questo sarebbe in contraddizione con un'esperienza classica d'Hertz.

La questione di cui parlo è di un'importanza capitale per la teoria ed è bene quindi di approfondirla alquanto.

La teoria di Maxwell dell'elettricità e della luce è basata sull'ipotesi implicita che i mezzi materiali che s'hanno a considerare siano continui; ne segue che, almeno nella sua forma primitiva, quella teoria è applicabile soltanto nei casi in cui le alterazioni di omogeneità nel mezzo sono trascurabili. Questo avviene certamente per i raggi elettro-magnetici propagantisi nella materia ordinaria; ci dobbiamo aspettare dunque che per questi raggi nelle condizioni dette valgano *tutte* le proprietà prevedute dalle formole di Maxwell e *soltanto* quelle.

Fenomeni di risonanza, come sono certamente quelli dell'assorbimento elettivo e della dispersione, non rientrano nell'orbita delle equazioni di Maxwell e però si deve ritenere impossibile di riprodurli facendo agire la materia ordinaria sui raggi d'Hertz.

So bene che alcuni sperimentatori hanno creduto di constatare una variazione regolare della costante dielettrica con la lunghezza d'onda, ma sono convinto che le ragioni di quelle variazioni si devono cercare piuttosto nel metodo e nell'apparecchio impiegato per le misure che non nella natura del fenomeno.

È istruttivo a questo proposito di confrontare le misure eseguite dal Perot con quelle del Mazzotto; la variazione è molto più grande presso il primo sperimentatore, ora delle due serie di costanti la seconda è senza dubbio la più attendibile.

Le cose cambiano aspetto se dalla dispersione si passa alla doppia rifrazione. Le equazioni di Maxwell o quelle d'Hertz, che fa in sostanza lo stesso, prevedono lo sdoppiamento del raggio e l'esistenza delle direzioni privilegiate di vibrazione non appena si ammette che, per un dato corpo, la costante dielettrica sia diversa in diverse direzioni.

Ora per alcuni cristalli sappiamo, da misure dirette, che questa dipendenza della costante dielettrica dalla direzione esiste; dobbiamo dunque concludere che in quei cristalli senza dubbio e probabilmente anche negli altri i raggi di forza elettrica devono subire la doppia rifrazione.

Non mi è parso inutile ora di verificare che avviene realmente così.

Gli apparecchi che impiegai erano quelli del Righi; le palline dell'eccitatore avevano cm. 1,5 di diametro, il risonatore era lungo 4 cm. e largo 0,2.

Munii il risonatore di uno specchio cilindrico parabolico di cartoncino, coperto di piccole striscie di stagnola (1); osservai sempre le scintilline con un microscopio.

Dovendo impiegare una sorgente che aveva una certa estensione e non disponendo d'altra parte di corpi fortemente birifrangenti di sufficienti dimensioni non era il caso di cercare di ottenere lo sdoppiamento del raggio; piuttosto conveniva di attenersi ad una disposizione analoga a quella che dà i fenomeni di polarizzazione cromatica.

Disposi dunque orizzontalmente il risonatore, mentre la scintilla dell'eccitatore la tenni sempre verticale, e mi assicurai che, se non s'interponeva alcun corpo fra i due conduttori, non si aveva traccia di oscillazioni nel secondario.

Ma introducendo fra l'eccitatore e il risonatore una lastra cristallina in generale si ottenevano al secondo conduttore delle scintille molto chiare.

Sperimentai con tre lastre di gesso, un cristallo di spato d'Islanda, un cristallo di felspato e una lastra di mica.

Delle lastre di gesso una era spessa quattro centimetri, di forma trapezoidale, coi lati di 7. 16. 9. 21 cm. a un dipresso, la seconda era anche un trapezio, spesso 3,5 cm., avente i lati di 11. 15,5. 19. 17,5 cm. rispettivamente; finalmente la terza aveva appena 1,2 cm. di spessore, era grossolanamente rettangolare, lunga 30 cm. e larga 12.

Il cristallo di spato era un romboedro di sfaldatura coi lati di 3.7 e 7 cm. di lunghezza.

Il felspato (adularia), prismatico, aveva una sezione di 3,8 per 5,5 cm.; era lungo 12 cm.

Finalmente la lastra di mica (biotite) era larga 14 cm., lunga 25 e spessa 1,3; di colore verde-cupo, opaca.

Ebbi la prima lastra di gesso dal chiarissimo prof. A. Cossa,

---

(1) Cfr. *Wied. Ann.*, LIII, 534, 1894.

tutti gli altri minerali dal chiarissimo prof. G. Spezia; mi è grata cosa poter esprimere qui ad entrambi la mia riconoscenza.

I primi tre corpi (gesso, spato calcare, adularia) mi diedero abbastanza chiaramente il fatto della polarizzazione cromatica; invece non ho avuto indizii sicuri dalla lastra di mica (1).

Effetti particolarmente belli ottenni dalle due lastre più grosse di gesso; per l'altra probabilmente il *colore* impiegato da me riusciva assai indebolito.

Mi accorsi subito che la vivezza della scintilla nel risonatore era legata alla orientazione della lamina cristallina.

Volendo verificare se le leggi del fenomeno fossero le stesse che pel caso della luce procedetti nel modo seguente.

Presi una grossa lastra di ferro tagliata in forma di ottagono regolare e provvista nel mezzo di un foro di 15 centimetri di diametro.

A questa lamina metallica fissai alternativamente una delle due lastre più spesse di gesso, in modo che coprisse il foro e in tale posizione che le scintille del risonatore fossero particolarmente belle quando la lamina di ferro stava verticale, normale alla direzione di propagazione del raggio di forza elettrica, e appoggiata ad uno dei suoi lati tenuto orizzontale.

Girando la lamina in modo da farla riposare invece che su quel primo lato su uno degli adiacenti si otteneva di girare la lastra di gesso di 45°; questo bastava perchè le scintille secondarie scomparissero del tutto.

Invece riprendevano la vivezza di prima se si girava di altri 45°, per poi sparire un'altra volta ad una nuova rotazione, e così di seguito.

Sembra dunque che pei raggi elettro-magnetici le cose vadano nello stesso modo che per la luce.

Se però si esaminano i fatti un po' più davvicino si riconosce che non vi è nei due casi identità perfetta.

La discordanza che si presenta è questa. Si supponga di aver tenuto la lastra di gesso fra i due conduttori incrociati, e di aver determinato sopra la lastra stessa una direzione tale che quando la si porta ad essere parallela al risonatore o all'eccitatore i raggi d'Hertz passino liberamente.

(1) Questa mica era debolissimamente birifrangente per la luce.

Si porti adesso la medesima lastra fra due Nicol incrociati e si faccia coincidere quella determinata direzione con una delle sezioni principali; la luce *non* passa come si potrebbe credere, ma si ha anzi oscurità completa, invece la luce compare e raggiunge il massimo se si fa girare la lastra di 45° all'incirca nel suo piano.

Sembrerebbe dunque che le direzioni possibili di vibrazione per la luce e per i raggi d'Hertz non siano le stesse, ma anzi che le due prime stieno prossimamente a 45° dalle altre due; questo almeno per il gesso.

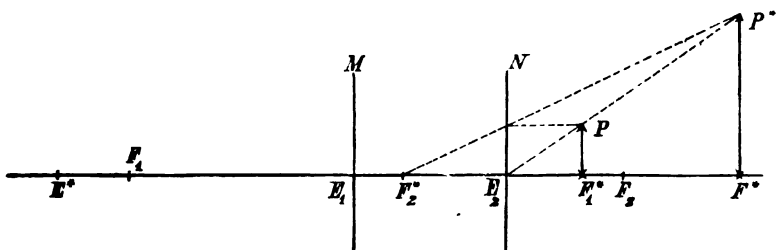
Per il felspato e per lo spato d'Islanda non ho potuto riconoscere niente di sicuro; i cristalli essendo piccoli, cioè dell'ordine della lunghezza d'onda impiegata, intervenivano probabilmente delle perturbazioni dovute alle faccie ed agli spigoli laterali. Nel caso del gesso è facile constatare che il raggio emergente dal cristallo ha in generale polarizzazione ellittica.

Io mi propongo di continuare queste esperienze, ma intanto mi è parso bene di far conoscere il risultato ottenuto.

Il prof. Naccari mi ha incoraggiato a fare queste esperienze e me n'ha dato i mezzi; glie ne sono cordialmente riconoscente.

La misura delle distanze col cannocchiale ridotto;

Nota del Socio NICODEMO JADANZA.

I.

Sia M una lente convergente di distanza focale φ_1, esposta ai raggi luminosi provenienti da un oggetto situato a distanza

infinitamente grande. Essa darà di quell'oggetto una immagine $F_1{}^*P$ che si troverà nel suo secondo fuoco $F_1{}^*$.

Se tra la lente M ed il suo secondo fuoco si colloca una lente N divergente di distanza focale φ_2, questa impedirà la formazione della immagine $F_1{}^*P$, e ne darà un'altra F^*P^* diritta rispetta a $F_1{}^*P$, e più grande, se il suo primo fuoco F_2 si trova (rispetto a colui che guarda la figura) alla destra di $F_1{}^*$.

Indicando con Δ la distanza E_1E_2 delle due lenti, e con x la distanza della immagine F^*P^* dalla seconda lente N, questa sarà determinata dalla equazione,

$$-\frac{1}{\varphi_1 - \Delta} + \frac{1}{x} = -\frac{1}{\varphi_2}$$

donde

$$x = \frac{\varphi_2(\varphi_1 - \Delta)}{\Delta + \varphi_2 - \varphi_1} = E_2F^*. \tag{1}$$

La (1) può essere scritta così:

$$\frac{x}{\varphi_1 - \Delta} = \frac{\varphi_2}{\Delta + \varphi_2 - \varphi_1} \cdot \frac{\varphi_1}{\varphi_1}$$

ossia, se si chiama φ la distanza focale del sistema composto delle due lenti, cioè:

$$\varphi = \frac{\varphi_2\varphi_1}{\Delta + \varphi_2 - \varphi_1}$$

si avrà

$$\frac{x}{\varphi_1 - \Delta} = \frac{\varphi}{\varphi_1}.$$

Indichiamo con m il rapporto precedente, cioè poniamo

$$m = \frac{E_2F^*}{E_2F_1{}^*} = \frac{F^*P^*}{F_1{}^*P} = \frac{\varphi}{\varphi_1}$$

sarà sempre $m > 1$.

E quindi la lente divergente N avrà per effetto di ingrandire la immagine data dalla prima lente nel rapporto di m alla

unità. Il punto F^* dove si forma la nuova immagine è il secondo fuoco principale del sistema delle due lenti M ed N; e se a cominciare da F^* si prende un segmento $F^*E^* = \varphi = m\varphi_1 = \varphi_1 \frac{E_2 F^*}{E_2 F_1^*}$ il punto E^* sarà il secondo punto principale del sistema composto delle due lenti M ed N.

Il sistema composto (M, N) può servire da *obbiettivo* di *cannocchiale* astronomico; il reticolo si metterà nel punto F^* od in prossimità di esso.

La *lunghezza del cannocchiale* (escluso l'oculare) è soltanto $E_1 F^*$, mentre, se l'obbiettivo fosse una semplice lente di distanza focale φ, tale lunghezza sarebbe $E^* F^*$.

Un cannocchiale cosiffatto adunque ha la proprietà di essere più corto di un semplice cannocchiale astronomico avente l'obbiettivo semplice della medesima distanza focale; si chiama perciò *cannocchiale ridotto* o *cannocchiale accorciato.*

L'obbiettivo composto del cannocchiale ridotto produce lo stesso effetto ottico di un obbiettivo semplice della medesima distanza focale; si ha però il vantaggio grandissimo che la immagine dell'oggetto che si guarda è molto più grande di quella che si otterrebbe con un cannocchiale semplice avente la medesima lunghezza, e quindi si può ottenere il medesimo ingrandimento senza ricorrere ad oculari di cortissima distanza focale, i quali, mentre ingrandiscono la immagine data dall'obbiettivo, ingrandiscono anche i fili del reticolo e diminuiscono il campo.

II.

È utile la ricerca di alcuni dei punti cardinali del sistema composto ora studiato in funzione delle distanze focali delle due lenti e della loro distanza Δ, oppure in funzione di altri dati come p. es. m, φ, ecc.

La posizione del secondo fuoco F^* è data dalla (1) da cui si deduce (*)

$$F^* = E_2 + \frac{\varphi_2(\varphi_1 - \Delta)}{\Delta + \varphi_2 - \varphi_1}. \qquad (2)$$

(*) Indichiamo colla stessa lettera un punto e l'ascissa di esso.

La lunghezza L del cannocchiale è data evidentemente da

$$L = \Delta + \frac{\varphi_2 (\varphi_1 - \Delta)}{\Delta + \varphi_2 - \varphi_1}. \qquad (3)$$

L'*accorciamento* V, cioè il vantaggio nella lunghezza che si ottiene adoperando l'obbiettivo composto invece di quello semplice è dato da

$$V = \varphi - L,$$

cioè

$$V = \Delta \frac{\varphi_1 - \Delta}{\Delta + \varphi_2 - \varphi_1}. \qquad (4)$$

Il primo fuoco principale si trova osservando che esso ha per immagine (rispetto alla prima lente) il primo fuoco della seconda lente; si avrà quindi

$$\frac{1}{E_1 - F} + \frac{1}{\Delta + \varphi_2} = \frac{1}{\varphi_1}$$

donde

$$F = E_1 - \frac{\varphi_1 (\Delta + \varphi_2)}{\Delta + \varphi_2 - \varphi_1}. \qquad (5)$$

Introducendo il rapporto $m = \frac{\varphi}{\varphi_1}$ si otterrà

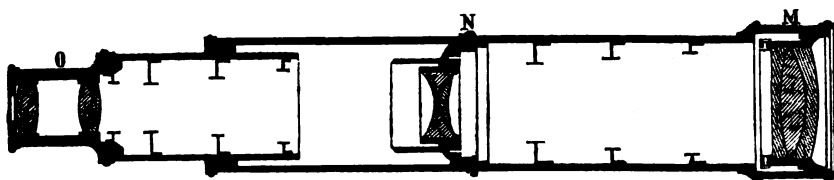
$$\left.\begin{aligned} \Delta &= \varphi_1 - \frac{m-1}{m} \varphi_2 \\ L &= \Delta + m(\varphi_1 - \Delta) \\ V &= (m-1)\Delta \\ F = E_1 - \frac{m\varphi_1^2}{\varphi_2} - \varphi_1 &;\ F^* = E_2 + (m-1)\varphi_2 \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

III.

Alla distanza focale φ_2 della lente divergente si possono dare parecchi valori, cosicchè il problema è indeterminato. I

costruttori rendono determinato il problema aggiungendo altre condizioni, e tra le altre quella principalissima di attenuare le aberrazioni cromatiche e quelle di sfericità. La determinazione del problema dal lato pratico era la parte più importante in questo caso; e tale determinazione è stata fatta fin dal 1892 dalla casa C. A. Steinheil Söhne che ora costruisce i cannocchiali ridotti con una perfezione ammirabile.

La figura qui annessa mostra uno di tali cannocchiali.

Le due lenti M (convergente) ed N (divergente) costituiscono l'*obbiettivo composto* del cannocchiale ridotto, esse sono amendue acromatiche. La lente convergente M è tripla, e propriamente consta di una lente convergente di *Crown* fra due menischi di *Flint*. L'oculare positivo O è anch'esso composto di due lenti acromatiche.

IV.

Adoperando un cannocchiale ridotto munito di reticolo a fili atto alla misura delle distanze per mezzo della stadia, converrà adoperare la formola nota

$$D = c + HS$$

nella quale H è il rapporto diastimometrico, c è la distanza del fuoco anteriore dell'obbiettivo dal punto scelto come origine delle distanze, ed S è la parte della stadia compresa tra i fili estremi del reticolo.

Se si sceglie il centro ottico dell'obbiettivo semplice come origine delle distanze, il valore di c è dato da

$$c = \varphi_1 + m \frac{\varphi_1^2}{\varphi_2}$$

o meglio dalle altre

$$c = \varphi_1 + (m - 1) \frac{\varphi_1^2}{\varphi_1 - \Delta}$$

$$c = \varphi_1 + \varphi_1^2 \frac{L - \varphi_1}{(\varphi_1 - \Delta)^2}$$

le quali permettono di trovare la costante c mediante quantità più facilmente ottenibili con misure dirette.

La costante c si può trovare sperimentalmente in parecchi modi. È degno di nota il seguente.

Si tolga l'oculare al cannocchiale ridotto e si esponga il tubo che attualmente contiene soltanto l'obbiettivo composto, ad un oggetto lontano, in modo che la lente divergente sia verso l'oggetto, e l'obbiettivo semplice verso l'osservatore. Guardando a traverso l'obbiettivo con un *plesiotelescopio,* cioè con un cannocchiale con cui si possono vedere gli oggetti vicini ed i lontani (*), si vedrà la immagine dell'oggetto guardato nel primo fuoco dell'obbiettivo composto, il quale ora è secondo fuoco del medesimo.

Dopo aver guardato la immagine nitida dell'oggetto lontano, si interponga un foglio di carta stampata, e lo si sposti finchè, senza muovere in alcun modo il plesioteloscopio, si legga lo scritto. La distanza attuale del foglio di carta dalla faccia anteriore della lente obbiettiva del cannocchiale ridotto, sarà la costante richiesta.

Così è stata determinata la distanza del primo fuoco dell'obbiettivo composto di un cannocchiale ridotto costruito dalla casa Steinheil. Mentre il cannocchiale ha la lunghezza di circa 22 centimetri, il fuoco anteriore si trova distante di $1^m,85$ dall'obbiettivo.

V.

Storia del Cannocchiale ridotto.

1° Nella *Encyclopédie Méthodique* (Mathématiques par MM. *D'Alembert,* l'*Abbé Bossut,* etc.) edita a Parigi nel 1789, a pa-

(*) Questo metodo fu indicato dal Porro per vedere se un cannocchiale è o non anallattico. Egli adoperava il cannocchiale panfocale.

gina 115 del vol. 3°, trovasi il seguente articolo del sig. M. Le Roy:

" *Manière de raccourcir* le télescope *astronomique;* c'est-à-dire,
" de faire un *télescope* qui étant plus court que les autres,
" grossira cependant autant les objets (*).

" Dans un tuyau de lunette dont le verre objectif est EO,
" et le premier verre oculaire BD concave de deux côtés, on
" suppose que le foyer A du verre objectif se trouve derrière,
" mais plus près du centre G de la concavité; alors l'image
" viendra se peindre au point Q, tel que GA sera à GI, comme
" AB est à QI; ajustez dans le même tube un autre verre ocu-
" laire convexe de deux côtés, et qui soit un segment d'une
" moindre sphère, de sorte que son foyer soit en Q.

" Ce *télescope* grossira davantage le diamètre de l'objet, que
" si le verre objectif devoit représenter son image à la même
" distance EQ, et par conséquent un pareil *télescope* sera plus
" court qu'un *télescope* ordinaire, en produisant le même effet
" que ce dernier. Cependant cette construction n'a pas réussi
" dans la pratique ".

2° Nel *vol. 16°* degli *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino,* 1880-81, a pag. 45, seduta 21 nov. 1880, si trova una Memoria del Prof. Galileo Ferraris avente per titolo: *Sui cannocchiali con obbiettivo composto di più lenti a distanza le une dalle altre.*

In questa Memoria è trattato il problema della determinazione dei punti cardinali di un obbiettivo composto di due o più lenti sotto la forma più generale, con applicazione al cannocchiale anallattico, al cannocchiale ridotto, ed anche al cannocchiale ridotto anallattico.

3° Nel *vol. 19°* degli *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino,* 1884, vi è una Memoria avente per titolo: *Cannocchiali ridotti* del Prof. N. Jadanza (**). In questa Memoria è trattato il solo problema del cannocchiale ridotto con formole più semplici. L'autore fece costruire un cannocchiale ridotto che

---

(*) Nella copia che abbiamo potuto avere non abbiamo trovato la figura corrispondente.

(**) Di questa memoria trovasi una traduzione tedesca nel *Centralzeitung für Optik und Mechanik*, 1885, s. 97.

presentò alla Esposizione nazionale di Torino nel 1884. Tale cannocchiale si trova nel Gabinetto di Geodesia della R. Università di Torino, ed è registrato al n. 263 dell'inventario di esso Gabinetto.

4° Nel *Zeitschrift für Instrumentenkunde* del 1892, a pag. 374 vi è una Memoria avente il titolo: *Ueber ein neues abgekürztes Fernrohr von* Dr. R. STEINHEIL IN MÜNCHEN.

In questa Memoria è annunziata la determinazione completa del problema del cannocchiale ridotto anche dal lato pratico.

Dopo quest'epoca la casa C. A. Steinheil di Monaco costruisce correntemente i cannocchiali accorciati.

L'Accademico Segretario

ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Il giorno 26 maggio 1895 la Classe non tenne la consueta adunanza per causa delle Elezioni politiche generali.

L'Accademico Segretario

ERMANNO FERRERO.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 5 al 19 Maggio 1895.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Abhandlungen** der k. k. Geologischen Reichsanstalt. IV, Heft 3-4; VI Bd., Heft 1. Wien, 1862, 1873; 4°.

* **American** Journal of Science. Editors James D. and Edward S. Dana. Vol. XLIX, n. 293. New-Haven, 1895; 8°.

* **Anales** de l'Universidad. T. VI, Entrega V, 1895. Montevideo; 8° (*dal Governo della Repub. Or. dell'Uruguay*).

* **Annalen** des Physikalischen Central-Observatoriums, herausg. von der k. Akad. der Wissenschaften, Jahrgang 1893, Theil II. St-Petersburg, 1894; 4°.

* **Annales** des Mines. 9e série, t. VII, livr. 3me. Paris, 1895.

* **Atti** della R. Accademia medico-chirurgica di Napoli. Anno XLVIII, N. s., n. 4, 5; XLIX, N. s., n. 1. Napoli, 1894; 8°.

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani. Anno X, n. 9. Roma, 1895; 8°.

* **Bollettino** Medico-statistico dell'Ufficio d'Igiene della città di Torino. N. 12. 1895.

* **Bulletin** de la Société belge de microscopie. XXIe année, 1894-95, n. IV-VI. Bruxelles, 1895; 8°.

* **Bulletin** du Muséum d'histoire naturelle. An. 1895, n. 3. Paris, 1895; 8°.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXVI, n. 2. Cambridge, Mass., 1895; 8°.

* **Bullettino** della Società Veneto-Trentina di scienze naturali. T. VI, n. 1. Padova, 1895; 8°.

Compte-Rendu sommaire de la séance de la Société Philomatique de Paris, n. 13, 20 avril 1895. Paris; 8°.

Comptes-Rendus des séances de la Commission permanente de l'Association Géodésique internationale. Berlin, 1895; 4°.

* **Geological** Literature added to the Geological Society's Library during the Half-year ended December 1894. London, 1895; 8°.

* **Geschichte** der Bibliothek und Naturaliensammlung der k. Leopoldinisch-Carolinischen Deutschen Akad. der Naturforscher. Halle, 1894; 8°.

Giornale Scientifico di Palermo. A. II, n. 2-4. Palermo, 1895; 4°.

* **Giornale** del Genio civile. Anno XXXIII, fasc. 1°-2°. Roma, 1895.

* **Giornale** della R. Accademia di medicina. A. LVIII, n. 3-4. Torino, 1895; 8°.

* **Katalog** der Bibliothek der k. Leopoldinisch-Carolinischen Deutschen Akad. der Naturforscher. Bd. II, 2. Halle, 1894; 8°.

* **Leopoldina**. Amtliches Organ der k. Leopoldino-Carolinischen Deutschen Akad. der Naturforscher. XXX Heft, 1894. Halle; 4°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Disp. 4, vol. XXIV. Roma, 1895; 4°.

* **Mittheilungen** aus der Zoologischen Station zu Neapel. 11 Bd., 4 Heft. Berlin, 1895; 8°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LV, n. 6. London, 1895; 8°.

** **Morphologische** Arbeiten. Herausg. von D^r G. Schwalbe. 5 Bd., 1 Heft. Jena, 1895; 8°.

* **Nova Acta** Academiae Caesareae Leopoldino-Carolinae Germanicae Naturae curiosorum. Tomus LXI, LXII. Halle, 1894; 4°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LVII, n. 344. London, 1895; 8°.

Proceedings of the Royal Institution of Great Britain. Vol. XIV, Part II, n° 88. London, 1895; 8°.

* **Quarterly** Journal of Geolog. Society. Vol. LI, n. 202. London, 1895; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXVIII, fasc. VIII, IX. Milano, 1895; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia di Scienze fisiche e matematiche. Serie 3ª, vol. I, fasc. 4°. Napoli, 1895; 8°.

* **Repertorium** für Meteorologie herausg. von der k. Akademie der Wissenschaften. Bd. XVII. St-Petersburg, 1894; 4°.

* **Repertorium** zu den Acta und Nova Acta der k. Leopoldino-Carolinischen Deutschen Akad. der Naturforscher. Erster Bd. Acta Bd. I-X u. Nova Acta Bd. I-VIII. Halle, 1894; 4°.

* **Rivista** mensile del Club alpino italiano. Vol. XIV, n. 4. Torino, 1895; 8°.

* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXVIII, 4. Modena, 1895; 8°.

* **Transactions** of the Texas Academy of Science. Vol. I, n. 3, 1894. Austin, 1895; 8°.

* **Zoologischer Anzeiger**, herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig, 1895, n. 474; 8°.

** **Baillon** (H.). Histoire des plantes. Monographie des Palmiers. Paris, 1895; 8°.

Haitinger (L.) und **Lieben** (Ad.). Untersuchungen über Chelidonsäure. II Abh. Wien, 1885; 8° (*dal sig. Lieben*).

Lieben (A.). Recherches sur l'Aldéhyde. Paris, 1858; 4° (*dall'A.*).

— Recherches concernant l'action du chlore sur l'alcool aqueux. Paris, 1858; 8° (*Id.*).

Lieben (A.). Ueber die Einwirkung schwacher Affinitäten auf Aldehyd. Wien, 1860, 8° (*dall'A.*).

— Note sur la constitution des acides du phosphore. Paris, 1861; 8° (*Id.*).

— Sur la substitution de l'hydrogène de l'éther par le chlore, l'éthyle et l'oxéthyle. Paris, 1864; 4° (*Id.*).

— Sulla costituzione dei carburi d'idrogeno $C^n H^{2n}$. Palermo, 1866; 4° (*Id.*).

— Synthese von Alkoholen mittelst gechlorten Aethers. Vorläufige Anzeige; I-III Abhandlung. Wien, 1866-1875; 8° (*Id.*).

— Sintesi degli alcoli per mezzo dell'etere clorurato. Palermo, 1867; 4° (*Id.*).

— Ueber die Einwirkung von unterchloriger Säure auf Butylen. Wien, 1869; 8° (*Id.*).

— Sull'ioduro di benzile. Torino, 1869; 8° (*Id.*).

— Di un metodo per scoprire l'alcoole mediante la sua trasformazione in iodoformio. Torino, 1869; 8° (*Id.*).

— Metodo per la trasformazione dei composti organici clorurati in jodurati. Palermo, 1869; 4° (*Id.*).

— Ueber die Einwirkung von Chlor auf absoluten Alkohol. Berlin, 1870; 8° (*Id.*).

— Ueber die in roher Gährungsbuttersäure enthaltene Caprosäure. Wien, 1873; 8° (*Id.*).

— Anton Schrötter Ritter von Kristelli. Eine Lebensskizze. Berlin, 1876; 8° (*Id.*).

— Ueber Verbindungen von Chlorcalcium mit fetten Säuren. Wien, 1880; 8° (*Id.*).

— Rede zum Gedächtniss au Ludwig Barth von Barthenau. Wien, 1891; 8° (*Id.*).

— Ueber eine Fehlerquelle bei chemischen Operationen in Folge Verwendung von Gasflammen. Wien, 1892; 8° (*Id.*).

— Ueber Darstellung von Crotonaldehyd. Wien, 1892; 8° (*Id.*).

— Ueber Bestimmung von Ameisensäure. Wien, 1893; 8° (*Id.*).

— Bemerkungen über die Constitution der fetten Säuren und die Löslichkeit ihrer Salze. Wien, 1894; 8° (*Id.*).

— Ueber Reduction der Kohlensäure bei gewöhnlicher Temperatur. Wien, 1895; 8° (*Id.*).

— und **Bauer** (A.). Ueber eine neue Reihe zur Gruppe der Aether gehörigen Verbindungen. Wien, 1862; 8° (*dal sig. Lieben*).

— und **Haitinger** (L.). Notiz über die Umwandlung der Meconsäure in Pyridin. Berlin, 1883; 8° (*Id.*).

— und **Janeček** (G.). Ueber normalen Hexylalkohol und normale Oenanthylsäure. Wien, 1877; 8° (*Id.*).

— und **Paternò** (E.). Ueber die trockene Destillation des ameisensäuren Kalks. Leipzig, 1873; 8° (*Id.*).

— e **Rossi** (A.). Dell'alcool amilico e dell'acido caproico normali. Palermo, 1871; 8° (*Id.*).

— — Sull'alcool butilico normale. Palermo, 1871; 8° (*Id.*).

— — Umwandlung von Ameisensäure in Methylalkohol. Wien, 1871; 8° (*Id.*).

Lieben (A.) e **Rossi** (A.). Zur Kenntniss der normalen Butylverbindungen und des Valeriansäureäthers. Leipzig, 1872; 8° (*dal sig. Lieben*).

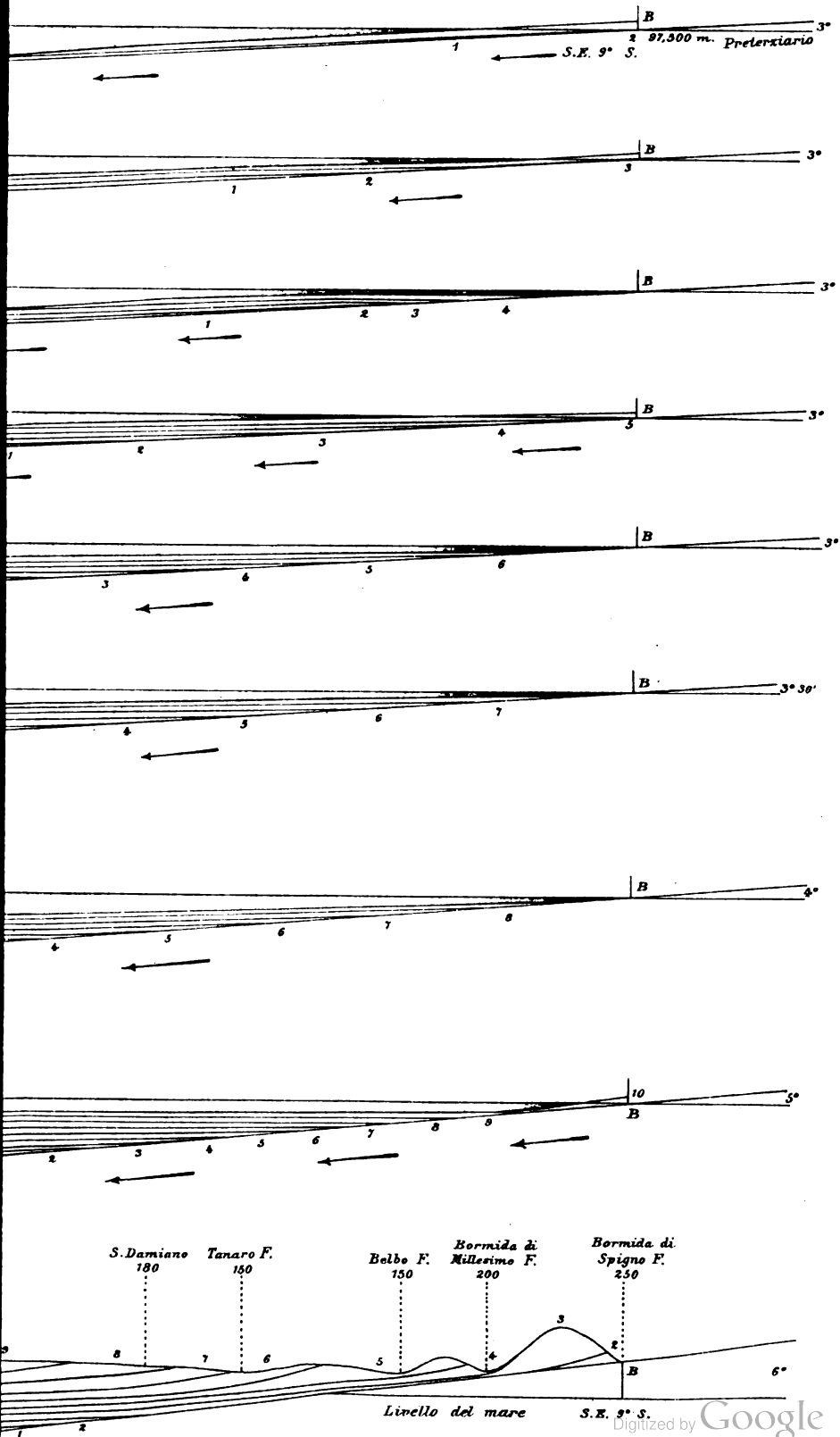
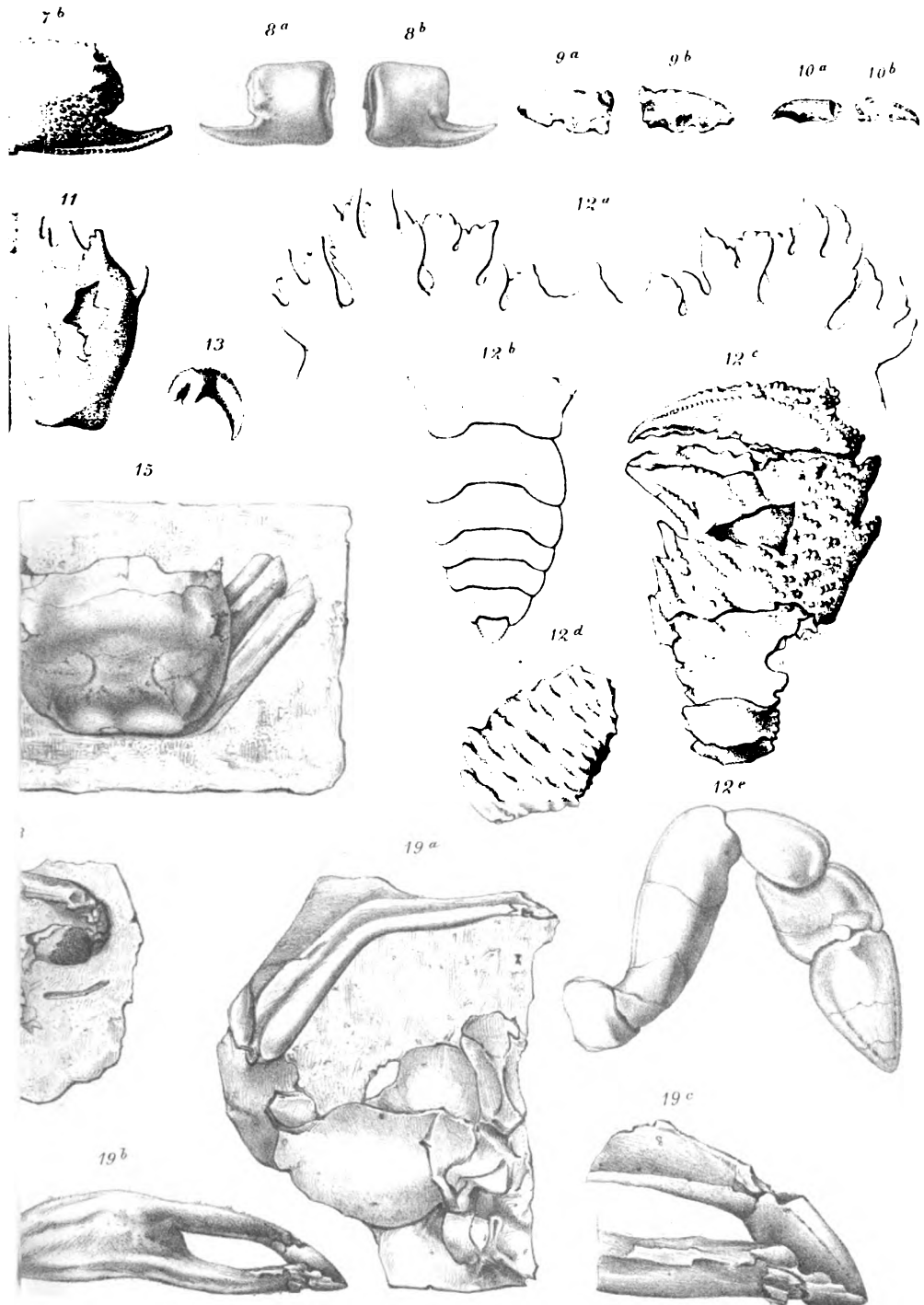
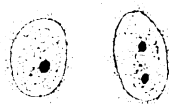
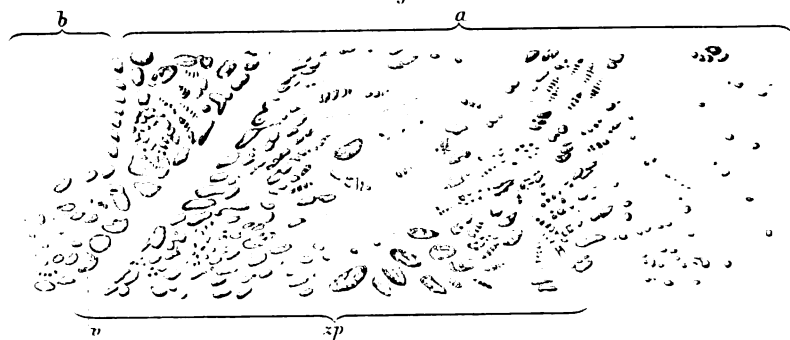
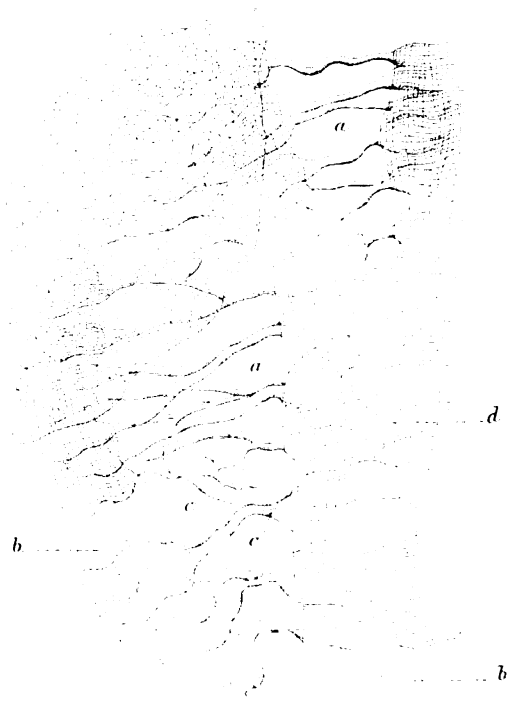
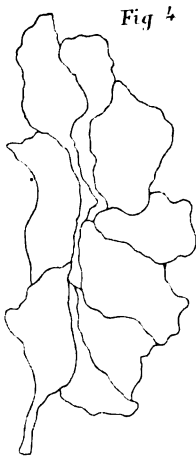
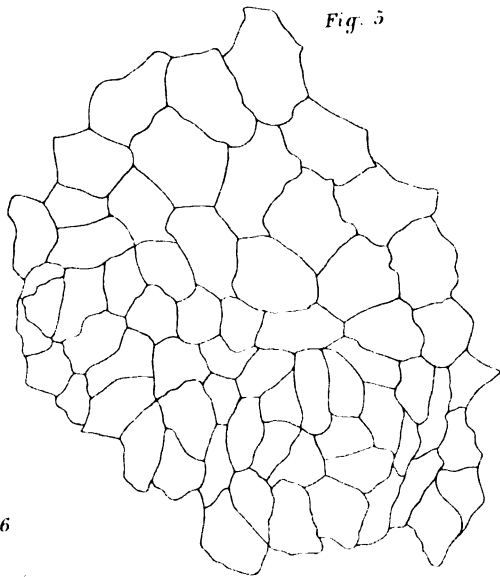
— u. **Zeisel** (S.). Ueber Condensationsproducte der Aldehyde und ihre Derivate; III-IV Abhandlung. Wien, 1883-86; 8° (*Id.*).

Piccolo (G.) e **Lieben** (A.). Studî sul corpo luteo della vacca. Palermo, 1867; 4° (*Id.*).

Maltese (F.). Le Ambliopie curate per la via dentaria. Note cliniche. Napoli, 1895; 8° (*dall'A.*).

** **Vinci** (Leonardo da). Il Codice Atlantico; fasc. V. Milano, 1895; f°.

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

B
3°
2 97,300 m. Preterziario
1
S.E. 9° S.
S. Damiano
180
Tanaro F.
150
Belbo F.
150
Bormida di Millesimo F.
200
Bormida di Spigno F.
250
Livello del mare
S.E. 9° S.
3° 30'
4°
5°
6°

C. CREMA - Sopra alcuni Decapodi terziarii del Piemonte.

7 b
8 a
8 b
9 a
9 b
10 a
10 b
11
12 a
13
12 b
12 c
15
12 d
12 e
19 a
19 b
19 c

G. MUSCATELLO - Struttura e assorbim. del peritoneo.

G. Muscatello dis.

Torino - Lit. Salussolia

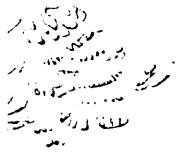
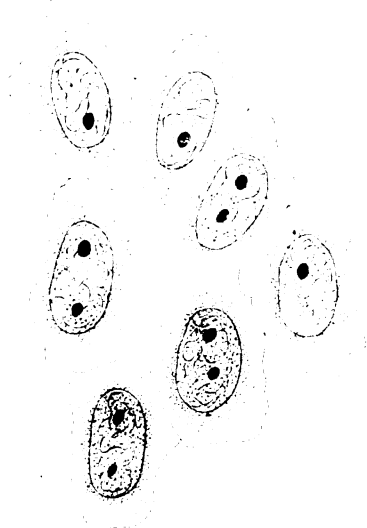
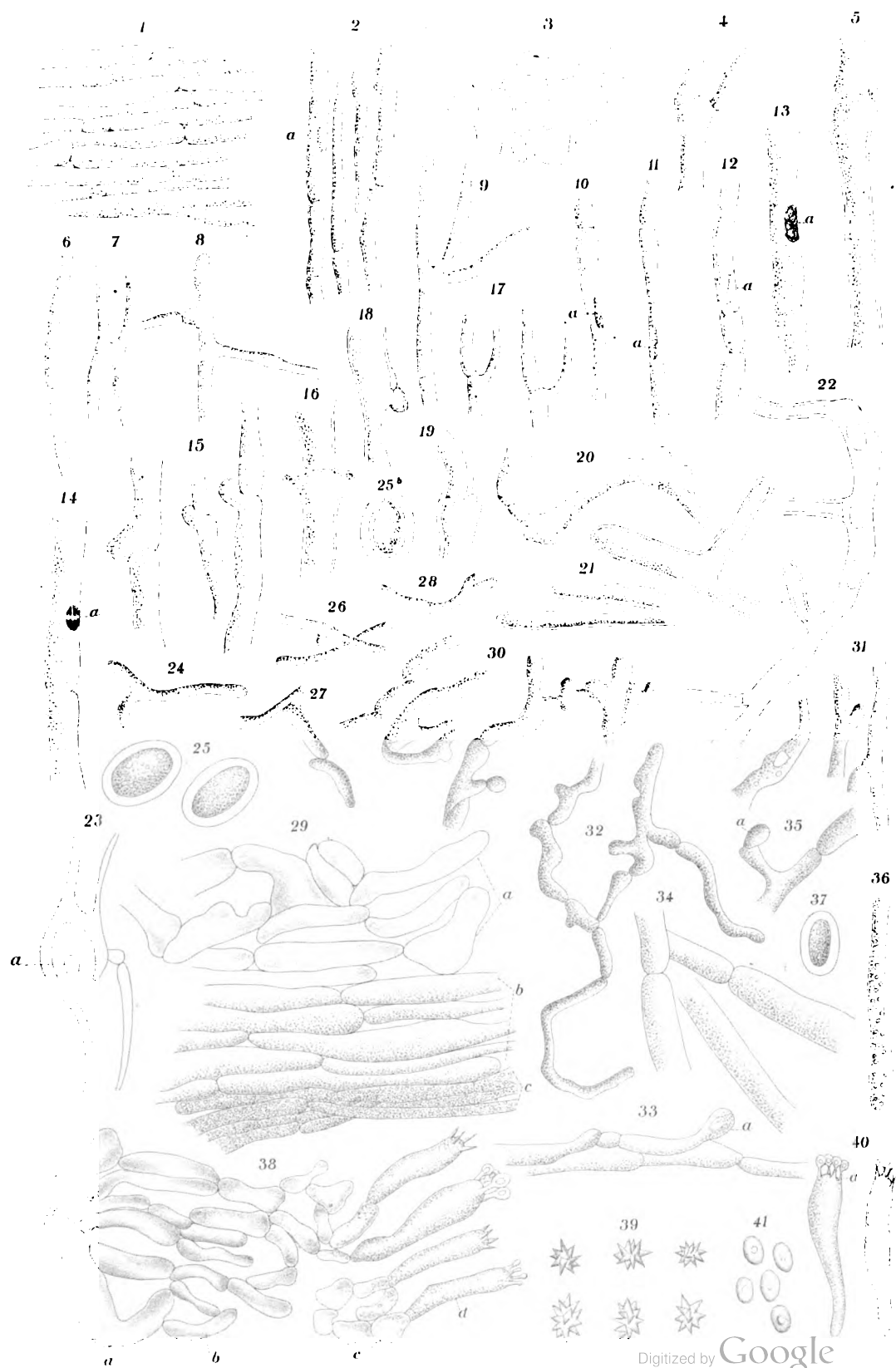
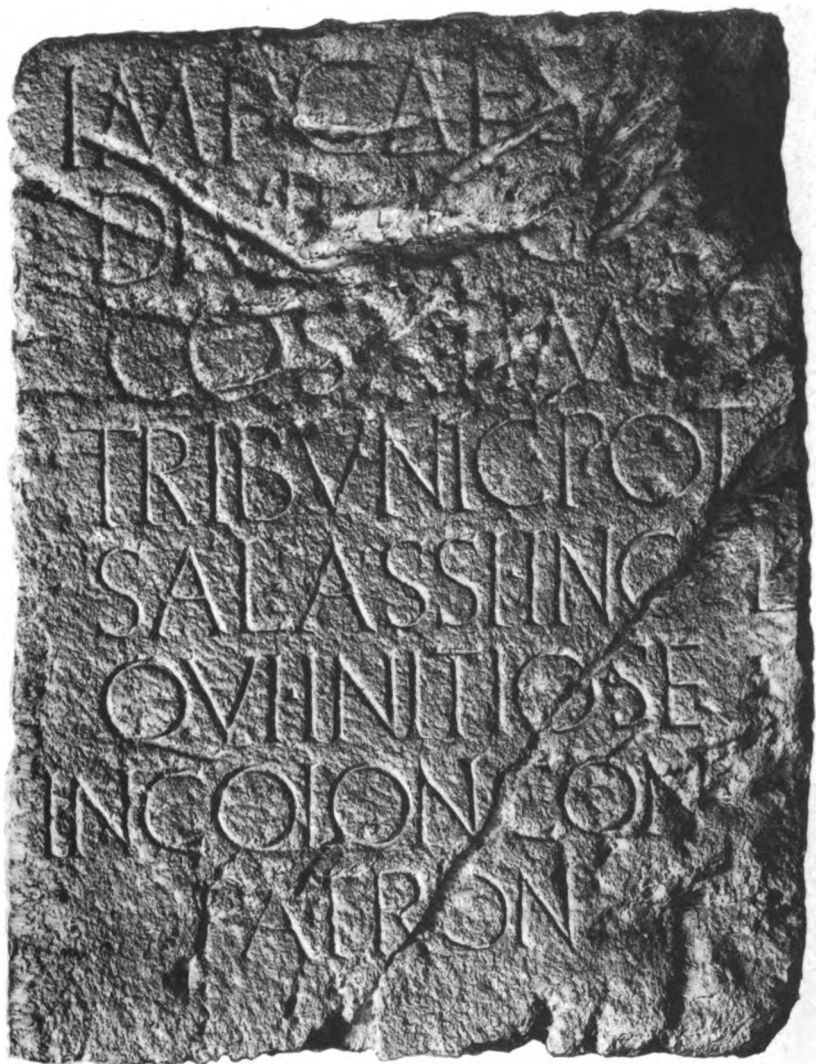
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
25 b
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
a
b
c
d
Auct. del.
Lit. Salussolia Torino

Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino. Vol. XXX.

E. FERRERO *Di un iscrizione di Aosta*

ING.re GERMANO FOT. — Eliot. Calzolari & Ferrario - Milano

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 9 Giugno 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE BASSO

Sono presenti i Soci: BIZZOZERO, FERRARIS, SPEZIA, CAMERANO, SEGRE, JADANZA, FOÀ e NACCARI Segretario.

Viene letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Presidente comunica la morte del Prof. Carlo LUDWIG, Socio Corrispondente. La Classe ne affida la commemorazione al Socio Mosso.

Il Socio NACCARI presenta un opuscolo inviato in omaggio all'Accademia dal Prof. F. SACCO, intitolato: " *Essai sur l'orogénie de la terre* " (Turin, 1895).

Vengono accolte per gli *Atti* le seguenti Note:

1° " *Sulla teoria dei moti del polo nell'ipotesi della plasticità terrestre* "; Nota del Socio VOLTERRA, presentata dal Socio SEGRE;

2° " *Sulle superficie a curvatura nulla negli spazi di curvatura costante* "; Nota del Prof. Luigi BIANCHI, presentata dal Socio SEGRE;

3° " *Sopra un problema che comprende quello di trovare il numero degli ombelichi d'una superficie generale d'ordine n* "; Nota del Prof. Luigi BERZOLARI, presentata dal Socio SEGRE;

4° " *Sull'etere dimetilico della fenolftaleina* "; Nota del Dott. Ernesto GRANDE, presentata dal Socio BIZZOZERO;

5° “ *Della rapida comparsa del grasso negli infarti renali in rapporto ai Bioblasti di Altmann* „; Nota del Dott. Antonio Cesaris-Demel, presentata dal Socio Foà.

Vengono accolti per i volumi delle *Memorie* i seguenti lavori:

1° “ *Sopra alcune roccie del bacino del Monte Gimont* „, del Dott. Giuseppe Piolti, su cui diede voto favorevole la Commissione composta dei Soci Spezia e Berruti;

2° “ *Fenomeni di polarizzazione in un campo elettrostatico uniforme* „, dell'Ingegnere Luigi Lombardi, in seguito a relazione favorevole dei Soci Ferraris e Naccari.

Vengono poi presentate e trasmesse per esame a speciali Commissioni le seguenti Memorie:

1° “ *Contribuzione allo studio dei pesci terziari del Piemonte e della Liguria* „; Memoria del Prof. Giulio De Alessandri, presentata dal Socio Camerano;

2° “ *Sulla densità dell'etere, del solfuro di carbonio e dell'alcool liquidi sotto la pressione del proprio vapore saturo* „; Memoria del Dott. Angelo Battelli, presentata dal Socio Naccari.

LETTURE

Sulla teoria dei moti del polo nella ipotesi della plasticità terrestre;

Nota del Socio VITO VOLTERRA.

1. In una Nota presentata nella seduta del 5 maggio scorso (*) ho accennato ad uno studio sulle perturbazioni prodotte dalla plasticità terrestre sui moti del polo di rotazione dovuti ai movimenti interni. Mi permetto ora di esporre brevemente alcune considerazioni preliminari su questo soggetto, riserbandomi a ritornarvi più diffusamente in appresso. Supporrò in questo primo studio, che i moti interni siano stazionarii, prescindendo dalle variazioni periodiche dei moti stessi che esaminerò in seguito, ed ammetterò che, quando il polo d'inerzia non coincide con quello istantaneo di rotazione, l'effetto dovuto alla plasticità consista in questo: *che il primo tende ad avvicinarsi all'altro.* Ritornerò poi sulla legge con cui può supporsi che accada questo avvicinamento.

Per le notazioni usate mi riferirò alla Nota già citata.

2. Riprendiamo in esame i resultati che si ottengono allorchè si trascura la plasticità terrestre.

Ammesso che i moti interni siano stazionari, le formule (4) e (5) della Nota suddetta si riducono a

$$\left\{\begin{aligned} p &= -\frac{\beta_0}{\rho} + C_1 \cos \rho t - C_2 \operatorname{sen} \rho t \\ q &= \frac{\alpha_0}{\rho} + C_1 \operatorname{sen} \rho t + C_2 \cos \rho t \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} \frac{M_1}{A} &= -\frac{\beta_0}{\omega} \\ \frac{M_2}{A} &= \frac{\alpha_0}{\omega} \end{aligned}\right.$$

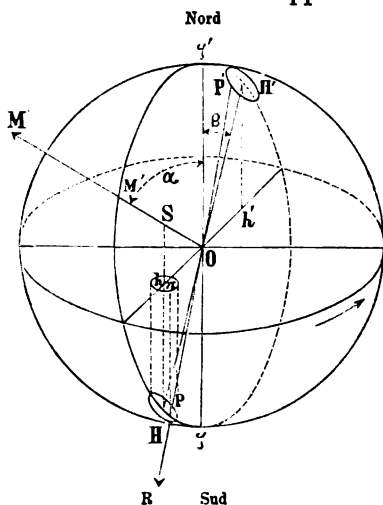
(*) *Sui moti periodici del polo terrestre.*

da cui segue, posto $c_1 = \frac{C_1}{\omega}$, $c^2 = \frac{C_2}{\omega}$

$$(1) \quad \begin{cases} \dfrac{p}{\omega} = \dfrac{M_1}{A\rho} + c_1 \cos \rho t - c_2 \operatorname{sen} \rho t \\[2ex] \dfrac{q}{\omega} = \dfrac{M_2}{A\rho} + c_1 \operatorname{sen} \rho t + c_2 \cos \rho t \end{cases}$$

Abbiamo poi

$$\rho = \frac{C - A}{A}\, \omega + \frac{M_3}{A}.$$

Supponiamo, per fissare le idee, che M_3 sia negativo, cioè che i moti interni abbiano la componente della coppia di quantità di moto nel senso dell'asse terrestre, di segno contrario alla coppia di quantità di moto della terra. Vedremo poi quali modificazioni debbono apportarsi alle formule se si verificasse il caso opposto.

In questa ipotesi, assumendo come positiva una rotazione che avviene nel verso delle lancette di un orologio, se conduciamo pel centro della terra come origine i due segmenti OR e OM che rappresentano respettivamente la rotazione terrestre e l'asse dei moti interni e li prolunghiamo nel senso positivo, avremo che, mentre il primo incontrerà l'emisfero australe, l'altro incontrerà quello boreale.

Ciò premesso se stacchiamo nel verso positivo della direzione OR un segmento OP eguale ad 1, questo si proietterà in π sul piano dell'equatore, e le proiezioni di $O\pi$ sugli assi ξ e η saranno respettivamente $\frac{p}{\omega}$, $\frac{q}{\omega}$. Analogamente, staccando sulla direzione OM un segmento OS eguale ad $\frac{OM}{A\rho}$, il punto S pro-

iettato sul piano dell'equatore in h sarà tale che le proiezioni di Oh sugli assi ξ e η resulteranno eguali a $\frac{M_1}{A\rho}$, $\frac{M_2}{A\rho}$.

Allora le formule (1) potranno interpretarsi nella maniera seguente: *Il punto* π *descrive attorno al centro* h *una circonferenza ruotando colla velocità angolare uniforme* ρ.

3. Si costruisca ora una sfera di centro O e di raggio unitario. Essa incontrerà l'asse OM nel punto M' e l'asse OR nel punto P. Siccome questo punto si scosta pochissimo dal polo d'inerzia ζ, così potremo approssimativamente ritenere che esso descriva una circonferenza il cui centro sia il punto H della sfera avente per proiezione h sul piano dell'equatore.

Volendo ora considerare tutti gli elementi nell'emisfero boreale, tracciamo sulla sfera i punti diametralmente opposti a ζ, H, P che denoteremo respettivamente con ζ', H'. P'. Evidentemente i quattro punti P', H', ζ', M' apparterranno tutti all'emisfero boreale.

Chiamiamoli respettivamente: *il polo di rotazione, il centro del moto polare, il polo d'inerzia, il centro dei moti interni.*

Sia h' la proiezione di H' sul piano dell'equatore; avremo

$$Oh' = Oh,$$

quindi

$$\text{sen } H'\zeta' = Oh = OS \text{ sen } M'\zeta'$$

da cui segue

$$\frac{\text{sen } H'\zeta'}{\text{sen } M'\zeta'} = OS = \frac{OM}{A\rho} = \frac{\sqrt{M_1^2 + M_2^2 + M_3^2}}{(C-A)\omega + M_3} = \epsilon. \tag{2}$$

Ponendo

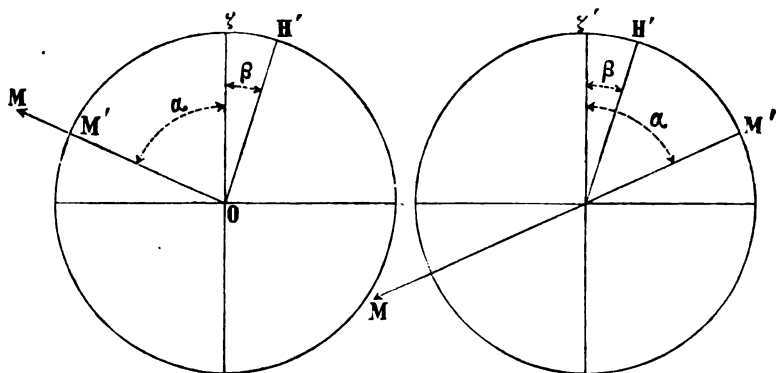
$$M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2 + M_3^2},$$

avremo

$$M_3 = - M \cos M'\zeta'$$

onde

$$(3)\quad\begin{cases}\epsilon = \dfrac{M}{(C-A)\,\omega - M\cos M'\zeta'}\\[2ex] \rho = \dfrac{(C-A)\,\omega - M\cos M'\zeta'}{A}\end{cases}$$

Noi abbiamo fin qui supposto che M_3 fosse negativo, e perciò il punto d'intersezione di OM colla sfera è resultato nell'emisfero boreale. Se invece M_3 fosse negativo, prolunghiamo MO dalla parte del punto O finchè non incontri la superficie

sferica nell'emisfero boreale nel punto che seguiterà a chiamarsi il centro dei moti interni e s'indicherà sempre con M'; mentre nel caso precedente il punto ζ' resultava intermedio fra M' e H', ora M' e H' giaceranno dalla stessa parte di ζ'. Chiamiamo respettivamente α e β gli archi $\zeta'M'$ e $\zeta'H'$ e contiamoli a partire da ζ', avremo allora che le (2) e (3) si scriveranno

$$\frac{\operatorname{sen}\beta}{\operatorname{sen}\alpha} = \mp\,\epsilon$$

$$\epsilon = \frac{M}{(C-A)\,\omega \mp M\cos\alpha}$$

$$\rho = \frac{(C-A)\,\omega \mp M\cos\alpha}{A}$$

in cui dovrà prendersi il segno superiore, oppure quello inferiore, secondochè siamo nel primo o nel secondo caso.

Potremo dunque riassumere le leggi trovate per il moto del polo, quando non si tenga conto della plasticità terrestre, e si suppongano stazionarii i moti interni, nei termini seguenti:

1° *Il centro dei moti interni, il polo d'inerzia e il centro dei moti polari appartengono ad uno stesso cerchio massimo della sfera.*

2° *Chiamando respettivamente* α *e* β *le distanze contate sulla sfera fra il polo d'inerzia e i due centri dei moti interni e dei moti polari, si ha*

$$\frac{\operatorname{sen}\beta}{\operatorname{sen}\alpha} = \mp\epsilon = \frac{\mp M}{(C-A)\,\omega \mp M\cos\alpha}$$

3° *Il polo di rotazione descrive una circonferenza attorno al centro dei moti polari colla velocità angolare*

$$\rho = \frac{(C-A)\,\omega \mp M\cos\alpha}{A}.$$

Queste leggi esprimono in modo manifesto quali sono gli effetti prodotti dai moti interni sul moto del polo. Infatti, se i primi non esistessero, il polo descriverebbe una circonferenza attorno al polo d'inerzia colla velocità angolare $\frac{C-A}{A}\,\omega$; quindi si riconosce una duplice azione dei moti interni, e cioè:

1° Nell'alterare il centro di rotazione dei moti polari che viene respinto ρ (attratto) dal centro dei moti interni lungo il cerchio massimo che congiunge questo punto col polo d'inerzia. Tale spostamento del centro dei moti polari è individuato dall'angolo β;

2° Nell'alterare la velocità angolare di rotazione del polo che viene variata della quantità $\frac{\mp M\cos\alpha}{A}$. Questa alterazione corrisponde evidentemente ad una mutazione del periodo Euleriano.

Facciamo per ultimo osservare che la posizione H' corrisponde ad un polo permanente di rotazione, vale a dire i moti interni fanno sì che il polo d'inerzia cessi dall'essere un polo permanente di rotazione e trasportano la proprietà di essere un polo permanente di rotazione dal punto ζ' al punto H'.

4. Dopo esserci in tal modo formato una idea dell'effetto dei moti interni, quando si trascuri la plasticità terrestre, veniamo ad esaminare le perturbazioni che questa produce nei moti del polo. A tal fine immaginiamo proiettata la superficie della terra dal centro O sulla sfera. Se ammettiamo di considerare i fenomeni durante un intervallo di tempo non lunghissimo, potremo supporre che, anche quando la terra per la sua plasticità sopporti delle deformazioni, non si alteri la configurazione dei mari e dei continenti della sfera, mentre rispetto a questi cambierà di posizione l'immagine del polo d'inerzia; così la plasticità della terra ci si manifesterà soltanto in quanto ammetteremo che l'immagine terrestre sulla sfera rimanga fissa, mentre l'immagine del polo d'inerzia sia un punto suscettibile di muoversi sulla sfera.

La ipotesi che i moti interni siano permanenti si tradurrà dicendo che il centro dei moti interni è un punto fisso della sfera e $M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2 + M_3^2}$ si conserva costante.

Faremo anche la supposizione che i tre punti H', P', $\mathfrak{C}'$ si conservino sempre vicinissimi fra loro, tantochè possano trascurarsi le potenze delle loro distanze superiori alla prima. Ricordiamo a questo proposito che tutta l'analisi della precedente Nota vale appunto in questo ordine di approssimazione.

Finalmente ammetteremo che la influenza della plasticità si faccia sentire nella maniera seguente: che il polo d'inerzia tenda costantemente ad avvicinarsi al polo di rotazione e vi tenda con tanta maggiore intensità quanto maggiore è la distanza fra questi due punti, in modo che *il polo d'inerzia si muova in ogni istante nella direzione dell'arco di cerchio massimo che lo congiunge alla posizione occupata in quell'istante dal polo di rotazione, con una velocità proporzionale alla distanza fra questi due punti.*

Chiameremo *coefficiente di plasticità* il rapporto μ fra la velocità del polo d'inerzia e la detta distanza. Esso avrà un valore positivo, che lasceremo indeterminato, avremo cioè $\infty > \mu > 0$; ma facciamo notare fin da ora il significato dei due casi limiti fra tutti quelli possibili; vale a dire se $\mu = 0$, ciò corrisponderà all'ammettere l'assenza di plasticità nella terra;

se ammetteremo invece $\mu = \infty$, ciò corrisponderà alla ipotesi della adattabilità immediata dello sferoide terrestre.

Questi due casi non sono altro che i due casi limiti immaginati e sapientemente discussi dall'illustre Prof. Schiaparelli nell'esame da lui fatto della influenza delle azioni geologiche sulla rotazione terrestre. Il caso intermedio non corrisponde perfettamente a quello immaginato dal Prof. Schiaparelli; la modificazione fatta alla sua ipotesi venne introdotta soltanto per rendere più facili i calcoli che seguiranno.

Riassumendo le diverse supposizioni fatte, avremo che il problema della rotazione terrestre si presenta nei termini seguenti:

Si hanno quattro punti situati sulla sfera: M′ (centro dei moti interni), ζ' (polo d'inerzia), H′ (centro dei moti polari), P′ (polo di rotazione) *che seguono nel loro moto le seguenti leggi:*

1° M′ *è un punto fisso della sfera;*

2° M′, ζ', H′ *appartengono ad uno stesso cerchio massimo e*

$$\frac{\operatorname{sen} \zeta' H'}{\operatorname{sen} \zeta' M'} = \mp \epsilon = \frac{\mp M}{(C-A)\,\omega \mp M \cos \zeta' M'};$$

3° P′ *ruota in ciascun istante attorno ad* H′ *colla velocità angolare*

$$\rho = \frac{(C-A)\,\omega \mp M \cos \zeta' M'}{A};$$

4° ζ' *si muove in ogni istante nel senso* ζ' P′ *con una velocità eguale al prodotto di* μ *per* ζ' P′.

5. Mediante le precedenti quattro condizioni si potrebbe porre immediatamente in equazione il problema; ma noi vogliamo trasformarlo ancora per renderlo accessibile ad un'analisi del tutto elementare.

A tale scopo passiamo dalla rappresentazione sferica della terra alla sua rappresentazione piana mediante una proiezione stereografica.

Sceglieremo come piano di proiezione il piano tangente alla sfera in M′, e come centro di proiezione il punto M″ diametralmente opposto ad M′.

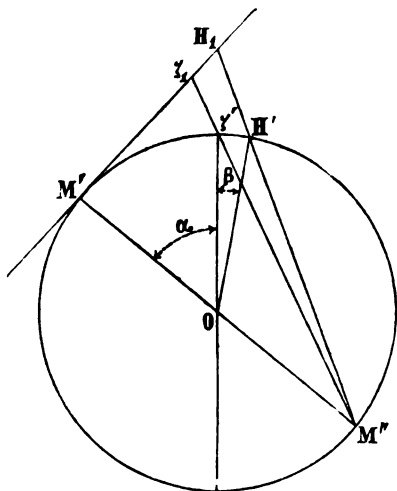
Se prendiamo come coordinate dei punti sulla sfera la colatitudine θ e la longitudine φ relative al polo M′, il quadrato dell' elemento lineare sulla sfera sarà

$$d\sigma^2 = d\theta^2 + \text{sen}^2\theta\, d\varphi^2$$

e nella rappresentazione stereografica

$$ds^2 = \frac{1}{\cos^4 \frac{1}{2}\theta}(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\varphi^2)$$

d'onde

$$\frac{ds}{d\sigma} = \frac{1}{\cos^2 \frac{1}{2}\theta}$$

vale a dire gli archi infinitesimi della sfera sono alterati colla rappresentazione stereografica nel rapporto $\frac{1}{\cos^2 \frac{1}{2}\theta}$.

Ora la ipotesi fatta, che siano trascurabili le potenze degli archi $\zeta'H'$, $H'P'$, $P'\zeta'$ superiori alla prima, equivale a considerare gli archi stessi come infinitesimi; potremo dunque ritenere che nella proiezione stereografica le loro lunghezze si sono alterate nel rapporto $\frac{1}{\cos^2 \frac{1}{2}\alpha}$. Chiamando dunque ζ_1, H_1, P_1 le respettive proiezioni stereografiche di ζ', H', P', avremo

$$\zeta_1 H_1 = \frac{\zeta' H'}{\cos^2 \frac{1}{2}\alpha}.$$

Ora sappiamo che

$$\frac{\text{sen}\ \zeta' H'}{\text{sen}\ \alpha} = \mp \epsilon,$$

quindi sostituendo al sen $\zeta'H'$ l'arco $\zeta'H'$ sarà

$$\zeta' H' = \mp \epsilon\ \text{sen}\ \alpha$$

e perciò

$$\zeta_1 H_1 = \frac{\mp \epsilon \operatorname{sen} \alpha}{\cos^2 \frac{1}{2} \alpha} = \mp 2 \epsilon \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha.$$

Ma

$$2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha = \zeta_1 M',$$

dunque

$$\frac{\zeta_1 H_1}{\zeta_1 M'} = \mp \epsilon.$$

Inoltre dalla similitudine nelle parti infinitesime che si ha in ogni rappresentazione stereografica potremo ricavare che il punto P_1 ruota lungo una circonferenza attorno al centro H_1 colla velocità angolare ρ, quindi le leggi del moto del polo allorchè si trascura la plasticità terrestre che abbiamo enunciate nel § 3, si trasformeranno nelle seguenti:

1° *Le proiezioni stereografiche* M_1, ζ_1, H_1 *del centro dei moti interni, del polo d'inerzia e del centro dei moti polari sono allineati e*

$$\frac{\zeta_1 H_1}{\zeta_1 M'} = \mp \epsilon;$$

2° *La proiezione stereografica* P_1 *del polo di rotazione descrive una circonferenza attorno ad* H_1 *colla velocità angolare* ρ.

Per procedere ora a determinare le leggi del movimento, nella ipotesi della plasticità, trasformiamo le espressioni di ϵ e di ρ.

Posto $\zeta_1 M' = D$, avremo

$$D = 2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha,$$

quindi

$$\cos \alpha = \frac{1 - \frac{1}{4} D^2}{1 + \frac{1}{4} D^2}.$$

Ne segue che

$$
(3') \quad \left\{ \begin{aligned} \epsilon &= \frac{M}{(C-A)\,\omega \mp M\left(\dfrac{1-\frac{1}{4}D^2}{1+\frac{1}{4}D^2}\right)} \\ \rho &= \frac{(C-A)\,\omega \mp M\left(\dfrac{1-\frac{1}{4}D^2}{1+\frac{1}{4}D^2}\right)}{A} \end{aligned} \right.
$$

Possiamo dunque enunciare le quattro leggi del § 4, valide nella ipotesi della plasticità sotto una nuova forma, che è la seguente:

Si hanno quattro punti M', ζ_1, H_1, P_1 *in un piano*

1° M' *è un punto fisso;*

2° M', ζ_1, H_1 *sono in linea retta e, posto* $\zeta_1 M' = D$

$$
\frac{\zeta_1 H_1}{D} = \frac{\mp M}{(C-A)\,\omega \mp M\left(\dfrac{1-\frac{1}{4}D^2}{1+\frac{1}{4}D^2}\right)};
$$

3° P_1 *ruota in ciascun istante intorno ad* H_1 *colla velocità angolare*

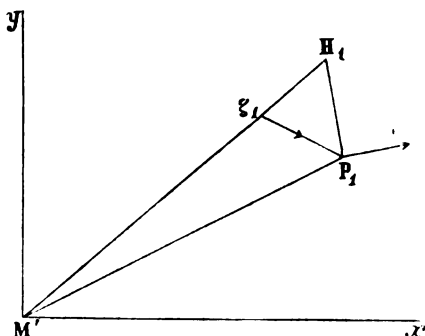
$$
\rho = (C-A)\,\omega \mp M\left(\frac{1-\frac{1}{4}D^2}{1+\frac{1}{4}D^2}\right);
$$

4° ζ_1 *si muove in ogni istante nel senso* $\zeta_1 P_1$ *colla velocità* $\mu\delta$ *essendo* $\delta = \zeta_1 P_1$.

Quest'ultima legge si ottiene tenendo conto che colla rappresentazione stereografica, le velocità dei punti restano alterate nello stesso rapporto degli archi infinitesimi adiacenti.

6. Poniamo ora in equazione il problema. Prendiamo perciò nel piano della rappresentazione stereografica due assi fissi x, y colla origine in M', e chiamiamo respettivamente x, y; x_1, y_1;

x_2, y_2 le coordinate dei punti P_1, Z_1, H_1. La condizione seconda del § precedente si esprimerà scrivendo

$$\frac{x_2 - x_1}{-x_1} = \frac{y_2 - y_1}{-y_1} = \mp \epsilon. \tag{4}$$

La condizione 3ª sarà

$$(5) \quad \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -\rho\,(y_2 - y) \\[2ex] \dfrac{dy}{dt} = \rho\,(x_2 - x) \end{cases}$$

da cui si ricava che il senso della rotazione sarà individuato dalla scelta della orientazione respettiva degli assi x, y. Finalmente la condizione 4ª si scriverà

$$(6) \quad \begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = \mu\,(x - x_1) \\[2ex] \dfrac{dy_1}{dt} = \mu\,(y - y_1) \end{cases}$$

Dalle (4) segue

$$x_2 = (1 \pm \epsilon)\,x_1, \quad y_2 = (1 \pm \epsilon)\,y_1.$$

quindi le (5) diverranno

$$(5') \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -\ \rho\,[(1 \pm \epsilon)\,y_1 - y] \\[2ex] \dfrac{dy}{dt} = \quad \rho\,[(1 \pm \epsilon)\,x_1 - x] \end{cases}$$

Da queste equazioni seguirà, ponendo $\Delta^2 = x^2 + y^2$

$$\frac{d\Delta^2}{dt} = 2\left(x\,\frac{dx}{dt} + y\,\frac{dy}{dt}\right) = 2\rho\,(1 + \epsilon)\,(x_1\,y - y_1\,x).$$

Si osservi che ρ è piccola e $(x_1\,y - y_1\,x)$ è il doppio dell'area del triangolo $M'\,P_1\,\zeta_1$, quindi è piccola dello stesso ordine della distanza $\zeta_1 P_1$, perciò i cambiamenti di grandezza di Δ^2 e quindi di D^2 saranno piccoli. Oltre a ciò nelle espressioni (3') trovate per ϵ e ρ, il termine $M\left(\dfrac{1 - \frac{1}{4}\,D^2}{1 + \frac{1}{4}\,D^2}\right)$ è piccolo rispetto a $(C - A)\,\omega$, dunque esaminando il moto durante un tempo non lunghissimo, possiamo approssimativamente trascurare le variazioni di grandezza di ϵ e ρ ed assumerle in conseguenza costanti.

Le quattro equazioni (5') e (6) si riducono allora ad equazioni lineari a coefficienti costanti.

7. Per integrarle si ponga

$$x = C e^{zt}, \quad y = K e^{zt}$$
$$x_1 = C_1 e^{zt}, \quad y_1 = K_1 e^{zt}$$

con C, C_1, K, K_1 costanti.

Sostituendo nelle (6) e (5') i precedenti valori di x, y, x_1, y_1, otterremo

$$(7) \begin{cases} C_1\,(z + \mu) - C\mu = 0 \\ K_1\,(z + \mu) - K\mu = 0 \\ Cz + K_1\rho\,(1 \pm \epsilon) - K\rho = 0 \\ -C_1\rho\,(1 \pm \epsilon) + C\rho + Kz = 0 \end{cases}$$

perciò z sarà una radice della equazione di quarto grado

$$\begin{vmatrix} z+\mu\,, & -\mu\,, & 0\,, & 0 \\ 0\,, & 0\,, & z+\mu\,, & -\mu \\ 0\,, & z\,, & \rho(1\pm\epsilon)\,, & -\rho \\ -\rho(1\pm\epsilon)\,, & \rho\,, & 0\,, & z \end{vmatrix} = 0$$

che sviluppata diviene

$$(8) \qquad z^4 + 2\mu z^3 + (\mu^2+\rho^2)\,z^2 \mp 2\rho^2\mu\epsilon z + \mu^2\rho^2\epsilon^2 = 0.$$

Chiamando z', z'', z''', z^{IV} le quattro radici, e $C_1^{(i)}$, $C^{(i)}$, $K_1^{(i)}$, $K^{(i)}$ un sistema di valori per C_1, C, K_1, K che soddisfano le (7), avremo

$$(9) \left\{ \begin{aligned} x &= \sum_1^4 M_i\, C^{(i)}\, e^{z^{(i)}t} \\ y &= \sum_1^4 M_i\, K^{(i)}\, e^{z^{(i)}t} \end{aligned} \right.$$

$$(10) \left\{ \begin{aligned} x_1 &= \sum_1^4 M_i\, C_1^{(i)}\, e^{z^{(i)}t} \\ y_1 &= \sum_1^4 M_i\, K_1^{(i)}\, e^{z^{(i)}t} \end{aligned} \right.$$

in cui le M_i sono costanti arbitrarie.

8. L'equazione (8) si risolve facilmente. Posto infatti $\mp\epsilon = \epsilon'$ essa si scriverà

$$z^2\,(z+\mu)^2 + \rho^2\,(z+\mu\epsilon')^2 = 0$$

d'onde

$$z\,(z+\mu) \pm i\rho\,(z+\mu\epsilon') = 0$$

e quindi si avranno le quattro radici date da

$$z' = \frac{-\mu + u - i(\rho - v)}{2}$$

$$z'' = \frac{-\mu + u + i(\rho - v)}{2}$$

$$z''' = \frac{-\mu - u - i(\rho + v)}{2}$$

$$z^{\text{IV}} = \frac{-\mu - u + i(\rho + v)}{2}$$

essendo

$$u = \sqrt{\frac{\sqrt{(\mu^2 + \rho^2)^2 - 16\mu^2\rho^2\epsilon'(1 - \epsilon')} + \mu^2 - \rho^2}{2}}$$

$$v = \sqrt{\frac{\sqrt{(\mu^2 + \rho^2)^2 - 16\mu^2\rho^2\epsilon'(1 - \epsilon')} + \rho^2 - \mu^2}{2}}$$

in cui i radicali sono presi nel loro valore assoluto.

9. Esaminiamo in particolare i due casi limiti considerati precedentemente.

Supponiamo che sia $\mu = 0$ (ossia che manchi la plasticità) allora la equazione (8) diverrà

$$z^4 + \rho^2 z^2 = 0.$$

Due radici sono nulle, due altre divengono eguali a $\pm i\rho$. Il moto è dunque periodico col periodo $\frac{2\pi}{\rho}$, cioè quello euleriano variato nel rapporto esaminato nella nota precedente.

Consideriamo invece il caso $\mu = \infty$. La equazione (8) diverrà, dividendola per μ^2, quindi facendo $\frac{1}{\mu} = 0$,

$$z^2 + \rho^2 \epsilon^2 = 0,$$

ossia due delle radici diventano ∞ e le altre due $\pm i\rho\epsilon$. Il

moto è dunque periodico col periodo $\frac{2\pi}{\rho\epsilon} = \frac{2\pi A}{M}$. In questo caso le (6) dànno

$$x = x_1, \quad y = y_1$$

vale a dire il polo d'inerzia coincide sempre con quello di rotazione, onde le (5') divengono

$$\frac{dx}{dt} = -\rho\epsilon y = -\frac{M}{A} y, \quad \frac{dy}{dt} = \rho\epsilon x = \frac{M}{A} x$$

d'onde

$$x = N_1 \cos\left(\frac{M}{A} t + N\right), \quad y = N_1 \operatorname{sen}\left(\frac{M}{A} t + N\right)$$

N_1 ed N essendo due costanti arbitrarie. Il polo di rotazione descrive dunque una circonferenza attorno al centro dei moti interni colla velocità angolare $\frac{M}{A}$.

Sulle superficie a curvatura nulla negli spazî di curvatura costante;

Nota di LUIGI BIANCHI.

Sono note le eleganti proprietà che nella geometria ellittica a tre dimensioni possiede la *superficie di Clifford* (*). È questa una superficie di secondo grado a generatrici reali, che ha nulla la *curvatura assoluta* (**), cioè tale che il suo elemento lineare,

(*) Veggasi specialmente la memoria di KLEIN, *Zur nicht-euklidischen Geometrie* (Math. Annalen, vol. 37, pag. 544).

(**) Per curvatura assoluta K di una superficie in uno spazio (curvo) a

nella determinazione metrica ellittica, ha la forma stessa che pel piano euclideo. Rappresentando geodeticamente lo spazio ellittico sullo spazio euclideo colla determinazione metrica di Cayley a quadrica fondamentale (assoluto) immaginaria, la superficie di Clifford ha per immagine una quadrica avente a comune coll'assoluto un quadrilatero rettilineo.

Essendomi occupato dello studio generale delle superficie a curvatura nulla negli spazi di curvatura costante, sono pervenuto a risultati semplici e generali, dei quali mi permetto di presentare qui alla R. Accademia una breve notizia.

1.

Le proprietà essenziali che nello spazio ellittico di raggio R $\left(\text{spazio a curvatura costante positiva} + \frac{1}{R^2}\right)$ competono alle superficie a curvatura nulla sono strettamente collegate con quei singolari movimenti di questo spazio che diconsi *scorrimenti* (Schiebungen).

Questi movimenti, assimilabili sotto molti rapporti alle ordinarie traslazioni, possono definirsi per mezzo di una loro proprietà caratteristica consistente in ciò che tutti i punti, eseguito il movimento, hanno la medesima distanza dalle loro rispettive posizioni iniziali. Nello spazio rappresentativo essi sono le omografie biassiali, i cui assi coincidono con due generatrici imma-

tre dimensioni intendiamo quella che conviene alla forma differenziale rappresentante il quadrato del suo elemento lineare, nella determinazione metrica dello spazio ambiente. Col prodotto delle curvature (ridotte) principali $\frac{1}{r_1}$, $\frac{1}{r_2}$ essa è legata dalla relazione

$$\frac{1}{r_1 r_2} = K - K_0,$$

dove K_0 indica la curvatura della superficie geodetica tangente nel punto considerato alla data.

ginarie coniugate dell'assoluto. Gli scorrimenti si dividono in due classi distinte e cioè in scorrimenti destrorsi o sinistrorsi, secondo che gli assi della corrispondente omografia appartengono al primo, ovvero al secondo sistema di generatrici dell'assoluto.

In uno scorrimento ogni punto si sposta di un tratto costante d sopra la retta della congruenza lineare avente per assi le due generatrici fondamentali e dualmente ogni piano ruota attorno alla retta della congruenza in esso contenuta dell'angolo costante $\varphi = \frac{d}{R}$. Ad ogni scorrimento corrisponde così una congruenza che si dirà una congruenza di Clifford (*).

Analiticamente gli scorrimenti sono definiti dalle formole seguenti. Essendo x_1, x_2, x_3, x_4 quattro variabili reali, legate dalla relazione:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 1,$$

la formola

$$ds^2 = R^2 (dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2)$$

definisce appunto l'elemento lineare dello spazio ellittico di raggio R. Ogni movimento in questo spazio è rappresentato da una sostituzione ortogonale a determinante $+1$

$$x'_i = \sum_{k=1}^{k=4} a_{ik} x_k \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

sulle quattro variabili x. Per gli scorrimenti valgono in particolare le formole

$$(1) \quad \begin{cases} x_1' = Ax_1 - Bx_2 - Cx_3 - Dx_4 \\ x_2' = Bx_1 + Ax_2 - Dx_3 + Cx_4 \\ x_3' = Cx_1 + Dx_2 + Ax_3 - Bx_4 \\ x_4' = Dx_1 - Cx_2 + Bx_3 + Ax_4, \end{cases}$$

ovvero le altre

(*) V. Klein, *l. c.*

$$
(2) \quad \begin{cases}
x_1' = Ax_1 - Bx_2 - Cx_3 - Dx_4 \\
x_2' = Bx_1 + Ax_2 + Dx_3 - Cx_4 \\
x_3' = Cx_1 - Dx_2 + Ax_3 + Bx_4 \\
x_4' = Dx_1 + Cx_2 - Bx_3 + Ax_4,
\end{cases}
$$

secondo che lo scorrimento appartiene all'una o all'altra specie, in ambedue i casi denotando A, B, C, D quattro costanti, legate dall'unica relazione

$$A^2 + B^2 + C^2 + D^2 = 1.$$

Ora supponiamo che, nelle (1) ad esempio, siano x_1, x_2, x_3, x_4, funzioni di una variabile u, sicchè le formole

$$(3) \qquad x_i = x_i(u) \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

ci definiscano una curva; se inoltre i quattro coefficienti A, B, C, D contengono un nuovo parametro variabile che indichiamo con v e poniamo

$$(4) \qquad A = y_1(v),\ B = y_2(v),\ C = y_3(v),\ D = y_4(v),$$

sostituendo nelle (1), queste ci daranno una superficie come luogo della curva (3) che si muove nello spazio collo scorrimento continuo di prima specie definito dalle (4). Ma d'altra parte, se ordiniamo le nostre formole rapporto a y_1, y_2, y_3, y_4 scrivendo:

$$
(5) \quad \begin{cases}
x_1' = x_1y_1 - x_2y_2 - x_3y_3 - x_4y_4 \\
x_2' = x_2y_1 + x_1y_2 + x_4y_3 - x_3y_4 \\
x_3' = x_3y_1 - x_4y_2 + x_1y_3 + x_2y_4 \\
x_4' = x_4y_1 + x_3y_2 - x_2y_3 + x_1y_4,
\end{cases}
$$

vediamo che la medesima superficie può anche generarsi collo scorrimento continuo della curva

$$y_i = y_i(v) \quad (i = 1, 2, 3, 4) \tag{3*}$$

lungo la curva (3). La superficie definita dalle (5) potrà dirsi opportunamente una *superficie di scorrimento*. Per definire una tale superficie basta evidentemente dare, uscenti da un punto, le due curve generatrici (3), (3*).

2.

Consideriamo nello spazio ellittico di raggio R una superficie S a curvatura assoluta $K = 0$. Il prodotto delle curvature principali essendo dato in conseguenza da

$$\frac{1}{r_1 r_2} = -\frac{1}{R^2},$$

segue che le linee assintotiche di S sono reali. Se le assumiamo a linee coordinate u, v, le formole generali di geometria differenziale ellittica (*) ci dimostrano che l'elemento lineare di S assume la forma:

$$ds^2 = R^2(du^2 + 2\cos\theta\, du\, dv + dv^2)$$

dove, essendo (a causa di $K = 0$):

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial u \partial v} = 0,$$

avremo

$$\theta = U + V,$$

denotando U una funzione della sola u e V una funzione della sola v. Risulta quindi

---

(*) Queste formole, insieme ad altre più generali della geometria degli iperspazii, compariranno fra breve in due nuovi capitoli del mio libro: *Lezioni di geometria differenziale*.

(6) $$ds^2 = R^2 (du^2 + \cos (U + V)\, dudv + dv^2);$$

viceversa ad ogni tale forma dell'elemento lineare corrisponde una ed una sola superficie a curvatura nulla dello spazio ellittico, che ha per linee assintotiche le linee u, v.

Dalla (6) risulta subito che, in corrispondenza a quanto accade per le superficie pseudosferiche nello spazio euclideo: *Sulle superficie a curvatura nulla dello spazio ellittico due assintotiche fisse di un medesimo sistema staccano su tutte quelle dell'altro sistema archi eguali.*

Così se da ciascun sistema si sceglie una coppia di assintotiche formeremo un quadrilatero che ha eguali i lati opposti; inoltre la somma dei suoi angoli è eguale a quattro retti.

3.

L'elemento lineare (6) appartiene al piano euclideo ed appunto ponendo

$$\begin{cases} x = R \int \cos U du + R \int \cos V dv \\ y = R \int \operatorname{sen} U du - R \int \operatorname{sen} V dv \end{cases}$$

risulta

$$dx^2 + dy^2 = R^2 (du^2 + 2 \cos (U + V)\, du\, dv + dv^2),$$

onde sul piano tutte le linee u, e così le v, sono fra loro congruenti per traslazione.

Esaminiamo quello che accade corrispondentemente per le superficie S dello spazio ellittico.

In primo luogo il teorema di Enneper, esteso alla geometria ellittica, ci insegna che la torsione delle assintotiche è costante e precisamente eguale a $+\frac{1}{R}$ per quelle dell'un sistema,

a $-\frac{1}{R}$ per quelle dell'altro. Di più la curvatura geodetica $\frac{1}{\rho_u}$ delle linee u, ossia (per essere le linee assintotiche) la loro curvatura assoluta, essendo data da

$$\frac{1}{\rho_u} = \frac{1}{R}\frac{dV}{dv},$$

è indipendente da u. Per ciò tutte le linee u, avendo le medesime equazioni intrinseche

$$\frac{1}{\rho_u} = \frac{1}{R} V'(v), \quad \frac{1}{T} = \pm \frac{1}{R},$$

sono fra loro congruenti; egualmente dicasi delle linee v. Ma nel movimento continuo che porta un'assintotica sopra tutte le altre di un medesimo sistema, tutti i punti della linea descrivono archi eguali (n° 2) e però il movimento stesso è uno scorrimento. Abbiamo dunque il risultato:

Le superficie a curvatura nulla dello spazio ellittico di raggio R *sono superficie di scorrimento che hanno per curve generatrici due curve a torsione costante* $\pm \frac{1}{R}$ *eguale ed opposta.*

Viceversa, dal fatto che le due funzioni U, V sono affatto arbitrarie, si deduce che prendendo due curve C, C′ l'una a torsione $+\frac{1}{R}$, l'altra a torsione $-\frac{1}{R}$ e del resto arbitrarie, e collocandole nello spazio in guisa che escano da un medesimo punto O, avendo ivi lo stesso piano osculatore ma tangenti distinte, basta dare a C uno scorrimento continuo (di 1ª specie) lungo C′ ovvero a C′ uno scorrimento (di 2ª specie) lungo C per generare una superficie a curvatura nulla.

4.

Fra le superficie a curvatura nulla dello spazio ellittico ve ne ha una classe ben notevole, quella delle superficie rigate. Manifestamente le superficie S di questa classe si ottengono

quando delle due funzioni U, V una, p. e. la V, è costante, perchè allora le linee u essendo insieme assintotiche e geodetiche sono linee rette. Per queste speciali superficie la costruzione testè data si particolarizza nell'altra:

Presa una curva C, *soggetta alla sola condizione di avere la torsione* $\frac{1}{T} = \pm \frac{1}{R}$, *si tracci per un suo punto, nel piano osculatore, una retta ad arbitrio. Questa retta individua, a seconda del segno della torsione, una congruenza di Clifford di 1ª e di 2ª specie e se lungo ai raggi di questa, uscenti dai punti di* C, *imprimiamo alla* C *uno scorrimento continuo, genereremo una superficie rigata a curvatura nulla sulla quale le varie posizioni assunte da* C *saranno le assintotiche curvilinee.*

Come si vede, ogni curva a torsione costante ed eguale a $\pm \frac{1}{R}$ dà luogo così ad una semplice infinità di superficie rigate a curvatura nulla, per le quali essa è linea assintotica.

Ogni superficie rigata a curvatura nulla appartiene adunque ad una congruenza di Clifford; ma quello che più interessa è di osservare che sussiste inversamente il teorema:

Qualunque superficie rigata di una congruenza di Clifford è a curvatura nulla.

Dopo ciò è facile dare esplicitamente le formole che definiscono le più generali rigate a curvatura nulla. Prescindendo da movimenti nello spazio, avremo per queste superficie:

$$(a) \qquad x_1 = y_1 \cos v - y_2 \operatorname{sen} v, \quad x_2 = y_1 \operatorname{sen} v + y_2 \cos v,$$
$$x_3 = y_3 \cos v, \quad x_4 = y_3 \operatorname{sen} v$$

dove y_1, y_2, y_3 sono funzioni arbitrarie di un parametro u legate dalla relazione:

$$y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 = 1,$$

ovvero le formole (a) permutata x_3 con x_4.

Queste superficie rigate godono di un'altra singolare proprietà data dal teorema:

Le traiettorie ortogonali delle generatrici di una superficie rigata a curvatura nulla sono esse stesse curve a torsione costante $\pm \frac{1}{R}$.

Le superficie in discorso posseggono dunque due distinti sistemi di curve a torsione costante $\pm \frac{1}{R}$ le une assintotiche, le altre geodetiche e traiettorie ortogonali delle generatrici. Inversamente ogni curva a torsione costante $\pm \frac{1}{R}$ ha per superficie delle binormali una tale superficie sicchè possiamo anche enunciare il teorema:

Le superficie rigate a curvatura nulla dello spazio ellittico di raggio R *sono le superficie luogo delle binormali delle curve a torsione costante* $= \pm \frac{1}{R}$.

Dopo ciò risulta che, presa ad arbitrio una rigata a curvatura nulla, data dalle (a), *con una quadratura* potremo determinare sia le assintotiche curvilinee, sia le traiettorie ortogonali delle generatrici. Così otterremo le curve più generali a torsione $\pm \frac{1}{R}$ e perciò anche con sole quadrature tutte le superficie a curvatura nulla.

Se supponiamo ora che l'una e l'altra funzione U, V sia costante, le due curve generatrici C, C′ diventano ambedue rettilinee e si ha manifestamente la superficie doppiamente rigata di Clifford coll'elemento lineare (*):

$$ds^2 = R^2 (du^2 + 2 \operatorname{sen} (2\sigma)\, du\, dv + dv^2) \quad (\sigma \text{ costante}).$$

Osserviamo di passaggio che la superficie di Clifford ha a comune soltanto colla sfera la proprietà di avere costanti i raggi

(*) Le formole effettive che dànno le coordinate x_i di un punto della superficie di Clifford in funzione di u, v sono:

$$\begin{aligned}
x_1 &= \cos\sigma \operatorname{sen} u \cos v + \operatorname{sen}\sigma \cos u \operatorname{sen} v\\
x_2 &= \cos\sigma \operatorname{sen} u \operatorname{sen} v - \operatorname{sen}\sigma \cos u \cos v\\
x_3 &= \cos\sigma \cos u \cos v - \operatorname{sen}\sigma \operatorname{sen} u \operatorname{sen} v\\
x_4 &= \cos\sigma \cos u \operatorname{sen} v + \operatorname{sen}\sigma \operatorname{sen} u \cos v
\end{aligned}$$

principali di curvatura. In particolare se $\sigma = 0$, questi raggi diventano eguali e di segno contrario e la superficie di Clifford è al tempo stesso superficie d'area minima.

5.

Ritorniamo alle superficie generali dei n[i] 2, 3. Per una qualunque di esse vale il teorema:

Le due falde dell'evoluta di una superficie a curvatura nulla sono nuovamente superficie a curvatura nulla.

Inoltre hanno luogo due circostanze importanti a rilevarsi e cioè: 1° alle assintotiche della evolvente corrispondono sopra ambedue le falde dell'evoluta le assintotiche; 2° le geodetiche inviluppate sopra ciascuna falda dell'evoluta dalle normali della evolvente formano un sistema di geodetiche parallele nel senso euclideo. Inversamente si ha il teorema:

Tracciando sopra una superficie S *a curvatura nulla un sistema di geodetiche parallele, le rette tangenti a queste geodetiche sono le normali di un sistema di superficie* Σ *(parallele) a curvatura nulla.*

Ora la S è la prima falda dell'evoluta della Σ e la seconda falda S' è nuovamente a curvatura nulla, onde si trae la notevole costruzione, che rappresenta qui la trasformazione complementare:

Sopra le rette tangenti alle geodetiche di un sistema parallelo sulla S *staccando, a partire dal punto di contatto, un segmento eguale a* $\frac{\pi R}{2}$ (*), *il luogo degli estremi è una nuova superficie* S' *a curvatura nulla.*

I teoremi precedenti forniscono già di per sè, indipendentemente dai risultati del n° 5, dei metodi di trasformazione, che permettono di trovare quante si vogliano nuove superficie

(*) Il senso è indifferente perchè nello spazio ellittico (semplice) la retta si chiude dopo un giro di πR.

a curvatura nulla con sole quadrature. Aggiungiamo che, potendosi estendere al caso attuale anche la trasformazione generale di Bäcklund ed il teorema di permutabilità, si ha il modo, partendo ad esempio dalla superficie di Clifford, di applicare i metodi di trasformazione con soli calcoli algebrici e di derivazione.

6.

Le superficie a curvatura nulla dello spazio ellittico (e così nello spazio iperbolico) possono poi associarsi in famiglie appartenenti a sistemi tripli ortogonali, di cui abbiamo l'esempio più semplice in un sistema di superficie parallele a curvatura nulla.

Se si assume nello spazio ellittico per sistema coordinato (u, v, w) un tale sistema triplo ortogonale, supposto che le superficie del terzo sistema w siano a curvatura nulla, l'elemento lineare prenderà la forma caratteristica:

$$ds^2 = R^2 \left\{ \cos^2\theta\, du^2 + \operatorname{sen}^2\theta\, dv^2 + \left(\frac{\partial\theta}{\partial w}\right)^2 dw^2 \right\}, \tag{7}$$

dove θ è una funzione di u, v, w che soddisfa alle due equazioni simultanee

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\partial^2\theta}{\partial u^2} - \frac{\partial^2\theta}{\partial v^2} = 0 \\ &\frac{1}{\cos^2\theta}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial w}\right)^2 + \frac{1}{\operatorname{sen}^2\theta}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial v\,\partial w}\right)^2 = 1, \end{aligned}\right.$$

alle quali, introducendo un nuovo angolo ω, possiamo sostituire le equivalenti

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\partial\omega}{\partial u} = \frac{\partial\theta}{\partial v} \qquad \frac{\partial\omega}{\partial v} = \frac{\partial\theta}{\partial u} \\ &\frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial w} = \cos\theta\, \operatorname{sen}\omega, \quad \frac{\partial^2\theta}{\partial v\,\partial w} = \operatorname{sen}\theta\, \cos\omega. \end{aligned}\right.$$

Da queste ultime risulta che la formola

$$ds^2 = R^2 \left\{ \cos^2\omega\, du^2 + \operatorname{sen}^2\omega\, dv^2 + \left(\frac{\partial\omega}{\partial w}\right)^2 dw^2 \right\} \tag{7*}$$

definisce un nuovo sistema della medesima specie che diciamo *complementare* del primitivo (7). Quale è la loro dipendenza geometrica? Sopra le superficie w a curvatura nulla del sistema (7) le *linee di livello*

$$\frac{\partial \theta}{\partial w} = \text{costante}$$

formano un sistema di geodetiche parallele. Se di ciascuna superficie w del sistema (7) prendiamo la complementare rispetto al detto sistema di geodetiche otteniamo appunto il sistema (7*).

Diciamo in fine che anche a questi sistemi tripli ortogonali è applicabile la trasformazione di Bäcklund e vale il teorema di permutabilità.

7.

Esamineremo da ultimo le superficie a curvatura nulla dello spazio iperbolico, per le quali però, le assintotiche essendo immaginarie, molte delle descritte proprietà vanno perdute. Qui rileveremo soltanto una notevole relazione che hanno le superficie in discorso colle *rappresentazioni conformi* delle figure piane. Per ciò, in luogo della rappresentazione geodetica, prenderemo per lo spazio iperbolico la rappresentazione di Poincaré (*), ove tutto lo spazio è rappresentato in modo conforme sul semi-spazio euclideo $z > 0$ per mezzo della formola

$$ds^2 = R^2 \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{z^2},$$

che dà l'elemento lineare dello spazio di curvatura $K_0 = -\frac{1}{R^2}$; i circoli ortogonali al piano limite sono le immagini delle geodetiche dello spazio iperbolico.

Consideriamo ora nello spazio rappresentativo una superficie S alla quale, in ogni punto, conduciamo il circolo normale contemporaneamente a S ed al piano limite $z = 0$. Ciascun circolo di questo sistema ∞^2 incontra il piano $z = 0$ in due

(*) *Acta Mathematica*, 3. — *Mémoire sur les groupes kleinéens.*

punti A, A′ e noi domandiamo: quando accade che le due figure piane descritte da A, A′ sono in relazione conforme?

La risposta è semplicemente questa: *Se la rappresentazione conforme è inversa la superficie* S *è necessariamente una sfera; quando sia invece diretta la* S *é immagine di una superficie a curvatura nulla dello spazio iperbolico.*

Ora ciò che vi ha di più notevole si è che inversamente due figure del piano $z = 0$ in relazione conforme diretta dànno sempre luogo ad una corrispondente superficie a curvatura nulla dello spazio iperbolico.

Volendo enunciare il risultato, senza far uso della geometria non euclidea, come una proprietà delle rappresentazioni conformi, osserviamo che una superficie

$$z = z(x, y)$$

dello spazio euclideo è immagine di una superficie a curvatura nulla quando (nelle notazioni di Monge) soddisfi alla equazione a derivate parziali:

$$\text{(A)} \quad z^2(rt - s^2) + z\{(1 + p^2)t - 2pqs + (1 + q^2)r\} = \\ = (p^2 + q^2)(p^2 + q^2 + 1).$$

Allora possiamo enunciare il teorema così:

Se si considera una rappresentazione conforme diretta qualunque del piano xy *sopra sè stesso e per ogni coppia di punti corrispondenti* (A, A′) *si conduce il circolo normale al piano, questa doppia infinità di circoli ammette sempre una serie di superficie ortogonali, che sono tutte e sole le superficie integrali della* (A).

Così la integrazione della (A) è riportata, come quella della equazione delle superficie minime, alle funzioni di variabile complessa. In particolare potremo risolvere per la (A) il *problema di Cauchy,* cioè determinare la superficie integrale nota che ne sia una *striscia analitica.* E invero sulle due figure piane in relazione conforme verrà manifestamente stabilita fra le due curve corrispondenti alla striscia la corrispondenza di punto a punto, il che fissa perfettamente la rappresentazione conforme.

Sopra un problema che comprende quello di trovare il numero degli ombelichi di una superficie generale d'ordine n;

Nota di LUIGI BERZOLARI.

Data una superficie generale F^n di ordine n, il problema di trovare il numero de' suoi ombelichi può mettersi sotto forma proiettiva così: cercare quanti punti di F^n hanno le loro tangenti principali appoggiate entrambe ad una conica fissa, data arbitrariamente nello spazio. Sotto questa forma il problema è stato risolto in modo esatto per la prima volta dal sig. Woss (*), il quale ha mostrato come dovesse correggersi un'inesattezza contenuta nella trattazione analitica del problema, data nella 2ª ediz. dell'*Anal. Geom. des Raumes* di SALMON-FIEDLER (II Theil, pagine 43-46). Egli ha anche data un'altra soluzione analitico-geometrica della stessa questione, ed ha inoltre fatto vedere come questa si possa risolvere assai semplicemente applicando il *principio della conservazione del numero,* cioè sostituendo alla conica una coppia di rette che si secano. Quest'ultima soluzione, insieme con un'altra fondata sul medesimo principio, è riportata nel *Kalkül der abzählenden Geom.* (pag. 244) del sig. SCHUBERT.

In questa Nota mi propongo di trattare un problema più generale del precedente, dandone una soluzione puramente geometrica, ed evitando l'applicazione del principio su accennato.

Il problema è il seguente:

Date una superficie generale F^n *di ordine* n, *ed una curva* Γ^m *di ordine* m, *dotata soltanto di singolarità ordinarie, trovare in quanti punti di* F^n *le due tangenti principali si appoggiano entrambe a* Γ^m.

Col principio di corrispondenza per le forme semplici si

(*) *Ueber die Zahl der Kreispunkte einer allgemeinen Fläche n^{ter} Ordnung* (Math. Annalen, Bd. IX). — Cfr. la 3ª ediz. dell'*Anal. Geom. des Raumes* di SALMON-FIEDLER, II Theil, pag. 46-49.

trova facilmente che la superficie Φ generata dalla curva comune alle prime due polari di un punto variabile di Γ^m rispetto ad F^n è di ordine $2m(n-1)+m(n-2)=m(3n-4)$. Pertanto:

La curva Σ *luogo dei punti di* F^n, *di cui una tangente principale incontra* Γ^m, *è l'intersezione di* F^n *colla superficie* Φ, *ed è quindi dell'ordine* $mn(3n-4)$.

La curva Σ ha tre specie di punti doppî:

1° gli mn punti comuni ad F^n e Γ^m;

2° i punti di F^n, di cui una delle tangenti principali è una corda di Γ^m: questi punti sono tanti quante sono le rette comuni alla congruenza formata dalle tangenti principali di F^n ed a quella formata dalle corde di Γ^m, cioè, chiamando h il numero complessivo dei punti doppi effettivi ed apparenti di Γ^m, sono in numero di

$$3n(n-2)\cdot\frac{m(m-1)}{2}+n(n-1)(n-2)h;$$

3° gli x punti cercati di F^n, di cui entrambe le tangenti principali incontrano Γ^m.

Perciò il rango r di Σ può esprimersi come segue:

$$(1)\qquad \begin{aligned} r = {} & n\cdot m(3n-4)\,[m(3n-4)+n-2]-2mn \\ & -3n(n-2)\,m(m-1)-2n(n-1)(n-2)\,h-2x. \end{aligned}$$

E, chiamando p' il genere di Σ, si avrà:

$$(2)\qquad 2(p'-1)=r-2mn(3n-4).$$

Consideriamo ora la corrispondenza $[1, n(n-1)(n-2)]$, che le tangenti principali di F^n appoggiate a Γ^m determinano fra i punti delle curve Σ e Γ^m, e cerchiamo di applicare ad essa la nota formola di Zeuthen (*): basterà a tal fine determinare

(*) Math. Ann., Bd. III, pag. 150; cfr. la nuova esposizione fattane dal sig. Segre nel § 10 del lavoro *Introduzione alla geometria sopra un ente algebrico semplicemente infinito* (Annali di Mat., serie II, t. XXII).

il numero y' dei punti di Γ^m tali che due dei loro corrispondenti coincidano. Ora essi sono di tre specie:

1° i punti di Γ^m, da cui partono rette aventi con F^n un contatto quadripunto: poichè (*) la superficie formata da tali rette è di grado $2n(n-3)(3n-2)$, questi punti sono in numero di $2mn(n-3)(3n-2)$;

2° gli mn punti comuni ad F^n e Γ^m: poichè però è noto (**) che ognuna delle due tangenti principali condotte in un punto generico di F^n assorbe tre delle tangenti principali passanti per quel punto, ciascuno dei punti nominati dovrà essere contato $2 \, . \, (3-1) = 4$ volte (***), sicchè in questa seconda specie avremo $4mn$ punti di Γ^m;

3° i punti d'incontro di Γ^m colla sviluppabile avente per generatrici le tangenti principali condotte ad F^n nei punti della sua curva parabolica: siccome (****) questa sviluppabile è di ordine $2n(n-2)(3n-4)$, otteniamo $2mn(n-2)(3n-4)$ punti.

Avremo pertanto:

$$(3) \quad y' = 2mn(n-3)(3n-2) + 4mn + 2mn(n-2)(3n-4)$$
$$= 2mn(6n^2 - 21n + 16).$$

Se quindi chiamiamo p il genere di Γ^m, la formola di ZEUTHEN dà:

$$(4) \qquad y' = 2(p'-1) - 2n(n-1)(n-2)(p-1).$$

Eliminando dalle (1), (2), (3) e (4) le quantità r, p', y', e notando che

$$2(p+h) = (m-1)(m-2),$$

(*) R. STURM, Journal für Math., Bd. LXXII, pag. 350.

(**) CREMONA, *Preliminari, ecc.* (Mem. della R. Accad. di Bologna, 1866), n. 70.

(***) V. l'osservazione del sig. SEGRE nella seconda nota a piè della pag. 82 del l. c.

(****) SALMON-FIEDLER, *Anal. Geom. d. Raumes*, II Theil, 3ª ediz., p. 611.

si ottiene la formola cercata:

$$x = mn \{ 2(m-1)[2(n-1)(n-2)+1] + (n-1)^2 \}.$$

È notevole che la curva Γ^m non figura in essa che col suo ordine.

In particolare, se Γ^m è una conica, la formola diventa:

$$x = 2n(5n^2 - 14n + 11),$$

cioè risulta *il numero degli ombelichi di una superficie generale di ordine n*, coincidente con quello assegnato per la prima volta dal sig. Voss.

Non sarà inutile mostrare come alla formola generale precedente si possa anche pervenire applicando il principio della conservazione del numero: a tale scopo si può estendere ciascuno dei due metodi coi quali il sig. Schubert (*l. c.*, pag. 244-245) ha risolto il problema nel caso in cui Γ^m sia una conica (*).

In primo luogo supponiamo che Γ^m consti di due curve Γ^{m_1} e Γ^{m_2} degli ordini m_1, m_2, di modo che sarà $m = m_1 + m_2$. Come già si è osservato in principio di questo lavoro, le curve formate dai punti di F^n, di cui una tangente principale incontra Γ^{m_1} o Γ^{m_2}, sono le intersezioni di F^n con due superficie degli ordini $m_1(3n-4)$ ed $m_2(3n-4)$ risp., sicchè si tagliano in $m_1 m_2 n(3n-4)^2$ punti. Levando da questi i punti di F^n, di cui una tangente principale taglia ad un tempo Γ^{m_1} e Γ^{m_2}, i punti rimanenti, in numero di

$$m_1 m_2 n(3n-4)^2 - m_1 m_2 n(n^2-4) = 4 m_1 m_2 n(2n^2 - 6n + 5),$$

sono fra i punti cercati. Se quindi indichiamo con $\varphi(m)$ il numero totale di questi ultimi, abbiamo:

$$\varphi(m) = \varphi(m_1) + \varphi(m_2) + 4 m_1 m_2 n(2n^2 - 6n + 5).$$

(*) Come abbiamo già osservato, il primo di questi metodi è dovuto al sig. Voss (l. c., pag. 243-244).

Facendo la scomposizione $m_1 = 1$, $m_2 = m - 1$, sicchè sarà $\varphi(m_1) = n(n-1)^2$, si ottiene:

$$\varphi(m) = \varphi(m-1) + n(n-1)^2 + 4n(m-1)(2n^2 - 6n + 5).$$

Ponendo successivamente per m i valori m, $m - 1, \ldots, 3, 2$ e sommando, risulta per $\varphi(m)$ l'espressione già trovata.

Supponiamo in secondo luogo che Γ^m sia ridotta, come luogo, ad una retta r contata m volte. Allora i punti di F^n, che soddisfanno alla richiesta condizione, sono:

1° i punti della curva parabolica di F^n, la cui tangente principale incontra la retta r: tali punti sono in numero di $2n(n-2)(3n-4)$, e ciascuno deve contarsi $\frac{m(m-1)}{2}$ volte;

2° i punti di F^n, di cui entrambe le tangenti principali incontrano la retta r, cioè quelli il cui piano tangente passa per r: essi sono in numero di $n(n-1)^2$, e ciascuno dev'essere contato m^2 volte;

3° le n intersezioni di F^n colla r, ciascuna contata $m(m-1)$ volte.

Il numero richiesto è dunque

$$2n(n-2)(3n-4) \,.\, \frac{m(m-1)}{2} + n(n-1)^2 \,.\, m^2 + n \,.\, m(m-1),$$

d'accordo coi risultati precedenti.

Sull'etere dimetilico della fenolftaleina;

Nota del Dott. ERNESTO GRANDE.

È noto come per azione dell'anisolo sull'anidride ftalica, in presenza di cloruro di alluminio, Nourisson abbia ottenuto l'acido anisolftaloilico (1).

(1) *Bulletin de la Soc. Chim. de Paris*, 1886, t. XLVI, pag. 203.

Tale reazione conduce anche alla formazione dell'etere dimetilico della fenolftaleina nel modo seguente.

Ho mescolato gr. 150 di anisolo, preparato da me col metodo Kolbe, e bollente a 152°, con gr. 125 di anidride ftalica. Alla mescolanza aggiunsi a piccole porzioni e agitando continuamente gr. 125 di cloruro di alluminio.

Il pallone in cui avviene la reazione porta un tubo a cloruro di calcio, onde impedire che l'acido cloridrico che si forma, vi ricada sotto forma di liquido.

Lascio a sè la mescolanza, che dopo un po' di tempo si è colorata in rosso-cupo, tre giorni, poi scaldo a BM., finchè lo sviluppo di acido cloridrico è quasi nullo. Lascio raffreddare e poi aggiungo acqua.

La colorazione rossa scompare e non si ha grande sviluppo di calore come ho osservato in altre reazioni operate col cloruro di alluminio. Dopo avere bollita la massa con acqua, la tratto con soluzione di soda, la quale scioglie l'acido anisolftaloilico e una sostanza che ha il comportamento delle ftaleine.

Questi corpi precipitati dalla soluzione sodica con acido cloridrico, sono in piccola quantità. Resta una parte indisciolta dalla soda, bruna, che è il prodotto principale della reazione. Dopo averla lavata con acqua, la sciolgo a caldo in alcol a 95°, da cui per raffreddamento precipita cristallizzata in lamine un po' gialle. Dopo tre cristallizzazioni dall'alcol caldo, con carbone, l'ottengo pura, bianca, e fusibile a 101°-102°.

Il prodotto greggio dalla prima cristallizzazione dall'alcol pesava gr. 80.

Cristallizzato dall'alcol e fusibile a 101°-102° ha dato all'analisi i seguenti risultati:

1ª Sostanza impiegata	gr.	0,1388
CO_2 ottenuta	„	0,3856
H_2O „	„	0,0652
2ª Sostanza impiegata	„	0,0906
CO_2 ottenuta	„	0,2536
H_2O „	„	0,0452

Da cui si ha per $^0/_0$:

	1ª	2ª
C —	75,75	76,3
H —	5,21	5,54

Per la formola, $C_{22}H_{18}O_4$ dell'etere dimetilico della fenolftaleina si calcola:

C %	76,3
H „	5,2

Per confermare la natura della sostanza ho fatto il dosaggio dei metossili ed ebbi:

Sostanza impiegata gr. 0,2014. Ag. I ottenuto gr. 0,270 corrispondente a gr. 0,0357 di OCH_3.

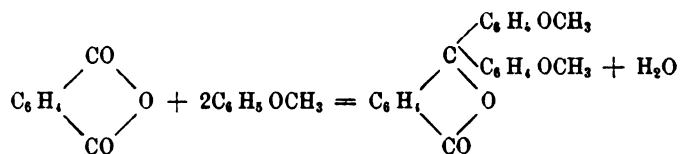
Da cui si ha per 100:

17,72 di OCH_3.

Per $C_{20}H_{12}O_2(OCH_3)_2$ si calcola

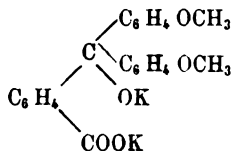
17,91 di OCH_3 %.

La sostanza adunque ottenuta nel modo descritto è l'etere dimetilico della fenolftaleina. Il cloruro di alluminio ha reagito come disidratante e nel senso della reazione di Friedel e Crafts. L'etere dimetilico della fenolftaleina si sarebbe così formato:

$$C_6H_4\left\langle\begin{matrix}CO\\ \\CO\end{matrix}\right\rangle O + 2C_6H_5OCH_3 = C_6H_4\left\langle\begin{matrix}C\begin{matrix}\diagup C_6H_4OCH_3\\ \diagdown C_6H_4OCH_3\end{matrix}\\ \\CO\end{matrix}\right\rangle O + H_2O$$

Che abbia veramente la forma lattonica lo prova il non reagire in soluzione alcoolica, coll'idrossilamina, tanto in presenza di idrato di potassio, come di acido cloridrico, in diverse condizioni di operare.

L'etere dimetilico della fenolftaleina è in laminette splendenti, bianche, quando è cristallizzato dall'alcol. Fonde a 101°-102°.

È insolubile nell'acqua. Poco solubile nell'alcol etilico freddo, molto nel caldo da cui cristallizza per raffreddamento; solubile in etere. Più solubile in acido acetico, cloroformio, solfuro di carbonio. Nell'acido solforico concentrato si scioglie con colore giallo-rosso; per aggiunta di acqua la colorazione scompare e precipita la sostanza inalterata. Nell'acido cloridrico concentrato si scioglie pochissimo anche a caldo con colorazione violetta debole; per raffreddamento precipita la sostanza inalterata e per aggiunta d'acqua la colorazione scompare. Nella potassa diluita a caldo si scioglie pochissimo, per aggiunta di acido cloridrico precipita la sostanza inalterata. Nella potassa al 30 % alla temperatura di 100° a BM, fonde e poi si trasforma in una massa cristallizzata, che non fonde più a 101° e contiene potassio. Questa sostanza con acqua in parte si trasforma nell'etere primitivo, e in parte si scioglie. Dalla soluzione per aggiunta di acido cloridrico precipita la sostanza inalterata. Probabilmente si è formato il sale potassico dell'acido diossimetiltrifenilcarbinolcarbonico.

$$C_6H_4 \begin{cases} C \begin{cases} C_6H_4\,OCH_3 \\ C_6H_4\,OCH_3 \\ OK \end{cases} \\ COOK \end{cases}$$

L'etere ottenuto si scioglie nella potassa alcoolica e non precipita più per aggiunta di poca acqua, come avviene nelle soluzioni alcooliche senza potassa. Precipita per aggiunta di acido cloridrico.

La sostanza descritta è identica con la materia cristallizzata che Baeyer aveva ottenuta per azione dell'ioduro di metile sulla fenolftaleina in soluzione potassica e che egli non sottopose ad ulteriore esame (1). Ho provato questa identità trattando la fenolftaleina, come aveva fatto Baeyer, col ioduro di metile.

Ho messo a reagire in tubi chiusi gr. 6 di fenolftaleina sciolta in alcol metilico, con gr. 4 di idrato potassico e 15 gr. di ioduro di metile. Già dopo qualche ora la colorazione del liquido diminuisce e si vede nel tubo qualche cristallo. Scaldando

(1) *Liebigs Annalen der Chemie*, t. 202, pag. 75.

a 90°-100° la colorazione rosso-viola è scomparsa ed il liquido è solo colorato in giallo-paglierino. Nei tubi si osserva aumentata la formazione dei cristalli. Aperti i tubi, e distillato l'alcol ed il ioduro in eccesso lavo il residuo che è bruno con soluzione di idrato potassio al 5 % e con acqua e poscia lo sciolgo in alcol etilico a caldo.

Per raffreddamento si deposita una sostanza gialla, cristallizzata, che dopo alcune cristallizzazioni dall'alcol etilico è bianca, pura e fonde a 101°-102°.

All'analisi diede:

Sostanza impiegata	gr.	0,0996
CO_2 ottenuta	"	0,2772
H_2O "	"	0,0488

per cui

C %	75,9
H "	5,44

L'aspetto della materia, il punto di fusione, l'azione dei solventi, degli acidi, della potassa, dell'idrossilamina è esattamente conforme a quello della sostanza da me ottenuta.

Risulta quindi che la materia cristallizzata non esaminata dal Baeyer è l'etere dimetilico della fenolftaleina e che ad esso spetta la formola lattonica.

Degli eteri della fenolftaleina risultano noti fino ad ora il monoetilico (1) ed il dimetilico descritto nella presente nota.

Sto occupandomi della preparazione del monometilico e degli altri eteri della fenolftaleina anche in base alle diverse forme che possono originarsi, lattoniche e chinoniche, come risulta, secondo i recenti lavori di Nietzki e Schröter (2) e quelli di Fischer e Hepp (3) per la fluoresceina.

---

(1) *Annali di Chimica e Farmacologia*, vol. XIV, serie IV, 1891, pag. 331.
(2) *Berichte der deut. chem. Gesel.*, 1895, n. 1, p. 44.
(3) *Berichte*, ecc., 1895, n. 4, p. 396.

Della rapida comparsa del grasso negli infarti renali in rapporto ai Bioblasti di Altmann;

Nota del Dott. ANTONIO CESARIS-DEMEL

Una questione molto complessa, e che solo in questi ultimi anni si è andata e si va avvicinando tuttora alla soluzione, si è quella sull'origine del grasso che si trova nei nostri tessuti. La questione fu vivamente dibattuta dai fisiologi in rapporto ai processi di nutrizione e di ricambio (digestione, digiuno, iper-nutrizione) e dai patologi in rapporto, sia all'anormale deposizione di grasso nell'organismo (obesità), sia alla degenerazione grassa che può colpire in vario grado di intensità, quasi tutti i tessuti dell'organismo stesso. Ora nelle linee generali si comincia ad andare d'accordo e come si ammette che il grasso alimentare possa attraversare come tale la parete intestinale e fissarsi nei tessuti, si ammette anche che il grasso possa formarsi in sito dall'albumina, per scissione di un composto atomico azotato. Però, nelle adiposi così tra loro eterogenee, in riguardo alla eziologia, non si trova dimostrabile alcuna differenza chimica, giacchè in qualunque punto dell'organismo si formi del grasso, esso viene sempre composto dal miscuglio dei tre noti gliceridi: tripalmitina, tristearina e trioleina.

La questione però ora è entrata in una nuova fase, e l'esame dell'intimo processo per il quale il grasso si deposita e si forma nei tessuti, offre argomento a studi interessanti che porteranno certo a cognizioni di fatti che il semplice esperimento non avrebbe mai risolti.

Già, coll'introduzione nella tecnica istologica dell'acido osmico, che fissa e colora in nero il grasso, si sono potuti studiare i vari processi di degenerazione grassa nei tessuti, e tanto meglio lo si può fare ora col metodo di fissazione proposto da

Altmann (1) per la colorazione dei granuli del protoplasma, metodo, che adoperando un liquido di fissazione composto in gran parte di acido osmico, ci dimostra non solo le goccioline di grasso nelle cellule ma anche il rapporto che queste goccioline hanno coi granuli protoplasmatici stessi.

Le osservazioni sul rapporto tra questi granuli e le gocciole adipose che si possono trovare nelle cellule, furono in questi ultimi tempi numerose. Con queste si venne affermando la persuasione (ed Altmann in modo speciale, sia confermando le altrui osservazioni, sia distruggendo le contradditorie, sia intraprendendone di nuove, la sostiene) che è importantissima la compartecipazione dei granuli protoplasmatici nel riassorbimento, e nella produzione del grasso.

Dai primi lavori, infatti, di L. Krehl (2) e di R. Metzner (3) risulta, che nell'intestino il grasso viene riassorbito sciolto e non in granuli — tanto è vero che l'orlo cuticulare delle cellule epiteliali dell'intestino e le parti più vicine ne sono affatto libere — mentre non regge, perchè non dimostrata la supposizione di Basch (4) che questo dipenda da una contrazione postmortale delle cellule che spinge in dentro le goccioline adipose.

Tanto più è probabile quanto dissi più sopra, inquantochè, da Cash (5) e da Munk (6) fu dimostrato che nel contenuto intestinale il grasso esiste allo stato di soluzione e di emulsione. Entrando dunque il grasso nella cellula allo stato disciolto vi trova i granuli protoplasmatici i quali se ne imbevono, e si possono seguire tutte le variazioni di volume e dell'intensità di colorazione che formano i varî stadi di passaggio dai granuli piccoli, colorati in rosso dalla fucsina, alle grosse gocciole di

---

(1) Richard Altmann, *Die Elementarorganismen und ihre Beziehungen zu den Zellen*. Leipzig, Verlag von Veit und Comp., 1890.

(2) L. Krehl, *Ein Beitrag zur Fettresorption*. Arch. f. Anat. u. Physiol., 1890.

(3) R. Metzner, *Ueber die Beziehungen der granula zum Fettsustanz*.

(4) Basch, *Die ersten Chyluswege und die Fettresorption*. Wiener Sitzungberichte.

(5) Cash, *Ueber den Antheil des Magens und des Pankreas an der Verdauung des Fettes*. Dies. Arch., 1880.

(6) Munk, *Zur Kenntniss der Bedeutung des Fettes u. s. v.* Virch. Arch., 1880, Bd. LXXX, S. 32.

grasso, colorate in nero dall'acido osmico, Metzner (1) inoltre studiando le cellule formative del grasso, nel gatto neonato, ha pure trovato che i granuli a poco a poco si fanno neri, e si possono poi riunire a formare nelle sfere grandi, mentre non si vede mai che fuori della cellula, nelle parti vicine esista il grasso allo stato corpuscolare, come non si trova questo grasso corpuscolare (Altmann (2)) vicino alle cellule adipose delle ghiandole sebacee, che pur contengono enormi quantità di grasso in gocciole.

Ricorderemo ancora, riservandoci di tornare più tardi su questo argomento, come secondo Altmann, i granuli partecipino a questa assimilazione del grasso sia in tutta la loro massa, risultandone completamente impregnati, sia solo colla loro parte periferica, con varia intensità di grado rilevabile, colla reazione dell'acido osmico, dalla presenza di un orletto o appena segnato o decisamente marcato di color nero.

Questi granuli poi avrebbero anche altre funzioni e solo dalla loro attività dipenderebbe la vita della cellula. A dimostrazione di questo asserto stanno molte osservazioni recenti (Zoia (3), Ceconi (4), ecc.), le quali a dir vero alle volte sono d'interpretazione difficile e possono dar luogo ad errori per i preconcetti aprioristici che le possono inspirare. Infatti ogni conclusione che in questo campo si possa stabilire, viene ad avere un'importanza assai grande, e bisogna andare ben guardinghi nel formularla, quando altri fatti messi in evidenza da altri metodi di ricerca pur precisi e sicuri possono contraddirla.

Per questo la teoria costrutta da Altmann (e da altri autori sostenuta), colla semplice dimostrazione di questi granuli nel protoplasma, colorabili colla fucsina, è tutt'altro che universalmente accettata e sull'interpretazione delle modificazioni di forma, di numero, di disposizione, di questi elementi in rapporto ai vari momenti dell'attività cellulare (assorbimento, secrezione, involuzione, degenerazioni varie), la discussione è ancora aperta,

---

(1) *Loc. cit.*

(2) *Loc. cit.*

(3) *Loc. cit.*

(4) Ceconi, *Sulla struttura generale del protoplasma e sui bioblasti di Altmann*. Venezia, 1890. Riv. Ven. Sc. Med., tom. XIX, fasc. III.

anzi necessaria. Per questo, crediamo utile di rendere note alcune nostre osservazioni sulla comparsa rapida del grasso negli epiteli renali, in seguito alla produzione sperimentale d'un infarto, studiate specialmente in rapporto alla compartecipazione che i granuli di Altmann potessero con questa eventualmente avere.

Prescindendo dalla deposizione fisiologica di grasso che avviene nei tessuti, dove permane e si rinnova a seconda dei bisogni e del consumo che ne fa l'organismo, e dove speciali elementi sono destinati a contenerlo, il grasso può per alterazioni patologiche del ricambio comparire in elementi che normalmente non lo contengono. Gli elementi allora cadono in degenerazione grassa. La causa più comune di questa degenerazione è la mancanza nell'ossigeno.

Ad una diminuita ossidazione sono dunque in modo speciale da ascrivere le degenerazioni grasse che si trovano nelle gravi forme distruttive tubercolari del polmone e in altre discrasie in cui essendo mancanti o alterati i globuli rossi circolanti, viene al processo di ossidazione a mancare uno dei suoi principali fattori.

Ma, se su questa causa di ordine generale fu possibile una discussione per venire ad un accordo, perchè non è sempre facile disgiungere l'azione di tossici bacterici circolanti, dalla semplice diminuzione di ossigeno, e ricerche pazienti e ripetute furono necessarie per ottenerlo, questo non è più quando il processo di degenerazione grassa, lo si studi nelle adiposi locali, dipendenti da una alterazione interessante un territorio circoscritto, facilmente dimostrabile e sperimentalmente riproducibile. — Qui l'effetto è direttamente congiunto alla causa e solo da questa dipendente. — Per ciò noi abbiamo studiato quest'argomento provocando per via sperimentale un arresto di circolo, e l'abbiamo fatto nel rene colla legatura d'un ramo dell'arteria emulgente. Così ci mettevamo nelle migliori condizioni, chè appartenendo l'arteria emulgente al tipo delle arterie terminali, occludendola, è impossibile il circolo collaterale, e il territorio irrorato da essa, o da uno dei suoi rami occluso, è rapidamente anemizzato.

Le alterazioni macro e microscopiche che con questa legatura si vengono a produrre sono ben note e nei lavori di Litten (1), Grawitz (2), Foà (3), ecc., ne è data una estesa relazione.

Ricorderemo solo brevemente come sia rapidissima e segua immediatamente alla legatura del ramo arterioso la comparsa dell'infarto a forma conica, scolorito, con una linea rossa di demarcazione, alla parte periferica. La tecnica operatoria è assai semplice: Si tien fermo tra le dita il rene che facilmente si trova attraverso alle mobili e sottili pareti addominali e si fissa alla regione lombare.

Praticando un'incisione longitudinale di pochi centimetri, a tutto spessore nella massa muscolare qui esistente, e premendo si fa uscire il rene. All'ilo, l'arteria è facilmente discernibile. Si lega un suo ramo con un filo di seta, e si ripone in sito il viscere, si fa una sutura provvisoria a punti larghi che si possano poi facilmente trovare e rimuovere. Levato poi il rene, si rifà la sutura a due strati, uno profondo muscolare, ed uno esterno dei tegumenti e si lascia l'animale a sè. Come vedremo in seguito, noi abbiamo levato i reni a vario periodo di tempo dalla legatura e per lo scopo speciale che ci eravamo prefissi abbiamo adoperatato per la fissazione e la colorazione esclusivamente il metodo di Altmann (4).

Per questo metodo preferibilmente si adoperano pezzi freschi. Negli studi sperimentali questo è sempre possibile ed è necessario per non confondere colle alterazioni provocate, quelle che spontaneamente si vengono a formare nel protoplasma cellulare dopo la morte. I pezzi da fissare possono farsi larghi, ma sottili, tutt'al più dello spessore di un millimetro.

Si fissano in una mescolanza a parti eguali di una soluzione di acido osmico al 2 $^0/_0$ e di bicromato di potassa al 5 $^0/_0$. Per avere una buona fissazione, per tre o quattro pezzetti di tessuto occorrono almeno una ventina di c. c. di miscela. — La fissazione dura 24 ore.

---

(1) M. Litten, *Unters. über den hoemor. Infarct*, ecc. Zeitsch. f. Klin. Med., Bd. I, Hf. 1.

(2) Grawitz, Virch. Arc., Bd. 77, S. 315, 1879.

(3) P. Foà, *Ueber Niereninfarcte.* Beitr. z. path. Anat. u. Allg. Pathol., Bd. V.

(4) *Loc. cit.*

Poi si lavano i pezzetti fissati, abbondantemente con acqua corrente, fino a che non si colora più in giallo e resta perfetfettamente limpida. Si passano successivamente in alcool a 75°, 90° e 100. Nell'alcool assoluto è preferibile restino appena quel tanto ch'è necessario per una completa disidratazione, la quale si ottiene presto per la sottigliezza dei pezzi. Un soggiorno ulteriore rende i pezzetti soverchiamente friabili. Poi si passano in xilolo, e dallo xilolo in paraffina (55°-60°), si tagliano i pezzetti, perfettamente raffreddati, al microtomo e le sezioni devono essere sottilissime, da 1μ a 1 $^1/_2$μ, e si fissano sui vetrini porta-oggetti sui quali vi sia disteso prima uno strato sottile di una miscela di albumina e glicerina. — Questo è un mezzo molto più comodo e pratico dell'altro consigliato e da altri autori adoperato [di stendere, cioè, uno strato sottile di soluzione di traumacitina in cloroformio (1 : 25) sul vetro porta-oggetti, riscaldarlo e poi raffreddatolo stendervi sopra rapidamente due o tre goccie di una soluzione di pirossilina (pirossilina grammi 2, acetone gr. 50, 5 cmc. di questa sciolti in alcool assoluto cmc. 20)]. Si scaldano leggermente i vetri così preparati alla fiamma, si scioglie la paraffina, si leva questa con xilolo e si passa l'alcool assoluto.

Per la colorazione si adopera una soluzione di fucsina acida di Weigert (acqua di anilina gr. 20, fucsina acida gr. 5) scaldando il preparato per un tempo vario che solo colla pratica si può arrivare a conoscere, finchè la soluzione mandi vapori e attorno cominci ad asciugarsi, formando un orletto di colore essiccato.

Si lava rapidamente in acqua, più in una soluzione idroalcoolica di acido picrico di queste proporzioni (soluzione alcoolica satura di acido picrico 1, acqua distillata 2), prima a freddo poi riscaldandola leggermente. La decolorazione dapprima è rapida, ed è bene rimuovere subito la sostanza colorante in eccesso così disciolta ed aggiungere ancora soluzione picrica. Prolungando però l'azione di questa si verrebbe a scolorare completamente il preparato. Per colpire il momento preciso in cui la decolorazione è sufficiente e solo i granuli restino colorati occorre un po' di pratica. Dopo pochi tentativi però è facile raggiungerla e allora tenendo il preparato in via di decolorazione sopra un fondo bianco, si può con una certa esattezza giudicare il momento preciso per interromperla.

Si lava allora rapidamente in alcol assoluto, si passa in xilolo e si monta in balsamo. Se il preparato è ben riuscito, i granuli sono colorati in rosso-vivo, il resto in giallo-pallido, ed il nucleo della cellula in giallo più intenso. I globuli rossi conservano alle volte la colorazione rossa della fucsina con una certa tenacità, ma non è questa una colorazione specifica.

È difficile che la colorazione riesca bene ed omogenea in tutto il preparato, specialmente se si tratta di una sezione un po' ampia, e basta una inapprezzabile differenza di spessore per alterarne la chiarezza.

Da Altmann stesso e da altri autori successivamente (Weiss, *Rosenstadt*) (1) furono proposte delle modificazioni a questo metodo specialmente in riguardo al liquido fissativo, adoperando ad esempio una soluzione di ossido di mercurio in acido nitrico o picrico, unito ad acido formico o acetico, o riguardo alla colorazione decolorando un acido nitrico (10 : 100 per 10-20 minuti secondi).

Queste modificazioni però non migliorarono certamente la sostanza del metodo e la chiarezza dei preparati. L'unica modificazione che a noi è sembrata utile si è quella di sostituire al cromato di potassa l'acido cromico, componendo perciò il liquido fissativo così:

Acido cromico 5 %, acido osmico 2 % in parti eguali.

Con questo metodo la colorazione dei granuli viene più delicata, ed è più facile seguire i processi di vacuolizzazione e di gemmazione che nei granuli stessi furono osservati. Di più la sostanza fondamentale resta molto più chiara, d'un giallo pallidissimo.

I pezzi però così fissati acquistano una grande friabilità e bisogna usare tutte le precauzioni per poterne avere delle sezioni ampie.

Prima però di parlare delle alterazioni che nei reni così operati noi abbiamo osservato a varia distanza di tempo dall'operazione stessa è utile ricordare sommariamente quale è la disposizione e l'aspetto che fisiologicamente i bioblasti assumono nel rene, e quali sono fino ad ora le alterazioni che per condi-

---

(1) Weiss und Rosenstadt, *Centrb. f. d. med. Wiss.*, 1892, n. 53.

zioni patologiche in questi granuli e in quest'organo furono osservate.

Secondo Altmann, nei reni dei conigli normali anche nelle sezioni più fine si hanno dei canalicoli con cellule epiteliali aventi molti granuli stipati e intensamente colorati in rosso (elementi a trabecole), altri, invece, hanno le cellule epiteliali con un numero minore di elementi colorabili. Però tale differenza esiste solo nel numero, mentre tanto il volume che la forma, e l'intensità di colorazione è eguale nei due casi. Così è pure eguale la circostanza che questi corpuscoli rossi occupano a preferenza la base della cellula mentre la parte rimanente n'è quasi completamente libera.

Secondo il Zoia (1) poi, nell'epitelio della capsula di Bowmann e del glomerulo, i bioblasti hanno dimensioni molto più piccole e non sono molto numerosi e non pare abbiano una disposizione speciale. Si fanno, invece, molto più numerosi e più grossi tanto da occupare tutta la cellula verso il canalicolo escretore; nel canalicolo escretore, nei canalicoli contorti nella branca discendente dell'ansa di Henle, hanno spesso una disposizione più regolare in serie o a bastoncini rigidi, mentre al gomito dell'ansa di Henle sono più raccolti alla base e nella branca ascendente e nel punto dove essa è a ridosso del glomerulo, nel tratto successivo fino al canale collettore sono più scarsi e rotondi.

Schilling (2) studiando la tumefazione torbida che avviene in un rene previa legatura nella vena renale dell'altro rene, col metodo di Altmann, trova che i granuli si possono ritenere come un indicatore molto sensibile delle alterazioni che in tal modo si vengono a formare dentro al protoplasma. Già dopo 24 ore è diminuita la colorabilità e il numero dei granuli, e ne sono specialmente colpiti i canalicoli di 2° ordine, dove è scomparsa la disposizione regolare dei granuli in trabecole. Non si vede mai però che i granuli aumentino o diminuiscano in volume. Più tardi poi avviene una separazione dei granuli, quelli alla base perdono la loro colorabilità, mentre i più centrali si

---

(1) Zoia, *Loc. cit.*

(2) Dr C. Schilling, *Den Verhalten der Altmannschen granula bei den trüben schwellung.* Virchov. Arch., 1894, Bd. 125, Hef. 3.

fanno più colorabili, e fanno pensare, quantunque la cosa non sia ancora dimostrata che da questi si possa avere una futura rigenerazione granulare. I granuli di Altmann poi secondo le osservazioni di questo autore, nella tumefazione torbida sono affatto indipendenti dai granuli albuminosi, tantochè la loro comparsa coincide colla scomparsa di quelli. Israel (1), studiando la necrosi anemica degli epiteli renali, in seguito agli arresti di circolo, e ripristinando poi la circolazione a vario periodo di tempo, non trova nella disposizione e nell'aspetto dei granuli differenze costanti molto gravi. Dopo 24 ore la disposizione a serie dei granuli è scomparsa, e restano invece in un ammasso fitto, disposti, che non varia molto dalla disposizione regolare normale. Solo molto più tardi tendono a scomparire ed anche dopo cinque giorni se ne trovano ancora in quantità considerevole, e scompaiono quando la calcificazione che si viene formando nelle cellule epiteliali viene ad impedirne la colorazione.

Si ha anche la comparsa di grasso, sempre in estensione limitata, sia a forma di scarse gocciole negli epiteli renali, sia nelle cellule del connettivo interstiziale; non è però dall'autore ricordato in quale tempo dalla legatura questa comparsa di grasso si possa osservare e in quale rapporto essa sia coi granuli di Altmann che nelle cellule in degenerazione grassa si vengono a trovare.

Che il grasso poi si venga a formare nel rene per occlusione di un ramo del tronco arterioso, era già noto dal classico lavoro del Litten, che lo dimostrò specialmente nelle parti della sostanza corticale situata immediatamente sotto la capsula e nelle quali arrivando ancora una piccola quantità di sangue dai vasi capsulari, può avvenire per la diminuita ossidazione la metamorfosi adiposa, mentre nelle parti dove la mancanza di circolo è assoluta, già in due ore si può avere la necrosi completa dell'epitelio senza presenza in questo di grasso. Vedremo ora come questo sia in parte confermato, in parte si debba modificare per le nostre osservazioni.

Fatta così una succinta rivista dell'argomento, ritorniamo

---

(1) Israel, *Die anämische Nekrose der Nierenepithelien*. Virch. Arch., 1891, B. 123, H. 2.

al punto dal quale siamo partiti e vediamo quali modificazioni si trovino avvenire nel rene in seguito alla produzione sperimentale dell'infarto. Ricordiamo ancora che per queste ricerche abbiamo esclusivamente adoperato il metodo di Altmann.

Dopo un'ora e mezzo dalla provocazione dell'infarto le alterazioni rilevabili all'esame delle sezioni sono già abbastanza manifeste. Tralasciando di descrivere i ben noti disordini circolatori, che alla legatura di un ramo dell'arteria renale susseguono e che con questo metodo che conserva assai bene i globuli rossi del sangue, sono nettamente discernibili, vediamo in modo speciale come reagiscono gli epiteli ghiandolari a questa alterata nutrizione.

Quantunque la disposizione dei bioblasti negli epiteli renali, raramente si possa trovare, anche in un rene sano, discernibile in tutta la sezione come fu da Altmann (e l'abbiamo già ricordato) schematicamente stabilito, noi vediamo subito che i bioblasti, anche a breve distanza di tempo dalla legatura, com'è nel nostro caso, ne risentono.

La disposizione in serie, colla formazione di quelle sottili trabecole (corrispondenti alle trabecole di Heidenhaim) che specialmente nella parte basale della cellula, dal nucleo vanno alla periferia, si è profondamente alterata, le trabecole si disfanno e restano i granuli aggruppati irregolarmente. A questo periodo di tempo però la colorabilità nei granuli è immutata. Assumono ancora nettamente la colorazione rossa intensa della fucsina, e conservano il volume di prima. In alcuni canalicoli contorti le cellule epiteliali perdono il loro margine netto verso il lume del canalicolo stesso ed i granuli si vanno addensando più che non siano normalmente nella parte basale. Il lume del canalicolo ne viene per questa riduzione ingrandito. Nell'orletto trasparente però, che dallo spostamento dei granuli, residua verso la parte centrale cominciano a comparire dei granuli distintamente neri, e per la nota reazione dell'acido osmico, rappresentanti goccioline di grasso.

In altri canalicoli dove il margine libero delle cellule epiteliali è ancora nettamente rilevato, mancano affatto i granuli rossi e vi si trova il nucleo, tinto di un colore giallo-cupo, sopra un fondo giallo-pallido, tutto contornato da questi granuli neri. Questi granuli hanno disposizione affatto diversa dai bio-

blasti, perchè sono meno numerosi, uniformemente distribuiti in tutto il lume cellulare, e sono molto più piccoli.

Qualche granulo nero, piccolo, si trova anche in questo periodo frammezzo agli addensati e disordinati granuli rossi. — Mancano però affatto in queste cellule, granuli grigio-chiari o grigio-scuri, come mancano assolutamente grosse gocciole di grasso. Nel connettivo di sostegno, si trovano anche cellule con distinte goccioline grasse, senza che contemporaneamente vi si noti la presenza di granuli rossi, o di forme di passaggio, dai rossi ai neri.

I canalicoli contorti che, come abbiamo detto, sono rivestiti da cellule epiteliali scolorite, a granuli adiposi abbondanti e uniformemente distribuiti, sono alternati agli altri dove i granuli sono intensamente colorati in rosso e dove sono scarse le goccioline di grasso. Per questo, si può subito distruggere l'obbiezione che si presenta spontanea, che assumano quest'aspetto per una troppo spinta decolorazione, tanto più che si possono osservare anche in punti dove, la tinta roseo diffusa, del connettivo vicino, ci dimostra anzi la decolorazione essere stata insufficiente.

Queste goccioline di grasso si trovano anche negli epiteli dei canalicoli retti, ed anche qui non si mostrano in nessun rapporto di forma e di .disposizione coi granuli rossi. Manca ancora il grasso negli epiteli della capsula e dei glomeruli Malpighiani. In questo periodo, da ultimo diremo, il grasso, quantunque evidente e di reperto costante (e noi abbiamo a varie riprese ripetuto l'esperimento per rendercene ben sicuri) non è molto abbondante, nè si può in modo preciso, fissarne una distribuzione speciale.

Dopo due ore dalla produzione dell'infarto, il reperto istologico è di poco mutato da quello che abbiamo sopra esposto, nè offre differenze costanti degne di essere menzionate.

Dopo cinque ore invece la produzione di grasso che noi abbiamo sorpreso nel suo inizio, si viene esagerando. Si trovano dei canalicoli contorti con gli epiteli pieni di minutissimi granuli neri (tantochè è facile discernerli anche a piccolo ingrandimento, cosa che prima era assolutamente impossibile) e colla mancanza assoluta di granuli rossi, ed altri dove pur trovandosi una quantità abbondante di granuli rossi addensati,

sono pure abbondanti i granuli neri, disposti preferibilmente ancora verso la parte libera della cellula.

I canalicoli contorti dove questa degenerazione grassa è più avanzata e più diffusa sono quelli che si trovano nella sostanza corticale immediatamente sotto alla capsula. In molti canalicoli il lume non è più discernibile, in altri si trova un contenuto granuloso, contenente pure delle minute goccioline di grasso.

Le cellule adipose del connettivo interstiziale vanno aumentando, e questo è l'indice del trasporto che del grasso neoformato si viene rapidamente stabilendo, e delle alterazioni che per la mancanza di circolo anche a questi elementi ne vengono. In questi preparati, specialmente adoperando i pezzi fissati in acido cromico, e nei quali l'alcool picrico abbia agito molto, e la decolorazione sia molto forte, si trova che i granuli rossi aumentando leggermente di volume tendono come a vacuolizzarsi, il loro orletto si fa rosso intenso, mentre la parte centrale resta debolmente colorata in rosa. Quantunque poi in questo periodo la produzione del grasso sia più abbondante e manifesta, e si trovino anche qui i granuli di grasso frammisti in proporzioni variissime, da una completa sostituzione, a una sostituzione parziale o alla semplice presenza di scarsissimi granuli, frammisti ai rossi, non si trovano mai, nè le forme grigie, nè le altre da Altmann descritte in cui il grasso venendo assorbito dalla periferia, viene a colorarne in nero il contorno.

Come ricorda il Conheim (1), nella degenerazione grassa degli epiteli renali, delle cellule muscolari liscie e striate, nelle cellule polmonari, e sugli endoteli delle pareti vasali è rarissimo che le goccioline minute di grasso si fondano, nella degenerazione grassa, in grosse gocciole. Nel nostro caso, fino a questo periodo di tempo l'asserto si può sostenere. In periodo più avanzato poi, dopo (17, 24, 48 ore, 5 giorni, ecc.), la produzione dell'infarto, aumentando sempre la produzione di grasso, questo può in piccolo grado radunarsi in grosse gocciole rotonde. In questi periodi avanzati poi cominciano a comparire goccioline di grasso anche negli epiteli glomerulari e capsulari, ed in talune cellule, compare un aspetto lacunare distinto, e qui cer-

(1) Conheim, *Trattato di Patologia generale.*

tamente le lacune indicano la preesistenza di grassi raccolti, ma che scompaiono col trattamento, indicato, delle sezioni. Infatti, l'acido osmico fissa l'acido oleico e l'oleina, ma il primo viene poi sciolto dallo xilolo e dall'alcool lasciando le sopracitate lacune.

Tanto nelle sezioni dei periodi avanzati dell'infarto, come quelle dei periodi precedentemente descritti, esaminate senza il processo di colorazione, ma semplicemente liberate collo xilolo dalla paraffina e montate in balsamo lasciano scorgere in modo più netto la presenza e la disposizione del grasso che si viene formando. — Neppure in questo modo però è possibile scorgere, nè le forme grigie di passaggio, nè le forme anulari a orletto nero.

Delle alterazioni poi che nei successivi periodi di tempo avvengono nel territorio dell'infarto, noi non diremo, e perchè queste alterazioni che conducono alla necrosi ischemica furono poi argomento del dettagliato e completo lavoro di Israel (1) e perchè ci condurrebbero fuori dal campo che noi ci eravamo prefissi.

Da quanto dunque siamo venuti esponendo due fatti specialmente risultano i quali sono degni di tutta la nostra attenzione.

Il primo si è quello della rapidissima comparsa del grasso nelle cellule degli epiteli renali in seguito alla produzione di un infarto per il solo fatto della diminuita ossidazione. La possibilità di una così rapida scissione dell'albumina, per questa causa non era stata ancora in modo preciso affermata. Le osservazioni di Litten (2), già ricordate e ripetute dallo stesso autore in un successivo lavoro (3), quelle di Israel (4), sulla necrosi ischemica con produzione di grasso, negli epiteli renali, furono sempre fatte ripristinando la circolazione, dopo la temporanea legatura dell'arteria. E così, la degenerazione grassa, osservata nei reni durante l'infezione colerica (5) ed attribuita

---

(1) *Loc. cit.*

(2) *Loc. cit.*

(3) Litten, *Ueber Cholera Niere.* Zeitsch. f. Klin. Med., 1890, f. 3.

(4) *Loc. cit.*

(5) B. Reinhardt und R. Leubuscher, Wirch. Arch., Bd. II, S. 496. —

da alcuni autori più alla ossidazione insufficiente, che alla eliminazione dei tossici compare molto più tardi ed in alcuni casi è decisamente negata (1). La compartecipazione innegabile dei tossici in questo caso poi, rende inutile che noi ci soffermiamo a parlarne, e per la stessa ragione lasciamo da parte tutta la letteratura risguardante la degenerazione rapida dei tessuti negli avvelenamenti acuti, per sostanze chimiche inorganiche (fosforo, arsenico, ecc., ecc.).

L'altro fatto è l'assoluta indipendenza che questo grasso così formato dimostra d'avere coi bioblasti di Altmann. Infatti se questa dipendenza ci fosse, si dovrebbero trovare tutte o per lo meno qualcuna delle forme di passaggio dai granuli rossi fucsinofili ai granuli neri di grasso, sia che questa trasformazione avvenga in totalità, sia che avvenga concentricamente per imbibizione di grasso dalla periferia, forme già vedute e descritte da Altmann e da altri autori, sia in rapporto a funzioni fisiologiche che ad alterazioni patologiche. Qui mancano le forme anulari, le forme grigie, e grigio-scure che devono condurre alle forme completamente e intensamente nere.

E se queste ci fossero si dovrebbero trovare specialmente al principio del processo quando avvenuto l'arresto di circolo, il protoplasma mal nutrito, viene a subire notevoli alterazioni nel proprio ricambio. Ora questo non è. Le goccioline di grasso si mostrano in questo caso assolutamente indipendenti dai granuli fucsinofili, e per la loro disposizione, chè li troviamo specialmente raggruppate alla parte libera della cellula, dove normalmente i granuli fucsinofili sono in minor quantità, e per la loro forma di rado riproducente la forma del granulo (o minutissime come i granuli non sono mai, o come raramente

---

Freirichs, *Brigtsch Nierenkrankheit*, 1850. — Meyer, *Beitrag zur Pathologie des Choleratyphoids*. Wirch. Arch., Bd. VI, 1854. — Buhl, Zeitschr. f. rat. Med., 1883. — Kelsch, *Arch. de Physiol. norm. et pat.*, t. I, 1874, p. 723. — Strauss, *Progr. Medical*, 1885, p. 20 e 21. — Tizzoni e Cattani, *Ueber histologischen Veränderungen der Organe bei Cholera Infection*. Cent. f. m. Wiss., 1887, 39, 40. — Klebs, *Aug. Path.*, 1887. — Simmonds, *Deut. Med. Woch.*, 1891, 51-52. — Leyden, *Zeit. f. Klin. Med.*, Bd. XXII, 1, 2. — A. Zinno, *Il rene colerico*. Napoli, 1895.

(1) Schuster, *Deut. Med. Woch.*, 27, 1893. — Fränkel e Rumpf, *Deut. Arch. f. Klin. Med.*, Bd. 52, 1894, f. 1 e 2.

avviene a grosse goccie). Di più le forme di passaggio che non si trovano in questi primi momenti (1 $^{1}/_{2}$-2 ore dopo la produzione dell'infarto) non si trovano nemmeno in seguito quando pure l'aumentata quantità di grasso che si trova nei preparati dimostra come questo processo si vada continuamente svolgendo.

Non bisogna quindi ai granuli, per lo meno nel caso che fu oggetto del nostro studio, dare una importanza eccessiva nella biologia cellulare e ad essi soli esclusivamente legare tutti i vari processi che nella cellula, sia per la sua funzione, sia per alterazioni che la tocchino, si possano svolgere.

Qui la formazione del grasso, il suo trasformarsi dallo stato sciolto, allo stato corpuscolare, avviene esclusivamente in dipendenza della sostanza intergranulare, e pur trovandosi sciolto per la nota scomposizione dell'albumina, non viene dai granuli assimilato. Le alterazioni che nei periodi successivi di tempo avvengono nei granuli, per la morte completa della cellula, non indicano affatto una loro compartecipazione diretta al processo di degenerazione grassa, dipendente dall'arresto di ossidazione, per la circolazione interrotta.

Relazione sulla Memoria intitolata:

Sopra alcune rocce del bacino del Monte Gimont;

del Dott. GIUSEPPE PIOLTI.

L'autore nella Memoria presentata esamina alcune rocce del bacino del M.te Gimont, quali sono le diabasi ed i loro agglomerati, i serpentini, le eufotidi ed alcuni schisti calcari.

Con un diligente studio petrografico, più diffuso a riguardo delle diabasi, le quali appaiono più estese nella regione indicata, l'A. descrive le menzionate rocce e le varietà che esse presentano; quindi, tenuto conto della struttura intima e della posizione delle rocce, stabilisce come debba ammettersi, che le diabasi e le eufotidi sieno rocce eruttive e che i serpentini rappresen-

tino una roccia eruttiva originariamente di natura peridotica e pirossenica.

Allo scritto principale l'A. unisce due appendici. In una vi ha lo studio petrografico di alcuni frammenti di rocce, le quali, benchè non sieno state trovate in posto dall'Autore, appartengono senza dubbio al bacino del M.te Gimont, e detti frammenti rappresenterebbero altre varietà di diabasi e di serpentini.

Nella seconda appendice l'Autore esamina il lavoro dei signori Grenville Cole e Walter Gregory, i quali nel loro studio sulle rocce del M.te Ginevra accennarono sommariamente a quelle analoghe del M.te Gimont, e rettifica alcune loro asserzioni.

Il lavoro del Dott. Piolti è illustrato da due tavole ed in complesso è interessante per la geologia italiana. Perciò proponiamo che di esso si dia lettura per essere pubblicato nelle Memorie.

G. Berruti.
G. Spezia, *Relatore.*

Relazione sulla Memoria dell'Ing. Luigi Lombardi, avente per titolo:

Fenomeni di Polarizzazione in un campo elettrostatico uniforme.

Misura di differenze di potenziale e di costanti dielettriche.

I sigg. L. Graetz e L. Fomm di Monaco hanno in questi ultimi due anni pubblicato alcune loro ricerche sperimentali sulle coppie di rotazione sollecitanti dischi sottili o sottili asticine di varie sostanze collocate in un campo elettrostatico. E tali ricerche oltre che a controllare previsioni teoriche hanno condotto a far prevedere la possibilità di far servire le misure delle cennate coppie di rotazione alla determinazione delle forze elettriche ed a quella dei poteri induttori specifici.

L'Ing. Luigi Lombardi, già allievo della nostra Scuola di elettrotecnica, ed attualmente assistente nel Politecnico di Zurigo, ha eseguito analoghe ricerche con mezzi sperimentali di gran lunga migliori, ed ha messo in evidenza tutta la fecondità di simili misure. Le sue ricerche formano l'oggetto della Memoria che egli ha ora presentato alla Accademia.

Come già Graetz e Fomm, il Lombardi, nelle sue esperienze, generava il campo elettrostatico tra due lastre metalliche verticali mantenute a potenziali diversi. Ma mentre i due primi sperimentatori, per produrre gli alti potenziali necessari, avevano dovuto ricorrere esclusivamente ad un rocchetto di Ruhmkorff, il che rendeva eccessivamente difficile la produzione di potenziali di valore efficace costante, il Lombardi ha potuto adoperare al medesimo scopo una parte della grande batteria di accumulatori posseduta dal laboratorio di fisica del Politecnico di Zurigo, batteria colla quale si può ottenere una differenza di potenziali raggiungente i 21000 volt. Per ottenere un campo elettrostatico alternativo i potenziali venivano invertiti con rapida frequenza per mezzo di un commutatore rotante. Tutte le differenze di potenziali erano misurate con voltometri elettrostatici di Lord Kelvin del tipo multicellulare orizzontale, i quali hanno una posizione di zero eccezionalmente costante, e collo smorzatore ad olio permettono di fare le letture con grande rapidità e sicurezza. Nel campo elettrostatico venivano sospesi dischetti sottili, ora metallici ed ora dielettrici, portati da una lunga sospensione bifilare; e le letture delle deviazioni venivano fatte collo specchio e col cannocchiale.

Con la descritta disposizione sperimentale l'Autore ha potuto verificare con la più grande sicurezza e per tutti i corpi, tanto pei conduttori quanto pei coibenti, la proporzionalità che esiste tra il momento della coppia di rotazione ed il quadrato della forza elettrica nel campo elettrostatico. Servendosi poi di questo risultato egli ha messo in chiaro come colla descritta disposizione sperimentale si possono fare: 1° misure elettrometriche tanto relative quanto assolute; 2° determinazioni tanto relative quanto assolute di poteri induttori specifici.

Nella Memoria in esame queste due applicazioni sono trattate con grande copia di risultati sperimentali, i quali, mentre mettono in chiaro l'esattezza del metodo, apportano pure un

utile contributo alla conoscenza delle costanti fisiche de' corpi dielettrici.

Un utile contributo le ricerche in discorso recano pure allo studio della dipendenza tra la costante dielettrica e la lunghezza delle onde elettriche.

Noi adunque riteniamo che il pregevole lavoro dell'Ingegnere Lombardi sia meritevole di essere letto davanti alla Classe.

A. NACCARI.
GALILEO FERRARIS, *Relatore.*

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 16 Giugno 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Rossi, Manno, Schiaparelli, Pezzi, Nani, Cognetti de Martiis, Cipolla, Brusa, Perrero, Allievo e Ferrero Segretario.

Il Socio Segretario Ferrero presenta l'opera di Giovanni Battista De Rossi, " *Inscriptiones christianae urbis Romae septimo saeculo antiquiores* „ (Roma, 1861 e 1888), donata all'Accademia da S. E. il Ministro della Pubblica Istruzione. Presenta pure un opuscolo offerto dal Direttore della Classe, il Socio Gaudenzio Claretta, intitolato: " *Les inscriptions testamentaires de Charles de Momtbel comte de Frosasque* „ (Chambéry, 1895).

È comunicato il R. Decreto 16 maggio 1895 approvante l'elezione, fatta dalla Classe, del Socio Corrispondente Ernesto Curtius a Socio estero.

Il Socio Pezzi legge il secondo ed il terzo saggio del suo lavoro: " *Indici sistematici illustrati per lo studio dell'espressione*

metaforica di concetti psicologici in greco „. Nel secondo saggio egli espone numerosi esempi di parole greche da sensi riferentisi alla natura organica od alla civiltà giunte a significati concernenti la vita dello spirito. Il terzo saggio contiene la materia dei due precedenti ordinata in guisa affatto diversa: si procede dai sensi psicologici, e se ne indicano le varie origini, giusta i risultamenti delle ricerche esposti nei due primi lavori. La Classe approva la stampa del lavoro nelle *Memorie* accademiche.

Il Socio Segretario Ferrero legge un lavoro del Dott. Carlo Pascal: “ *La leggenda del diluvio nelle tradizioni greche* „, che è pubblicato negli *Atti*.

Presenta poi un lavoro manoscritto del prof. Federico Patetta, intitolato: “ *Frammenti torinesi del Codice Teodosiano* „, di cui l'autore desidera l'inserzione nei volumi delle *Memorie*.

A riferire intorno a questo lavoro in una prossima adunanza, il Presidente delega il Socio presentante ed i Socii Nani e Cipolla.

Il Socio Rossi legge una sua nota sopra “ *Alcuni cocci copti del Museo egizio di Torino* „, la quale è inserita negli *Atti*.

La Classe, in adunanza privata, nomina il Socio Nani suo delegato triennale presso il Consiglio di Amministrazione dell'Accademia, e riconferma il Socio Peyron nell'ufficio triennale di membro della Giunta per la biblioteca accademica.

LETTURE

La leggenda del diluvio nelle tradizioni greche;

Nota del Dott. CARLO PASCAL.

I. — La leggenda del diluvio è comune a gran parte dell'antichità; e dai venerandi racconti della Genesi alle feconde fantasie del Mahâbhârata, e da queste alle fresche e liete concezioni greche, più popoli l'ebbero tra le loro sacre tradizioni, e a quei sovvertimenti cosmici, distruggitori d'intere stirpi, fecero risalire l'origine della propria e il rifiorire della rinnovellata natura. Or dal ritrovare la medesima leggenda sotto varie forme presso varii popoli, mal si argomenta *a priori* doversi l'una forma dir derivata dall'altra e l'un popolo averla all'altro importata; sia perchè più popoli, se sortirono da un medesimo ceppo, conservano spesso come l'eco lontana delle comuni tradizioni religiose e della vita comune; così come nelle particolari loro parlate conservano le vestigia e come a dire i frammenti della comune lor lingua antica; sia perchè, se pur essi sortirono da stipiti diversi, vi ha come certi misteriosi ritorni nelle coscienze dei popoli a forme simboliche, che involgono in aspetti esteriori del tutto simili, i concetti acquisiti alla popolare esperienza.

Or nel caso del mito greco, la leggenda del diluvio ebbe senza dubbio dall'Oriente importazioni molteplici; pure, sceverando gli elementi ascitizii, si può giungere, crediamo, al nocciolo primo, ed ivi ritrovare caratteri e nomi originariamente ellenici. Ed è appunto proposito nostro di mostrare come, sul mero campo greco, la leggenda abbia spiegazione ovvia e completa; e come di essa si possa seguire la storia, dal suo primo sbocciare ai tardivi sviluppi.

Nè si nega che molteplici infiltrazioni sieno avvenute, e specialmente dalle antichissime tradizioni bibliche.

E ad esempio, da quella fonte derivarono, secondo alcuni, anche le tradizioni caldee. Xisuthrus è l'eroe babilonese del diluvio, che trasportato dall'acqua giunge al vertice di una montagna, e vi discende; ma quando i suoi compagni dell'arca

il chiamano ad alte grida, ei più non si vede; sol la sua voce si ascolta, che comanda loro di tornare in Babilonia. In tal mito convengono le due leggende ebraiche di Noach, scampato dal diluvio e di Enoch assunto al cielo. Non sembrano all'incontro aver rapporto con la tradizione ebraica le leggende indiane, checchè ne abbia pensato il Burnouf (*Bhâgavata Purâṇa*, prefaz.), che però ignorava l'antichissima tradizione vedica della leggenda, posteriormente pubblicata dal Weber, *Ind. Stud.*, I, 161. Tal redazione è nel Çatapatha Brâhmana, e sembra essere la fonte delle tre redazioni posteriori, delle quali una è nel Mahâbhârata (*Vanaparva*, v. 12746-12804), l'altra è nel Bhâgavata Purâṇa (VIII, 24, ed. Burnouf, t. II, p. 177 testo, p. 191 traduz.), l'altra è nel Matsya Purâṇa (*Vishṇu Purâṇa*, trad. Wilson, p. 51). Le quattro leggende indiane sol per poche particolarità di nomi differiscono; e il fondo della leggenda è sempre nel racconto del pesce che salvato dall'eroe (Manu, o Satyavrata) gli prenunzia prossimo l'orrendo cataclisma, e gli dà il modo della salvazione e della fuga. Quel pesce è o Brâhma stesso, o Vishnú, che si rivela infine al salvato eroe. Il vascello salvatore ora è costruito da Manu per consiglio del misterioso pesce (Mahâbhârata), ora è mandato al costernato eroe da Vishnú stesso.

Or si può ritenere col Pictet (*Les origines indo-européennes*, III, p. 362 e segg.) che gli Ariani dell'India abbiano attinto la loro leggenda del diluvio alla medesima fonte, onde scaturirono le tradizioni ebraiche e caldee; ma niente c'impedisce di credere che leggende originariamente diverse e peculiari a ciascun popolo, abbiano assunto dalla medesimezza dei fenomeni e delle esperienze popolari certa simiglianza di caratteri, che poi più doveva favorire le infiltrazioni molteplici e il progressivo agguagliamento delle une alle altre; infiltrazioni che si sarebbero rese ben più palesi nelle redazioni letterarie a noi giuntene, le quali furono prese quali testimonianze, che potrebbero essere fallaci, di una identità primitiva.

Lo stesso è da dire delle leggende greche. Dall'esame che ne faremo risulterà chiaro, spero, come nel nocciolo primo vi si ritrovino due concetti che formano, come a dire, il sostrato di tutta la mitologia greca: l'adorazione del Sole Infero, e le nozze del Cielo con la Terra. Pur sotto le forme vivaci del mito, niuno ravviserebbe il significato primitivo; e l'aspetto esteriore

di esso piuttosto c'indurrebbe a ripeterne l'origine dall'Oriente, anzichè dal fondo della coscienza mitica dei popoli ellenici. Ma rimangono gl'indizii rivelatori della forma primiera; e quegl'indizii ci daran lume per dispogliare delle posteriori aggiunte il mito originario; e ritrovarvi dentro, qual gemma riposta, la più bella e più semplice espressione religiosa di un popolo, che delle sue credenze fece, nelle origini e nello svolgimento della sua vita, la fiamma illuminatrice della sua mente e ravvivatrice della sua fantasia.

II. — La leggenda greca nella sua forma ultima e completa si ritrova presso Ovidio, *Metam.*, I, 274-416, al qual poeta ha esso ispirato uno dei più bei carmi della poesia latina. Giove sdegnato per il nefando delitto di Licaone, nè sazio ancora della procurata vendetta, volle sommergere e far perire nell'acqua gli uomini tutti. Sol ripararono su piccioletta barca, alla cima del Parnaso, Deucalione e Pirra; e Giove sapendoli a sè devoti, e innocenti, non volle che perissero; ma ricomposta la sconvolta natura, li prese a rinnovatori degli uomini. E poichè essi, sulla solitaria cima, lamentavano la spenta progenie e gli squallidi silenzii delle terre, piacque loro di far preghiera agli Dei, che si ripopolasse il mondo; e supplici innanzi agli scalini del tempio di Temi, n'ebber questo responso, di partirsi dal tempio e di velare il capo e di sciogliere le vesti, e di gettar dietro al tergo le ossa della Madre Terra. Ed essi, in prima dubbiosi, si fan poi coraggio alla prova; e intendendo il responso, gettan dietro di sè le pietre del monte; onde ebbesi novella generazione di uomini, che alla durezza del cuore accusano la loro origine lapidea.

Con la narrazione ovidiana ben s'accorda per la natura e il numero degli elementi mitici quella di Apollodoro, *Bibl.*, I, 7, 2. Deucalione era figlio di Prometeo, e regnava nella Ftiotide. Quando Giove volle che disparisse dalla terra l'età del bronzo, Deucalione fabbricò una piccola arca, ove entrò con la moglie Pirra.

E al sopraggiungere della procella, che dilagando in diluvio, sommerse uomini e cose, Deucalione sbattuto sul mare per nove giorni e nove notti, trovò requie con l'arca sua, sulla cima del Parnaso, ove al cessar della pioggia egli sagrificò a Giove

Phyxio. Indi il comando di Giove di gettar le pietre; e dalle pietre la novella generazione umana (1).

Nell'una parte o nell'altra convengono a tal narrazione i seguenti passi, comecchè vi si contengano scarsi accenni:

Apollod., *Bibl.,* III, 8, 2: Νυκτίμου δὲ τὴν βασιλείαν παραλαβόντος ὁ ἐπὶ Δευκαλίωνος κατακλυσμὸς ἐγένετο. — Apollod., *Bibl.*, III, 14, 5: Κέκροπος δὲ ἀποθανόντος Κραναὸς αὐτόχθων ὢν, ἐφ' οὗ τὸν ἐπὶ Δευκαλίωνος λέγεται κατακλυσμὸν γενέσθαι. — Cononis, Narrat. XXVII (*Myth. greci,* p. 135, Westermann): [Δευκαλίων] ἐβασίλευσε τῆς Φθιώτιδος, καὶ τοῦ κατ' αὐτὸν τῆς Ἑλλάδος κατακλυσμοῦ. — C. I. Gr. 2374, v. 4: Δευκαλί[ω]ν παρὰ τ[ὸ]ν Πάρνασσ[ο]ν ἐν Λυκ[ω]ρείᾳ ἐβασίλευσε [βα]σιλε[ύο]ντος Ἀ[θ]ηνῶν Κέκρ[ο]π[ο]ς.

Dei quali passi è importante il primo, che pone il diluvio sotto il regno di Nyktimos. Giacchè tal passo ricollega il nostro mito direttamente a quello di Licaone, colleganza che già si ritrova in Ovidio stesso e in Apollodoro (III, 8). E poichè le conclusioni cui giungemmo nel lavoro sul mito di Licaone, ci saranno necessarie ad intraprendere la discussione del nostro tema, noi dovremo in seguito dare di quelle conclusioni un breve accenno. Per ora passiamo a notare che se in Ovidio, in Apollodoro e nella iscrizione del marmo Pario (*C. I. Gr.*, 2374) il Parnaso è il punto di approdo, e quindi della rinnovazione della stirpe umana, altre redazioni della leggenda designano altre montagne quali vette salvatrici dell'uman genere. E ad esempio, presso Igino è l'Etna; cfr. Hygini, *Fabulae,* 153:

---

(1) Apollod., *Bibl.* I, 7, 2. Προμηθέως δὲ παῖς Δευκαλίων ἐγένετο. οὗτος βασιλεύων τῶν περὶ τὴν Φθίαν τόπων γαμεῖ Πύρραν τὴν Ἐπιμηθέως καὶ Πανδώρας, ἣν ἔπλασαν θεοὶ πρώτην γυναῖκα. ἐπεὶ δὲ ἀφανίσαι Ζεὺς τὸ χαλκοῦν γένος ἠθέλησεν, ὑποθεμένου Προμηθέως Δευκαλίων τεκτηνάμενος λάρνακα καὶ τὰ ἐπιτήδεια ἐνθέμενος εἰς ταύτην μετὰ Πύρρας εἰσέβη. Ζεύς δέ πολύν ὑετὸν ἀπ' οὐρανοῦ χέας τά πλεῖστα μέρη τῆς Ἑλλάδος κατέκλυσεν. ὥστε διαφθαρῆναι πάντας ἀνθρώπους ὀλίγων χωρίς, οἳ συνεφοίτων εἰς τὰ πλησίον ὑψηλὰ ὄρη. τότε δὲ καὶ τὰ κατὰ Θεσσαλίαν ὄρη διέστη καὶ τὰ ἐκτὸς Ἰσθμοῦ καὶ Πελοποννήσου συνεχέθη πάντα. Δευκαλίων δὲ ἐν τῇ λάρνακι διὰ τῆς θαλάσσης φερόμενος ἐφ' ἡμέρας ἐννέα καὶ νύκτας ἴσας τῷ Παρνασσῷ προσίσχει, κἀκεῖ τῶν ὄμβρων παῦλαν λαβόντων ἐκβὰς θύει Διὶ Φυξίῳ. Ζεὺς δὲ πέμψας Ἑρμῆν πρὸς αὐτὸν ἐπέτρεψεν αἱτεῖσθαι ὅ τι βούλεται, ὁ δὲ αἱρεῖται ἀνθρώπους αὐτῷ γενέσθαι. καὶ Διὸς εἰπόντος ὑπὲρ κεφαλῆς αἴρων ἔβαλε λίθους, καὶ οὓς μὲν ἔβαλε Δευκαλίων ἄνδρες ἐγένοντο, οὓς δὲ Πύρρα γυναῖκες. ὅθεν καὶ λαοὶ μεταφορικῶς ὠνομάσθησαν, [ἀπὸ τοῦ λᾶας, ὁ λίθος].

" Cataclysmus, quod nos diluvium vel irrigationem dicimus, cum factu*m* [*sic*] est, omne genus humanum interiit, praeter Deucalionem et Pyrrham, qui in montem Aetnam, qui altissimus in Sicilia esse dicitur, fugerunt. Hi propter solitudinem cum vivere non possent, petierunt ab Jove ut aut homines daret, aut eos pari calamitate afficeret. Tum Jovis jussit eos lapides post se iactare. Quos Deucalion jactavit viros esse jussit, quos Pyrrha mulieres. Ob eam rem Laos dictus: Laos enim graece lapis dicitur " (V. pure Hygini, *Poet. astronom.*, XXIX).

Altri scrittori pongono in Dodona la primitiva sede umana dopó il diluvio: Aristot., *Meteorol.*, I, 14, 21; *Etym. Magnum*, s. v., Δωδωναῖος; Schol., *Il.*, 16, 233; altri sulla rupe di Agdo nella Frigia (Arnob., 5, 5, 158); e secondo altri infine (Hellanikos presso lo Scol. di Pindaro, *Ol.*, 9, 64) Deucalione si sarebbe fermato sull'*Othrys*, o in *Kynos* (Strab., IX, 4).

Accennammo dianzi al mito nella sua redazione ultima e completa; ma i minori racconti ci daranno nella varietà loro argomento prezioso di studio. Nell'*Etym. M.* (s. v. Δωδωναῖος) si racconta di Deucalione, che primo popolò l'Epiro, ivi accogliendo gli scampati dal diluvio; e si aggiunge che dall'unione di Giove con Dodona, una delle Oceanidi, si chiamò Dodona la terra e Dodoneo il nume (1). Ed Arnobio invece (5, 5, 158) polemizzando contro i miti pagani, riporta il racconto della meravigliosa Agdo, dalla quale Deucalione e Pirra avrebbero tratto i sassi rigeneratori degli uomini. Sul vertice della roccia Giove desiderò la Grande Madre addormentata; e poichè questa era ripugnante, Giove effuse nella pietra la libidine sua, e la pietra, muggendo, partorì Agdeste (2). Presso Giustino (2, 6) Deucalione

(1) *Etym.*, M. s. v. Δωδωναῖος: Ὁ Ζεύς. Ἰλιάδος π', Ζεῦ ἄνα Δωδωναῖε. Ἐν χωρίῳ τῶν ὑπερβορέων τῇ Δωδώνῃ τιμώμενε ἐν Θεσπρωτίᾳ. Δευκαλίων μετὰ τὸν ἐπ' αὐτοῦ γενόμενον κατακλυσμόν, παραγενόμενος εἰς τὴν Ἤπειρον, ἐμαντεύετο ἔν τε δρυΐ. Πελειάδος δὲ χρησμὸν αὐτῷ δούσης, κατοικίζει τὸν τόπον, συναθροίσας τοὺς περιλειφθέντας ἀπὸ τοῦ κατακλυσμοῦ. καὶ ἀπὸ τοῦ Διὸς καὶ Δωδώνης μιᾶς τῶν Ὠκεανίδων Δωδώνην τὴν χώραν προσηγόρευσεν. Ἡ ἱστορία παρὰ Θρασυβούλῳ καὶ Ἀκεστοδώρῳ.

(2) Arnob., 5, 5, 158: " In Phrygiae finibus inauditae per omnia vastitatis petra .....est quaedam, cui nomen est Agdus, regionis eius ab indigenis sic vocata. Ex ea lapides sumptos sicut Themis mandaverat praecinens, in orbem mortalibus vacuum Deucalion iactavit et Pyrrha, ex quibus cum ceteris et haec Magna quae dicitur informata est Mater atque animata

è solo il raccoglitore della scarsa umanità superstite (1), presso Pausania (I, 18, 7) è il fondatore del tempio di Giove Olimpio (2); presso Apollonio Rodio (3, 1085) è il primo fondatore di templi agl'immortali (3); ed infine in un frammento di Esiodo, Pandora nella casa stessa di Deucalione si unisce in amore al padre Giove, e genera Greco, uno degli eroi eponimi del popolo ellenico (4).

Tutti i passi finora esaminati riguardano il diluvio, detto Deucalionio (5); ma vi ha un'altra tradizione greca, che si riferisce

---

divinitus. Hanc in vertice ipso petrae datam quieti et somno, quam incestis Juppiter cupiditatibus appetivit, sed cum obluctatus diu id quod sibi promiserat obtinere nequisset, voluptatem in lapidem fudit victus. Hanc petra concepit, et mugitibus editis multis prius mense nascitur decimo materno ab nomine cognominatus Agdestis „.

(1) Giustino, 2, 6: " Huius [Amphictyonis] temporibus aquarum illuvies maiorem partem populorum Graeciae absumpsit. Superfuerunt quos refugia montium receperunt, aut ad regem Thessaliae Deucalionem ratibus evecti sunt: a quo propterea genus hominum conditum dicitur „.

(2) Pausan., 1, 18, 7. « τοῦ δὲ Ὀλυμπίου Διὸς Δευκαλίωνα οἰκοδομῆσαι λέγουσι τὸ ἀρχαῖον ἱερόν, σημεῖα ἀποφαίνοντες, ὡς Δευκαλίων Ἀθήνησιν ᾤκησε, τάφον τοῦ ναοῦ τοῦ νῦν οὐ πολὺ ἀφεστηκότα ».

(3) Apollonio Rodio, 3, 1085:

> « Ἰαπετιονίδης ἀγαθὸν τέκε Δευκαλίωνα,
> ὃς πρῶτος ποίησε πόλεις καὶ ἐδείματο νηοὺς
> ἀθανάτοις, πρῶτος δὲ καὶ ἀνθρώπων βασίλευσεν ».

(4) Framm. di Esiodo presso Lydus, *De mens.*, c. 4 (*Hesiodi fragm.*, ed. Marckscheffel, p. 276):

> « Κούρη δ' ἐν μεγάροισιν ἀγαυοῦ Δευκαλίωνος
> Πανδώρη Διὶ πατρί, θεῶν σημάντορι πάντων,
> Μιχθεῖσ' ἐν φιλότητι τέκε Γραῖκον μενεχάρμην ». —

Altro frammento, pure di Esiodo, pone i Lelegi sotto la condotta di Locro, qual primo popolo di Deucalione: il che si riferisce alla leggenda del fermarsi di Deucalione nelle fertili campagne ai piedi dell'Othrys: Esiodo, presso Strabone, 7, 7, 2 (H. *Fragm.*, ed. Marckscheffel, p. 327).

> « Ἤτοι γὰρ Λοκρὸς Λελέγων ἡγήσατο λαῶν
> τούς ῥά ποτε Κρονίδης Ζεὺς ἄφθιτα μήδεα εἰδὼς
> λεκτοὺς ἐκ γαίης λαοὺς [ἀλέας altri] πόρε Δευκαλίωνι ».

(5) Una curiosa tradizione è quella consacrata nell'epistola ovidiana di Saffo a Faone, v. 167, secondo cui Deucalione avrebbe fatto, per amore di Pirra, il solito salto di Leucade. Il Comparetti, *Epistola ovid. di Saffo a Faone*, p. 52-53, ritiene questa favola di creazione alessandrina.

ad un altro diluvio, quello di Ogygo, 'Ωγύγος. Tal diluvio vuolsi anteriore a quello di Deucalione di 600 anni (Solino, 11, 18); ma non vi ha un ciclo di racconti mitici intorno ad esso; ed anche il nome di Ogygo sembra che per alcuni sia come semplice designazione di tempo (Agost., *C. D.*, 18, 8: " Ogygi diluvium hoc est Ogygi factum temporibus „); nè Ogygo si pone qui quale l'unico scampato dalle acque o il ricostitutore della stirpe umana (1). Un accenno a un mito cosmico però ritroveremo anche in questa leggenda; ma la prova ce ne verrà da altra fonte.

III. — Or consideriamo gli elementi mitici, che ci son dati dalla leggenda. Ed anzitutto Deucalione. In *Etymologicon Magnum*, s. v. Δωδωναῖος (v. nota 2ª) Deucalione è il primo che popolando la terra degl'Iperborei, vi stabilisce il culto di Giove Dodoneo, e cioè di Giove amante di Dodona, una delle Oceanidi. In Pausania (1, 18, 7) Deucalione è il primo che fondò un sacrario a Giove Olimpio: τοῦ δὲ 'Ολυμπίου Διός Δευκαλίωνα οἰκοδομῆσαι λέγουσι τὸ ἀρχαῖον ἱερόν. In Apollonio Rodio (3, 1085), Deucalione fu il primo, che elevò templi agli Dei: πρῶτος..... ἐδείματο νηοὺς ἀθανάτοις. E forse anche in Pindaro, *Olymp.*,

(1) Raccogliamo qui in nota i principali passi sul diluvio di Ogyge. Agostino, *Civ. Dei*, 18, 8: " Varro .....nihil sibi proponit antiquius quam Ogygi diluvium, hoc est Ogygi factum temporibus. Nostri autem qui chronica scripserunt prius Eusebius post Hieronymus .....post annos amplius quam trecentos iam secundo Argivorum Pheroneo rege regnante Ogygi diluvium fuisse commemorant „ (v. anche 21, 8). — Censorino, *De die natali*, 21, 2: " a *priore* scilicet cataclysmo quem dicunt Ogygium ad Inachi regnum..... — Varr., *R. R.*, 3, 1, 3: " Thebae quae ante cataclysmon Ogygi conditae dicuntur, eae tamen circiter duo millia annorum et centum sunt „. — Orosio, 1, 7, 3: " Anno ante urbem conditam MXL in Achaia sacrum diluvium vastatione plurima totius paene provinciae fuit, quod quia Ogygi qui tunc Eleusinae conditor et rex erat, temporibus effusum est, nomen loco et tempori dedit „. — Solino, 11, 18: " Meminisse hoc loco par est post primum diluvium Ogygi temporibus notatum, cum novem et amplius mensibus diem continua nox inumbrasset, Delon ante omnes terras radiis solis inluminatam, sortitamque ex eo nomen quod prima reddita foret visibus. Inter Ogygum sane et Deucalionem medium aevum DC annis datur „. — V. pure Serv. a Verg., *Ecl.*, VI, 41; Festo, p. 178 M.; Euseb., *Chron. ad annos Abrah.*, 237 e 262.

IX, 62: αἰολοβρόντα Διὸς αἴσᾳ Πύῤῥα Δευκαλίων τε Παρνασοῦ καταβάντε δόμον ἔθεντο πρῶτον, si tratterà della prima casa di Giove, non degli uomini, come intende il RUMPEL, *Lexik. Pind.*, s. δόμος. — Comunque sia, Deucalione è dunque il *fondatore del tempio di Giove.* Ma di qual Giove? Le appellazioni che già vedemmo date di Dodoneo e di Olimpio, non ci debbono per ora fermare; sono appellazioni locali; e l'una ha riguardo al nome della fanciulla Oceanide Dodona, l'altra al τέμενος τὴν ἐπίκλησιν 'Ολυμπίας che Pausania ricorda in I, 18, 7. Il Giove della leggenda di Deucalione noi riteniamo sia una forma di divinità infera, e più particolarmente il Giove Liceo. E l'esposizione nostra deve collegarsi in questo punto alle conclusioni cui giungemmo nel lavoro sul mito di Licaone (" Rend. Lincei ", aprile 1895). Sia nel racconto di Ovidio (*Metam.*, I), sia in quello di Apollodoro (III, 8, 1), il diluvio fu mandato da Giove, *sdegnato per il misfatto di Licaone;* ora il Giove che punì il misfatto di Licaone è Giove Liceo. E noi vedemmo altresì aversi qui una forma infera della divinità della luce; aversi cioè il Giove del mondo infernale, il Giove Stigio. Deucalione sarebbe dunque il fondatore del tempio al Giove Stigio o Liceo, e cioè al Giove Infero. Or qual'è la forma del santuario a tal Giove? Pausania ci ha conservata la descrizione del tempio a Giove Liceo sul monte Liceo e di quello a Megalopoli (PAUS., 8, 38, 6-7; 8, 30, 2). Il santuario era formato da un peribolo di pietre, e dentro, gli altari del dio, due tavole (τράπεζαι δύο) e delle aquile della stessa grandezza delle tavole (καὶ ἀετοὶ ταῖς τραπέζαις ἴσοι). Di tal forma erano i templi di Giove Liceo; e di tal forma, si noti, dovevano essere i templi del Giove di Deucalione. Giacchè Pausania in I, 18, 7, ove appunto parla del tempio di Giove che si diceva fondato da Deucalione in Atene, pone anche quello come un περίβολος, entro cui era un τέμενος, proprio come nei templi di Giove Liceo al monte Liceo e a Megalopoli. — Ora il BÉRARD, *De l'origine des cultes arcadiens,* Paris, 1894, p. 73 e segg., esaminando le descrizioni dei detti templi, giunge alla conclusione che essi avevano la forma delle arche o tabernacoli fenicii. Lascio stare della prova di derivazione semitica, ch'egli in ciò vede, derivazione che non mi sembra documentata dagli argomenti suoi; ma quanto alla forma del santuario, i due descritti da Pausania avevano certamente quella di arche, ed erano 'sub divo'.

Ma vi ha un'altra osservazione per noi capitale. Il Bérard, *Op. cit.,* p. 84, partendo dal fatto attestatoci da Pausania (8, 30, 2; 8, 38, 6) che il τέμενος di Giove Liceo era un ἄβατον, un luogo inaccessibile, argomenta che il fosse anche materialmente, e che cioè fosse circondato da acqua, come dei tabernacoli fenicii stabilì il Rénan, *Phénicie,* pp. 63-70, e come Luciano (*De dea Syr.,* 45-46) riferisce del santuario d'Ierapoli, ed Erodoto (II, 156) del temenos di Latona nella città di Bouto. Ora nel santuario di Giove che la tradizione poneva come fondato da Deucalione (Paus., 1, 18) il temenos aveva intorno un fondo (ἔδαφος), che si diceva essere stato riempito dall'acqua del diluvio, e nel quale si faceva perciò annuale getto di frumento e miele. Deucalione dunque, è, come abbiamo visto, secondo la leggenda, il primo fondatore del tempio di Giove; ma il tempio da lui costruito, formato da una cinta di pietre e circondato di acqua, era veramente un'*arca galleggiante,* come Luciano, l. c., definisce il santuario di Hierapolis; e Deucalione potè quindi anche dirsi *costruttore dell'arca* (Apollod., 1, 7, 2 τεκτηνάμενος λάρνακα).

Vi ha di più. Il nome stesso ci riporta al significato di " fondatore dell'arca di Giove ". Del nome Δευκαλίων si cercò spiegazione (Preller, *Griech. Myth.*[3], I, p. 65, n. 1) nell'esichiano δεῦκος " il mosto " (parola la cui autenticità venne messa in dubbio da Curtius, *Grundz. d. Etym.,* p. 448), quasi raffigurandovi la produzione del vino; o nel pure esichiano δεύκει · φροντίζει (Unger, *Philol.,* 25, p. 212), o in δεύω " bagnare ", ponendo Deucalione qual personificazione dell'acqua (Schwenck, *Etym. mythol. Andeut.,* p. 149). Il fatto è, che tali derivazioni o non hanno giustificazione nel mito, o hanno riguardo solo alla prima parte della parola, trascurando la seconda. Ma di Δευκαλίων noi vediamo ovvia l'origine. Ed anzitutto, la seconda parte sarà derivata da καλιά " domus, arca, sacellum "; e quanto alla prima, basterà rammentare la forma Δεύνυσος = Διόνυσος (*Etym.,* p. 259, l. 28), e il beotico Δεύς = Ζεύς, e il cretese Δήν, beotico Δᾶν (anche Teocriteo Δᾶν) = Ζᾶν, ecc., ed insomma tutti gli esempi molteplici in cui l'originario *djeu* sembra non essersi ridotto a ζ, ma aver subìto il fenomeno del dileguo dell'*j*, per istabilire con molta probabilità come il Δευ- di Δευκαλίων sia da mettere alla pari con quelli. Avremmo dunque Δευ-καλίων

“ costruttore dell'arca di Giove „, il che molto ben si accorda con la tradizione già sopra notata, che Deucalione fosse il primo fondatore del tempio di Giove.

Conchiudendo questa prima parte del nostro discorso, avremmo sotto favolose spoglie, l'espressione di un fatto semplicissimo: l'adorazione al Giove Infero, al Giove cioè delle piogge e delle tenebre; Deucalione primo fondatore di tal culto e costruttore del tempio; questo tempio stesso, di forma simile ai tabernacoli fenicii, circondato dall'acqua, come arca galleggiante; Deucalione con i suoi, cercante rifugio in tal tempio, all'imperversare della procella, e, al cessar di quella, sacrificante al Giove del rifugio, allo Ζεὺς Φύξιος, Apollod., I, 7, 2 (cfr. φύξιον = asylum, Plutarch., *Vita Thes.,* 35). All'infiltrarsi della tradizione ebraica, si deve il trasformarsi di quel santuario di Giove nel vascello sbattuto dalla tempesta, che approda al vertice della montagna.

IV. — Altro elemento mitico della leggenda: la pioggia. Neppur questa era in origine qual fu nelle tradizioni posteriori, *il diluvio;* era invece la pioggia fecondatrice, la pioggia che fa germogliare nel seno della terra tutte le ricchezze dei campi. E basterà che noi rivolgiamo lo sguardo ai passi, in parte già addotti, degli scrittori antichi, per iscorgere come stranamente l'involucro delle forme esterne del mito abbia celato agli sguardi il senso riposto.

Ma è di una mirabile trasparenza il racconto, qual ci fu conservato da Arnobio, 5, 5, 158 (v. nota 3). Era nella Frigia un masso d'inaudita grandezza, di nome Agdo. Tolte di là le pietre Deucalione e Pirra le gettarono nel vuoto mondo, e ne nacquero gli altri esseri viventi ed insieme la Grande Madre. Questa era addormentata sul vertice di quel masso, e Giove ardeva per lei d'incestuosa libidine. Ma ella oppose insuperabili ripulse; sicchè Giove effuse nella pietra la voglia sua; e la pietra stessa ne fu pregna e partorì Agdeste. È notevole in questo racconto l'innesto delle due leggende; e cioè le pietre di Deucalione e il liquido effuso da Giove sulla pietra; innesto che si appalesa anche alla difettosa collocazione di esse; giacchè le pietre di Deucalione presuppongono già avvenuto il diluvio, che viene invece posto come un fatto posteriore, e simboleg-

giato nel liquido avvivatore di Giove. Ad ogni modo questo ne risulta evidente, che nell'amore di Giove per la bella addormentata si adombri l'antico mito ariano dell'amore del Cielo con la Terra; e nel liquido di Giove, cioè del Cielo, sia simboleggiata la pioggia fecondatrice, che rende pregna la terra e fa nascere nel suo seno tutti i germi. La Gran Madre era riluttante all'amore di Giove, e cioè avara dei suoi frutti e dei riposti tesori; Deucalione svelse dal masso le pietre, e cioè cominciò a lavorare la terra, a solcarla, a gettarne lontano la parte dura e rocciosa; e nell'aperto seno della terra il Cielo effuse la pioggia avvivatrice.

Però se in questo racconto il significato è di così intuitiva evidenza, pure nelle altre redazioni, nelle quali il mito si collegò ad altre leggende e ad altri nomi locali, vi ha qualche accenno a tal significato primitivo. O a Dodona o sul Parnaso o a Tebe, la leggenda del diluvio si collega sempre al racconto dell'amore incestuoso di Giove per la figlia sua (come in Arnobio: " incestis voluptatibus "); e cioè all'amore del Cielo per la Terra. Presso Esiodo (*Framm.,* presso *Lydus de mens.,* 4; Hesiodi, *Fragm.,* ed. Markscheffel, p. 276) è Pandora che nelle case stesse di Deucalione si unisce al padre Giove e ne genera Greco, eroe eponimo del popolo ellenico:

Κούρη δ' ἐν μεγάροισιν ἀγαυοῦ Δευκαλίωνος
Πανδώρη Διῒ πατρί, θεῶν σημάντορι πάντων,
Μιχθεῖσ' ἐν φιλότητι τέκε Γραῖκον μενεχάρμην.

Ora Pandora (Παν-δώρη) è qui evidentemente " colei che porta tutti i doni ", cioè " la Terra ". — Nell'*Etymologicon Magnum* (s. Δωδωναῖος) Giove amò la fanciulla Dodona, una delle Oceanidi, dal cui nome Deucalione chiamò Dodona la terra da lui popolata dopo il diluvio (v. nota 2ª). Qui dunque la giovane amata da Giove è nello stesso tempo la *Terra Dodona* amata dal Cielo, e cioè da esso fecondata, e tal terra è una delle Oceanidi, cioè delle figlie di Oceano, quasi " terra sorgente dalle acque ".

Lo stesso dicasi del diluvio ogigio. Tal nome si ricollega di certo ai miti tebani; ed Ogygiae presso gli scrittori troviam denominata Tebe stessa (ad es. Ausonio, *Epigr.,* 30). Ma troviamo altresì menzione di Ogygia figlia di Giove e da Giove stesso amata e stuprata (Rufin., *Recognit.,* 10, 21). Il che ne

riproduce una particolarità della leggenda frigia; della riluttanza cioè della bella amata da Giove; indi lo stupro. Ov'è pur da notare doversi logicamente ritenere, per la ragione del nome, Ogygia figlia di Ogygo, l'eroe di questo diluvio; ma da tale deduzione non vi ha contraddizione alla notizia di Ogygia figlia di Giove; giacchè noi vediamo in Ogygo (Ὠγύγος) una forma mitica del Cielo (Ζεύς) pluvioso, o dell'Oceano celeste, e confrontiamo la parola con ὠγήν " oceano „ e con Ὤγενος, ἀρχαῖος θεός (Steph. Byz. — Vedi le testimonianze nel *Thesaurus* dello Stephani).

Conchiudendo questa seconda parte della nostra esposizione, diremo che nel mito di Deucalione e di Ogygo la pioggia era originariamente la pioggia fecondatrice e ravvivatrice di tutti i germi terrestri. Solo l'infiltrazione delle leggende orientali ne fece la pioggia devastatrice e distruggitrice degli uomini.

V. — Ed ora un terzo elemento mitico: le pietre che diventano uomini. Esamineremo prima lo sveller delle pietre dalla montagna; dipoi la leggenda del loro trasformarsi in uomini.

Quanto al primo quesito, già testè accennammo alla interpretazione: lo sveller delle pietre simboleggia la prima operazione del dissodare la terra, e cioè del romperla, togliendone la parte dura e rocciosa. Anche qui si simboleggiano dunque i primi lavori di coltura dei campi. Della qual cosa abbiamo una conferma nel fatto che il nome stesso di Pirra sembra adombrare la primitiva fecondità. Da Pirra infatti secondo Strabone, 9, 5, prese nome la Πυῤῥαῖα parte della Tessaglia e cioè di quella regione a cui appunto ci riportano molte leggende sul diluvio (Apollod., 1, 7, 2; Conone, XXVII, ecc.); or chi consideri che presso i Tessali πυρός era πυρρός come Περαιβός era Περραιβός (Stephan., *Byz.*, 210, 5), ammetterà di leggieri che Πύῤῥα e Πυῤῥαῖα si riferiscano al felice rigoglio del grano (πυρός) in quella località.

Ma le pietre vengono gettate indietro, *capite velato*. È probabile che si debba scorgere qui un accenno alle primitive costruzioni di città, e cioè ai riti che servivano a designare il luogo, ove ciascuna casa doveva sorgere. Giacchè Deucalione ci vien rappresentato anche qual " primo fondatore di città „: Δευκαλίωνα, ὃς πρῶτος ποίησε πόλεις, dice Apollonio Rodio

(III, 1086). E nell'*Etym. Magnum* (s. Δωδωναῖος) si legge che Deucalione fondò abitazioni in Dodona: Κατοικίζει τὸν τόπον. E Pindaro (*Ol.,* IX, 64) fa Deucalione e Pirra primi costruttori di case: δόμον ἔθεντο πρῶτον; se però qui non si accenna al tempio.

Ecco una storia della prima civilizzazione, della quale, attraverso i pochi spiragli, noi scorgiamo le linee: dopo il lavoro dei campi, la costruzione della città; quindi il popolarsi e il fiorir della terra, e il crescere a non più vista ricchezza di uomini e di mèssi. E poichè le cresciute case erano allietate di fiorente popolazione, il mito adombrò la storia nel suo misterioso linguaggio: le pietre erano diventate uomini. La prima spinta però a tale ultimo sviluppo della leggenda, venne, noi crediamo, da *un errore di linguaggio.* Crediamo cioè aversi qui un altro caso, in cui il mito si è o sviluppato o trasformato per la confusione tra due vocaboli. Nel lavoro sui Lupercali (" Rendic. Lincei ", marzo 1895) accennammo a Lupa, divinità etrusca della Terra Madre, allattatrice quindi di Romolo e Remo, eroi eponimi del popolo Romano; la confusione del nome la fece interpretare quale animale, e come tale raffigurare. La favola dei pomi delle Esperidi nacque da una confusione tra μῆλον " capra " e μῆλον " pomo " (Bréal, *Mélanges,* p. 15). Il mito di Atena, che nasce dalla testa di Giove ha origine dall'appellativo Τριτογένεια, che dovea significare " figlia " di *Tritos* = vedico *Trita;* ma poi, perdutasi la memoria dell'antico dio *Trito,* fu interpretato qual " figlia della testa " da τριτώ " testa " (*Scol.* Aristof., *Nub.,* 989 Τριτὼ ἡ κεφαλὴ παρ' Αἰολεῦσιν). — Similmente è avvenuto nel caso nostro. Si erano gettate le pietre, λᾶες, e si era popolata la terra di popolo, λαοί; indi l'origine della leggenda. La relazione tra i due nomi fu vista da molti scrittori antichi; sol che si pretese con essa spiegare il nome λαοί, adducendo l'origine lapidea dell'uomo: Pindaro, *Ol.*, IX, 65 " κτησάσθαν λίθινον γόνον. λαοὶ δ' ὀνόμασθεν. " Apoll., 1, 7, 2 " ὅθεν καὶ λαοὶ μεταφορικῶς ὠνομάσθησαν. " Igino, *Fab.*, 153 " Ob eam rem Laos dictus: Laos enim graece lapis dicitur. " Verg., *Georg.*, 1,63 " Unde homines nati durum genus. " Servio a Verg. l. c. " Nam et Graece populi λαοὶ dicuntur a lapidibus. λάοι enim lapides dicuntur " [corr. λάες]. Ovid., *Metam.*, 1,414 " inde genus durum sumus experiensque laborum, et documenta

damus qua simus origine nati. „ Gramm. in Cramer, *Anecd.*, I, p. 264: “ λαός· ἄλλοι παρὰ τοὺς λᾶας ὠνομάσθαι “ λαοὶ Δευκαλίωνος ὅσοι γινόμεσθα. „ *Etym. M.*: λαός· οἱ ὄχλοι. λᾶες κατὰ διάλεκτον οἱ λίθοι λέγονται. — Ed insomma gli scrittori antichi interpretarono la parola λαός dal mito delle pietre; quando invece il vero è che λαός e λᾶς hanno etimologicamente la lor separata spiegazione; e si presenta dunque come ovvia l'interpretazione inversa, e cioè l'interpretazione del mito dalla confusione delle due parole.

Or si noti: ridotta la leggenda nostra, così come abbiam fatto, nella sua forma primitiva ed originaria, ci appare così lontana dalla redazione ultima e completa di essa, ed in pari tempo così vicina e quasi identica. E ci appare così lontana, giacchè nel mito originariamente ellenico si tratterà, se si accetta la dimostrazione nostra, del primitivo culto alla divinità del cielo pluvio, e dei beneficii che la pioggia fecondatrice apporta alla terra, che la riceve nel suo seno; e in Deucalione si sarà raffigurato il primo fondatore del tempio alla divinità benefica, e in pari tempo il primo costruttor delle case qual rifugio dalla pioggia. Ma insieme si dovrà riconoscere che tale ricostruzione della leggenda è così vicina a quella universalmente nota; sol che si accetti che in alcuni punti le tradizioni greche si trovarono a convergere e combaciare con le orientali, e si fusero con esse. Ma io spero ad ogni modo si vorrà riconoscere che niun passaggio lungo il corso dell'esposizione nostra può dirsi brusco o violento; e che niuna cosa è qui affermata, che non trovi negli scrittori antichi testimonianza e documento notevole.

Di alcuni cocci copti del museo Egizio di Torino.

Nota del Socio **FRANCESCO ROSSI.**

Mentre io attendeva alla pubblicazione dei papiri copti della rinomata collezione Drovetti, venni improvvisamente collocato in disponibilità dal Ministro della Pubblica Istruzione comm. Villari, per le riforme introdotte nel nuovo organico dei Musei e due anni dopo fui invitato a domandare il riposo. Ma l'animo buono e gentile del compianto nostro collega prof. Ariodante Fabretti, che dirigeva il Museo d'Antichità, lasciò che io continuassi liberamente i miei studî nel celebre Istituto, come io facessi ancor parte di esso, e così potei nell'anno passato terminare la pubblicazione de' miei papiri copti con un nuovo codice, che ebbi la fortuna di trovare stivato con frastagli diversi, in fondo di una rozza cassetta di legno, obliata, non so come, in un vecchio armadio del magazzino.

Questo importante codice, che consta oggi ancora di più di cento fogli di papiro, fu pubblicato l'anno scorso in Roma nelle *Memorie* della Reale Accademia dei Lincei. Ma nel misero stato, in cui furono ridotti dal tarlo questi suoi fogli, onde parecchi di essi non presentano più che piccoli frammenti, e nel pericolo di danneggiarli maggiormente ancora coll'incollarli sulla carta, come s'era fatto per il passato con gli altri papiri, proposi al Direttore di rinchiuderli fra cristalli, proposta, che egli accoglieva favorevolmente, e già stava per darne l'incarico all'Economo della nostra Accademia, cav. Luigi Cantù, espertissimo in questo genere di lavori, quando la repentina morte del venerato nostro collega non lasciò porsi in atto con rincrescimento il mio disegno, poichè era, a giudizio dei dotti, il miglior mezzo di conservare alla scienza questi fragilissimi papiri.

Dopo i papiri copti era mio intendimento pubblicare i monumenti della collezione egizia, che non fossero ancora stati da alcuno illustrati, cominciando dagli *ostraca* o cocci, di cui il

Museo possiede un ragguardevole numero con testi jeratici, demotici, copti e greci.

Questi ultimi furono già oggetto di particolare studio del prof. Giacomo Lumbroso, che li pubblicava con molta dottrina negli *Atti* della nostra Accademia delle Scienze (1). Quelli in testo demotico sono ancora tutti inediti; degli altri uno in pietra calcare, contenente in bel carattere grande ieratico un frammento d'*inno al Sole,* fu da me mandato al mio amico W. Plugh di Leida, che lo pubblicò nella nostra comune opera dal titolo: *Papyrus jeratiques de Turin.*

Di quelli infine in lingua copta, due furono già pubblicati dal Prof. Stern nella *Zeitschrift für ägypt. Sprache und Alterthumskunde,* 1878, fasc. 12.

Colla pubblicazione quindi di tutti i testi ancora inediti io sarei, per così dire, venuto a compiere il lavoro così bene incominciato dal prof. Lumbroso, per far conoscere ed apprezzare la bella collezione dei nostri *ostraca.*

Ma privato, alla morte del Fabrettti, della sala, in cui da circa venti anni io insegnava l'Egittologia, ed ove teneva tutti i libri necessari a miei studi, libri, che col tempo avrei lasciato al Museo, che era tanta parte della mia vita, mi viene a mancare la comodità di continuare il mio lavoro.

Epperò oggi mi restringo a pubblicare alcuni cocci copti, che già avevo trascritto. Di questi cocci copti due, come dissi, furono già pubblicati dallo Stern; ed il primo in pietra calcare ricorda un'eclissi solare avvenuto nell'anno settimo dell'Indizione. L'uso di segnalare con gli anni dell'Indizione i monumenti copti, durò in Egitto sino alla caduta di questa contrada sotto la dominazione araba. Da quel tempo in poi all'Indizione sostituirono i Copti l'Era di Dioclesiano o dei Mártiri, a cui talvolta aggiunsero anche quella dei Saraceni, come si legge in una stela funeraria del nostro Museo, che porta la data:

ⲁⲡⲟⲇⲓⲟⲕⲗⲏ/ $\overline{\text{ⲭⲍⲃ}}$ ⲥⲁⲣⲁⲕⲉⲛⲟⲥ $\overline{\text{ⲧⲗⲁ}}$.

---

(1) V. *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino,* vol. IV, maggio 1869, pag. 704.

Se perciò possiamo stabilire con certezza, che un monumento, segnalato con gli anni dell'Indizione, appartiene al primo periodo della letteratura copta, ci troviamo invece perplessi nel volere ai nostri giorni indicare a qual anno della nostra êra corrisponda quello dell'Indizione segnata nel monumento, se questa non è accompagnata o con gli anni dei consolati, od in connessione con qualche fatto conosciuto nella storia. Ma questo pur troppo non è il caso, che io sappia, dei monumenti copti, poichè finora ho trovato una sola volta unito all'anno dell'Indizione quello dei consolati, ed è nel Vangelo di Nicodemo da me pubblicato. Ivi infatti si leggono queste parole: *ed avendoli trovati* (gli atti del Salvatore) *nella lingua ebraica colla volontà del nostro Signore Gesù Cristo li voltai nella lingua greca al tempo degli eccelsi Imperatori Teodosio e Valentiniano nel consolato decimo settimo del primo e quinto del secondo, l'anno settimo dell'Indizione.* Ma qui si potrebbe dire, che anzi che copto è greco il monumento, in cui agli anni del consolato furono aggiunti gli anni dell'Indizione, poichè lo scriba copto non fece che tradurre il testo greco.

Nel nostro *ostracon* poi segnalante l'ecclissi è indicato un fatto, che ci avrebbe posto in grado di fissare non solo l'anno, ma ancora il mese ed il giorno e l'ora in cui esso successe, se fossero sino a noi pervenuti i registri del Comune di Geme; poichè il testo copto dice:

ϩ̄ⲛ̄ ⲥⲟⲩ ⲙ̄ⲛ̄ⲧⲁϥⲧⲉ ⲙ̄ⲫⲁⲙⲉⲛⲱⲑ ⲧⲏⲥⲧⲉⲧⲁⲣⲧⲏⲥ ⲓⲛⲇⲓⲕ/ ⲁ
ⲡⲣⲏ ⲣ̄ⲕⲁⲕⲉ ⲛ̄ϫⲡϥⲧⲟ ⲙ̄ⲡⲉϩⲟⲟⲩ ⲁⲩⲱ ϩ̄ⲛ̄ ⲧⲉⲣⲟⲙⲡⲉ ⲉⲧⲉⲣⲉ
ⲡⲉⲧⲣⲟⲥ ⲙ̄ⲡⲁⲗⲟⲩ ⲟ ⲛ̄ⲗⲁϣⲁⲛⲉ ⲉϫⲏⲙⲉ ⲛ̄ϩⲏⲧⲥ.

Cioè: *nel giorno decimoquarto del mese di Famenoth dell'Indizione quarta il sole si oscurò nella quarta ora del giorno, e nell'anno in cui Pietro figlio di Palu era Lasciano di Geme* (1).

---

(1) I Lasciani menzionati spesso nei papiri copti, come osserva mons. Ciasca (*I papiri copti del Museo Borgiano*, Roma, 1881), dovevano essere come Assessori od Anziani municipali, cui incombeva l'amministrazione del Comune, la vigilanza per l'esecuzione delle leggi e la cura per la riscossione dei tributi.

Il secondo coccio, pubblicato dallo Stern, contiene due brevi lettere di un certo Azaria al padre suo Frange, scritte, una nell'interno, l'altra nell'esterno di un piccolo frammento di vaso di terra cotta. Siccome questo illustre coptologo, avendo pubblicato solamente la prima di queste due lettere, si mostra incerto sulla lettura del nome del Padre, così io ho creduto doverle riprodurre entrambe colla fotografia nella tavola qui annessa, per togliere ogni dubbio sulla lettura di questo nome, scritto chiaramente ϥⲣⲁⲛⲅⲉ in tutte due le lettere.

La prima di queste, scritta nell'interno del coccio, porta in testa il monogramma

ⲓ̄ⲥ̄ ⲡⲉⲭ̄ⲥ̄ (Gesù Cristo);

il che dimostra come essa dovesse precedere l'altra, scritta sulla parte esterna del coccio, e cominciante col gruppo ⲧⲁⲁⲥ.

La trascrizione di questa prima lettera è:

ⲁⲛⲟⲕ ⲁⲍⲁⲣⲓⲁⲥ ⲡⲉⲣⲉϥⲣ̄ⲛⲟⲃⲉ ⲉϥⲥϩⲁⲓ ⲉϥϣⲓⲛⲉ ⲉⲡⲉϥⲙⲉⲣⲓⲧ
sic
ⲛ̄ⲉⲓⲱⲧ ⲙ̄ⲙⲁⲓⲛⲟⲩⲧⲉ ⲉⲧⲫⲱⲣⲉï ⲙ̄ⲡⲉⲭ̄ⲥ̄ ϩⲛ̄ ⲟⲩⲙⲉ ϥⲣⲁⲛⲅⲉ
ϯϣⲓⲛⲉ ⲟⲛ ⲉⲡⲁⲥⲟⲛ ⲫⲉⲃⲁⲙⲱⲛ ⲙⲛ̄ ⲛⲉⲥⲛⲏⲩ ⲧⲏⲣⲟⲩ ⲉⲧϩⲁϩ-
ⲧⲏⲕ ⲟⲩϫⲁⲓ ϩⲙ̄ ⲡϫⲟⲉⲓⲥ ⲡⲁⲙⲉⲣⲓⲧ ⲛ̄ⲥⲟⲛ;

che tradotta letteralmente dice: *Io, Azaria, il peccatore, scrive e saluta l'amato suo padre, amante Dio e portante Cristo in verità, Frange.* Questo cambiamento di persona si trova frequentemente nei testi egizi, ed il celebre egittologo di Châlon, Francesco Chabas, segnalava questo passaggio dalla 1ª o 2ª persona alla 3ª nei testi egizi, come un'eleganza di stile. Prosegue quindi la lettera, parlando in 1ª persona: *io saluto anche il fratel mio Febamone, ed i fratelli tutti, che sono presso di te. Salute nel Signore, mio amato fratello.*

La trascrizione della seconda lettera è:

ⲧⲁⲁⲥ ⲙ̄ⲡⲁⲓⲱⲧ ϥⲣⲁⲛⲅⲉ ϩⲓⲧⲛ̄ ⲁⲍⲁⲣⲓⲁⲥ ⲡⲉϥϣⲏⲣⲉ .

ⲍⲓⲭⲱⲃⲱⲱⲑⲏ ϥⲛⲗⲱ . ⲑⲏ

ⲣⲑϩⲑⲍ . ⲕⲑⲕⲛⲗⲭ

ϥⲗⲭ

ⲁⲣⲓ ⲧⲁⲅⲁⲡⲏ ⲣ̄ⲡⲉⲁⲩⲙⲉⲉⲩⲉ ϩⲛ̄ ⲛⲉⲕϣⲗⲃⲱ ⳨ (1).

Il gruppo ⲧⲁⲁⲥ, con cui comincia questa seconda lettera, trovasi in molte altre di simil genere, e doveva, secondo Stern (2) compiere l'ufficio d'indirizzo. Ed in vero puossi questa voce considerare come formata dal verbo ϯ *dare, consegnare,* che nel prendere gli affissi pronominali si converte in ⲧⲁⲁ e dal suffisso della terza persona singolare femminile ⲥ usata a rappresentare anche il neutro, mancante nella lingua copta. La traduzione letterale quindi di questa lettera sarebbe: *date questo al padre mio Frange da Azaria suo figlio.*

I vari gruppi che seguono, sino alle parole ⲁⲣⲓ ⲧⲁⲅⲁⲡⲏ ecc., ricordano nella forma le invocazioni dei testi gnostici, e sono per me indecifrabili. Anche la finale non è troppo chiara; ma non ostante la sua scorrettezza, parmi non potersi interpretare in altro modo che così: *fa la carità di ricordarmi nelle tue preghiere.*

A questi fanno seguito due altri cocci affatto inediti e trattanti entrambi un argomento religioso. Il primo d'essi, riprodotto colla fotografia nel numero terzo della qui annessa tavola, contiene in diciotto linee di testo una graziosa invocazione al Signore, ma presenta nella sua scrittura minuta ed alquanto sbiadita parecchie lacune, che ho potuto con certezza compiere, ad eccezione della prima, sulla cui ricomposizione mi rimane qualche dubbio. Trovasi questa alla fine della sesta linea, ed occupa uno spazio non maggiore di tre lettere, delle quali due

---

(1) Le ultime linee di questo coccio presentano un po' di confusione nella disposizione delle parole, alcune delle quali sono anche alterate dalla soprapposizione di altre lettere, come si vede nella lettera ⲗ dell'ultima linea cui fu soprapposto un ⲟ.

(2) V. *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Alterthumskunde,* XVI[e] Jahrgang, 1878, Seite 9. *Sahidische Inschriften* von Ludw. Stern.

appartengono evidentemente ad una parola, che ha per finale le lettere ⲉⲓϫ, scritte in testa della susseguente linea.

Ora io non trovo nei lessici copti altra radice con tale desinenza, che il nome sostantivo ϣⲟⲉⲓϫ, *athleta, certator,* ecc.; supponendo quindi la terza una ⲕ, ed unendo questa alla particella ⲛⲉ, che precede immediatamente la lacuna, avremo l'aggettivo possessivo della 2ª persona maschile, concordante col sostantivo ϣⲟⲉⲓϫ, e sarà l'intera frase così ricostituita:

ⲙⲁⲣⲉ ⲡϥⲓ ⲉϩⲣⲁⲓ ⲛⲛⲉⲕϣⲟⲉⲓϫ ⲉⲓ̈ ⲙ̅ⲡⲉⲕⲙⲧⲟ ⲉⲃⲟⲗ.

Ma a causa del doppio significato che ha la radice copta ϥⲓ ⲉϩⲣⲁⲓ, può la nostra frase tradursi in due diverse maniere. Imperocchè ϥⲓ ⲉϩⲣⲁⲓ significa in primo luogo *attollere, elevare,* d'onde i sostantivi *elevatio, exaltatio,* ecc.; in 2° luogo *congruere, convenire, venir insieme,* come il greco συνέρχομαι. Nel 1° caso sarebbe la frase a tradursi: *l'esaltazione de' tuoi guerrieri venga alla tua presenza;* nel secondo caso invece si tradurrebbe: *convengano alla tua presenza i tuoi guerrieri.* La prima ci dà la traduzione letterale, parola per parola; la seconda risponde forse meglio al pensiero dell'autore copto.

Ecco ora la trascrizione dell'intero testo, seguita dalla sua traduzione.

† ⲡϫⲟⲉⲓⲥ ⲛ̅ⲧⲙⲉ ⲡⲛⲟⲩⲧⲉ
ⲡϣⲁ ⲉⲛⲉϩ ⲡ̅ⲣ̅ⲣⲟ ⲛ̅ⲛ̅ⲣ̅ⲣⲱⲟⲩ
ⲥⲱⲧⲙ ⲉⲡⲉⲛϣⲗⲏⲗ ⲙ̅ⲛ ⲡⲉⲛ
ⲥⲟ̅ⲡ̅ⲥ̅ ⲙⲁⲣⲉ ⲡⲉⲛϩⲣⲟⲟⲩ ⲉⲓ̈ ϣⲁⲣⲟ
ⲕ ⲙⲁⲣⲉ ⲧⲉⲛⲙⲉⲧⲁⲛⲟⲓⲁ ⲡⲱϩ ϣⲁ
ⲡⲉⲕⲑⲣⲟⲛⲟⲥ ⲙⲁⲣⲉ ⲡϥⲓ ⲉϩⲣⲁⲓ ⲛ̅ⲛⲉ(ⲕϣⲟ)
ⲉⲓϫ ⲉⲓ̈ ⲙ̅ⲡⲉⲕⲙⲧⲟ ⲉ(ⲃⲟⲗ) ⲙ̅ⲡⲣ̅ⲕⲧ(ⲟⲛ)
ⲉⲛⲁϩⲟⲩ ⲙ̅ⲡⲉⲕⲙⲧⲟ ⲉⲃ(ⲟⲗ ⲉ)ⲧⲃ(ⲉ ⲛⲉⲛ)
ⲛⲟⲃⲉ ⲙ̅ⲡⲉⲣϯϣⲓⲡⲉ ⲛⲁⲛ (ⲉⲧⲃ)ⲉ ⲛⲉⲛⲁⲛⲟ
ⲙⲁⲓ̈ⲁ ϭⲉⲡⲏ ⲣⲓⲕⲉ ⲙ̅ⲡⲉⲕ(ⲙⲁⲁϫⲉ) ⲉⲣⲟⲛ ϩⲙ̅

ⲡⲉⲕⲛⲁ̅ ⲉⲧⲟϣ ⲙ̅ⲛ̅ ⲧⲉⲕ(ⲙ̅ⲛ̅ⲧ)ⲁⲅⲁⲑⲟⲥ
ⲉⲧⲛⲁϣⲱⲥ ⲙⲁⲣⲉⲛⲉⲓ̈ ⲉⲃⲟⲗϩⲏ̅ⲧ̅ⲕ ϩⲛ̅ ⲟⲩ
(ⲟⲩ)ⲱⲛϩ ⲉⲃⲟⲗ. ⲛⲑⲉ ⲛ̅ⲧⲁⲕⲁⲁⲛ ⲛ̅ⲕⲟⲓⲛⲱ
ⲛⲟⲥ ⲉⲡⲉⲕⲥⲱⲙⲁ ⲙ̅ⲛ̅ ⲡⲉⲕⲥⲛⲟϥ ⲉⲧⲟⲩ
ⲱⲛϩ ⲉⲃⲟⲗϩⲓϫⲙ̅ⲙ̅ ⲡⲕⲁϩ ⲙⲁⲣⲉⲕ(ⲕⲟⲓ)ⲛⲱ
ⲛⲉⲓ ⲟⲛ ⲉⲧⲉⲕ̅ⲙ̅ⲛ̅ⲧⲉⲣⲟ ⲉⲧϩ̅ⲛ̅
ⲧⲡⲉ ⲧⲁⲓ̈ ⲛ̅ⲧⲁⲕϯⲁⲣⲓϩⲉ ⲙ̅ⲙ̅ⲟⲥ
ⲛ̅ⲛⲉⲕⲡⲉⲧⲟⲩⲁⲁⲃ †

“ Signore della Verità, Dio eterno, Re de' Re, ascolta la
“ nostra preghiera e la nostra supplicazione; il nostro grido
“ salga sino a Te, il nostro pentimento raggiunga il tuo trono;
“ si riuniscano innanzi a Te i tuoi guerrieri. Non scacciarci
“ dalla tua presenza a causa dei nostri peccati, non svergo-
“ gnarci a causa delle nostre iniquità; tosto inchina il tuo orecchio
“ a noi nella grande tua misericordia e nella molta tua bontà.
“ Noi veniamo a te fiduciosi, e come ci hai fatto partecipe del
“ tuo corpo e del tuo sangue, in cui ti sei manifestato sulla
“ terra, facci anche partecipe del tuo regno, che è nel cielo,
“ questo che tu hai preparato (1) a' tuoi santi „.

Il secondo coccio, riprodotto al n. 4 dell'annessa tavola, contiene, come il primo, un testo religioso; ma questo manca del principio e del fine, e nelle diciotto linee che rimangono, scritte in bel carattere grande sul dorso di un frammento di vaso di terra scanalato, si trovano varie inesattezze, che ho conservato nella trascrizione, che qui segue, riservandomi a notarne la correzione nella traduzione letterale, che do di questo testo. . . . . .

---

(1) Tradussi congetturalmente per *preparare* la radice ϯ ⲁⲣⲓϩⲉ non ancora registrata nei lessici.

Trascrizione del testo copto.

. . . .

ⲛⲣ̄ϣⲡⲏⲣⲉ ⲙⲡⲉⲓⲛⲟϭ
ⲛ̄ϣⲧⲟⲣⲧⲣ̄ ϩⲁⲑⲏ ⲙⲡⲁⲧⲛ̄ⲣ̄
ⲡⲉⲙⲡϣⲁ ϩⲟⲗⲱⲥ ⲛ̄ⲟⲩⲉⲙⲟⲩ ⲁⲁⲥ
ϩⲁ ⲡⲣⲁⲛ ⲙⲡⲉⲭ̄ⲥ̄ ⲙⲁⲗⲓⲥⲧⲁ ⲉⲛⲥⲟ
ⲟⲩⲛ ϫⲉ ⲧⲉⲧⲛ̄ⲙⲟⲩ ⲙ̄ⲙⲏⲛⲉ
ⲧⲉⲧⲛ̄ⲛⲁⲩ ϩⲱⲧⲧⲏⲩⲧⲛ̄ ⲛⲉⲛⲙⲉ
ⲣⲁⲧⲉ ⲛ̄ⲥⲛⲏⲩ ⲉⲡⲛⲟϭ ⲛ̄ⲣⲁϣⲉ ⲉⲛⲧⲁϥ
ⲧⲁϩⲉ ⲛⲉⲛⲉⲓⲟⲧⲉ ⲛ̄ⲛⲁⲡⲟⲥⲧⲟⲗⲟⲥ ϫⲉ ⲁⲩⲣ̄ ⲡⲉⲙ
ⲡϣⲁ ⲛ̄ⲥⲟϣⲟⲩ ⲉϫⲙ̄ ⲡⲣⲁⲛ ⲙ̄ⲡⲉⲭ̄ⲥ̄ ⲕⲁⲓ
ⲅⲁⲣ ϩⲓⲧⲛ̄ ϩⲁϩ ⲛ̄ⲑⲗⲓⲯⲓⲥ ⲉⲛⲛⲁⲃⲱⲕ
ⲉϩⲟⲩⲛ ⲉⲧⲙ̄ⲛⲧⲉⲣⲟ ⲛ̄ⲙ̄ⲡⲏⲩⲉ. ⲁⲩⲱ
ⲟⲩⲛⲟϭ ⲛ̄ϭⲱϫⲃ̄ ⲙⲡⲉⲛϭⲣⲟⲟⲥ ⲡⲉ ⲉⲧⲣⲉ
ⲛ̄ⲕⲟⲥⲙⲓⲕⲟⲛ ⲧⲱⲕ ⲉϩⲟⲩⲛ ⲛ̄ⲉϩⲟⲩⲉ
ⲣⲟⲛ ⲛ̄ⲥⲉⲙⲟⲩ ⲉϫⲙ̄ ⲡⲉⲭ̄ⲥ̄ ⲁ
ⲛⲟⲛ ϩⲱⲱⲛ ⲛ̄ⲧⲛ̄ⲡⲱⲧ ⲛⲁⲛ
ⲛ̄ⲧⲛ̄ⲛⲟⲩϩⲙ̄. ⲙ̄ⲡⲣ̄
ϭⲱⲧⲡ̄ ⲟⲩⲛ ⲛⲧⲓ . . . .
ⲧⲡ̄ ϩⲉⲛⲕⲟ . . . .

. . . .

Questo secondo testo comincia, come si vede, colla radice verbale ⲣ̄ϣⲡⲏⲣⲉ, preceduta da una ⲛ, che può essere la finale tanto della prima, quanto della seconda persona plurale del verbo. Ma esclusa dal contesto la 1ª persona, rimane la seconda, che può convenire al nostro verbo sia nella forma affermativa,

sia nella forma negativa, e tradursi per: *vi meravigliate* oppure *non vi meravigliate*. In questa incertezza, dovuta alla mancanza della frase precedente, io mi attenni alla forma affermativa e tradussi il nostro testo così:

" ..... vi meravigliate di questa grande perturbazione; " prima che siate fatti degni di una morte ignominiosa (1) " pel nome di Cristo. Noi certo sappiamo, che morite ogni " giorno, e vedete anche voi la grande gioia, che (2) invase il " cuore dei nostri padri gli apostoli (letter. *che prese i nostri* " *padri gli apostoli*), perchè furono fatti degni di essere vitu- " perati pel nome di Cristo. Imperocchè per molte tribolazioni " noi entreremo nel regno de' cieli; ed è una grande umilia- " zione della nostra stirpe (3), che le cose del mondo siano più " di noi perseveranti a morire per Cristo. Corriamo anche noi " a salvarci (?). Non essere da meno adunque ..... „

Approfitto intanto di questa breve nota, per rinnovare agli onorevoli miei colleghi i sensi della viva mia riconoscenza per il costante e benevolo loro appoggio alle mie pubblicazioni accademiche, e rimarrà questo il più caro ricordo della mia lunga ma non troppo fortunata carriera.

---

(1) Non ho dubitato punto di dover correggere il gruppo ⲟⲩⲉⲙⲟⲩⲁⲁⲥ del nostro coccio in ⲟⲩⲙⲟⲩ ⲛ̄ⲁⲁⲥ, che significa letteralmente *mors opprobrii*.

(2) Nel gruppo ⲡⲣⲁϣⲉ ⲉⲛⲧⲁϥⲧⲁϩⲉ ecc., noi abbiamo il caso affatto raro del pronome relativo ⲉ, unito alla caratteristica del passato ⲛ̄ⲧⲁϥⲧⲁϩⲉ (che contiene già in sè il pronome relativo), se pure non sia stata qui l'ⲉ ripetuta inavvertentemente dallo scriba copto.

(3) La radice da me trascritta per ϭⲣⲟⲟⲥ *germen, semen* è nel coccio scritta in modo non troppo chiaro.

. . . .

L'Accademico Segretario

Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 19 Maggio al 9 Giugno 1895.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Abhandlungen** der mathem.-physischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. XXII, n. 1. Leipzig, 1895; 8°.

* **Annales** de la Faculté des sciences de Marseille. T. III. Année 1893 (suppl.), T. IV, fasc. I-III. Marseille, 1894; 4°.

* **Annales** de la Société Entomologique de Belgique. T. 38°. Bruxelles, 1894; 8°.

* **Annali** della R. Scuola Normale superiore di Pisa. Scienze fisiche e matematiche. Vol. VII. Pisa, 1895; 8°.

* **Annual** Report of the Board of Regents of the Smithsonian Institution... July 1893. Washington, 1894; 8°.

Annuario publicado pelo Observatorio do Rio de Janeiro para o anno de 1894. Rio de Janeiro, 1893; 8°.

* **Atti** della R. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze, 4ª serie; vol. XVIII, disp. 1. 1895; 8°.

* **Atti** della Società toscana di Scienze naturali residente in Pisa. Processi verbali, vol. IX, 1895.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LIII, disp. 5ª e 6ª. Venezia, 1894-95; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sachsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig (Mathem. Phys. Classe) 1895, I. Leipzig; 8°.

Boletin del Observatorio Astronómico Nacional de Tacubaya. Tom. I, n. 21. Mexico 1895; 8°

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani. Anno X, n. 10. Roma, 1895; 8°.

Bollettino della Società sismologica italiana. Vol. I, n. 1. Roma, 1895; 8°.

* **Bollettino** del R. Comitato Geolog. d'Italia. Anno 1895, n. 1. Roma, 1895; 8°.

* **Bollettino** medico-statistico dell'Ufficio d'igiene della città di Torino. Anno XXIV, n. 13.

* **Bulletin** de la Société Belge de Géologie, de Paléontologie et d'Hydrologie. Tom. II, IV-VII. Bruxelles, 1888, 1890-93; 8°.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXV, n. 12; Vol. XXVI, n. 15. Cambridge U. S. A., 1895; 8°.

* **Bullettino** delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società medico-chirurgica, ecc. Serie VII, vol. VI, fasc. 4. Bologna, 1895; 8°.

* **Catalogue** of the Philosophical Transactions of the Roy. Society of London 1800-1895. London, 1895; 8°.

* **Compte-Rendu** sommaire de la séance de la Société philomatique de Paris. N. 14, 11 mai 1895. Paris, 1895; 8°.

* **Comptes-rendus** de l'Athénée Louisianais. 5^me^ série. Tom. 2^me^, livr. 3^me^. Nouvelle-Orléans, 1895; 8°.

* **Comptes-rendus** des séances de l'Académie des Sciences de Cracovie. Avril 1895; 8°.

* **Journal** of the Academy of Natural sciences of Philadelphia. Second series, vol. X, p. 2. Philadelphia, 1894; 4°.

* **Journal** of the College of Science Imperial University Japan. Vol. VII, part IV. Tokio, 1894; 4°.

* **Mémoires** de la Société Entomologique de Belgique. II. Bruxelles, 1894; 8°.

* **Memoirs** of the Boston Society of Natural history. Vol. III, n. XIV. Boston, 1894; 4°.

* **Memoirs** of the California Academy of Sciences. Vol. I, part I (1868), vol. II, n. 1, 2 (1888). San Francisco; 4°.

* **Memoirs** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XVII, n. 3. Cambridge U. S. A., 1894; 4°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXIV, disp. 5. Roma, 1895; 4°.

* **Mitteilungen** aus der medicinischen Facultät der Kaiser.-Japanischen Univ. Bd. II, n. 2; Bd. III, n. 1. Tōkyo, Japan, 1894; 4°.

* **Nieuw Archief** voor Wiskunde. Thweede Recks. Deel I, 2. Amsterdam, 1895; 8° (*dalla Società matematica*).

* **Occasional Papers** of the Boston Society of Natural history. IV. Vol. I, part II. Boston, 1894; 8°.

* **Proceedings** of the Academy of Natural history of Philadelphia, 1894. Part II. Philadelphia, 1894; 8°.

* **Proceedings** of the American Academy of Arts and Sciences. New Series, vol. XXI. Boston, 1894; 8°.

Proceedings of the American Association for the advancement of Science. Vol. 42, 43. Salem, 1894-1893; 8°.

* **Proceedings** of the American Philosophical Society held at Philadelphia. Vol. XXXIII, n. 145. Philadelphia, 1894; 8°.

* **Proceedings** of the Boston Society of Natural history. Vol. XXVI, parts II-III. Boston, 1894; 8°.

* **Proceedings** of the California Academy of Sciences. Vol. V (1873-74), vol. VI (1876), vol. IV, part I (1894). San Francisco; 8°.

* **Proceedings** of the R. Society. Vol. LVII, n. 345. London, 1895; 8°.

Publications of the Lick Observatory of the University of California. Vol. III. Sacramento, 1894; 4°.

Publications of the Washburn Observatory of the University of Wisconsin. Vol. IX (Meteorological Observations, 1890-91-92-93. Madison, Wis., 1894; 4°.

Relative Schwerebestimmungen durch Pendelbeobachtungen. Ausgeführt durch die k. und k. Kriegs-Marine in den Jahren 1892-1894. Wien, 1895; 8° (*dal Ministero di Guerra e Marina austriaco*).

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXVIII, fasc. X. Milano, 1895; 8°.

* **Rendiconto** dell'Ufficio d'igiene di Torino. Aprile 1895; 4°.

* **Sitzungsberichte** der mathematisch-physikalischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München, 1895, Heft. I. München, 1895; 8°.

* **Transactions** of the Manchester Geological Society. Vol. XXIII, n. v-vii; 1895; 8°.

* **Transactions** of the New York Academy of Science. Vol. XIII, 1893-94; 8°.

* **Viskundige Opgaven** met de Oplossingen, door de leden van het Wiskundig Genootschap, Zesde Deel. 5de stuk. Amsterdam, 1895; 8° (*dalla Società Matematica*).

* **Zoologischer Anzeiger**, herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig, 1895, n. 475, 476; 8°.

* **Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ** С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXVII, n. 2. 1895.

** **Baillon** (H.). Histoire des Plantes. Monographie des Amaryllidacées, Bromeliacées et Iridacées. Paris, 1894; 8°.

Baratta (M.). Notizie sui terremoti avvenuti in Italia durante l'anno 1895. Roma, 1895; 8° (*R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica*).

Dana (Ed. S.). James Dwight Dana. New Haven, 1895; 8° (*dall'A.*).

De Marchi (Luigi). Sulla teoria dei Cicloni; Ricerche. Milano, 1893; 4° (*dal R. Osservatorio di Brera in Milano*).

Helmholtz (H. von). Handbuch der Physiologischen Optik. Leipzig. 1895; 8° (*dall'Editore*).

Honoré (Carlos). Polaires thermiques du Soleil. Montevideo, 1895; 4° (*dal Governo della Repubblica dell'Uruguay*).

* **Mantel** (W.). Gewone lineaire differentiaalvergelijkingen, 1894; 8° (*dalla Società Matematica di Amsterdam*).

Palatini (F.). Considerazioni sui sistemi lineari razionali di curve piane. Foggia, 1895; 8° (*dall'A.*).

Pérot (A.). Sur l'existence et la propagation des oscillations électro-magnétiques dans l'air. Marseille, 1895; 8° (*Id.*).

Raspail (X.). Durée de l'incubation de l'œuf du Coucou et de l'éducation du jeune dans le nid. Paris, 1895; 8° (*Id.*).

Rizzardi (U.). Risultati biologici di una esplorazione del lago di Nemi. 1894; 8° (*Id.*).

* **Schouten** (G.). Theorie der functies naar Weierstrass, 1895; 8° (*dalla Società Matematica d'Amsterdam*).

Valentini (Carlo). Del modo di determinare il profilo di compensazione e sua importanza nelle sistemazioni idrauliche. Milano, 1895; 8° (*dall'A.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 12 Maggio al 16 Giugno 1895.

** **Allgemeine** Deutsche Biographie. Bd. XXXIX, Lfg. 191. Leipzig, 1895; 8°.

* **Almanach** České Akademie Císaře Františka Josefa pro Vědy, Slovesnost a Umění. Ročnik V. Praze, 1895; 8°.

* **Analele** Academie Romane. Serie II, t. XVI, 1893-1894. Partea administrativă şi desbaterile. Bucuresci, 1894; 4°.

* **Annales** de la Société d'Archéologie de Bruxelles. T. VIII, liv. IV. Bruxelles, 1894; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Notizie degli scavi: Febbraio e Marzo 1895. Roma, 1895; 4°.

* **Atti** del R. Istituto veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LIII, disp. 6ª. Venezia, 1894-95; 8°.

* **Boletin** de la R. Acad. de la Historia; t. XXV, cuad. 5. Madrid, 1895; 8°.

* **Bollettino** della Società Umbra di Storia Patria. Anno I, fasc. II. Perugia, 1895; 8°.

* **Bollettino** delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa, 1895; n. 225, 226; 8° (*Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze*).

* **Bollettino** di Legislazione e Statistica doganale e commerciale. Anno XII, Genn., Febb. e Marzo 1895. Roma, 1895; 8° (*Ministero delle Finanze*).

Bollettino di notizie sul credito e la previdenza. Anno XII, n. 11, 12 e indice; XIII, n. 1. Roma, 1895; 8° (*Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

Bulletin de la Société de Géographie Commerciale de Bordeaux, 1895, n. 9-11; 8°.

Bulletin Mensuel de Statistique Municipale de la ville de Buenos-Aires. Année IXᵉ (1895), n. 3.

* **Bullettino** dell'Istituto di Diritto Romano. Anno VII, fasc. IV-VI. Roma, 1895; 8°

* **Comptes-rendus** des séances de la Société de Géographie; n. 7-10. Paris, 1895; 8°.

* **Consiglio** Comunale di Torino; Sessione ordinaria di primavera 1895. N° XIV, XV.

* **Dagh-Register** gehouden int Casteel-Batavia vant passerende daer ter plaetse als over geheel Nederlandts-India. Anno 1665. Batavia, 1894; 8° (*dalla Società di Arti e Scienze di Batavia*).

* **Documente** privitoare la Istoria Românilor. Suplementul II, vol. II, 1601-1640; Supl. I, vol. VI, 1827-1849. Bucuresci, 1895; 4° (*dall'Acc. Rumena*).

* **Historický Archiv** České Akademie Císaře Františka Josefa pro Védy, Slovesnost a umění v Praze. Cislo 3-6. Praze, 1894-1895; 8°.

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LXI, part I, Extra No. 1892; vol. LXIII, part I, History Literature, n. 4. Calcutta, 1895; 8°.

* **Nachrichten** von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Philologisch-historische Klasse, 1895, Heft 2; Geschäftliche Mittheilungen, 1895, Heft 1; 8°.

* **Notulen** van de Algemeene en Bestuurs-Vergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Deel XXXII, 1894, Afl. 3. Batavia, 1894; 8°.

Popolazione. Movimento dello Stato civile. Anno 1893. Roma, 1895; 8° (*dal Ministero di Agric., Ind. e Comm.*).

* **Publications** de l'École des Lettres d'Alger. XIV, fasc. 8°: Dictionnaire Français-Touareg (Dialecte Taïtoq) suivi d'observations grammaticales par E. Masqueray. Paris, 1895; 8°.

* **Revista** trimensal do Instituto Historico e Geografico brazileiro. Tomo LVI, parte I, 1° e 2° trimestre. Rio de Janeiro, 1893; 8°.

* **Rozpravy** České Akademie Cisaře Františka Josefa pro Védy, Slovesnost a Umĕni v Praze. Třída I. Ročník III. Cislo 2-5. Trida III. Ročnik III. Praze, 1894; 8°.

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Classe der k. b. Akad. der Wissenschaften zu München, 1895, Heft 1; 8°.

* **Skrifter** utgifna af humanistika Vetenskapssamfundet i Upsala. Band II. Upsala, 1892-94; 8°.

Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione. Gennaio al 30 aprile 1895. Roma, 1895; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

Statistica giudiziaria penale per l'anno 1893. Roma, 1895; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

* **Tijdschrift** voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen etc.: Deel XXXVII, Aflev. 6; XXXVIII, 3. Batavia, 1894; 8°.

* **Verhandelingen** van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Deel XLVII, 3 Stuck. Batavia, 1893; 8°.

Blanchard (R.). L'art populaire dans le Briançonnais. Les Cadrans solaires. Paris, 1895; 8° (*dall'A.*).

Bonghi (R.). Monografia della città di Roma e della Campagna romana. Appendice. Bibliografia storica di Roma antica. Roma, 1881; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

De Simoni (C.). Le monete del Monferrato all'anno 1600 ed il loro valore. Alessandria, 1894; 4° (*dall'A.*).

— Actes passés à Famagouste de 1299 à 1301 par devant le notaire génois Lamberto di Sambuceto, publiés avec des observations préliminaires et un glossaire. Paris, 1894; 8° *(Id.)*.

Dümmler (E.). Ueber Leben und Lehre des Bischofs Claudius von Turin. Berlin, 1895; 8° (*dall'A.*).

* **Kalinderu** (J.). Episcopulu Melchisedec. Discursŭ de recepţiune. Bucuresci, 1894; 4° (*dall'Accademia Rumena*).

Marinelli (Giovanni). La superficie del Regno d'Italia secondo i più recenti studi. Venezia, 1883; 8° (*dall'A.*).

— Notizie intorno alla questione della superficie d'Italia. Venezia, 1884; 8° (*Id.*).

— Materiali per l'altimetria italiana. Venezia, 1887; 8° (*Id.*).

— Sui colli Euganei; Nota altimetrica. Padova, 1888; 8° (*Id.*).

— Venezia nella storia della Geografia cartografica ed esploratrice. Venezia, 1889; 8° (*Id.*).

— L'Istituto Geografico dell'Università di Vienna e suoi lavori. Roma, 1891; 8° (*Id.*).

— Sulla linea di divisione, da adottarsi nell'insegnamento, tra le Alpi e gli Appennini. Genova, 1892; 8° (*Id.*).

— Sui criteri da seguirsi per la ripartizione dei sistemi montuosi nella Geografia in generale e nella Geografia didattica in particolare. Genova, 1892; 8° (*Id.*).

— Concetti e limiti della geografia. Roma, 1893; 8° (*Id.*).

— Il 1° Congresso e la 1ª Mostra geografica italiana. Bergamo, 1893; 8° (*Id.*).

— Saggio di cartografia italiana. Firenze, 1894; 8° (*Id.*).

— L'Ufficio idrografico della R. Marina. Roma, 1894; 8° (*Id.*).

— Determinazione di correnti sotterranee a mezzo di sostanze coloranti. Venezia, 1894; 8° (*Id.*).

— Ancora della singolarità batometrica nella Laguna veneta. Roma, 1894; 8° (*Id.*).

— Intorno ad una singolarità batometrica esistente nella Laguna veneta. Venezia, 1894; 8° (*Id.*).

— Eugenio Ruspoli e i suoi viaggi nella Somalia e fra i Galla. Firenze, 1895; 8° (*Id.*).

— La Terra; trattato popolare di Geografia universale. — L'Europa in generale. Milano; 8° (*Id.*).

Meerens (Ch.). Le Tonomètre d'après l'invention de Scheibler; nouvelle démonstration. Bruxelles, 1895; 8° (*Id.*).

* **Naum** (A.). Cuvîntŭ de Primire. Bucuresci, 1894; 4° (*dall'Accademia Rumena*).

* **Ollanescu** (D.). Vasile Alecsandri. Discursŭ de recepţiune. Bucuresci, 1894; 4° (*Id.*).

* **Şăinénu** (L.). Basmele Române in comparaţiune cu legendele antice clasice şi in legătură cu Basmele popórelorŭ invecinate şi ale tuturorŭ popórelorŭ Romanice. Bucuresci, 1895; 8° (*Id.*).

** **Sanuto** (M.). Diari. Fasc. 186. Venezia, 1895; 4°.

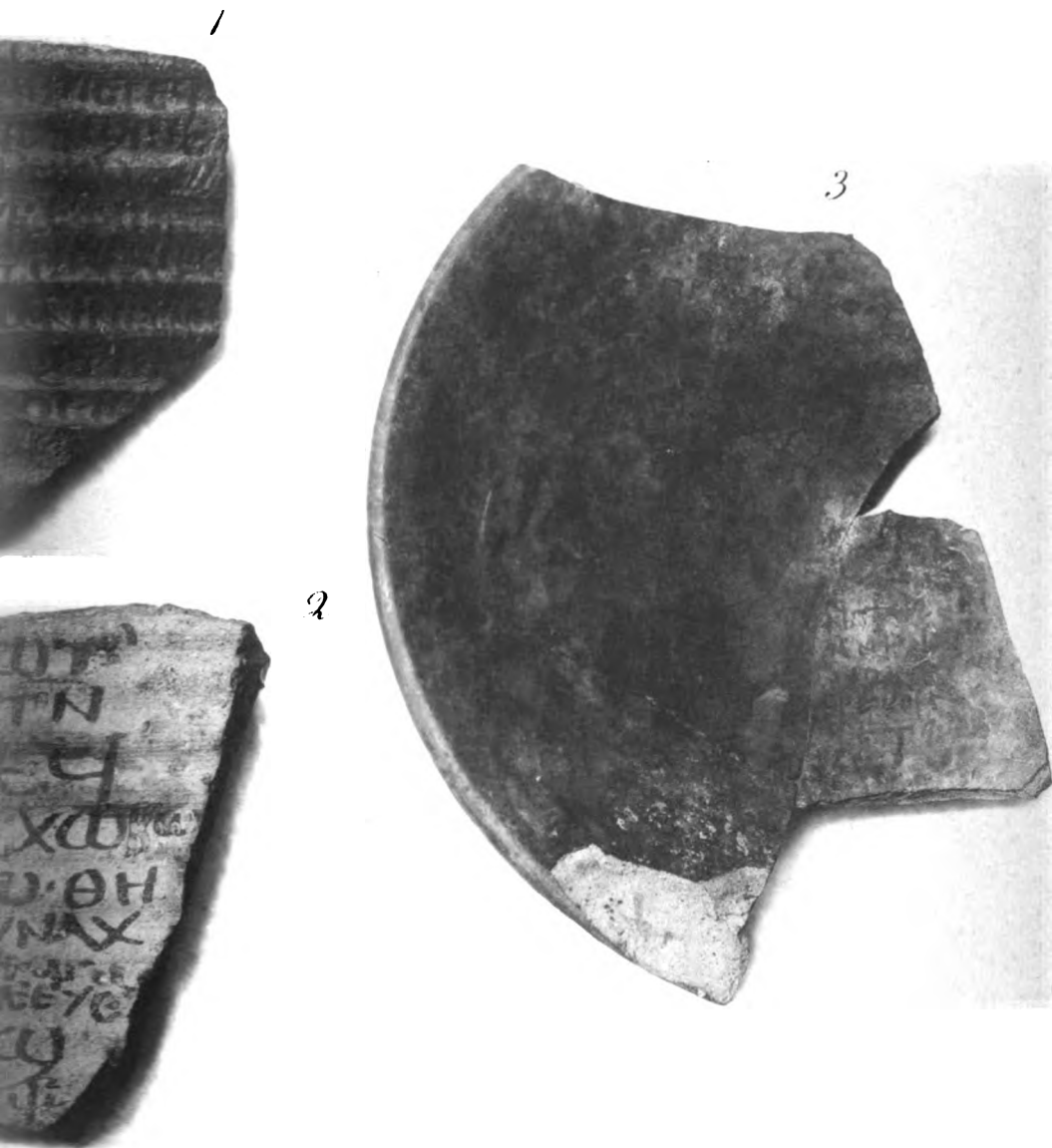
* **Xenopol** (A. D.). Michail Kogălniceanu. Discurs de *recepţiune*. Bucuresci, 1895; 4° (*dall'Accademia Rumena*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

F. ROSSI – *Sopra alcuni cocci Copti.*

4

L. CANTÙ Fot.

Atti della R. Acc. delle Scienze, di Torino. Vol. XXX.

Prossimamente sarà distribuito l'indice dei volumi XXI—XXX degli *Atti della R. Accademia delle Scienze* col quale terminerà il presente volume.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 23 Giugno 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: COSSA, Vice-Presidente, D'OVIDIO, Direttore di Classe, BERRUTI, BASSO, BIZZOZERO, MOSSO, GIACOMINI, CAMERANO, SEGRE, PEANO, JADANZA, FOÀ e NACCARI Segretario.

Letto ed approvato l'atto verbale della seduta precedente; il Socio BASSO presenta in omaggio a nome dell'autore un opuscolo del Prof. GAMBERA, sulla " *Teoria matematica dei gas perfetti* ".

Il Socio NACCARI presenta i N.[i] 192-207 del *Bollettino dei Musei di Zoologia ed Anatomia comparata* della R. Università di Torino.

Vengono accolti per l'inserzione negli *Atti* i seguenti scritti:

1° " *Osservazioni sulla mia Nota:* " *Sui moti periodici del polo terrestre* "; Nota del Socio VOLTERRA, presentata dal Socio D'OVIDIO;

2° " *Sulle operazioni distributive commutabili con una operazione data* "; Nota del Prof. Salvatore PINCHERLE, presentata dal Socio SEGRE;

3° " *Sul moto del polo terrestre* "; Nota 2ª del Socio PEANO;

4° “ *Sui corpi grassi degli anfibi* „; Nota del Dottore Ermanno Giglio-Tos, presentata dal Socio Camerano;

5° “ *Effemeridi del sole e della luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1896* „, calcolate dal Dott. Vittorio Balbi.

Vengono poi ammesse alla lettura e accolte per l'inserzione nei volumi le seguenti Memorie:

1° “ *Sulle equazioni del moto dei corpi elastici* „, del Dott. Giuseppe Lauricella, in seguito a relazione favorevole dei Soci Volterra e Segre;

2° “ *Sulle proprietà termiche dei vapori*. Parte VI „; del Prof. Angelo Battelli, conforme a relazione favorevole dei Soci Ferraris e Naccari;

3° “ *Contribuzione allo studio dei pesci terziari del Piemonte e della Liguria* „; del Prof. Giulio De Alessandri, conforme a relazione favorevole dei Soci Camerano e Salvadori.

LETTURE

Osservazioni sulla mia Nota:
“ Sui moti periodici del polo terrestre ”;

Nota del Prof. VITO VOLTERRA.

1. Affinchè non nasca alcun equivoco nella interpretazione dei teoremi dei §§ 3 e 4 della mia Nota: *Sui moti periodici del polo terrestre,* mi permetto di fare le osservazioni seguenti: Per *moto armonico* di un punto intendo un movimento lungo una ellisse in modo tale che le aree descritte dal raggio vettore che dal centro va al punto mobile sono proporzionali ai tempi impiegati a descriverle. *Periodo* del moto è la durata di una intera rivoluzione. Moti armonici *di un dato periodo* (non tenendo conto della loro ampiezza più o meno grande) ve ne hanno infiniti di specie diverse che si otterranno variando il rapporto degli assi della traiettoria e la loro inclinazione rispetto ad un asse fisso. Un punto sarà suscettibile di assumere tutte le specie di possibili moti armonici di un dato periodo quando potrà muoversi di moto armonico (con quel periodo) sopra ellissi i cui assi stanno in tutti i possibili rapporti di grandezza fra loro, e prendono tutte le possibili inclinazioni rispetto ad un asse fisso; diremo in questo caso che il punto può assumere un moto armonico *qualunque* di quel dato periodo, e quindi intenderemo che un periodo $\frac{2\pi}{\lambda}$ è *proprio* al moto di un dato punto quando questo può assumere un moto armonico *qualunque* di periodo $\frac{2\pi}{\lambda}$, o anche diremo per semplicità che il moto del punto *possiede* quel periodo.

2. Premesse queste *elementari* definizioni, ricorderò che dalle formule (4) e (5) della mia detta Nota (*) si conclude che

(*) Nella stampa delle formule (5) è incorso un errore di segno, esse vanno scritte:

il polo, mentre è suscettibile di assumere un moto armonico *qualunque* col periodo $\frac{2\pi}{\lambda_n}$ ($\lambda_n \lesseqgtr \omega$) non può assumere un moto armonico qualunque col periodo $\frac{2\pi}{\omega}$. Infatti, supposto $\lambda_n = \omega$, le formule (5) perdono significato e finchè si lasciano indeterminate α_n, β_n, α'_n, β'_n, dovrà dunque di necessità essere $\lambda_n \gtrless \omega$. Perciò potremo dire che il periodo $\frac{2\pi}{\omega}$ non è *proprio* dei moti del polo, o anche il moto del polo di rotazione *non possiede* il periodo $\frac{2\pi}{\omega}$.

Analogamente la possibilità della esistenza di un moto interno *qualunque* col periodo $\frac{2\pi}{\lambda}$ sarà caratterizzata dalla possibile esistenza nelle espressioni di $\frac{M_1}{A}$ e $\frac{M_2}{A}$ di termini della forma

$$m \cos \lambda t + n \operatorname{sen} \lambda t, \quad m' \cos \lambda t + n' \operatorname{sen} \lambda t$$

in cui le costanti m, n, m', n' possono assumere fra loro rapporti qualunque, onde dalle (4) e (5), appunto perchè per $\lambda_n = \rho$ i termini corrispondenti delle (4) perderebbero significato, si ricava che non può sussistere un moto interno *qualunque* col periodo $\frac{2\pi}{\rho}$, mentre è possibile la esistenza di moti interni *qualunque* periodici col periodo $\frac{2\pi}{\lambda_n}$ quando $\lambda_n \gtrless \rho$, e perciò, pure analogamente, potremo dire che il periodo $\frac{2\pi}{\rho}$ non è *proprio* dei moti interni.

In tal modo restano pienamente chiariti i teoremi dei detti §§ della mia Nota e quello che li riassume nel § 1 nei termini: *i moti interni e quelli del polo hanno eguali periodi due eccettuati, ciascuno dei quali è* PROPRIO *ad uno dei due movimenti* ed è tale *che l'altro non può possederlo.*

$$\frac{M_1}{A} = -\frac{\beta_0}{\omega} + (D_1 \cos \omega t + D_2 \operatorname{sen} \omega t) + \ldots\ldots$$

$$\frac{M_2}{A} = \frac{\alpha_0}{\omega} + (-D_1 \operatorname{sen} \omega t + D_2 \cos \omega t) + \ldots\ldots$$

3. I due periodi $\frac{2\pi}{\rho}$ e $\frac{2\pi}{\omega}$ sono due periodi *singolari* e il loro diverso modo di comportarsi rispetto agli altri possibili periodi si manifesta non solo per ciò che abbiamo ora detto riguardo ad essere ciascuno di essi *proprio* ad uno solo dei due movimenti, ma anche per altre ragioni.

Si noti che la parte periodica col periodo ω *che figura scritta in evidenza nella formula* (5) non ha influenza sopra alcun termine delle formule (4), come reciprocamente la parte periodica col periodo ρ *che figura scritta in evidenza nelle formule* (4) non ha influenza sopra alcun termine delle formule (5).

Abbiamo riconosciuto che *il moto del polo non possiede il periodo* $\frac{2\pi}{\omega}$, vale a dire che esso non è suscettibile di assumere un moto armonico qualunque col detto periodo; questo non esclude evidentemente che possano sussistere dei moti armonici speciali del polo aventi quel periodo.

Che questo sia possibile lo si riconosce dal fatto che in p e q possono esistere i termini

$$\begin{cases} \dfrac{\mu}{\omega-\rho} \operatorname{sen} \omega t - \dfrac{\nu}{\omega-\rho} \cos \omega t \\[2ex] -\dfrac{\mu}{\omega-\rho} \cos \omega t - \dfrac{\nu}{\omega-\rho} \operatorname{sen} \omega t \end{cases}$$

a cui corrisponderebbero nelle espressioni di $\frac{M_1}{A}$, $\frac{M_2}{A}$, i termini

$$\begin{cases} -\dfrac{\mu}{2\omega} \operatorname{sen} \omega t + \dfrac{\nu}{2\omega} \cos \omega t \\[2ex] \dfrac{\mu}{2\omega} \cos \omega t + \dfrac{\nu}{2\omega} \operatorname{sen} \omega t; \end{cases}$$

quindi gli unici moti armonici possibili del polo aventi il periodo $\frac{2\pi}{\omega}$ debbono esser tali che *gli assi della traiettoria siano eguali fra loro,* ossia che essa si riduca ad un cerchio.

Collegando questa osservazione con ciò che si è detto sopra, ne risulta che il moto armonico circolare possibile del polo col periodo ω *non individua* i moti interni aventi il periodo stesso ω;

mentre ogni moto del polo di periodo $\lambda_n \gtrless \omega$ *caratterizza* i moti interni aventi lo stesso periodo (vedi il § 5 della mia Nota). Anzi possono mancare assolutamente moti periodici del polo aventi il periodo ω, e non pertanto sussistere dei moti interni aventi quel periodo, ed allora questi *non hanno influenza alcuna* sul moto del polo. È appunto ciò che si verifica nel caso della terra, in cui non si è riconosciuta nessuna variazione diurna nelle latitudini e quindi si può concludere che *nulla esclude che i moti interni terrestri possano avere un periodo diurno; ma questa parte periodica non ha influenza sul moto del polo,* come appunto è enunciato nel § 4 della mia Nota.

Che al moto del polo terrestre *non sia proprio il periodo diurno* resulta poi appunto dall'osservazione che $\frac{2\pi}{\omega}$ rappresenta *un giorno* siderale.

Sulle operazioni distributive commutabili con una operazione data;

Nota del Prof. SALVATORE PINCHERLE.

In una Nota intitolata: " *Sulle operazioni funzionali distributive* " e pubblicata nei Rendiconti della R. Accademia dei Lincei (S. V, T. IV, 17 febbraio 1895) ho studiato le proprietà generali di quelle operazioni che applicate ad una funzione analitica dànno come risultato una funzione analitica, e che godono inoltre della proprietà distributiva (*). Studiando, come ho fatto,

(*) Dalla formula (7) della citata Nota risulta che un'operazione funzionale distributiva $A(\varphi)$ può, almeno formalmente, rappresentarsi mediante una serie procedente per le derivate successive della funzione arbitraria φ. Ne risulta immediatamente la possibilità della rappresentazione formale di ogni tale operazione sotto forma di un integrale definito $\int A(x,y)\,\varphi(y)\,dy$, dove $A(x,y)$ è una funzione di due variabili la cui natura dipende dalle proprietà dell'operazione considerata. Il prof. Volterra mi ha fatto notare come, sotto

in modo sintetico ed astrazione fatta da ogni loro rappresentazione, i caratteri generali di questa classe di operazioni, si presentano questioni nuove ed interessanti che offrono una qualche affinità con quelle relative alla teoria dei gruppi di trasformazioni (*); una di queste questioni, e precisamente lo studio delle proprietà del gruppo delle operazioni distributive commutabili con una operazione data, forma l'oggetto della presente memoria e spero che non riuscirà priva di interesse la semplicità delle considerazioni che permettono di ottenere le proprietà generali dell'accennato gruppo e che conducono alla risoluzione delle equazioni funzionali cui esso dà origine.

---

1. In ciò che segue si rappresenteranno colle lettere greche funzioni di una sola variabile, appartenenti ad un determinato insieme o *campo funzionale;* le lettere romane minuscole denoteranno numeri, le maiuscole significheranno operazioni funzionali distributive che applicate ad una funzione del campo funzionale considerato dànno come risultato una funzione appartenente allo

---

questa forma, le operazioni funzionali *distributive* vengano a formare il primo anello della catena di operazioni funzionali rappresentate dai successivi termini dello sviluppo in serie (estensione di quello del Taylor) che egli ha fatto conoscere nella sua Nota I: *Sopra le funzioni che dipendono da altre funzioni* (R. C. della R. Accademia dei Lincei, S. IV, T. III, 1837). Le operazioni distributive sarebbero, in quest'ordine di idee e nel campo delle operazioni funzionali, ciò che le funzioni lineari sono nel campo delle funzioni. Forse il metodo sintetico con cui, nella citata nota, ho iniziato lo studio delle operazioni distributive, metodo che permette di prescindere dalla rappresentazione dell'operazione sotto forma d'integrale e facilita la considerazione della sovrapposizione (o prodotto) di due o più simili operazioni, si presterebbe con analoghi vantaggi allo studio delle operazioni più complesse rappresentate dai termini d'ordine superiore nel ricordato sviluppo del prof. Volterra.

(*) Il dott. Levi-Civita in alcune recentissime note pubblicate nei Rendiconti del R. Istituto Lombardo, si è proposto ed ha risoluto con successo due interessanti problemi relativi ai sistemi di operazioni distributive; questi lavori fanno fede del giovamento che offrono, in questo genere di ricerche, i metodi applicati dal Lie nello studio generale dei gruppi di trasformazioni.

stesso campo. Sul campo funzionale si fa per ora la sola ipotesi che se ad esso appartengono due funzioni φ, ψ, vi appartenga pure la funzione $a\varphi + b\psi$, a e b essendo costanti arbitrarie.

2. Eseguendo sul risultato ψ dell'operazione ad un valore $A(\varphi)$ (*) la nuova operazione B, si dice di avere eseguito su φ l'operazione BA, prodotto di A per B. Le operazioni A, B sono *commutabili* quando sia $AB = BA$.

Data l'operazione A, l'insieme delle operazioni commutabili con essa costituisce un *gruppo* nel quale si contiene anche l'operazione *unità;* lo studio di questo gruppo forma l'oggetto della presente Nota.

3. Chiameremo *radici* od *integrali* di un'operazione A quelle funzioni φ per le quali è

$$A(\varphi) = 0.$$

Per queste radici, di cui noi considereremo quelle sole che appartengono al campo funzionale Γ cui conveniamo di limitarci, valgono le seguenti osservazioni:

a) Se $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_r$ sono radici appartenenti al campo Γ, sono pure tali $c_1\alpha_1 + c_2\alpha_2 + \ldots + c_r\alpha_r$, essendo $c_1, c_2, \ldots c_r$ costanti arbitrarie;

b) Denotando con α una radice arbitraria dell'operazione A, l'operazione inversa A^{-1} non sarà generalmente ad un valore, e se è $A^{-1}(\varphi) = \psi$, sarà anche $A^{-1}(\varphi) = \psi + \alpha$;

c) Dette *linearmente indipendenti* r funzioni fra cui non passi alcuna relazione lineare omogenea a coefficienti costanti, se nel campo funzionale Γ che si considera l'operazione A ammette r e non più radici $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_r$ linearmente indipendenti, queste si diranno formare un *sistema fondamentale* di radici in quel campo. Ogni altra radice appartenente a Γ avrà la forma

$$\alpha = c_1\alpha_1 + c_2\alpha_2 + \ldots + c_r\alpha_r;$$

(*) Quando non sia dichiarato espressamente il contrario, le A, B,... sono operazioni distributive *ad un valore.*

essa si dirà *radice particolare* se delle costanti $c_1, c_2, \ldots c_r$ si assegnano i valori, *radice generale* invece se le costanti si lasciano indeterminate. Ogni sistema di r radici particolari

$$\alpha'_i = c_{i1}\alpha_1 + c_{i2}\alpha_2 + \ldots + c_{ir}\alpha_r, \quad (i = 1, 2, \ldots r)$$

costituirà pure un sistema fondamentale nel campo considerato quando il determinante $(c_{11}\ c_{22} \ldots c_{rr})$ sia differente da zero. Essendo $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_r$ linearmente indipendenti, l'insieme delle funzioni rappresentate da $c_1\alpha_1 + c_2\alpha_2 + \ldots + c_r\alpha_r$ si dirà *sistema lineare d'ordine r*; se A ammette come radici tutte le funzioni di un sistema d'ordine r, questo sistema si dirà per brevità una *radice d'ordine r*.

4. *a*) Siano A, B due operazioni ad un valore, commutabili, senza radici comuni; sia α una radice di A. Sarà

$$AB(\alpha) = BA(\alpha) = 0,$$

e perciò $B(\alpha)$, non potendo essere zero, sarà pure una radice di A.

b) L'operazione A abbia nel campo Γ una radice generale d'ordine r, e sia $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_r$ un suo sistema fondamentale; $B(\alpha_i)$ essendo radice di α e (§ 1) nello stesso campo funzionale, si avrà:

$$B(\alpha_i) = c_{i1}\alpha_1 + c_{i2}\alpha_2 + \ldots + c_{ir}\alpha_r = \alpha'_i, \quad (i = 1, 2, 3, \ldots r).$$

La $\alpha'_1, \alpha'_2, \ldots \alpha'_r$ formano un nuovo sistema fondamentale; se infatti fosse

$$c'_1\alpha'_1 + c'_2\alpha'_2 + \ldots + c'_r\alpha'_r = 0,$$

ne verrebbe

$$B(c'_1\alpha_1 + c'_2\alpha_2 + \ldots + c'_r\alpha_r) = 0$$

il che è impossibile poichè $c'_1\alpha_1 + c'_2\alpha_2 + \ldots + c'_r\alpha_r$ non è nulla, per essere le $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_r$ linearmente indipendenti, nè radice

di B, per essere A e B senza radici comuni. Ne segue che ogni radice $\bar{\alpha}$ di A del campo considerato potendosi scrivere

$$\bar{\alpha} = h_1 \alpha'_1 + h_2 \alpha'_2 + \ldots + h_r \alpha'_r$$

dove $h_1, h_2, \ldots h_r$ sono costanti opportune, sarà

$$B(h_1 \alpha_1 + h_2 \alpha_2 + \ldots + h_r \alpha_r) = \bar{\alpha},$$

talchè esiste sempre una radice $\bar{\varphi}$ di A tale da soddisfare all'equazione $B(\varphi) = \bar{\alpha}$, essendo $\bar{\alpha}$ radice arbitrariamente data della stessa A. La soluzione più generale dell'equazione

$$B(\varphi) = \bar{\alpha} \tag{1}$$

sarà, detta $\alpha^{(1)}$ la radice di A che vi soddisfa:

$$\varphi = \alpha^{(1)} + \beta,$$

essendo β la radice più generale di B.

c) Se α è la radice generale di A, la soluzione φ della equazione $B(\varphi) = \alpha$ sarà pure la radice generale di A, poichè posto $\alpha = c_1 \alpha_1 + \ldots + c_r \alpha_r$, si ha $\varphi = c_1 \alpha'_1 + \ldots + c_r \alpha'_r$, dove $c_1, \ldots c_r$ sono arbitrarie e $\alpha'_1 \ldots \alpha'_r$ linearmente indipendenti.

d) Data l'equazione $AB(\varphi) = 0$, ed essendo α, β gli integrali generali di A e B, l'equazione sarà soddisfatta sia per $B(\varphi) = 0$, cioè $\varphi = \beta$, sia per $B(\varphi) = \alpha$; ma la soluzione generale di quest'ultima è $\alpha + \beta$, talchè $\alpha + \beta$ è pure la radice generale di AB.

Le considerazioni del presente § si riassumono nella seguente proposizione:

« Siano A, B due operazioni commutabili, senza radici co-
« muni, e le cui radici generali nel campo funzionale che si
« considera siano d'ordine finito. Applicando ad una radice par-
« ticolare o generale di A l'operazione B, si ottiene da capo
« una radice di A, rispettivamente particolare o generale, e la
« radice generale dell'operazione AB nel campo funzionale con-
« siderato è la somma delle radici generali di A e B ».

L'ordine delle radici di A, B essendo r ed r' rispettivamente, $r + r'$ sarà l'ordine della radice generale di AB.

5. Quando le operazioni commutabili A, B hanno radici comuni, la proposizione precedente è soggetta ad una modificazione. Detto ancora $\alpha_1, \alpha_2, \dots \alpha_r$ un sistema fondamentale di radici di A, le $\alpha_{s+1}, \alpha_{s+2}, \dots \alpha_r$ siano comuni anche a B, essendo $o \leq s < r$. Si ponga

$$B(\alpha_1) = \alpha'_1, \dots B(\alpha_s) = \alpha'_s,$$

e le $\alpha'_1, \alpha'_2, \dots \alpha'_s$ saranno radici di A, senza relazione lineare poichè se fosse $c_1 \alpha'_1 + \dots + c_s \alpha'_s = 0$, dovrebbe essere $c_1 \alpha_1 + \dots + c_s \alpha_s$ nullo o radice di B; mentre nullo non può essere poichè $\alpha_1 \dots \alpha_r$ formano un sistema fondamentale, e nemmeno radice di B poichè fra le α sono tali $\alpha_{s+1} \dots \alpha_r$, linearmente indipendenti dalle precedenti. Ora qualunque radice $\bar{\alpha}$ di A appartenente al sistema d'ordine s definito da $\alpha'_1, \alpha'_2, \dots \alpha'_s$, sarà tale che la soluzione φ dell'equazione

$$(1) \qquad B(\varphi) = \bar{\alpha}$$

sia pure una radice di A; ma se nella (1) la $\bar{\alpha}$ rappresenta una radice non appartenente al detto sistema d'ordine s, la equazione non ammetterà una soluzione φ che sia radice di A. Si può ammettere che la (1) non abbia soluzione nel campo funzionale che si considera, come si può ammettere che ne abbia una, che diremo λ.

Variando il secondo membro $\bar{\alpha}$ della (1), varierà la λ, ma essa non potrà avere più di $r - s$ determinazioni che colle α e le β formino un sistema linearmente indipendente: siano infatti $\lambda_0, \lambda_1, \dots \lambda_{r-s}$, $r - s + 1$ determinazioni di λ; si avrà

$$B(\lambda_0) = \alpha^{(0)},\ B(\lambda_1) = \alpha^{(1)}, \dots B(\lambda_{r-s}) = \alpha^{(r-s)},$$

$$B(\alpha_1) = \alpha'_1,\ B(\alpha_2) = \alpha'_2, \dots B(\alpha_s) = \alpha'_s;$$

ora fra i secondi membri passa necessariamente una relazione

lineare, onde dovrà essere per coefficienti $c_0, \dots c_{r-s}$ opportuni e per un'opportuna radice α di A:

$$B(c_0\lambda_0 + c_1\lambda_1 + \dots + c_{r-s}\lambda_{r-s} + \alpha) = 0,$$

onde

$$c_0\lambda_0 + c_1\lambda_1 + \dots + c_{r-s}\lambda_{r-s} + \alpha = \beta,$$

cioè le $\lambda_0, \dots \lambda_{r-s}$, le α e le β sono linearmente dipendenti.

Essendo $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ le soluzioni dell'equazione (1), indipendenti linearmente fra loro e dalle α e β e perciò in numero di $r - s$ al più nel campo funzionale che si considera, ed indicando con λ una combinazione lineare qualunque delle $\lambda_1, \lambda_2, \dots$, la soluzione più generale della equazione

$$AB(\varphi) = 0 \tag{2}$$

sarà $\varphi = \lambda + \alpha + \beta$; infatti la (2) non è soddisfatta, oltre a $\varphi = 0$, che per $\varphi = \beta$ o $B(\varphi) = \alpha$. La proposizione che termina il § precedente va dunque, nella nuova ipotesi, modificata come segue:

“ Siano A, B due operazioni commutabili aventi nel campo
“ funzionale che si considera, un sistema di radici comuni di
“ ordine finito. La radice generale della operazione AB nel
“ campo che si considera sarà della forma $\lambda + \alpha + \beta$, α, β
“ essendo le radici generali di A e B rispettivamente, e λ un
“ sistema lineare di nuove funzioni; l'ordine del sistema $\lambda + \alpha + \beta$
“ non potendo superare la somma degli ordini di α e β „.

6. Dalle proposizioni dei §§ precedenti si deducono facilmente varie conseguenze; ad esempio:

a) Se $A_1, A_2, \dots A_n$ sono operazioni commutabili senza radici comuni, ed α_i rappresenta la radice generale di A_i, dell'ordine r_i, l'operazione $A_1 A_2 \dots A_n$ avrà per radice generale nel campo che si considera la $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$, dell'ordine $r_1 + r_2 + \dots + r_n$;

b) Se le $A_1, A_2, \dots A_n$ hanno radici comuni, la radice generale di $A_1 A_2 \dots A_n$ sarà, nel campo funzionale che si considera, dell'ordine $r_1 + r_2 + \dots + r_n$ al più, ed in essa sarà contenuta

la $\alpha_1 + \alpha_2 + ... + \alpha_n$ che, in questo caso, è d'ordine inferiore ad $r_1 + r_2 + ... + r_n$;

c) Se l'operazione A ammette, in un campo funzionale Γ, la radice α dell'ordine r, l'operazione A^n ammetterà in quel campo una radice generale dell'ordine nr al più, in cui saranno contenute le radici di A, $A^2, ... A^{n-1}$.

7. Nel campo funzionale che si considera la radice dell'operazione A sia solamente del prim'ordine: detta α_0 una radice particolare le altre saranno dunque della forma $c\alpha_0$, essendo c una costante arbitraria. L'operazione A^2 avrà dunque al più una radice del secondo ordine,... l'operazione A^n al più una radice dell' n$^{\text{simo}}$ ordine; ed indicando rispettivamente con $\alpha_1, \alpha_2, ... \alpha_{n-1}$ una soluzione delle equazioni

$$A(\varphi) = \alpha_0,\ A(\varphi) = \alpha_1, \dots A(\varphi) = \alpha_{n-1},$$

la radice generale di A^n sarà della forma

$$c_0\alpha_0 + c_1\alpha_1 + \dots + c_{n-1}\alpha_{n-1}.$$

Il sistema $\alpha_0, \alpha_1, ...$ è dunque definito da

$$A(\alpha_1) = \alpha_0,\ A(\alpha_2) = \alpha_1,\ A(\alpha_3) = \alpha_2, \dots.. \tag{3}$$

Sia ora B un'operazione commutabile con A; per il teorema del § 4, la $B(\alpha_0)$ sarà da capo una radice di A, cioè della forma $k_0\alpha_0$, essendo k_0 una costante determinata, per la medesima ragione $B(\alpha_1)$ sarà una radice di A^2, cioè sarà:

$$B(\alpha_1) = k_1\alpha_0 + c_1\alpha_1;$$

prendendo l'operazione A da ambo i membri, viene

$$k_0\alpha_0 = c_1\alpha_0, \text{ onde } c_1 = k_0,$$

talchè

$$B(\alpha_1) = k_1\alpha_0 + k_0\alpha_1.$$

Analogamente $B(\alpha_2)$ sarà una radice di A^3, e si trova in modo analogo

$$B(\alpha_2) = k_2\alpha_0 + k_1\alpha_1 + k_0\alpha_2$$

ed in generale

$$B(\alpha_n) = k_n\alpha_0 + k_{n-1}\alpha_1 + \dots + k_1\alpha_{n-1} + k_0\alpha_n. \tag{4}$$

Data la successione (3) e la operazione B, esiste dunque un sistema perfettamente determinato di coefficienti $k_0, k_1, \dots k_n, \dots$ mediante i quali si costituisce il sistema delle eguaglianze (4).

8. " Abbiasi ancora l'operazione A con una sola radice di
" prim'ordine nel campo funzionale considerato Γ, e sia B una
" operazione che ammetta pure quella radice. È possibile di
" determinare un'operazione distributiva X ad un sol valore nel
" campo funzionale considerato, e tale che

$$B = XA \text{ ''}.$$

Infatti, sia φ una funzione del campo Γ; si avrà $A(\varphi) = \chi$, $B(\varphi) = \psi$, essendo χ, ψ funzioni dello stesso campo Γ. L'operazione X è quella che applicata a χ, dà ψ come risultato. Ora dall'essere A e B distributive, segue che l'operazione X, applicata a $\chi_1 + \chi_2$, dà $\psi_1 + \psi_2$ come risultato ed è perciò distributiva; inoltre essa è ad un valore poichè se a χ potessero corrispondere le due funzioni ψ e ψ', esisterebbero due funzioni φ, φ' tali che

$$A(\varphi) = A(\varphi') = \chi \text{ mentre } B(\varphi) = \psi,\ B(\varphi') = \psi'.$$

Se ne deduce $\varphi' = \varphi + \alpha_0$, dove α_0 è radice di A; ma la radice di A essendo tale, per ipotesi, anche per B, ne risulterà $B(\varphi') = B(\varphi)$ e perciò ψ' non potrà differire da ψ.

La proposizione precedente vale qualunque siano le operazioni distributive A e B, purchè ad un valore. Se ora A e B si suppongono commutabili, dico che sono commutabili anche A ed X. Si prenda infatti χ come funzione data; ne verrà

$$AX(\chi) = A(\psi) = AB(\varphi);$$

ma A è commutabile con B, onde

$$AX(\chi) = BA(\varphi) = B(\chi),$$

cioè

$$B = AX.$$

9. Data l'operazione B ad un valore e commutabile con A, che come nei §§ precedenti ha nel campo Γ solo una radice di prim'ordine, si formi la successione di funzioni α_0, α_1, α_2,..... come al § 7, indi, come è indicato a quello stesso §, si determini il sistema di costanti k_0, k_1, k_2,... tali che

$$B(\alpha_n) = k_n\alpha_0 + k_{n-1}\alpha_1 + \ldots + k_0\alpha_n. \tag{4}$$

La operazione $B - k_0$ ammetterà come radice α_0, e perciò per il § precedente si potrà scrivere

$$B(\varphi) - k_0\varphi = B_1 A(\varphi) = AB_1(\varphi),$$

essendo B_1 un'operazione ad un valore. Nell'uguaglianza precedente si ponga $\varphi = \alpha_1$; se ne deduce

$$B_1(\alpha_0) = k_1\alpha_0,$$

talchè l'operazione $B_1 - k_1$ ammette come radice α_0, ed applicando il § precedente, si può ancora scrivere

$$B_1(\varphi) - k_1\varphi = B_2A(\varphi) = AB_2(\varphi),$$

essendo B_2 una nuova operazione ad un valore; da cui

$$B = k_0 + k_1A + B_2A^2.$$

In modo analogò si sostituirà in quest'ultima uguaglianza, la α_2 al posto della funzione arbitraria e si troverà

$$B_2(\alpha_0) = k_2 \alpha_0$$

onde $B_2 - k_2$ ammette la radice α_0, e così via: giungendosi finalmente alla uguaglianza

$$(5) \qquad B = k_0 + k_1 A + k_2 A^2 + \dots + k_{n-1} A^{n-1} + B_n A^n,$$

dove B_n è un'operazione ad un valore commutabile con A e quindi con A^n.

10. Nella formula (5) così ottenuta il valore di n è arbitrariamente grande. Ammettiamo che per le funzioni di un campo funzionale Γ_1 contenuto in Γ il termine $B_n A^n$ tenda a zero quando n cresce indefinitamente; la operazione B viene allora rappresentata in tale campo *da una serie procedente per le potenze dell'operazione* A:

$$(6) \qquad k_0 + k_1 A + k_2 A^2 + \dots + k_n A^n + \dots\dots,$$

in cui il sistema dei coefficienti $k_0, k_1, \dots k_n, \dots$ è univocamente determinato, come si è visto.

Reciprocamente ogni serie della forma (6) rappresenta per le funzioni che la rendono convergente o, come diciamo, nel campo funzionale in cui essa si mantiene convergente, una operazione distributiva ad un valore e commutabile con A. Al campo di convergenza delle serie (6) appartengono certamente le funzioni $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots$, poichè per esse la serie si riduce ad un numero finito di termini.

Diremo che un'operazione *è regolare in* A quando è rappresentabile mediante una serie di potenze di A a coefficienti costanti. Nel suo campo funzionale di convergenza, il quale è costituito per lo meno dalle funzioni $\alpha_0, \alpha_1, \dots$, questa operazione è ad un valore e commutabile con A. La moltiplicazione delle operazioni regolari in A si fa colle regole stesse della moltiplicazione delle serie di potenze di una variabile. Reciproca-

mente ogni operazione commutabile con A e ad un valore è, per il § 9, regolare in A in un campo funzionale costituito per lo meno dalle funzioni α_0, α_1, ...

Fra le operazioni regolari in A vanno specialmente considerate quelle per le quali la serie (6) si riduce ad un polinomio, e che si possono chiamare *forme lineari in* A *a coefficienti costanti*. Per tali operazioni il campo di convergenza è costituito dal campo funzionale in cui è valida l'operazione A stessa. Esse formano un gruppo, e la loro moltiplicazione è soggetta all'identica regola della moltiplicazione dei polinomî ordinati.

11. L'operazione

$$F = A^n + a_1 A^{n-1} + \dots + a_{n-1} A + a_n \tag{7}$$

dove le a_1, a_2, ... a_n sono coefficienti costanti, cioè indipendenti dalla variabile che figura nella funzione arbitraria φ, è dunque la forma lineare in A, dell'ordine n; la più semplice, cioè la forma di prim'ordine, verrà indicata colla lettera E e porremo

$$E_a = A - a, \text{ ovvero } E_a(\varphi) = A(\varphi) - a\varphi.$$

Dimostriamo come ogni forma di ordine n sia decomponibile in un prodotto di forme di prim'ordine. A tale oggetto, basta l'osservazione che la moltiplicazione delle forme lineari in A è quella stessa dei polinomî ordinati: se dunque coi coefficienti a_1, a_2, ..., a_n formiamo il polinomio

$$\pi(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_{n-1} z + a_n$$

ed indicando con z_1, z_2, ... z_s la sue radici dei rispettivi ordini di moltiplicità r_1, r_2, ... r_s, lo scriviamo nella forma

$$(z - z_1)^{r_1} (z - z_2)^{r_2} \dots (z - z_s)^{r_s},$$

la forma F si potrà scrivere

$$(8) \qquad F = E_{z_1}^{r_1} E_{z_2}^{r_2} \dots E_{z_s}^{r_s},$$

dove i fattori E_{z_i} sono fra loro commutabili.

Sempre per la validità della ordinaria regola di moltiplicazione, potremo esprimere A^n per le potenze di E_z e viceversa mediante la formula del binomio, e quindi esprimere F in forma ordinata per le potenze di E_z anzichè di A, mediante l'espressione

$$(9) \qquad F = \pi(z) + \pi'(z)\, E_z + \frac{\pi''(z)}{1.2} E_z^2 + \dots + E_z^n,$$

dove $\pi'(z)$, $\pi''(z)$,... sono le successive derivate del polinomio $\pi(z)$.

12. Consideriamo ora le radici dell'operazione E_z, ed ammettiamo che in un campo funzionale cui ci si limiterà, questa operazione abbia una sola radice, funzione analitica di z, e che indicheremo con $\alpha(x,z)$. Questa radice sia regolare nell'intorno di un punto del piano z che, per la trasformazione indicata dalla formula (9), si può senza restrizione supporre in $z = 0$: e sia pertanto

$$(10) \qquad \alpha(x,z) = \alpha_0(x) + \alpha_1(x)z + \alpha_2(x)z^2 + \dots + \alpha_n(x)z^n + \dots$$

Questa funzione gode di proprietà notevoli e che si ricavano facilmente:

a) anzitutto si ha $A(\alpha_0(x)) = 0$, onde α_0 è la funzione indicata con questa stessa notazione al § 7; astrazione fatta da un moltiplicatore costante arbitrario;

b) si ha poi, da

$$A(\alpha(x,z)) = z\alpha(x,z)$$

che

$$(11) \qquad A^n(\alpha(x,z)) = z^n \alpha(x,z)$$

e da questa

$$\Sigma k_n A^n(\alpha(x,z)) = \alpha(x,z)\, \Sigma k_n z^n.$$

Usando il simbolo $\psi(A)$ ad indicare la funzione analitica ψ applicata al simbolo d'operazione A, sul quale concetto si tor-

nerà in seguito, osservando che esso è fin d'ora stabilito ogni qualvolta ψ sia ad indicare una funzione razionale intera od una serie di potenze, l'uguaglianza precedente si potrà scrivere

$$\psi(\mathrm{A}) \} \alpha(x,z)) \{ = \alpha(x,z)\,\psi(z). \tag{12}$$

c) Si ha in particolare, essendo $\mathrm{E}_a = \mathrm{A} - a$:

$$\mathrm{E}_a^m\,(\alpha(x,z)) = (z-a)^m\,\alpha(x,z). \tag{13}$$

Ma se a è un valore di z pel quale la funzione $\alpha(x,z)$ sia regolare, si ha

$$\alpha(x,z) = \alpha(x,a) + (z-a)\,\frac{\partial\alpha}{\partial a} + \frac{(z-a)^2}{1\,.\,2}\,\frac{\partial^2\alpha}{\partial a^2} + \ldots\ldots$$

onde prendendo l'operazione E_a^m dai due membri, tenendo conto della (13) ed uguagliando i coefficienti delle medesime potenze di $z-a$, si ottiene

$$\mathrm{E}_a^m\,\alpha(x,a) = 0,\ \mathrm{E}_a^m\,\frac{\partial\alpha}{\partial a} = 0, \ldots\ldots\ \mathrm{E}_a^m\,\frac{\partial^{m-1}\alpha}{\partial a^{m-1}} = 0. \tag{14$_a$}$$

$$\mathrm{E}_a^m\,\frac{\partial^m\alpha}{\partial a^m} = m!\,\alpha(x,a). \tag{14$_b$}$$

$$\mathrm{E}_a^m\,\frac{\partial^{m+\nu}\alpha}{\partial a^{m+\nu}} = \frac{m+\nu!}{\nu!}\,\frac{\partial^\nu\alpha}{\partial a^\nu}. \tag{14$_c$}$$

d) In particolare, facendo $a = 0$, E_a si riduce ad A, e si ottiene dalle formule precedenti

$$\mathrm{A}\,\alpha(x,o) = 0,\ \mathrm{A}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial z}\right)_{z=0} = \alpha(x,o), \ldots\ldots$$

$$\mathrm{A}\left(\frac{\partial^\nu\alpha}{\partial z^\nu}\right)_{z=0} = \nu\left(\frac{\partial^{\nu-1}\alpha}{\partial z^{\nu-1}}\right)_{z=0}, \ldots\ldots;$$

talchè le $\alpha(x,o)$, $\left(\frac{\partial\alpha}{\partial z}\right)_{z=0}$, $\frac{1}{1\,.\,2}\left(\frac{\partial^2\alpha}{\partial z^2}\right)_{z=0}$, ... $\frac{1}{\nu!}\left(\frac{\partial^\nu\alpha}{\partial z^\nu}\right)_{z=0}$,......, cioè i coefficienti dello sviluppo (10), non sono altro che le funzioni del

sistema indicato ai §§ 7 e seg. con $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \ldots$ e come tali la ν^{sima} di esse $\left(\frac{\partial^{\nu-1}\alpha}{\partial z^{\nu-1}}\right)_{z=0}$ annulla la A' e le potenze successive, ma non le precedenti di A.

e) Inversamente, se una successione di funzioni $\eta_0, \eta_1, \eta_2, \ldots$ è tale da dare

$$A(\eta_0) = 0,\ A(\eta_1) = \eta_0, \ldots\ A(\eta_n) = \eta_{n-1}, \ldots\ldots$$

la serie $\Sigma \eta_n z^n$ soddisfa all'equazione $A(\varphi) = z\varphi$.

f) Dalle (14) si ricava senza difficoltà la formula

$$(14_d) \qquad A\left(\frac{\partial^m \alpha}{\partial a^m}\right) = a\,\frac{\partial^m \alpha}{\partial a^m} + m\,\frac{\partial^{m-1}\alpha}{\partial a^{m-1}},$$

di cui faremo uso più volte in seguito.

g) Infine l'operazione B essendo commutabile con A, si avrà

$$AB\alpha(x,z) = BA\alpha(x,z) = zB\alpha(x,z),$$

cioè $B\alpha(x,z)$ è una tale funzione da soddisfare pure ad $A(\varphi) = z\varphi$: si può quindi dire che la soluzione dell'equazione $A(\varphi) = z\varphi$ rimane invariata per ogni operazione del gruppo commutabile con A.

18. Se nel campo funzionale che si considera l'operazione A ha una sola radice, anche l'operazione E_z non può avere che una sola radice che sia funzione analitica di z regolare nell'intorno di $z = 0$. Infatti, essendo $\eta(x,z) = \Sigma\eta_n z^n$ radice di E_z, sarà come si è visto

$$A(\eta_0) = 0,\ A(\eta_1) = \eta_0,\ A(\eta_2) = \eta_1, \ldots\ldots,$$

onde intanto η_0 non potrà differire da α_0 se non per un fattore costante. Sarà dunque $A(\eta_1) = c\alpha_0$, onde $\eta_1 = c\alpha_1 + c'\alpha_0$. Ma $A(\eta_2) = c\alpha_1 + c'\alpha_0$, onde $\eta_2 = c\alpha_2 + c'\alpha_1 + c''\alpha_0$, ed in generale

$$\eta_n = c\alpha_n + c'\alpha_{n-1} + c''\alpha_{n-2} + \ldots c^{(n)}\alpha_0.$$

Pertanto

$$\eta(x,z) = \Sigma(c\alpha_n + c'\alpha_{n-1} + \dots c^{(n)}\alpha_0)z^n = \alpha(x,z)\,\Sigma c^{(n)}z^n,$$

cioè non differisce da $\alpha(x,z)$ che per un fattore indipendente da x.

14. Come applicazione dei risultati precedenti, ci proponiamo la risoluzione del sistema di equazioni funzionali simultanee

$$(15)\quad \begin{cases} A(\varphi_1) = a_{11}\varphi_1 + a_{12}\varphi_2 + \dots + a_{1n}\varphi_n \\ A(\varphi_2) = a_{21}\varphi_1 + a_{22}\varphi_2 + \dots + a_{2n}\varphi_n \\ \dots\dots\dots\dots \\ A(\varphi_n) = a_{n1}\varphi_1 + a_{n2}\varphi_2 + \dots + a_{nn}\varphi_n \end{cases}$$

essendo A un'operazione distributiva data, di cui sia nota la funzione $\alpha(x,z)$, $a_{11},\dots\, a_{nn}$ essendo n^2 costante date, a determinante differente da zero, e $\varphi_1, \varphi_2, \dots \varphi_n$ essendo n funzioni incognite, linearmente indipendenti.

A tale oggetto, osserviamo che se giungiamo a trovare n costanti $m_1, m_2,\dots m_n$ tali che, posto

$$m_1\varphi_1 + m_2\varphi_2 + \dots + m_n\varphi_n = \psi$$

sia

$$A(\psi) = k\psi,$$

ne risulterà $\psi = \alpha(x,k)$. Ma se esistono tali costanti, il sistema (15) ci darà

$$\sum_{i=1}^{n} m_i(a_{i1}\varphi_1 + a_{i2}\varphi_2 + \dots + a_{in}\varphi_n) = k(m_1\varphi_1 + \dots + m_n\varphi_n)$$

e non essendovi relazione lineare fra le $\varphi_1, \varphi_2, \dots \varphi_n$, ne conseguirà il sistema

$$\begin{cases} (a_{11} - k)m_1 + a_{21}m_2 + \dots + a_{n1}m_n = 0 \\ \dots\dots\dots\dots \\ a_{1n}m_1 + a_{2n}m_2 + \dots + (a_{n.n} - k)m_n = 0 \end{cases}$$

onde k è radice dell'equazione (caratteristica):

$$f(k) = \begin{vmatrix} a_{11} - k & a_{21} & \dots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} - k & \dots & a_{n2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{nn} - k \end{vmatrix} = 0.$$

Ad ogni radice di questa equazione corrisponde un sistema di valori per $m_1, m_2, \dots m_n$ e quindi una funzione ψ. Se le radici k sono tutte distinte, $k_1, k_2, \dots k_n$, si avranno in conseguenza le n funzioni ψ

$$\alpha(x_1 k_1),\ \alpha(x_1 k_2), \dots\dots \alpha(x_1 k_n),$$

e da queste risulteranno le funzioni richieste $\varphi_1, \varphi_2, \dots \varphi_n$ nella forma

$$(16) \qquad \varphi_i = c_{i.1}\,\alpha(x,k_1) + \dots + c_{i.n}\,\alpha(x,k_n) \quad (i = 1, 2, \dots n)$$

Se l'equazione $f(k) = 0$ ha radici multiple, e sia ad esempio $\bar{k}$ una radice doppia, sostituiremo alle $\varphi_1, \varphi_2, \dots \varphi_n$ espressioni lineari omogenee rispetto ad esse; con ciò non muta l'equazione stessa, e presa per una delle φ, ad esempio per φ_1, la $\psi = \alpha(x,\bar{k})$, avremo in luogo del sistema (15) l'altro:

$$\left\{ \begin{array}{l} A(\psi) = \bar{k}\psi, \\ Q(\varphi_2) = h_{21}\psi + h_{22}\varphi_2 + \dots + h_{2n}\varphi_n \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ A(\varphi_n) = h_{n1}\psi + h_{n2}\varphi_2 + \dots + h_{nn}\varphi_n \end{array} \right.$$

la cui equazione caratteristica, divisa per $k - \bar{k}$, diviene

$$\begin{vmatrix} h_{22} - k & \dots & h_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ h_{n2} & \dots & h_{nn} - k \end{vmatrix} = 0$$

ancora soddisfatta da $k = \bar{k}$. Perciò si può soddisfare al sistema:

$$\begin{cases} (h_{22} - \bar{k})\, l_2 + h_{32}\, l_3 + \ldots + h_{n2}\, l_n = 0 \\ h_{23}\, l_2 + (h_{33} - \bar{k})\, l_3 + \ldots + h_{n3}\, l_n = 0 \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ h_{2n}\, l_2 + h_{3n}\, l_3 + \ldots + (h_{nn} - \bar{k})\, l_n = 0 \end{cases}$$

cioè si può determinare una funzione ψ_1 tale che sia

$$\psi_1 = l_1 \psi + l_2 \varphi_2 + \ldots + l_n \varphi_n$$

con

$$A(\psi_1) = \bar{k}\psi_1 + h\psi.$$

Quando l'equazione caratteristica ha una radice doppia $\bar{k}$, si hanno dunque corrispondentemente due funzioni ψ, ψ_1 tali che

$$A(\psi) = \bar{k}\,\psi,\ A(\psi_1) = \bar{k}\psi_1 + h\psi;$$

analogamente si dimostrerebbe che quando l'equazione caratteristica ammette $\bar{k}$ come radice tripla, si hanno corrispondentemente le tre funzioni ψ, ψ_1, ψ_2, tali che

$$(17)\quad A(\psi)=\bar{k}\psi,\ A(\psi_1)=\bar{k}\psi_1 + h\psi,\ A(\psi_2)=\bar{k}\psi_2 + h'\psi_1 + l\psi,$$

e così via.

Infine le relazioni (14_d) del § 12 permettono di verificare senza difficoltà che essendo $\alpha(x,\bar{k})$ la soluzione della prima delle (17), la ψ_1, soluzione della seconda, è

$$\psi_1 = \left(\frac{\partial \alpha(x,z)}{\partial z}\right)_{z=\bar{k}} + c\alpha(x,\bar{k}),$$

e la ψ_2, soluzione della terza, è

$$\psi_2 = \left(\frac{\partial^2 \alpha(x,z)}{\partial z^2}\right)_{z=\bar{k}} + c\left(\frac{\partial \alpha(x,z)}{\partial z}\right)_{z=\bar{k}} + c'\alpha(x,\bar{k}),$$

e così via. In tal modo si è ottenuta in ogni caso la risoluzione del problema proposto.

15. Come seconda applicazione, proponiamoci di trovare le radici dell'operazione F, lineare e dell'ordine n rispetto ad A; in altri termini risolviamo l'equazione funzionale

$$(18)\quad F(\varphi) = A^n(\varphi) + a_1 A^{n-1}(\varphi) + \dots + a_{n-1} A(\varphi) + a_n \varphi = 0.$$

Se ne potrebbe ottenere la soluzione riportando la questione a quella risoluta nel § precedente; sembra però preferibile di trattarla direttamente. All'uopo, poniamo come nel § 11

$$\pi(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_{n-1} z + a_n;$$

essendo

$$\pi(z) = (z - z_1)^{r_1} (z - z_2)^{r_2} \dots (z - z_s)^{r_s},$$

e posto $E_i = A - z_i$, la F si potrà scrivere sotto forma di prodotto:

$$(19)\qquad F = E_1^{r_1} E_2^{r_2} \dots E_s^{r_s}.$$

Cominciamo dal considerare una delle operazioni che entrano a fattore in questo prodotto e che indicheremo genericamente con E^r. Come sappiamo (§ 6, c) essa ha al più r radici linearmente indipendenti nel campo funzionale in cui A ha la sola radice α_0; dico che fra le r funzioni

$$\alpha(x,z),\ \frac{\partial \alpha}{\partial z},\ \dots\ \frac{\partial^{r-1}}{\partial z^{r-1}}$$

che annullano la E^r non può passare relazione lineare. Ammettendo infatti una tale relazione

$$c_0 a + c_1 \frac{\partial \alpha}{\partial z} + \dots + c_{r-1} \frac{\partial^{r-1} \alpha}{\partial z^{r-1}} = 0$$

ed eseguendo $r - 1$ volte l'operazione A, ricordando la (14_d) e ponendo per brevità $\alpha', \dots \alpha^{(r-1)}$ in luogo di $\frac{\partial \alpha}{\partial z}, \dots \frac{\partial^{r-1} \alpha}{\partial z^{r-1}}$, si ottiene il sistema di equazioni

$$c_0\alpha + c_1\alpha' + \ldots + c_{r-1}\alpha^{(r-1)} = 0,$$

$$(c_0 z + c_1)\alpha + (c_1 z + 2c_2)\alpha' + (c_2 z + 3c_3)\alpha'' + \ldots + c_{r-1} z \alpha^{(r-1)} = 0,$$

$$(c_0 z^2 + 2c_1 z + 2c_2)\alpha + (c_1 z^2 + 4c_2 z + 6c_3)\alpha' + \ldots + c_{r-1} z^2 \alpha^{(r-1)} = 0,$$

. . . .

il che è inammissibile, poichè note considerazioni di algebra dimostrano che il determinante del sistema è differente da zero. La E_r ha dunque una radice generale dell'ordine r; due delle $E_i^{r_i}$, $E_j^{r_i}$; non potranno avere radici comuni, talchè (§ 6, a) la radice generale della F sarà la somma delle radici generali di $E_1^{r_1}$, $E_2^{r_2}, \ldots E_s^{r_s}$, e sarà data pertanto dalla formula

$$(20) \quad \varphi = \sum_{i=1}^{s} \left(c_{i.0}\,\alpha(x, z_i) + c_{i.1} \frac{\partial \alpha}{\partial z_i} + \ldots + c_{i.r_i-1} \frac{\partial^{r_i-1} \alpha}{\partial z_i^{r_i-1}} \right).$$

16. Volendo determinare le radici non più di una forma d'ordine finita in A, ma di un'operazione qualunque B commutabile con A, e di cui sia noto che la radice generale nel campo che si considera è d'ordine r, la espressione delle radici si può determinare riconducendo la questione a quella risoluta nel § 14. Si indichino infatti con β_1, $\beta_2, \ldots \beta_r$ r radici di B costituenti un sistema fondamentale nel campo funzionale che si considera; ogni altra radice in quel campo sarà formata linearmente con queste, ma anche $A(\beta_i)$ sarà radice di B (§ 4) e pertanto

$$A(\beta_i) = c_{i1}\beta_1 + c_{i2}\beta_2 + \ldots + c_{ir}\beta_r, \quad (i = 1, 2, 3, \ldots r)$$

che è precisamente un sistema della forma considerata al § 14.

17. L'operazione B essendo regolare in A, si può chiedere se sarà tale anche l'operazione B^{-1} inversa di B. Ciò equivale a cercare uno sviluppo

$$(21) \qquad k_0 + k_1 A + k_2 A^2 + \ldots\ldots$$

per le potenze di A, tale che applicatavi l'operazione B, si ottenga per risultato l'unità. Essendo

$$B = c_0 + c_1 A + c_2 A^2 + \dots ,$$

e ricordando che per le nostre operazioni commutabili valgono le leggi formali della moltiplicazione, avremo

$$c_0 k_0 + (c_1 k_0 + c_0 k_1) A + (c_2 k_0 + c_1 k_1 + c_0 k_2) A^2 + \dots = 1,$$

alla quale si soddisfa certamente — non si può però dire esclusivamente — ponendo

$$c_0 k_0 = 1, \; c_1 k_0 + c_0 k_1 = 0, \; c_2 k_0 + c_1 k_1 + c_0 k_2 = 0, \dots ;$$

dalle quali, se c_0 è differente da zero, si possono determinare univocamente i coefficienti dello sviluppo (21), che sono quelli stessi dello sviluppo in serie di potenze di z del quoziente

$$\frac{1}{c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + \dots}.$$

L'operazione inversa di un'operazione B regolare in A ammette dunque una determinazione che è pure regolare in A, e di cui si possono facilmente calcolare i coefficienti. Oltre a questa determinazione di B^{-1} se ne hanno altre, le quali però si ottengono tutte dalla prima aggiungendo una radice arbitraria β di B; poichè se

$$B^{-1}(\varphi) = \psi, \text{ è anche } B^{-1}(\varphi) = \psi + \beta.$$

Altre determinazioni per B^{-1} non sono possibili.

Se l'operazione B è una forma lineare in A, l'espressione che rappresenta B^{-1} sarà una serie ricorrente e tale sarà pure ogni prodotto della forma FF_1^{-1}, essendo F, F_1 forme lineari in A. In particolare si avrà, essendo $E_a = A - a$:

$$E_a^{-1} = (A - a)^{-1} = -\frac{1}{a} - \frac{A}{a^2} - \frac{A^2}{a^3} - \dots$$

18. Si osservi che le radici β di B non possono appartenere al campo di convergenza delle serie di potenze di A che rappresenta B^{-1}. Se infatti a $B^{-1}(\beta)$ si applica l'operazione B, verrà

$$BB^{-1}(\beta) = B^{-1}B(\beta) = B^{-1}(0),$$

che è nulla poichè per B^{-1} si assume la determinazione rappresentata da una serie di potenze di A; mentre d'altra parte $BB^{-1}(\beta) = \beta$, il che implica contraddizione.

Invece la radice α di A, e così le funzioni indicate ai §§ 7 e seg. con $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ sono nel campo funzionale di convergenza della serie ottenuta per B^{-1}, poichè per esse tale serie si riduce ad un polinomio. Sostituendo nella serie rappresentante B^{-1} la funzione $\alpha(x,z)$, si ottiene

$$B^{-1}(\alpha(x,z)) = \alpha(x,z)\,(k_0 + k_1 z + k_2 z^2 + \ldots..).$$

Se dunque la serie $\Sigma c_n z^n$ ammette un cerchio non nullo di convergenza, e c_0 è differente da zero, la serie

$$\Sigma\, k_n z^n = \frac{1}{\Sigma\, c_n z^n}$$

ammetterà un cerchio di convergenza il cui raggio è il modulo minimo ρ delle radici di $\Sigma c_n z^n$, e per $|\, z\,| < \rho$ la funzione $\alpha(x,z)$ appartiene al campo funzionale di convergenza della serie che rappresenta B^{-1}. Si vede pure senza difficoltà che per $|\, z\,| < \rho$ anche $\frac{\partial\alpha}{\partial z}, \frac{\partial^2\alpha}{\partial z^2}, \ldots$ appartengono allo stesso campo funzionale.

Riassumendo i risultati di questo e del precedente §, abbiamo che

" Se B è un'operazione regolare in A, col termine indi-
" pendente da A differente da zero,

$$B = \sum_{n=0}^{\infty} c_n A^n,$$

" fra le determinazioni di B^{-1} (differenti una dall'altra per una
" radice di B) ve n'è una pure regolare in A. I coefficienti del
" suo sviluppo sono quelli del quoziente $\frac{1}{\Sigma\, c_n z^n}$ sviluppato per le

" potenze crescenti di z. Lo sviluppo trovato è valido certa-
" mente per α_0, α_1, α_2,... e, se $\Sigma c_n z^n$ non è una serie costante-
" mente divergente, anche per $\alpha(x,z)$ e per le sue derivate parziali
" rispetto a z per valori di z in modulo abbastanza piccoli;
" esso non può essere valido invece per le radici β di B ".

19. Quando un'operazione B commutabile con A non è regolare in A, si potrà dire, continuando l'analogia colla nomenclatura della teoria delle funzioni, che essa è *singolare* rispetto ad A. Ora nel campo funzionale in cui A ha una unica radice, non è possibile che l'operazione B, singolare rispetto ad A, sia ad un valore: infatti sia α la radice di A; si avrà

$$AB(\alpha) = BA(\alpha) = B(0),$$

ma se B(0) fosse nullo, ne verrebbe $B(\alpha) = k_0 \alpha$ essendo k_0 una costante e per conseguenza, applicando il procedimento dei §§ 8 e 9, B risulterebbe regolare in A, contro l'ipotesi. Onde B(0) è differente da zero e B non può quindi essere ad un valore nel campo considerato.

Come esempio più semplice di operazioni non regolari in A abbiamo le A^{-1}, A^{-m}; tale è pure B^{-1} se $B = AC$, essendo C regolare in A.

L'operazione F^{-1}, dove $F = E_{a_1} E_{a_2} \dots E_{a_r}$, è singolare rispetto ad E_{a_1}, E_{a_2}, ... E_{a_r}; e le singolarità si possono separare dando ad F^{-1} la forma

$$F^{-1} = c_1 E_{a_1}^{-1} + c_2 E_{a_2}^{-1} + \dots + c_r E_{a_r}^{-1};$$

i coefficienti si ottengono colla regola stessa della scomposizione delle funzioni razionali in frazioni semplici.

20. Le considerazioni precedenti ci conducono senza difficoltà dal concetto di forma lineare d'ordine r in A, — che è quanto dire funzione razionale intera del simbolo A — al concetto di funzione razionale fratta del simbolo A: per le quali funzioni valgono le stesse regole di calcolo delle funzioni razionali di una variabile numerica, ma che a differenza di queste, sono a più determinazioni e si riducono a determinazioni univoche

solo mediante limitazioni opportune del campo funzionale. Si è così naturalmente condotti ad un passo ulteriore, a considerare cioè in generale le *funzioni analitiche* del simbolo operatorio A: funzioni che sono definite da una serie di potenze di A e che si può *continuare,* col metodo stesso della continuazione analitica della solita teoria delle funzioni, sostituendo alla serie di potenze di A le serie di potenze di $E_a = A - a$ (*). In particolare si hanno le funzioni X algebriche di A, definite da una equazione

$$f(X, A) = 0,$$

dove f è funzione razionale intera dei due simboli X, A, a coefficienti costanti, ed X si può sviluppare in serie di potenze di A, con considerazioni relative alla moltiplicità ed al campo di validità degli sviluppi che offrono grande analogia, ma anche alcune differenze, colla ordinaria teoria delle funzioni algebriche. In questo ramo del calcolo funzionale vengono a trovare il loro posto i tentativi fatti dal Liouville, dal Holmgren e da altri per uno studio delle derivate ad indice qualunque.

21. Il calcolo simbolico operativo considerato in molti trattati di analisi si limita per lo più alle operazioni che sono funzioni analitiche della ordinaria derivazione, che rappresenteremo con D. Applicando a questo caso speciale le cose dette nel presente lavoro, si scorgono molte semplificazioni alle proposizioni generali date nelle pagine precedenti, poichè D ammette nel campo funzionale formato dalla totalità delle funzioni,

---

(*) Funzioni analitiche, ed in particolare razionali od esponenziali di uno o più simboli operativi sono state spesso e da lungo tempo considerate. Devo al prof. Peano l'indicazione del *Treatise on the Calculus of operations* di Carmichael, dove si trova riassunto quanto si dà negli ordinarî trattati intorno al cosidetto Calcolo simbolico. Ma tali considerazioni sono sempre state puramente formali e presentate come metodo abbreviato, destinato a facilitare i procedimenti del Calcolo ordinario; non mai come campo di studio a sè, per quanto, come si è visto in queste poche pagine, in esso si presentino nuove ed interessanti questioni circa ai modi di aggruppamento, alle condizioni di validità, a quelle di univocità delle operazioni distributive.

la sola radice di prim'ordine 1. Il sistema di funzioni $\alpha_0, \alpha_1, \dots \alpha_n \dots$ considerate al § 7 non differisce che per una modificazione senza importanza dal sistema di polinomî considerato dall'Appell (*). La funzione $\alpha(x,z)$ è ora e^{xz}; i §§ 14 e seguenti riconducono alla risoluzione dei sistemi di equazioni lineari e dell'equazione differenziale lineare omogenea, a coefficienti costanti, mentre il § 17 dà la risoluzione dell'equazione non omogenea. Le operazioni regolari in D non sono altro che le operazioni definite dall'Appell per mezzo dei suoi polinomî (**).

Ma sul simbolo D non è soltanto applicabile tutta quella parte del calcolo ordinario che si fonda sulle regole formali della moltiplicazione, bensì tutto quanto risulta dall'applicazione della regola di derivazione delle serie di potenze. Se infatti noi adottiamo quella definizione di *derivazione funzionale* data nella Nota del 17 febbraio 1895 dei Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, la derivata funzionale di D^n sarà $n D^{n-1}$ e varrà inoltre la regola di derivazione del prodotto. Da cui risulta, fra altre conseguenze, che un'equazione differenziale lineare simbolica, in cui al posto della variabile indipendente stia il simbolo D ed i cui coefficienti siano serie di potenze o polinomî razionali in D, si può integrare per serie mediante sviluppi che hanno gli stessi coefficienti delle serie di potenze integrali della vera equazione differenziale lineare dedotta dalla proposta col sostituire a D una variabile numerica.

(*) *Annales de l'École Normale*, S. II, T. IX, 1880.

(**) *Loc. cit.*, pag. 133. Ho già osservato in altra occasione come le operazioni di Appell formino un gruppo che coincide col gruppo delle operazioni commutabili colla derivazione.

Sul moto del polo terrestre;

Nota 2ª del Socio GIUSEPPE PEANO.

Nella prima nota su questo soggetto, in data 5 maggio, mi occupai dello spostamento del polo prodotto da moti relativi delle parti terrestri; e feci vedere come in siffatte questioni il principio delle aree, inteso sotto forma geometrica, ci dia subito ciò che chiamai *velocità del corpo,* e quindi permetta nel nostro caso di calcolare la velocità del polo per via elementare.

Con questo metodo non si hanno più a considerare le forze, ma solo quantità di moto. Il calcolo di queste quantità di moto è facilitato dalla considerazione di archi curvilinei come forme di seconda specie.

Si presenta ora la questione: supposta una qualche legge su questi moti relativi, e sulla costituzione della terra, trovare la posizione del polo alla fine del tempo t.

Questa questione fu già trattata sotto le più svariate ipotesi. L'Ing. O. Zanotti-Bianco ne pubblicò un accurato studio storico, che si estende fino agli ultimi anni, col titolo: *La variazione delle latitudini* (*Cosmos*, vol. XI, Torino, 1892-93; vedasi pure una nota del medesimo A. nella " Bibliotheca Mathematica " di Eneström, a. 1893, p. 75). Debbo poi alla sua squisita gentilezza altre indicazioni storiche e bibliografiche importanti.

Bessel nel 1814 rilevò una variazione nella latitudine, attribuendola a moti nell'interno del globo. Molti calcoli furono fatti da Gyldén (1870), Resal (1872), W. Thomson (1876), G. Darwin (1877), ecc. (Vedasi Helmert, *Theorien der höheren Geodäsie,* Leipzig, a. 1884, p. 408; Tisserand, *Mécanique céleste,* t. II; l'*Annuaire du Bureau des longitudes* (anni 1891-1895) contiene i progressi annuali di questo studio). Il prof. Schiaparelli (*De la rotation de la terre,* St. Petersbourg, 1889, p. 23), partendo dall'ipotesi che la terra si adatti immediatamente alla forma di equilibrio corrispondente ad ogni asse di rotazione, conchiude che " l'intensità delle azioni geologiche è più che

sufficiente per imprimere ai poli di rotazione dei vasti movimenti irregolari di ampiezza qualunque „.

Però molti autori ritengono che, supposto rigido il continente terrestre, e data la relativa piccolezza delle quantità di moto delle parti, e la sensibile differenza dei momenti d'inerzia della terra, il polo non possa fare che piccole oscillazioni, e non possa assumere un moto progressivo (*). Per decidere siffatta questione occorre fare completi i calcoli, nulla trascurando. Oggetto di questa nota sono questi calcoli. Da essi risulta che, anche supposto il continente terrestre rigido, dei moti relativi comunque piccoli, agendo però per un tempo sufficiente, possono produrre uno spostamento secolare del polo, in modo da portare ad es. le regioni polari all'equatore.

Il calcolo geometrico, anche limitato alla teoria dei vettori, permette di presentare questi calcoli sotto forma assai semplice.

Trattandosi del moto d'un corpo con un punto fisso, invece delle forme geometriche generali basta considerare i vettori e loro prodotti. Quantunque siffatta teoria sia già penetrata nell'insegnamento, pure richiamerò le principali convenzioni, poichè presso i diversi Autori la nomenclatura e la notazione non è ancora uniforme.

Il vettore si considera come una forma geometrica speciale, cioè la differenza di due punti. Si può pure intendere per vettore un segmento considerato in grandezza, direzione e verso. I vettori si sommano (compongono), e si moltiplicano per numeri reali, e sussistono per essi le proprietà dei polinomii.

Il prodotto di due vettori U e V dicesi *bivettore*. Si può intendere con ciò il parallelogrammo costrutto sui due vettori U e V considerato in grandezza, giacitura e verso. I bivettori si sommano come i vettori.

(*) Ad es. lo SCHWAHN (*Ueber die Aenderung der Lage der Figur- und der Rotationsaxe der Erde....*, 1887, pp. 18-20) arriva a questa conclusione partendo dall'ipotesi che la quantità di moto relativa sia, rispetto alla terra, rigorosamente costante in grandezza e direzione. Altri Autori considerano *a priori* come infinitesimi trascurabili dei termini che diventano grandi in un moto progressivo.

Ad ogni bivettore UV si fa corrispondere un vettore, detto *indice* del bivettore, e indicato con $|$ UV, che è normale al bivettore, ne ha eguale il modulo (valor assoluto), ed ha un senso convenientemente stabilito. Così ogni considerazione sui bivettori è ridotta ad una sui vettori.

Se UV rappresenta una coppia di forze, $|$ UV ne è l'asse momento.

Se $W = |\, UV$, si pone anche $UV = |\, W$, cioè l'indice d'un vettore è un bivettore.

Il prodotto di tre vettori UVW dicesi *trivettore*. Con ciò si può intendere il parallelepipedo costrutto sui tre vettori. Un trivettore è misurato da un numero positivo o negativo. Come caso particolare si può considerare il prodotto d'un vettore U per l'indice d'un vettore V, e si ha $U \,|\, V$, che dicesi anche prodotto interno dei due vettori, e vale il prodotto dei moduli dei due vettori pel coseno dell'angolo compreso.

Questi cenni sono sufficienti per costrurre l'intera teoria, e per intendere le formule che seguono.

Abbiasi ora un corpo rigido che rota attorno ad un punto fisso O. Ciò che nella mia 1ª nota chiamai velocità del corpo è in questo caso una linea OV passante per O e il cui vettore sia V.

Questo vettore chiamasi *velocità rotatoria del corpo,* e la formula (4) della Nota precedente, la quale dà la velocità d'un punto P del corpo diventa:

$$\frac{dP}{dt} = |\, V\,(P - O)$$

e posto $U = P - O$, sicchè U è un vettore qualunque collegato col corpo rigido, si ha la sua derivata espressa da

$$\frac{dU}{dt} = |\, VU. \tag{1}$$

Se V è la velocità rotatoria del corpo rigido, e se A, B, C sono i momenti principali d'inerzia del corpo rispetto agli assi d'inerzia (e che corrispondono ai valori $B + C$, $C + A$, $A + B$ della formula 9, nella nota 1ª), per avere l'indice R della quantità di moto del corpo, basta scomporre V in tre vettori diretti secondo gli assi d'inerzia, moltiplicarli rispettivamente

per A, B, C e poi comporli. E viceversa dato R, lo si scomponga in tre vettori diretti secondo gli assi d'inerzia, si dividano per A, B, C, e si compongano; si avrà la velocità rotatoria V del corpo.

Detti I, J, K tre vettori unitarii diretti secondo gli assi d'inerzia, si ha l'identità:

$$(1') \qquad V = (V \mid I) I + (V \mid J) J + (V \mid K) K,$$

e i tre termini sono appunto le componenti di V secondo gli assi; quindi

$$(2) \qquad R = A (V \mid I) I + B (V \mid J) J + C (V \mid K) K$$

formula che esprime R in funzione di V; e viceversa si può esprimere V in funzione di R colla formula:

$$(3) \qquad V = \frac{1}{A} (R \mid I) I + \frac{1}{B} (R \mid J) J + \frac{1}{C} (R \mid K) K.$$

Si suppone naturalmente che A, B, C non siano nulli, cioè il corpo non si riduca a punti materiali allineati.

Supponiamo ora che il corpo considerato sia meccanicamente di rivoluzione, cioè $A = B$.

Pongasi poi

$$(4) \qquad \epsilon = \frac{C - A}{A},$$

onde $C = A + A\epsilon$.

Allora le espressioni (2) (3) di R in funzione di V, e di V in funzione di R diventano

$$R = A \left[(V \mid I) I + (V \mid J) J + (V \mid K) K \right] + A\epsilon (V \mid K) K$$

$$V = \frac{1}{A} \left[(R \mid I) I + (R \mid J) J + (R \mid K) K \right] - \frac{\epsilon}{A(1+\epsilon)} (R \mid K) K,$$

e per la 1'):

$$(5) \qquad R = AV + A\epsilon (V \mid K) K$$

$$(6) \qquad V = \frac{1}{A} R - \frac{\epsilon}{A(1+\epsilon)} (R \mid K) K.$$

La (5) dice che l'indice della quantità di moto è la somma di due vettori, l'uno diretto secondo V e l'altro secondo K; e reciprocamente la velocità rotatoria V è la risultante di due velocità rotatorie, l'una diretta secondo R, e l'altra secondo l'asse d'inerzia K.

Abbiasi ora un sistema, che diciamo *terra,* composto d'una parte rigida (*continente*), e d'una mobile (*mare*). Supporremo fisso il baricentro della terra. Siano I, J, K i vettori unitarii diretti secondo gli assi d'inerzia della terra, A, B, C i suoi momenti d'inerzia rispetto agli assi.

Per le cose dette nella mia nota precedente, la quantità di moto del sistema è un bivettore costante. Sia R l'indice di questo bivettore.

Suppongo che la velocità relativa del baricentro del mare sia nulla, vale a dire che la quantità di moto relativa sia un bivettore, il cui indice chiamo W.

Diciamo (Nota 1ª formula 11) che la quantità di moto che avrebbe la terra quando rotasse colla velocità V che ha il continente, che è data dalla (5), è eguale alla quantità totale di moto $\mid R$, meno la quantità di moto relativo $\mid W$; e si ha:

$$(7) \qquad R - W = AV + A\epsilon (V \mid K) K.$$

Risolviamola rispetto a V. Basta nella equazione (6) porre R — W al posto di R, e si ha:

$$(8) \qquad V = \frac{1}{A} (R - W) - \frac{\epsilon}{A(1+\epsilon)} [(R - W) \mid K] K.$$

Cioè la velocità rotatoria è la risultante di due, l'una diretta secondo R — W, e l'altra secondo l'asse d'inerzia K.

Volendo la derivata del vettore K che va al polo d'inerzia, si ricorre alla formula (1), $\frac{dK}{dt} = \mid VK$, e sostituendo nella (8) a V il suo valore, e osservando che $KK = 0$, si ha:

$$(9) \qquad \frac{dK}{dt} = \frac{1}{A} \mid (R - W) K,$$

cioè la velocità di K è la stessa come se V si riducesse al solo primo termine. Sparisce così il secondo termine, che contiene lo schiacciamento ϵ della terra.

Se $W = 0$, si ha il problema di Eulero, cioè si tratta il moto della terra, supposta completamente rigida. La formola (9), paragonata colla (1), dice che l'asse d'inerzia K rota attorno all'asse fisso R; il valor assoluto della velocità rotatoria vale $v = \mathrm{mod}\left(\frac{1}{A} R\right)$, sicchè questa velocità rotatoria è costante in grandezza e direzione. Avuto K in funzione di t, la (8) ci darà $V = \frac{1}{A} R - \frac{\epsilon}{A(1+\epsilon)} (R \mid K) K$, cioè la velocità rotatoria del corpo. Si ritrovano così facilmente i risultati ben noti.

Se W è costante, si ha ancora il problema di Eulero, in cui al vettore costante R si sostituisca l'altro vettore costante $R - W$.

Supporremo quindi W variabile.

Chiamisi K_1 la posizione che assume K ove lo si faccia rotare attorno all'asse R dell'angolo $-vt$, ove, come prima, $v = \mathrm{mod}\left(\frac{1}{A} R\right)$. Per quanto si disse, K_1 sarebbe un vettore costante se $W = 0$.

Dicansi parimenti V_1, W_1, R_1 ciò che diventano V, W, R dopo la stessa rotazione. Sarà $R_1 = R$.

Allora la velocità di K_1 è la risultante della velocità $V_1 = \frac{1}{A} \mid (R - W_1) K_1$, e della velocità dovuta al moto rotatorio attorno a K, che vale appunto $-\frac{1}{A} \mid RK_1$; quindi si ha:

$$(10) \qquad \frac{dK_1}{dt} = -\frac{1}{A} \mid W_1 K_1$$

e così si è fatto nella (9) sparire il termine con R, e si ha il solo effetto della quantità di moto relativo, rappresentato dal vettore W_1.

Se ora W_1 è costante, la formula (10), paragonata alla (1), dice che il vettore K_1 rota con velocità rotatoria rappresentata dal vettore $-\frac{1}{A} W_1$, e il suo estremo descrive una circonferenza. Se W_1 è normale all'asse R, e la posizione iniziale di K coincide colla direzione di R, allora l'estremo di K_1 descrive con moto equabile il cerchio massimo della sfera di raggio 1, che passa per l'asse R delle quantità di moto. Il movimento dell'asse d'inerzia K si ottiene ricomponendo i due moti in cui

lo si è scomposto; cioè supponendo che K descriva con moto equabile il cerchio massimo passante per l'asse R, e che questo cerchio roti con moto equabile attorno ad R.

In questo caso adunque l'asse d'inerzia K si allontana equabilmente dall'asse delle quantità di moto R, e passa dalle regioni polari alle equatoriali.

Il moto del polo, per W_1 costante, si può anche descrivere in quest'altro modo: il polo d'inerzia rota uniformemente, attorno all'asse R della quantità di moto, col periodo Euleriano; contemporaneamente l'angolo che esso fa con R va aumentando proporzionalmente al tempo.

Se il vettore W_1 è variabile, ma costante la sua direzione, allora K_1 rota ancora attorno a W_1, ma con velocità variabile. Posto $w = \text{mod } W = \text{mod } W_1$, l'angolo di rotazione varrà $\int w dt$. Succedono fenomeni sensibilmente identici se W_1 si sposta poco da una direzione fissa.

In ogni caso, qualunque si sia l'espressione di W_1 in funzione del tempo, il determinare la posizione di K_1, conoscendone in ogni istante la velocità rotatoria, cioè integrare l'equazione (10), è un problema ampiamente trattato (V. DARBOUX, *Leçons sur la théorie des surfaces*, Paris, 1887, Chap. II). E alle cose note posso aggiungere che, essendo la (10) un'equazione lineare, vi si può applicare lo sviluppo in serie, che indicai nello scritto " Intégration par séries des équations différentielles linéaires " (*Math. Annalen,* t. 32, p. 450).

Leggendo K al posto di K_1, e W al posto di $-\frac{W_1}{A}$, cioè se l'equazione differenziale ha la forma

$$\frac{dK}{dt} = | \, WK,$$

detto K_0 il valore di K per $t = o$, si ha la serie:

$$K = K_0 + | \int W dt K_0 + | \int W dt \, | \int W dt K_0 +$$
$$| \int W dt \, | \int W dt \, | \int W dt K_0 + \ldots\ldots$$

ove W è funzione integrabile di t. Questa serie è sempre con-

vergente. Colla scrittura .... | $\int W dt$ | $\int W dt \, K_0$ si indica il risultato delle operazioni: moltiplicare K_0 per $W dt$, poi integrare, prendere l'indice, moltiplicare per $W dt$, integrare, ... Gli integrali sono presi a partire da 0.

Così è provato che non v'ha alcuna necessità matematica affinchè il polo della terra sia fisso, oppure si sposti di pochissimo da un punto fisso. Esso può errare comunque sulla terra, in virtù di moti relativi visibili alla sua superficie, anche deboli, collo scorrere dei secoli; e ciò anche supposto il continente rigorosamente rigido.

L'ipotesi di W_1 costante equivale a supporre che W, indice della quantità di moto relativo, roti attorno ad R con velocità $\frac{R}{A}$. Questa velocità è alquanto maggiore di quella con cui rota la terra, che è sensibilmente $\frac{R}{C}$. Quindi W non ha una posizione fissa sulla terra, ma si avanza alla sua superficie in guisa da descrivere un giro nel periodo Euleriano. Si può facilmente immaginare W variabile rispetto alla terra, supponendo che le varie sue correnti, anche conservando una posizione sensibilmente fissa rispetto ai continenti, abbiano una quantità di moto variabile.

Questo mio studio è puramente teorico. Rispetto al fenomeno astronomico mi limito a questa osservazione. Se il periodo Euleriano, che calcolato, supponendo la terra rigida, in circa 305 giorni, diventasse, a causa della sua plasticità (*), identico all'anno, allora il moto relativo del vettore W rispetto alla terra avrebbe per periodo l'anno; e l'interpretazione fisica di tal periodo sarebbe affatto ovvia.

(*) S. Newcomb, *Astronomische Nachrichten*, N. 3097, a. 1892. Il periodo di Chandler, secondo le ultime osservazioni (Ivanof, *Bulletin Astronomique*, marzo 1895), sarebbe di poco superiore all'anno. Per comodità di alcuni lettori non sarà inutile l'osservare che le grandezze che qui compaiono sono difficili a misurarsi astronomicamente. Un attuale spostamento progressivo e continuato del polo d'un metro all'anno pare poco probabile se il meridiano secondo cui si sposta passa nelle vicinanze degli osservatorii d'Europa o d'America. Le future osservazioni potranno scoprire uno spostamento quattro o cinque volte più piccolo.

Sui corpi grassi degli anfibi;

Nota del Dott. ERMANNO GIGLIO-TOS.

I *corpi adiposi* o *grassi*, detti pure *corpi gialli* o *appendici gialle* o *corpi frangiati* o con qualche altra denominazione indicati dai varî anatomi, sono appendici ricche di un olio grasso, sovente giallo, che giaciono nella cavità del corpo degli anfibi davanti ai reni ed in connessione cogli organi riproduttori.

Swammerdamm (1), forse primo, diede di questi organi che egli chiamò " *appendices luteae* „ una descrizione quale, ai suoi tempi, non si poteva desiderare migliore. Egli non parla della loro funzione, ma fa notare:..... " *oleosum istud pingue sese cum tunica, testiculos investiente, conjunxisse et per dimidiam testiculorum superficiem diffusum fuisse* „.

Poco più tardi, Roesel (2) ridescrisse queste appendici nella *Rana fusca terrestris* (*Rana muta* Laur.), senza aggiungervi alcuna particolarità di struttura (p. 21-22, tab. V, fig. 2, n; p. 25, tab. VI, fig. 1, e; p. 29, tab. VIII, fig. 1, f), e più volte nel suo lavoro le figurò ed accennò nelle altre specie descritte: *Rana arborea* (*Hyla arborea* Lin.) (pag. 51, tab. XII, fig. 1, k; pag. 52, tab. XII, fig. 2, q); *Rana viridis aquatica* (*Rana esculenta* Lin.) (p. 63, tab. XV, fig. 1, 2, f; p. 65, tab. XVI, fig. 2, p); *Bufo aquaticus* (*Pelobates fuscus* Laur.) (pag. 83-84, tab. XIX, fig. 3, y; fig. 4, d; fig. 5, 6, o); *Bufo terrestris* (*Bufo vulgaris* Laur.) (p. 95, 96, tab. XXI, fig. 24, 26, k); *Bufo igneus* (*Bombinator igneus* Laur.) p. 105, tab. XXIII, fig. 18, l) ed infine in *Bufo terrestris foetidus* (*Bufo calamita* Daud.) (p. 114, tab. XXIV, fig. 7, 8, r).

---

(1) Swammerdamm, *Biblia Naturae*, Pars I, t. II. Leydae 1738, p. 794, tab. XLVII, fig. I.

(2) Roesel von Rosenhof, *Historia naturalis ranarum nostratium*. Norimbergae, 1758.

ROESEL ha però cura in ogni caso di far notare che queste appendici, *molto sviluppate nel periodo immediatamente anteriore alla riproduzione, sono notevolmente ridotte subito dopo questo periodo.* Il che indusse quest'autore a credere che forse il grasso in esse contenuto servisse per giovare alla produzione del seme nel maschio e della sostanza glutinosa che avvolge le uova nella femmina!

DUVERNOY (1) parla a varie riprese di questi corpi grassi, descrive e figura la fitta rete dei capillari sanguigni, nota la comunanza di origine dei loro vasi sanguigni e di quelli dei testicoli e degli ovari, rileva la loro presenza e forma diversa in varî altri anfibi, e non esita a dire che senza alcun dubbio essi servono alla nutrizione degli organi genitali, come provano la loro stessa relazione e alcune goccie di olio trovate nei testicoli.

GRUBY (2) non dice che del loro sistema venoso in connessione con quello degli organi genitali e dei reni.

Anche il LEREBOULLET (3), notando la intima connessione dei corpi grassi cogli organi genitali, ammette che essi servano per la riproduzione.

Per contro WITTICH (4) che, primo, dà alcuni brevi cenni sull'istologia di questi corpi, propende a credere che essi servano come serbatoi di sostanze grasse per la nutrizione generale dell'organismo.

I prof. BALSAMO CRIVELLI (5) e MAGGI, che si occuparono

---

(1) DUVERNOY G. L., *Fragments sur les organes génito-urinaires des reptiles et leurs produits,* in " Compt. rend. Acad. des Scienc. „, Paris, vol. XIX, 1844, p. 592. — " Mém. Acad. Scienc. „, Paris, t. 11, 1851, p. 25. — CUVIER, *Leçons d'Anatom. comp.*, 1840, t. III, p. 584.

(2) GRUBY, *Recherches anatomiques sur le système veineux de la Grenouille,* in " Ann. Scienc. natur. „, 2e série, t. XVII, 1842, p. 220.

(3) LEREBOULLET A., *Recherches sur l'anatomie des organes génitaux des animaux vertébrés,* in " Nov. Act. Acad. Ces. Leopol. Carol. Nat. Curios. „, t. XXIII, 1851.

(4) VON WITTICH, *Beiträge zur morphologischen und histologischen Entwickelung der Harn- und Geschlechtswerkzeuge der nakten Amphibien*, in " Zeitschr. f. wissensch. Zool. „, Bd. IV, 1853, p. 149.

(5) BALSAMO CRIVELLI G. e MAGGI L., *Alcuni cenni sovra lo studio dei corpi frangiati delle rane,* in " Rendiconti del R. Istituto lombardo di scienze e lettere „, serie II, vol. II, 1869, p. 716.

brevemente di questi corpi, non si pronunziarono decisamente sulla loro significazione morfologica, ma fecero notare di aver trovato in essi delle uova e degli spermatozoi.

Wiedersheim (1), nel dare una breve descrizione dei corpi grassi con un accenno alla loro struttura istologica, non si pronuncia sulla loro funzione, ma lascia dubitare che forse possano servire per la nutrizione generale del corpo. Recentemente però questo stesso autore (2) ammette anch'egli che servano per la nutrizione degli organi genitali.

Infine parecchi altri autori, che casualmente parlano di questi corpi, ritengono che essi servano per la nutrizione generale del corpo durante il letargo invernale. Tale pure era indubbiamente l'opinione di Reichert (3).

Io non toccherò in questo mio breve lavoro la quistione della origine di tali corpi, derivanti, secondo l'opinione di molti embriologi, dalla parte anteriore degli organi genitali primitivi, secondo Giles (4) invece da una degenerazione grassa del rene cefalico o pronefros. Ma mi limiterò a trattare della loro struttura istologica e della probabile loro funzione.

Le mie osservazioni si fecero su *Rana esculenta, Rana agilis, Bufo vulgaris* e *Triton punctatus.*

I corpi grassi si trovano in tutti gli anfibi, variando di forma e di posizione nelle varie specie, di sviluppo nei varî individui di una stessa specie ed, in uno stesso individuo, nelle varie stagioni dell'anno. Così, secondo Hoffmann (5), nelle Cecilie sono allungati e gracili e posti verso il mezzo degli organi genitali; negli Urodeli giaciono lateralmente a questi stessi organi e negli Anuri davanti ai reni. In ogni caso è sempre evidente

---

(1) Ecker e Wiedersheim, *Die Anatomie des Frosches*, Abth. III, Braunschweig, 1882, p. 53.

(2) Wiedersheim R., *Grundriss der vergleichenden Anatomie der Wirbelthiere*, III Aufl. Jena, 1893.

(3) Reichert K. B., " Archiv für Anat. u. Physiol. von Müller ", Jahrg. 1850. Berlin, p. 28.

(4) Giles A., *Development of the Fat-bodies in Rana temporaria*, in " Quart. Journ. of Microsc. Sc. ", 1889, p. 133.

(5) Hoffmann C. K.-Dr. H., *Bronn's Klassen und Ordnungen d. Amphibien*, Leipzig u. Heidelberg, 1873-78, p. 474.

la loro connessione cogli organi genitali di ambo i sessi. Del resto, si può quasi asserire, che negli Anuri essi presentano un grado più elevato nella loro evoluzione, avendo un maggior sviluppo in proporzione alla massa del corpo, e sovratutto essendo assai più localizzati nella loro origine.

Dalle osservazioni che io feci su più di 70 individui di ambo i sessi di *Rana esculenta*, di *Rana agilis* e di *Bufo vulgaris* potei dedurre quanto segue.

I corpi grassi in questi anfibi si presentano sempre con appendici digitiformi più o meno grandi, talora ramificate, che si insinuano tra le anse intestinali e stanno fra di loro congiunte alla base, giacendo con questa quasi direttamente sulla grande vena addominale, alla quale ognuna di esse invia una propria vena. Talora alcune di queste vene si congiungono fra loro prima di sboccare nella vena addominale; quasi sempre poi tutte sboccano prima nella corrispondente vena renale. Ognuna di queste appendici possiede pure un'arteria principale centrale proveniente da un ramo della prima arteria renale.

L'aderenza loro cogli organi genitali, ovario o testicolo, si fa sempre alla loro base, dove sono insieme congiunte, e solo qualche rara volta si fa accidentalmente colla loro estremità. La superficie di adesione è più o meno estesa e qualche volta i corpi grassi ravvolgono anche alcuni dei vasi deferenti dei testicoli.

Quanto alla loro grandezza non potei trovare differenza specifica costante nelle specie esaminate, come nemmeno nella loro forma. Ma una differenza invece spiccata si trova sovente negli individui della stessa specie in periodi diversi dell'anno non solo, ma anche nella stessa epoca.

Senza dubbio queste differenze individuali sono dovute specialmente ad una maggiore abbondanza di cibo, nel tempo in cui i corpi grassi si vanno formando, oppure si vanno di nuovo riempiendo di grasso. Ma, salvo poche eccezioni, forse solo apparenti, ho notato che esse raggiungono il loro massimo sviluppo, non come dice il Roesel, immediatamente prima della riproduzione, ma in un periodo di tempo quasi intermedio tra l'ultima deposizione di uova e la susseguente.

È d'uopo notare che in *Rana esculenta* questo periodo di tempo cade nell'ottobre o novembre ed è forse per ciò che quegli

zoologi, che osservarono in questa specie la notevole grandezza dei corpi grassi in principio dell'inverno, credettero che essi servissero per la nutrizione di tutto il corpo durante il letargo invernale.

Ma, che ciò non sia, me lo dimostrò l'osservazione di alcuni individui di *Rana agilis,* i quali, presi nella prima metà del mese di dicembre e pertanto quando appunto era appena incominciato il periodo del letargo invernale, mostravano i corpi grassi molto flacidi e talora ridotti a rudimenti, e quasi invisibili.

In tutti d'altronde assai facilmente si poteva scorgere una evidente relazione tra lo sviluppo delle uova nell'ovario e il volume dei corpi grassi. Quanto più le uova si avvicinavano al termine della loro maturazione, tanto più erano ridotte le appendici grasse. Così che nel tempo che immediatamente precede la deposizione delle uova, esse giungono alle minime loro dimensioni; le quali d'altronde possono variare nei diversi individui.

Viene dunque spontanea e naturale questa supposizione: che queste appendici grasse si arricchiscano di olio a poco a poco, cominciando subito dopo la deposizione delle uova fino ad un tempo in cui esse raggiungono il massimo sviluppo e che da questo momento decrescano, perchè si fa dalle uova ovariche l'assorbimento di questa sostanza grassa, fino alla futura deposizione.

Come già dissi, il diverso volume delle appendici prima e dopo la riproduzione dipende da più o meno abbondante nutrimento preso dall'animale durante il loro svolgersi, e dalla parte più o meno attiva avuta da queste appendici nel nutrire gli organi genitali. Così, per esempio, in una Rana comune, la quale sia costantemente ben nutrita, la maturazione e lo sviluppo dei prodotti sessuali potrà ugualmente farsi senza che vi concorra la sostanza di riserva accumulata nelle appendici grasse, e queste pertanto, che avranno avuto campo di ingrandire notevolmente, non diminuiranno sensibilmente avvicinandosi al tempo della riproduzione. Insomma, questi corpi grassi si comportano come tutti gli altri ammassi di grasso che si trovano nel corpo; richiedono, per bene svolgersi, condizioni di buon nutrimento, e solo vengono riassorbiti in caso della deficienza di questo.

Così si spiegano anche quelle differenze di sviluppo che si

osservano ne' diversi individui e che paiono costituire delle eccezioni infirmanti questa supposizione.

Quanto alla colorazione che le appendici grasse presentano, essa è di un bel giallo sulfureo se le appendici sono turgide; talora esse sono affatto bianche, come mi avvenne di notare in taluni individui di *Rana agilis:* tale differenza però è solo dovuta alla mancanza nell'olio di quella sostanza che dà ad esso il color giallo, senza che la natura intima dell'olio sia diversa, per quanto ho potuto osservare. Siccome poi questi organi sono riccamente vascolarizzati, la diminuzione dell'olio e la prevalenza relativa del sangue dànno quella colorazione ranciata che essi presentano nel periodo del decrescimento.

Organi omologi di queste appendici grasse sono quasi certamente e per la loro posizione e per la loro struttura quelle masse adipose linfoidi che Parker (1) descrisse nel *Protopterus annectens* e che rivestono in questo dipnoo gli organi urogenitali. Ma non sono forse da ritenersi loro omologi quegli organi linfoidi che vengono considerati come modificazioni del rene cefalico o pronefros dei pesci Teleostei e Ganoidi (2) adulti. Nè io credo pertanto che il Parker (3) possa con ragione ritenere che i corpi grassi del *Protopterus annectens* rappresentino una gradazione nelle modificazioni istologiche tra questi organi linfoidi dei Teleostei, i corpi grassi degli anfibi e quelli dei rettili. Del resto solamente lo studio accurato della origine di questi organi potrà stabilire la loro omologia.

La struttura istologica dei corpi grassi è molto semplice. Osservati quando sono ben turgidi per l'abbondante olio che contengono, non si vedono da altro formati che da un ammasso di cellule, le cellule grasse, di forma tondeggiante, intimamente unite da una sostanza fondamentale che non ho potuto distrug-

---

(1) Parker W. N., *On the Anatomy and Physiology of Protopterus annectens*, in Trans. R. Irish Acad. „. Dublin, vol. XXX, p. III, 1892, p. 185.

(2) Balfour Fr., *On the nature of the organ in adult Teleosteans and Ganoids* ecc., in " Quart. Journ. of Micros. Scienc. „, vol. XXII, N. S., 1882. — Parker W. N., *On the Kidneys of Teleostei*, " British Assoc. Rep. „, 1882.

(3) Parker W. N., *On the Anatomy*, ecc., in " Trans. Irish Acad. „, vol. XXX, p. 186, nota.

gere anche con potenti liquidi dissocianti. In questa sostanza connettiva passano numerosi capillari sanguigni provenienti dall'arteria principale di ogni appendice e sboccanti nella vena principale che corre parallelamente all'arteria. Formano così una rete che ravvolge quasi ogni singola cellula grassa (1). Questi capillari sanguigni sono accompagnati da numerosi altri linfatici, i quali pure sboccano in vasi linfatici di maggior diametro che sovente si possono distintamente osservare in sezioni convenientemente fatte.

Il Leydig (2) affermò che queste appendici sono ricoperte di un epitelio. Io non ve l'ho potuto riscontrare e senza dubbio il Leydig considerò come epitelio proprio di questi organi, ciò che non può essere considerato come tale, cioè il peritoneo, il quale ravvolge, standovi intimamente aderente, tutta la superficie esterna di essi.

Avviene sovente, come in *Bufo vulgaris,* che i nuclei delle cellule peritoneali siano così avvicinati da poter dare l'illusione di un epitelio proprio, ma è facile però riconoscere l'errore.

Il prof. Wiedersheim (3) considerò le appendici grasse come formate " da una trama delicata ed a grandi maglie di tessuto connettivo adenoide, in cui i nuclei stanno generalmente nei punti di incrocio dei filamenti. L'interno delle maglie è pieno di sfere di grasso e di grasso libero ed infine di corpuscoli bianchi del sangue ".

Non si può negare che, osservate senz'alcuna preparazione, queste appendici appaiono realmente tali a tutta prima. Ma, quando esse vengano trattate col nitrato d'argento, coll'acido osmico o con qualche liquido fissante, contenente questo acido, si può scorgere che è inesatta questa interpretazione. Il grasso sta di fatto, non dentro a maglie di un tessuto connettivo, ma dentro a cellule vere indipendenti, dalle quali vien prodotto.

---

(1) Toldt C., *Beiträge zur Histologie u. Physiologie des Fettgewebes*, in " Sitzungsber. d. Mathem.-Naturw. Cl. d. k. Akad. d. Wissensch. ", Bd. LXII, II Abth. 1870, Wien, p. 451.

(2) Leydig F., *Traité d'histologie de l'homme et des animaux*. Paris, 1866, p. 521.

(3) Eckert u. Wiedersheim, *Die Anatomie des Frosches*, III Abth. Braunschweig, 1882, p. 54.

Già prima d'altronde, Reichert (1), von Wittich (2) e Toldt (3) avevano chiaramente affermato l'essenza cellulare delle cavità contenenti questo grasso.

Le cellule grasse, quando in esse l'olio è abbondante, tendono ad assumere, com'è naturale, la forma sferica, la quale tuttavia viene più o meno modificata dalla pressione reciproca che esercitano tra di loro.

La grandezza loro è evidentemente dipendente dalla quantità di olio contenuta e talora giungono fino ad avere un diametro di più di 50 μ.; nel qual caso sono anche visibili ad occhio nudo.

Quando la cellula è piena di grasso, il protoplasma vien gettato contro alla membrana e ridotto ad uno strato sottilissimo ed il nucleo spinto, pur esso contro la membrana, fa alquanto sporgenza sotto di essa. Quasi sempre avviene che sia tanta la pressione esercitata dall'olio sul nucleo che questo si curva ad arco, presentando la sua curva concava verso l'interno della cellula. Nelle sezioni (fig. 2ª, *a*) i nuclei di queste cellule che cadono nel piano della sezione, si riconoscono facilmente per la loro posizione, per la loro forma ora indicata ed anche per la loro minor larghezza, relativamente ai linfociti che vi si trovano numerosi ed ai nuclei della sostanza connettiva fondamentale. Di fatto i nuclei delle cellule grasse misurano generalmente dagli 8 ai 12 μ. nel senso della maggior lunghezza, ma solo dai 2 ai 4 μ. nel senso della larghezza.

Quanto ai linfociti essi appaiono sempre molto numerosi nei capillari linfatici che circondano le cellule grasse. Come al solito la loro forma e le dimensioni variano moltissimo (fig. 2ª, *b*) giungendo anche ad avere più di 14 μ. di lunghezza e di larghezza. Il loro contenuto granulare, più o meno abbondante, è generalmente sparso irregolarmente nel corpo del linfocito.

I globuli rossi del sangue non presentano alcun carattere speciale.

Ben diversa è la forma delle cellule grasse, quando sono

---

(1) Reichert K., *Müller's Archiv*, 1850, p. 28.

(2) Wittich, *Beiträge*, ecc., loc. cit., in " Zeitsch. f. wissensch. Zool. „ Bd. IV, 1853, p. 149.

(3) Toldt C., *Beiträge*, ecc., loc. cit., p. 451.

vuote o quasi vuote dell'olio che contenevano. A mano a mano che questo va scomparendo diminuisce il volume della cellula ed il protoplasma, almeno in apparenza, aumenta relativamente finchè, quando tutto il grasso è scomparso, riempie da solo la cavità della cellula. Io propendo a credere che l'aumento del protoplasma non sia che apparente, essendo diminuita di molto la capacità della cellula, ma che in realtà esso sia ad un di presso sempre nella stessa quantità.

Questo protoplasma mi si presentò quasi sempre molto omogeneo e senza granulazioni.

Nello stesso tempo che avviene la riduzione dell'olio il nucleo si stacca dalla parete cellulare e tende a portarsi nel centro della cellula, accompagnando così la gocciolina d'olio che va diminuendo, e riprendendo a poco a poco la sua forma tondeggiante primitiva. Quasi sempre, di fatto, ho notato che nelle cellule grasse, in cui l'olio è ridotto ad una piccola gocciolina, il nucleo si trova al margine di questa (fig. 3). Il contorno della cellula assume poi definitivamente una figura poligonale a lati alquanto curvi. La sostanza intercellulare scompare quasi totalmente.

Mentre avviene questa riduzione della massa oleosa i capillari sanguigni e linfatici si obliterano e finiscono collo scomparire affatto. Così avviene che le appendici grasse, ben vistose quando sono turgide, si riducono talmente da essere certe volte difficilmente distinguibili.

Già ho detto che talora nel loro sviluppo i corpi grassi inglobano i vasi deferenti; perciò avviene che in sezioni fatte vicino ai testicoli sovente si osservino fra le cellule grasse alcuni spermatozoi, come già osservarono Balsamo Crivelli e Maggi (1); ma non ho mai potuto riscontrarvi delle uova, come questi due autori pure affermano.

La connessione che questi corpi grassi hanno coi testicoli e cogli ovari non è solo dovuta al peritoneo che insieme li collega, ma è ben più intima, in quanto che, come in sezioni è facile osservare, la medesima sostanza fondamentale che tiene insieme unite le cellule grasse si continua negli organi genitali insinuandosi fra le cellule germinative e formando lo stroma

(1) Balsamo Crivelli e Maggi, loc. cit., p. 718.

connettivo degli organi genitali. È facile pure vedere come i linfociti passano dai corpi grassi direttamente nei testicoli e negli ovari.

Però in *Bufo vulgaris,* dove i corpi grassi sono separati dai testicoli dall'interposto *organo di Bidder,* la sostanza fondamentale connettiva penetra tra le uova rudimentali di quest'organo, racchiudendole in grandi maglie, ed in essa passano i numerosissimi capillari sanguigni che circondano le uova stesse. Questi poi sono alla loro volta accompagnati da capillari linfatici che li ravvolgono come in una guaina (fig. 1ª). Dopo di ciò la sostanza fondamentale connettiva penetra fra le ampolle spermatiche del testicolo.

Il sangue, come già KNAPPE (1) dimostrò, passa direttamente dall'organo di Bidder nel testicolo; non è improbabile che anche i linfociti provenienti dai corpi grassi seguano la stessa via.

Quanto alla funzione ho già detto, come parecchie osservazioni ci inducano a credere che questi ammassi di olio grasso servano più specialmente alla nutrizione degli organi genitali, che non a quella di tutto il corpo. La strettissima relazione che passa fra questi due organi e di cui ho detto or ora, ci conferma in questa opinione.

Io tentai di ottenere preparati che mi dessero di ciò una prova lampante, col fissare l'olio per mezzo della riduzione dell'acido osmico nei testicoli stessi. Ma in verità, sebbene in qualche sezione mi sia apparsa qualche gocciolina di olio annerita fra le cellule del testicolo, non oserei affermare che tale goccia non vi sia stata trasportata meccanicamente nel fare le necessarie manipolazioni.

Io propendo pertanto a credere, che la sostanza grassa venga dalle cellule germinative assimilata a poco a poco, assorbita direttamente, o che pure i linfociti concorrano principalmente a compiere la funzione di assorbimento, trasportando il grasso dai corpi grassi nei testicoli o nell'ovario.

Nell'organo di Bidder di alcuni *Bufo vulgaris*, presi durante

(1) KNAPPE E., *Das Bidder'sche Organ*, in “ Morphologisches Jahrbuch „ XI Bd. Leipzig, 1886, p. 501.

l'accoppiamento o subito dopo, mi avvenne di fatto di trovare numerosi linfociti di notevoli dimensioni, ricchi di granulazioni di grasso (fig. 4), diretti, per quanto è possibile arguire, verso i testicoli e provenienti dai corpi grassi. Non è lecito dedurre da questa osservazione che questi linfociti si sieno arricchiti di granulazioni grasse nelle appendici grasse e che le trasportino meccanicamente attraverso l'organo di Bidder fino al testicolo?

Nelle femmine di *Bufo vulgaris*, prese pure durante l'accoppiamento, non ho potuto notare con sicurezza nulla di simile, ma constatai nello stroma ovarico parecchie agglomerazioni di cellule grasse.

A quanto pare dunque il trasporto meccanico del grasso per opera dei linfociti si farebbe solo nei maschi, appunto perchè sarebbe reso necessario dalla interposizione dell'organo di Bidder, che impedisce la diretta comunicazione tra i corpi grassi ed i testicoli.

Sulla parte che quest'olio possa avere nella nutrizione degli organi genitali è cosa difficilissima potere pronunziarsi. Non è improbabile che negli ovari concorra principalmente alla formazione delle granulazioni vitelline delle uova; difatto la maggiore abbondanza di queste coincide quasi sempre colla riduzione massima delle appendici grasse, e per altra parte si ritiene precisamente che la sostanza vitellina risulti di un miscuglio di albuminati e di sostanze grasse. Tuttavia la questione è difficilissima da risolvere.

Ottenni dell'olio, contenuto nelle cellule grasse di *Rana esculenta*, una certa quantità, sciogliendolo nell'etere e facendo evaporare questo. Ma, stante la sua scarsità, non potei sulla composizione chimica ricavare nulla di importante se non che questo (1): che, precipitati gli acidi, dànno questi un miscuglio fondente a 53°-54° c.; non si poterono, stante la minima quantità, separare, ma pare che fra essi predomini l'acido palmitico.

Il Lereboullet (2) aveva notato che " sovente le appendici

(1) Devo questi dati alla gentilezza dell'amico e collega dott. Baldracco, assistente alla Cattedra di Chimica della R. Università di Torino, al quale porgo i miei più sentiti ringraziamenti.

(2) Lereboullet, loc. cit., 28.

grasse erano interamente piene di piccole concrezioni bianche, opache, tondeggianti, da 1 a 2 mm. di diametro, che, viste al microscopio, erano composte di aghi finissimi, dall'aspetto di seta, ch'egli credette che fossero di margarina o di acido margarico „. BALSAMO CRIVELLI e MAGGI confermarono più tardi questa osservazione.

Anch'io ho osservato queste medesime aggregazioni di cristalli aciculari bianchi disposti raggiatamente. Esse non sono mai tali da riempire interamente le appendici grasse, sebbene sieno molto numerose, e si formano nella cavità delle cellule riuscendo sovente coi loro cristalli molto lunghi a perforare le pareti cellulari ed uscirne fuori. Anche dopo la loro formazione l'olio rimanente non pare diminuito sensibilmente; solo mi è parso di notare che la colorazione gialla dell'olio vada diminuendo col formarsi di questi sfero-cristalli.

Questi cristalli si comportano come grassi; essi son solubili nell'alcool assoluto e nell'etere. LEREBOULLET li credeva formati di acido margarico; io credo invece che, stando ai caratteri che HEINTZ (1) presenta per i miscugli diversi dell'acido margarico con altri acidi, essi si debbano considerare come un miscuglio di 10 parti di acido margarico con 90 di acido miristico.

Quando, dopo aver ottenuto la separazione dell'olio, si lascia questo in riposo, esso mantiene la sua trasparenza per un certo tempo, ma poi incominciano lentamente la formazione e la precipitazione di questi cristalli, e queste continuano per lungo tempo, mentre l'olio perde a poco a poco il color giallo. Riscaldandolo, i cristalli di nuovo si sciolgono nell'olio e questo riprende il color giallo e la sua limpidezza primitiva.

Io non voglio con ciò dedurre che questa sia la sostanza colorante dell'olio, ma solo che essa sia in questi cristalli contenuta. Io non credo accettabile un'altra ipotesi del LÖWE (2), secondo cui la colorazione gialla sarebbe data da una sostanza colorante liquida, la quale, circolando nelle lacune linfatiche, si infiltri nelle cellule grasse.

---

(1) WURTZ, *Dictionnaire de Chimie* (Margarique acide).

(2) LÖWE L., *Zur Kenntniss des Bindegewebes*, in " Arch. f. Anat. u. Physiol. „, Anat. Abth. 1878, p. 108.

Parrebbe, a quanto dice il Lereboullet, che questi cristalli si trovino nei corpi grassi degli anfibi, anche mentre sono ancora viventi. Ciò non ho mai osservato, nè io credo che avvenga. Finchè l'olio si trova fra i tessuti viventi dell'animale mantiene la sua perfetta limpidezza, nè compaiono cristalli di sorta. E notisi che ciò non è dovuto alla temperatura del corpo, giacchè feci queste osservazioni su rane tenute in un' acqua di una temperatura non al di sopra degli 8° o 10° c.

A questo proposito Ranvier, nel suo trattato di istologia, si esprime esplicitamente in questo preciso senso.

Gli sfero-cristalli si formano invece appena il tessuto è morto, e la loro formazione continua per un certo tempo. Se il tessuto viene conservato in alcool a 80° od anche in glicerina, i cristalli si formano ugualmente. Non si formarono invece assolutamente in parecchie di queste appendici conservate per molto tempo nel siero iodato.

In questo caso adunque la vitalità del tessuto ci si manifesta coll'impedire la formazione di questi cristalli, cioè col tenere la sostanza che li costituisce uniformemente sciolta nel resto dell'olio: fenomeno che si può ottenere ugualmente tenendo l'olio ad una certa temperatura alquanto elevata. L'energia vitale e l'energia calorifica coincidono in questo caso nella produzione di uno stesso fenomeno.

Con questo argomento è intimamente connessa la grande quistione tuttora discussa sulla natura del tessuto grasso e sull'origine e sull'autonomia di esso.

I diversi capi si possono così riassumere: Il grasso è prodotto da vere cellule? Le cellule grasse non sono altro che cellule del connettivo o sono cellule speciali? In qual modo avviene la formazione del grasso?

Alla prima domanda risposero affermativamente già da tempo i lavori di moltissimi istologi, quali Kölliker (1), Toldt, Henle, Bowmann, Reichert, Czajewicz (2), ed altri. Non v'è più dubbio alcuno sulla natura cellulare di queste cellule grasse.

(1) Kölliker A., *Histologische Bemerkungen*, in " Zeitschr. f. wissensch. Zool. ", vol. II, 1850, p. 118.

(2) Czajewicz F., *Mikroskop. Untersuchungen über die Textur, Entwickelung* ecc. *des Fettgewebes*, in " Arch. f. Anat. u. Physiologie ", Jahrg. 1866, p. 289.

Il secondo punto della questione è certo il più difficile.

Parecchi istologi e specialmente il Flemming, sostennero per molto tempo che le cellule grasse non fossero altro che comuni cellule del tessuto connettivo (1). Ma Kölliker, Toldt, Ranvier (2) ed altri si opposero recisamente a questa opinione, sostenendo con argomenti validi che le cellule grasse non sono cellule comuni del tessuto connettivo in cui si trovano, ma cellule speciali che godono della proprietà di produrre del grasso, sebbene anch'esse debbano essere ricondotte nella categoria generale delle cellule connettive. Stanno in favore di questa ipotesi parecchi fatti, fra cui principalmente la presenza di vasi sanguigni proprii a queste cellule e la loro forma determinata dentro a certi limiti.

Recentemente il Dr. Borden, capitano medico nell'esercito degli Stati Uniti, e che da qualche tempo si occupa di questo argomento, ebbe la cortesia di inviarmi un suo lavoro (3) in cui riassume le sue opinioni a questo proposito. Anch'egli condivide le idee degli autori ora citati nel separare nettamente le cellule grasse dalle altre cellule del connettivo; ma va oltre ancora. Egli propende a credere che le cellule grasse abbiano un'origine affatto loro propria e che si debbano togliere dalla categoria delle cellule del connettivo. Pur non avendo ancora sufficienti prove per sostenere questa ipotesi, io credo tuttavia che possa essere accettabile.

Alla domanda: in qual modo avvenga la formazione del grasso, si rispondeva anticamente coll'ipotesi della infiltrazione, secondo la quale il grasso, preso direttamente dall'intestino e

---

(1) Flemming W.. *Ueber Bildung u. Rückbildung der Fettzelle in Bindegewebe und Bemerkungen*, ecc., in " Arch. f. mikrosk. Anat. ", 1870, Bd. VII. — *Ueber die Entwickelung der Fettzellen und des Fettgewebes*, in " Arch. f. Anat. u. Physiol. ", Anat. Abth. Jahrg. 1879, p. 401.

(2) Kölliker A., *Zur Entwickelung des Fettgewebes*, in " Anat. Anzeiger ", I Jahrg. 1886, p. 206. — Toldt C., *Beiträge zur Histol. u. Physiol. des Fettgewebes*, in " Sitzungsberic. der k. Akad. Wissensch. ", 1870, p. 445. — Ranvier L., *Traité technique d'histologie*, Paris, 1875, p. 418. — Löwe L., *Zur Kenntniss des Bindegewebes*, in " Arch. f. Anat. u. Phys. " Anat. Abth., 1878, p. 108.

(3) Borden W. C., *The Fatt Cell: Its origin, development, and histological position*, in " The New York Medical Journal ", 1894.

portato nella corrente sanguigna, si infiltrava nelle cellule grasse. Il protoplasma di queste non avrebbe avuto dunque in questo fenomeno una parte attiva, ma solo una facilità a permettere l'infiltrazione.

La seconda ipotesi è quella sostenuta principalmente dal FLEMMING e che si può dire col LÖWE, l'ipotesi della *implezione,* secondo la quale il materiale di formazione del grasso circolerebbe nel sangue in soluzione acquosa.

La terza finalmente, emessa principalmente e sostenuta da TOLDT, ma certamente la più accettabile fra tutte, è quella che LÖWE chiama *ipotesi ontogenetica,* per cui l'olio che si forma nelle cellule grasse è un vero prodotto di secrezione del protoplasma della cellula.

Il RANVIER e il BORDEN considerano perciò queste cellule come vere ghiandole unicellulari. Sebbene non si possa interamente accettare questa opinione nel suo significato morfologico, è un fatto però che la funzione di questo protoplasma è affatto simile a quella delle cellule ghiandolari.

Premessa e supposta vera questa proprietà metabolica della cellula grassa ne viene come conseguenza che non sempre si debba chiamare col nome di degenerazione grassa la produzione di grasso in una cellula. La parola degenerazione porta con sè l'idea di un deperimento nella funzione della cellula, mentre, in molti casi, si tratta invece dell'opposto, cioè di un modo speciale di esplicarsi della vitalità di essa.

Tecnica.

Nel fare le preparazioni dei pezzi che mi servirono per questo studio ho usato per la fissazione dei corpi grassi il liquido di Perenyi, e quindi ho liberato il corpo dall'olio per mezzo dell'alcool assoluto o del cloroformio. Io credo d'altronde che anche gli altri liquidi fissanti servano bene allo scopo. L'acido osmico mi diede ottimi risultati nel mettere in evidenza il grasso, coll'annerimento, nei linfociti dell'organo di Bidder. Così, ottimi risultati mi diedero i liquidi fissatori a base di questo acido osmico, come i liquidi di FLEMMING e di ALTMANN. Devo però notare come sieno da evitarsi i pezzi delle appendici grasse,

se essi sono turgidi di olio. Perchè l'osmio, che si precipita per riduzione nelle goccioline di olio più esterne, forma uno strato quasi impermeabile al liquido. Così mi avvenne talora di avere preparazioni delle appendici grasse, in cui solo lo strato periferico di cellule grasse era stato fissato.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1ª — Sezione trasversale di un tratto dell'organo di Bidder e dei corpi grassi di *Bufo vulgaris*. — Camera lucida di Zeiss, oc. 2, ob. C, tubo evag. 176^{mm}, ingr. 200 diam.

a, cellule grasse; *b*, globuli rossi del sangue; *c*, connettivo penetrante fra le uova rudimentali dell'organo di Bidder; *d*, linfociti ricchi di granulazioni grasse; *e*, linfociti; *f*, membrana nucleare delle uova rudimentali; *g*, sezioni dei filamenti cromatici; *h*, uova rudimentali dell'organo di Bidder.

Fig. 2ª — Sezione di un frammento di corpo grasso turgido di *Rana esculenta* (il grasso è stato tolto col cloroformio). — Camera lucida di Zeiss, oc. 2, ob. E, tubo evagin., 166^{mm}, ingr. 500 diam.

a, nuclei delle cellule grasse; *b*, linfociti e corpuscoli della sostanza fondamentale connettiva; *c*, cavità delle cellule grasse.

Fig. 3ª — Sezione di un frammento di corpo grasso flacido di *Bufo vulgaris*. — Camera lucida di Zeiss, oc. 2, ob. E, tubo evag. 166^{mm}, ingr. 500 diam.

a, nuclei delle cellule grasse; *o*, cavità nel protoplasma riempite dell'olio.

Fig. 4ª — Diverse forme di linfociti dell'organo di Bidder di *Bufo vulgaris*, ricchi di granulazioni grasse annerite dall'acido osmico. — Camera lucida di Zeiss, oc. 2, ob. E, tubo evag. 166^{mm}, ingr. 500 diam.

EFFEMERIDI

del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1896

calcolate dal Dott. VITTORIO BALBI
Assistente all'Osservatorio della R. Università.

PRINCIPALI ARTICOLI DEL CALENDARIO
PER L'ANNO 1896.

L'anno 1896 è bisestile.

Anno 2672 delle Olimpiadi, o il 4° anno della 668ª Olimpiade, comincia in Luglio 1895, fissando l'Era delle Olimpiadi 775 $^1/_2$ anni avanti G. C., o verso il 1° Luglio dell'anno 3938 del periodo Giuliano.

Anno 2649 della fondazione di Roma (secondo Varrone).

Anno 1896 del Calendario Gregoriano stabilito nell'Ottobre 1582; esso comincia il Mercoledì 1° Gennaio.

Anno 1896 del Calendario Giuliano o Russo; comincia 12 giorni più tardi, il Lunedì 13 Gennaio.

Anno 5656 dell'Era degli Ebrei; comincia il Giovedì 19 Settembre 1895 e l'anno 5657 comincia il Martedì 8 Settembre 1896.

Anno 1313 dell'Egira, calendario Turco; comincia il Lunedì 24 Giugno 1895 e l'anno 1314 comincia il Venerdì 12 Giugno 1896, secondo l'uso di Costantinopoli.

Computo Ecclesiastico.

Numero d'Oro	16
Epatta	15
Ciclo Solare	1
Indizione Romana . . .	9
Lettera Domenicale . .	ED

Quattro Tempora.

Febbraio . .	26, 28 e 29
Maggio . . .	27, 29 e 30
Settembre . .	16, 18 e 19
Dicembre . .	16, 18 e 19

Feste Mobili.

Settuagesima	2 Febbraio	Pentecoste . . .	24 Maggio
Ceneri. . .	19 Febbraio	SS. Trinità . . .	31 Maggio
Pasqua . .	5 Aprile	Corpus Domini . .	4 Giugno
Rogazioni .	11, 12 e 13 Maggio	I Domenica dell'Avvento	29 Novembre
Ascensione .	14 Maggio		

Principio delle Quattro Stagioni.

Primavera . . .	20 Marzo	ore 3,	min. 23
Estate	20 Giugno	„ 23	„ 28
Autunno . . .	22 Settembre	„ 14	„ 4
Inverno	21 Dicembre	„ 8	„ 29.

Gennaio 1896.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
1	1	M	8 10	12 32 51,73	16 56	17 34	0 41,7	8 56	17
2	2	G	10	33 19,92	57	18 55	1 41,8	9 35	18
3	3	V	10	33 47,77	58	20 15	2 38,8	10 6	19
4	4	S	9	34 15,25	59	21 36	3 32,3	10 31	20
5	5	D	9	34 42,34	17 0	22 55	4 22,6	10 52	21
6	6	L	9	35 9,01	1	— —	5 11,1	11 12	22
7	7	M	9	35 35,23	2	0 13	5 59,0	11 32	23
8	8	M	9	36 0,99	3	1 29	6 47,7	11 54	24
9	9	G	9	36 26,25	4	2 48	7 38,5	12 20	25
10	10	V	8	36 50,99	6	4 6	8 31,9	12 51	26
11	11	S	8	37 15,18	7	5 21	9 28,1	13 31	27
12	12	D	7	37 38,79	8	6 29	10 25,7	14 22	28
13	13	L	7	38 1,81	9	7 25	11 23,0	15 22	29
14	14	M	6	38 24,19	10	8 9	12 17,9	16 30	30
15	15	M	6	38 45,92	12	8 44	13 9,1	17 41	1
16	16	G	5	39 6,98	13	9 10	13 56,5	18 50	2
17	17	V	5	39 27,32	14	9 32	14 40,2	19 57	3
18	18	S	4	39 47,25	16	9 50	15 21,1	21 3	4
19	19	D	3	40 5,84	17	10 6	16 0,6	22 5	5
20	20	L	3	40 23,99	18	10 21	16 39,4	23 9	6
21	21	M	2	40 41,36	20	10 37	17 18,7	— —	7
22	22	M	1	41 57,94	21	10 56	17 59,9	0 13	8
23	23	G	0	41 13,74	22	11 16	18 44,0	1 18	9
24	24	V	7 59	41 28,74	24	11 43	19 32,1	2 26	10
25	25	S	58	41 42,94	25	12 15	20 24,9	3 36	11
26	26	D	57	41 56,31	27	12 59	21 22,1	4 46	12
27	27	L	57	42 8,86	28	13 55	22 22,5	5 49	13
28	28	M	56	42 20,64	29	15 6	23 23,6	6 45	14
29	29	M	54	42 31,51	31	16 25	— —	7 29	15
30	30	G	53	42 41,59	32	17 49	0 23,1	8 3	16
31	31	V	52	42 50,85	34	19 13	1 19,6	8 32	17

Fasi della Luna.

7 Ultimo quarto alle 16^h 25^m

14 Luna nuova „ 23^h 19^m

23 Primo quarto „ 3^h 42^m

30 Luna piena „ 9^h 55^m

Il giorno nel mese cresce di 0^h 56^m

4 La Luna è in Perigeo alle 5^h

20 Id. Apogeo „ 6^h

Il Sole entra nel segno *Aquario* il giorno 20 alle ore 13 min. 16.

Febbraio 1896.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE							Età della Luna
			Il SOLE				La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano		tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m	s	h m	h m	h m	h m	
32	1	S	7 51	12 42	59,29	17 35	20 36	2 13,0	8 55	18
33	2	D	50	43	6,93	37	21 56	3 4,0	9 16	19
34	3	L	49	43	13,74	38	23 16	3 53,7	9 37	20
35	4	M	47	43	19,77	39	——	4 43,6	9 59	21
36	5	M	46	43	25,00	41	0 37	5 34,8	10 23	22
37	6	G	45	43	29,43	42	1 56	6 28,1	10 53	23
38	7	V	44	43	33,09	44	3 12	7 23,6	11 30	24
39	8	S	42	43	35,96	45	4 22	8 20,5	12 17	25
40	9	D	41	43	38,04	47	5 22	9 17,3	13 14	26
41	10	L	39	43	39,37	48	6 9	10 12,3	14 19	27
42	11	M	38	43	39,92	49	6 46	11 4,1	15 28	28
43	12	M	37	43	39,69	51	7 14	11 52,2	16 37	29
44	13	G	35	43	38,71	52	7 37	12 36,8	17 46	30
45	14	V	33	43	36,89	54	7 55	13 18,5	18 51	1
46	15	S	32	43	34,38	55	8 12	13 58,4	19 55	2
47	16	D	30	43	31,29	57	8 28	14 37,3	20 58	3
48	17	L	29	43	27,33	58	8 44	15 16,3	22 1	4
49	18	M	27	43	22,68	59	9 0	15 56,4	23 6	5
50	19	M	26	43	17,32	18 1	9 19	16 38,8	——	6
51	20	G	24	43	11,28	2	9 43	17 24,4	0 12	7
52	21	V	23	43	4,54	4	10 11	18 14,0	1 21	8
53	22	S	21	42	57,14	5	10 50	19 7,7	2 28	9
54	23	D	20	42	49,11	6	11 39	20 5,1	3 33	10
55	24	L	18	42	40,44	8	12 41	21 4,3	4 32	11
56	25	M	17	42	31,15	9	13 55	22 3,7	5 19	12
57	26	M	15	42	21,27	10	15 16	23 1,3	5 58	13
58	27	G	13	42	10,80	11	16 40	23 56,4	6 28	14
59	28	V	12	41	59,78	13	18 5	——	6 54	15
60	29	S	10	41	48,22	14	19 29	0 49,4	7 17	16

Fasi della Luna.

6 Ultimo quarto alle 1^h 38^m

13 Luna nuova „ 17^h 13^m

21 Primo quarto „ 22^h 15^m

28 Luna piena „ 20^h 51^m

Il giorno nel mese cresce di 1^h 22^m

1 La Luna è in Perigeo alle 3^h
16 Id. Apogeo „ 21^h
29 Id. Perigeo „ 12^h

Il Sole entra nel segno *Pesci* il giorno 19 alle ore 3 min. 45.

Marzo 1896.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
61	1	D	7 9	12 41 36,16	18 15	20 52	1 41,1	7 38	17
62	2	L	7	41 23,60	17	22 14	2 32,7	8 0	18
63	3	M	5	41 10,58	18	23 36	3 25,4	8 24	19
64	4	M	3	40 57,13	19	——	4 19,9	8 53	20
65	5	G	1	40 43,26	21	0 59	5 16,6	9 29	21
66	6	V	0	40 28,99	22	2 13	6 14,6	10 13	22
67	7	S	6 58	40 14,34	23	3 18	7 12,4	11 8	23
68	8	D	56	39 59,31	24	4 9	8 8,4	12 11	24
69	9	L	54	39 43,95	26	4 48	9 1,1	13 19	25
70	10	M	52	39 28,27	27	5 19	9 50,0	14 28	26
71	11	M	51	39 12,26	28	5 43	10 35,3	15 36	27
72	12	G	49	38 55,97	30	6 2	11 17,5	16 42	28
73	13	V	47	38 39,40	31	6 20	11 57,7	17 46	29
74	14	S	45	38 22,57	32	6 35	12 36,7	18 49	1
75	15	D	43	38 5,51	34	6 51	13 15,6	19 52	2
76	16	L	41	37 48,22	35	7 7	13 55,3	20 56	3
77	17	M	39	37 30,73	36	7 26	14 36,9	22 2	4
78	18	M	37	37 13.05	38	7 47	15 21,1	23 9	5
79	19	G	36	36 55,21	39	8 14	16 8,9	——	6
80	20	V	34	36 37,22	40	8 47	17 0,2	0 16	7
81	21	S	32	36 19,10	41	9 32	17 54,8	1 22	8
82	22	D	30	36 0,87	43	10 26	18 51,6	2 22	9
83	23	L	29	35 42,55	44	11 33	19 49,0	3 12	10
84	24	M	26	35 24,14	45	12 48	20 45,3	3 53	11
85	25	M	24	35 5,70	46	14 9	21 40,0	4 26	12
86	26	G	22	34 47,21	48	15 31	22 32,8	4 54	13
87	27	V	21	34 28,72	49	16 54	23 24,6	5 17	14
88	28	S	19	34 10,24	50	18 18	——	5 39	15
89	29	D	17	33 51,80	52	19 42	0 16,3	6 0	16
90	30	L	15	33 33,43	53	21 7	1 9,2	6 24	17
91	31	M	13	33 15,15	54	22 33	2 4,5	6 50	18

Fasi della Luna.

6 Ultimo quarto alle 12ʰ 29ᵐ

14 Luna nuova „ 11ʰ 48ᵐ

22 Primo quarto „ 12ʰ 57ᵐ

29 Luna piena „ 6ʰ 22ᵐ

Il giorno nel mese cresce di 1ʰ 37ᵐ

15 La Luna è in Apogeo alle 2ʰ
29 Id. Perigeo „ 1ʰ

Il Sole entra nel segno *Ariete* il giorno 20 alle ore 3 min. 23.

Aprile 1896.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
92	1	M	6 11	12 32 56,99	18 55	23 54	3 2,2	7 24	19
93	2	G	9	32 38,96	57	——	4 2,1	8 6	20
94	3	V	7	32 21,09	58	1 5	5 2,3	8 59	21
95	4	S	6	32 3,40	59	2 3	6 1,0	10 1	22
96	5	D	4	31 45,90	19 0	2 48	6 56,1	11 9	23
97	6	L	2	31 28,62	2	3 21	7 47,0	12 19	24
98	7	M	0	31 11,56	3	3 47	8 33,5	13 27	25
99	8	M	5 58	30 54,76	4	4 8	9 16,7	14 33	26
100	9	G	56	30 38,21	6	4 26	9 57,3	15 38	27
101	10	V	55	30 21,94	7	4 43	10 36,5	16 41	28
102	11	S	53	30 5,97	8	4 58	11 15,3	17 44	29
103	12	D	51	29 50,29	9	5 14	11 54,7	18 48	30
104	13	L	49	29 34,94	11	5 33	12 35,9	19 53	1
105	14	M	47	29 19,93	12	5 58	13 19,4	21 0	2
106	15	M	46	29 5,26	13	6 18	14 6,2	22 8	3
107	16	G	44	28 50,95	14	6 46	14 56,5	23 14	4
108	17	V	42	28 36,91	16	7 29	15 49,9	——	5
109	18	S	41	28 23,45	17	8 21	16 45,4	0 14	6
110	19	D	39	28 10,29	18	9 23	17 41,5	1 7	7
111	20	L	37	27 57,54	19	10 34	18 36,6	1 50	8
112	21	M	35	27 45,20	21	11 49	19 30,0	2 25	9
113	22	M	34	27 33,28	22	13 8	20 21,4	2 54	10
114	23	G	32	27 21,78	23	14 28	21 11,7	3 18	11
115	24	V	31	27 10,74	24	15 48	22 1,8	3 39	12
116	25	S	29	27 0,17	26	17 10	22 52,3	4 0	13
117	26	D	27	26 50,08	27	18 34	23 46,5	4 23	14
118	27	L	26	26 40,49	28	20 00	——	4 48	15
119	28	M	24	26 31,41	29	21 25	0 43,3	5 16	16
120	29	M	23	26 22,86	30	22 43	1 43,3	5 56	17
121	30	G	21	26 14,84	32	23 49	2 45,3	6 45	18

Fasi della Luna.

5 Ultimo quarto alle $1^h\ 24^m$

13 Luna nuova „ $5^h\ 23^m$

20 Primo quarto „ $23^h\ 47^m$

27 Luna piena „ $14^h\ 47^m$

Il giorno nel mese cresce di $1^h\ 30^m$

---

11 La Luna è in Apogeo alle 4^h

26 Id. Perigeo „ 10^h

Il Sole entra nel segno *Toro* il giorno 19 alle ore 15 min. 13.

Maggio 1896.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
122	1	V	5 20	12 26 7,37	19 33	——	3 46,7	7 45	19
123	2	S	18	26 0,46	34	0 41	4 45,4	8 53	20
124	3	D	17	25 54,12	35	1 20	5 39,5	10 5	21
125	4	L	15	25 48,36	37	1 49	6 28,7	11 15	22
126	5	M	14	25 43,15	38	2 12	7 13,7	12 24	23
127	6	M	12	25 38,53	39	2 31	7 55,5	13 29	24
128	7	G	11	25 34,50	40	2 49	8 35,3	14 32	25
129	8	V	10	25 31,05	42	3 5	9 14,2	15 35	26
130	9	S	9	25 28,18	43	3 20	9 53,4	16 39	27
131	10	D	7	25 25,91	44	3 38	10 33,8	17 43	28
132	11	L	6	25 24,23	45	3 58	11 16,7	18 50	29
133	12	M	5	25 23,12	46	4 22	12 2,8	19 58	30
134	13	M	3	25 22,58	48	4 51	12 52,5	21 4	1
135	14	G	2	25 22,63	49	5 29	13 45,5	22 8	2
136	15	V	1	25 23,24	50	6 18	14 41,0	23 3	3
137	16	S	0	25 24,41	51	7 17	15 37,2	23 49	4
138	17	D	4 59	25 26,13	52	8 25	16 32,5	——	5
139	18	L	58	25 28,39	53	9 39	17 25,8	0 27	6
140	19	M	57	25 31,17	54	10 55	18 16,6	0 56	7
141	20	M	56	25 34,49	55	12 12	19 5,8	1 21	8
142	21	G	55	25 38,32	56	13 29	19 54,1	1 43	9
143	22	V	54	25 42,65	58	14 48	20 42,8	2 3	10
144	23	S	53	25 47,48	59	16 8	21 33,6	2 24	11
145	24	D	52	25 52,81	20 0	17 30	22 27,4	2 47	12
146	25	L	51	25 58,63	1	18 55	23 25,0	3 14	13
147	26	M	51	26 4,93	2	20 17	——	3 48	14
148	27	M	50	26 11,71	3	21 30	0 26,0	4 32	15
149	28	G	49	26 18,97	3	22 29	1 28,4	5 27	16
150	29	V	49	26 26,68	4	23 14	2 29,5	6 33	17
151	30	S	48	26 34,84	5	23 48	3 27,0	7 45	18
152	31	D	47	26 43,43	6	——	4 19,5	8 58	19

Fasi della Luna.

4 Ultimo quarto alle 16^h 25^m

12 Luna nuova „ 20^h 46^m

20 Primo quarto „ 7^h 21^m

26 Luna piena „ 22^h 57^m

Il giorno nel mese cresce di 1^h 8^m

8 La Luna è in Apogeo alle 16^h

24 Id. Perigeo „ 12^h

Il Sole entra nel segno *Gemelli* il giorno 20 ad ore 15 min. 5.

Giugno 1896.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE							Età della Luna
			Il SOLE				La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano		tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m	s	h m	h m	h m	h m	
153	1	L	4 47	12 26	52,44	20 7	0 14	5 7,3	10 9	20
154	2	M	46	27	1,85	8	0 35	5 51,0	11 16	21
155	3	M	46	27	11,66	9	0 53	6 31,9	12 21	22
156	4	G	45	27	21,84	9	1 10	7 11,4	13 24	23
157	5	V	45	27	32,37	10	1 26	7 50,5	14 27	24
158	6	S	44	27	43,24	11	1 42	8 30,4	15 31	25
159	7	D	44	27	54,43	11	2 2	9 12,3	16 37	26
160	8	L	44	28	5,90	12	2 23	9 57,2	17 44	27
161	9	M	43	28	17,65	13	2 52	10 45,8	18 53	28
162	10	M	43	28	29,64	13	3 27	11 38,3	19 58	29
163	11	G	43	28	41,86	14	4 12	12 33,7	20 57	1
164	12	V	43	28	54,27	14	5 8	13 30,8	21 47	2
165	13	S	43	29	6,85	15	6 15	14 27,4	22 27	3
166	14	D	43	29	19,56	15	7 29	15 22,1	22 59	4
167	15	L	43	29	32,38	16	8 45	16 14,0	23 26	5
168	16	M	43	29	45,27	16	10 2	17 3,6	23 48	6
169	17	M	43	29	58,22	17	11 19	17 51,5	——	7
170	18	G	43	30	11,21	17	12 36	18 39,1	0 8	8
171	19	V	43	30	24,20	17	13 53	19 27,7	0 29	9
172	20	S	43	30	37,18	18	15 13	20 18,9	0 50	10
173	21	D	43	30	50,12	18	16 34	21 13,3	1 15	11
174	22	L	44	31	3,02	18	17 55	22 11,5	1 45	12
175	23	M	44	31	15,84	18	19 10	23 12,5	2 23	13
176	24	M	44	31	28,55	18	20 15	——	3 13	14
177	25	G	44	31	41,15	18	21 6	0 13,7	4 14	15
178	26	V	45	31	53,63	18	21 45	1 12,9	5 24	16
179	27	S	45	32	5,95	18	22 14	2 8,0	6 37	17
180	28	D	46	32	18,10	18	22 37	2 58,3	7 50	18
181	29	L	46	32	30,06	18	22 56	3 44,3	9 0	19
182	30	M	47	32	41,70	18	23 14	4 26,8	10 7	20

Fasi della Luna.

3 Ultimo quarto alle 9^h 3^m

11 Luna nuova „ 9^h 43^m

18 Primo quarto „ 12^h 41^m

25 Luna piena „ 7^h 55^m

Il giorno nel mese cresce di 0^h 12^m

5 La Luna è in Apogeo alle 9^h

20 Id. Perigeo „ 17^h

Il Sole entra nel segno *Cancro* il giorno 20 ad ore 23 min. 28.

Luglio 1896.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
183	1	M	4 47	12 32 53,31	20 18	23 30	5 7,2	11 10	21
184	2	G	48	33 4,57	18	23 46	5 46,6	12 14	22
185	3	V	48	33 15,56	17	——	6 26,0	13 18	23
186	4	S	49	33 26,26	17	0 5	7 7,0	14 23	24
187	5	D	50	33 36,66	17	0 25	7 50,4	15 29	25
188	6	L	50	33 46,72	16	0 50	8 37,3	16 37	26
189	7	M	51	33 55,44	16	1 22	9 28,0	17 44	27
190	8	M	52	34 5,77	16	2 4	10 22,4	18 46	28
191	9	G	52	34 14,72	15	2 56	11 19,4	19 40	29
192	10	V	53	34 23,25	15	3 59	12 17,3	20 24	30
193	11	S	54	34 31,35	14	5 12	13 13,9	21 0	1
194	12	D	55	34 38,99	13	6 31	14 8,1	21 29	2
195	13	L	56	34 46,14	13	7 50	14 59,5	21 53	3
196	14	M	57	34 52,80	12	9 7	15 48,8	22 14	4
197	15	M	58	34 58,95	11	10 25	16 37,0	22 34	5
198	16	G	59	35 4,56	11	11 43	17 25,5	22 56	6
199	17	V	59	35 9,63	10	13 2	18 15,4	23 19	7
200	18	S	5 0	35 14,15	9	14 22	19 8,0	23 46	8
201	19	D	1	35 18,11	8	15 41	20 3,9	——	9
202	20	L	2	35 21,50	7	16 57	21 2,6	0 21	10
203	21	M	3	35 24,32	6	18 4	22 2,6	1 5	11
204	22	M	4	35 26,55	5	18 59	23 1,8	2 1	12
205	23	G	5	35 28,20	4	19 42	23 57,8	3 7	13
206	24	V	6	35 29,26	3	20 15	——	4 19	14
207	25	S	8	35 29,74	2	20 39	0 49,7	5 32	15
208	26	D	9	35 29,61	1	21 1	1 37,3	6 43	16
209	27	L	10	35 28,90	0	21 18	2 21,3	7 51	17
210	28	M	11	35 27,59	19 59	21 35	3 2,7	8 57	18
211	29	M	12	35 25,70	58	21 52	3 42,6	10 3	19
212	30	G	13	35 23,22	57	22 8	4 22,1	11 4	20
213	31	V	14	35 20,14	55	22 28	5 2,2	12 9	21

Fasi della Luna.

3 Ultimo quarto alle 2^h 23^m

10 Luna nuova „ 20^h 35^m

17 Primo quarto „ 17^h 4^m

24 Luna piena „ 18^h 45^m

Il giorno nel mese diminuisce di 0^h 50^m.

3 La Luna è in Apogeo alle 4^h
15 Id. Perigeo „ 19^h
30 Id. Apogeo „ 23^h

Il Sole entra nel segno *Leone* il giorno 22 alle ore 10 min. 23.

Agosto 1896.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
214	1	S	5 15	12 35 16,48	19 54	22 51	5 44,3	13 14	22
215	2	D	16	35 12,24	53	23 20	6 29,2	14 21	23
216	3	L	17	35 7,41	52	23 56	7 17,5	15 28	24
217	4	M	18	35 2,00	50	——	8 9,7	16 32	25
218	5	M	20	34 56,01	49	0 42	9 5,3	17 29	26
219	6	G	21	34 49,45	48	1 40	10 2,7	18 18	27
220	7	V	22	34 42,29	46	2 50	11 0,2	18 57	28
221	8	S	23	34 34,46	45	4 7	11 56,1	19 29	29
222	9	D	25	34 26,25	43	5 28	12 49,8	19 55	1
223	10	L	26	34 17,36	42	6 48	13 41,2	20 17	2
224	11	M	27	34 7,90	40	8 8	14 31,1	20 39	3
225	12	M	28	33 57,86	39	9 29	15 20,8	21 0	4
226	13	G	29	33 47,26	37	10 48	16 11,4	21 22	5
227	14	V	31	33 36,10	36	12 9	17 4,0	21 48	6
228	15	S	32	33 24,40	34	13 31	17 59,4	22 22	7
229	16	D	33	33 12,16	32	14 48	18 57,2	23 3	8
230	17	L	34	32 59,38	31	15 58	19 56,5	23 54	9
231	18	M	35	32 46,09	29	16 56	20 55,3	——	10
232	19	M	37	32 32,29	28	17 40	21 51,5	0 57	11
233	20	G	38	32 18,01	26	18 16	22 44,0	2 6	12
234	21	V	39	32 3,24	24	18 44	23 32,5	3 18	13
235	22	S	40	31 48,01	22	19 6	——	4 30	14
236	23	D	41	31 32,35	21	19 24	0 17,3	5 38	15
237	24	L	43	31 16,26	19	19 42	0 59,3	6 44	16
238	25	M	44	30 59,76	17	19 58	1 39,7	7 49	17
239	26	M	45	30 42,86	16	20 14	2 19,2	8 52	18
240	27	G	46	30 25,59	14	20 32	2 59,0	9 56	19
241	28	V	47	30 7,98	12	20 54	3 40,2	11 1	20
242	29	S	49	29 50,03	10	21 19	4 23,6	12 7	21
243	30	D	50	29 31,75	8	21 52	5 10,0	13 13	22
244	31	L	51	29 13,19	6	22 33	5 59,8	14 17	23

Fasi della Luna.

1 Ultimo quarto alle $19^h\ 34^m$
9 Luna nuova „ $6^h\ 2^m$
15 Primo quarto „ $22^h\ 3^m$
23 Luna piena „ $8^h\ 4^m$
31 Ultimo quarto „ $11^h\ 55^m$

Il giorno nel mese diminuisce di $1^h\ 26^m$.

11 La Luna è in Perigeo alle 19^h
27 Id. Apogeo „ 16^h

Il Sole entra nel segno *Vergine* il giorno 22 alle ore 17 min. 5.

Settembre 1896.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
245	1	M	5 52	12 28 53,34	19 5	23 25	6 52,8	15 17	24
246	2	M	53	28 35,21	3	——	7 48,2	16 8	25
247	3	G	55	28 15,84	1	0 28	8 44,7	16 51	26
248	4	V	56	27 56,23	18 59	1 41	9 40,6	17 26	27
249	5	S	57	27 36,41	57	2 59	10 35,1	17 54	28
250	6	D	58	27 16,37	55	4 59	11 27,7	18 19	29
251	7	L	59	26 56,14	54	5 41	12 19,0	18 41	30
252	8	M	6 1	26 35,74	52	7 4	13 10,0	19 2	1
253	9	M	2	26 15,17	50	8 30	14 1,8	19 25	2
254	10	G	3	25 54,45	48	9 50	14 55,4	19 51	3
255	11	V	4	25 33,62	46	11 13	15 51,7	20 22	4
256	12	S	5	25 12,66	44	12 35	16 50,4	21 1	5
257	13	D	6	24 51,60	42	13 49	17 50,5	21 50	6
258	14	L	8	24 30,47	40	14 51	18 50,2	22 50	7
259	15	M	9	24 9,38	39	15 41	19 47,4	23 58	8
260	16	M	10	23 48,05	37	16 19	20 40,8	——	9
261	17	G	11	23 26,80	35	16 48	21 30,0	1 8	10
262	18	V	12	23 5,56	33	17 11	22 15,4	2 20	11
263	19	S	14	22 44,34	31	17 31	22 57,8	3 28	12
264	20	D	15	22 23,17	29	17 48	23 38,3	4 35	13
265	21	L	16	22 2,07	27	18 6	——	5 39	14
266	22	M	17	21 41,08	25	18 21	0 17,9	6 43	15
267	23	M	19	21 20,19	23	18 39	0 57,5	7 46	16
268	24	G	20	20 59,46	21	18 59	1 38,0	8 51	17
269	25	V	21	20 38,90	19	19 23	2 20,8	9 56	18
270	26	S	22	20 18,52	18	19 52	3 5,8	11 2	19
271	27	D	23	19 58,37	16	20 29	3 54,0	12 6	20
272	28	L	25	19 38,45	14	21 16	4 45,0	13 8	21
273	29	M	26	19 18,80	12	22 14	5 38,3	14 0	22
274	30	M	27	18 59,42	10	23 20	6 32,9	14 45	23

Fasi della Luna.

7 Luna nuova alle 14^h 43^m

14 Primo quarto „ 5^h 10^m

21 Luna piena „ 23^h 50^m

30 Ultimo quarto „ 2^h 59^m

Il giorno nel mese diminuisce di 1^h 32^m.

8 La Luna è in Perigeo alle 21^h
24 Id. Apogeo „ 4^h

Il Sole entra nel segno *Libra* il giorno 22 alle ore 14 min. 4.

Ottobre 1896.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
275	1	G	6 28	12 18 40,34	18 8	——	7 27,4	15 22	24
276	2	V	30	18 21,59	6	0 34	8 20,9	15 53	25
277	3	S	31	18 3,17	4	1 51	9 13,0	16 18	26
278	4	D	32	17 45,10	2	3 11	10 3,9	16 41	27
279	5	L	33	17 27,41	1	4 32	10 54,7	17 3	28
280	6	M	35	17 10,11	17 59	5 54	11 46,3	17 25	29
281	7	M	36	16 53,23	57	7 18	12 29,9	17 50	1
282	8	G	37	16 36,77	55	8 45	13 36,6	18 19	2
283	9	V	38	16 20,75	53	10 10	14 36,4	18 55	3
284	10	S	40	16 5,18	52	11 31	15 38,4	19 42	4
285	11	D	41	15 50,08	50	12 42	16 40,6	20 38	5
286	12	L	42	15 35,46	48	13 37	17 40,6	21 48	6
287	13	M	44	15 21,35	46	14 19	18 36,3	22 58	7
288	14	M	45	15 7,74	44	14 53	19 27,4	— —	8
289	15	G	46	14 54,68	43	15 16	20 13,9	0 11	9
290	16	V	47	14 42,17	41	15 37	20 57,1	1 20	10
291	17	S	49	14 30,24	39	15 54	21 37,9	2 27	11
292	18	D	50	14 18,90	38	16 12	22 17,6	3 31	12
293	19	L	52	14 8,16	36	16 28	22 57,0	4 35	13
294	20	M	53	13 58,07	34	16 45	23 37,1	5 38	14
295	21	M	54	13 48,62	32	17 4	——	6 42	15
296	22	G	56	13 39,85	31	17 28	0 19,1	7 47	16
297	23	V	57	13 31,77	29	17 55	1 3,5	8 53	17
298	24	S	58	13 24,40	27	18 30	1 50,9	9 58	18
299	25	D	7 0	13 17,77	26	19 14	2 40,9	10 59	19
300	26	L	1	13 11,84	24	20 7	3 33,3	11 54	20
301	27	M	2	13 6,68	23	21 9	4 26,8	12 41	21
302	28	M	4	13 2,30	21	22 19	5 20,2	13 20	22
303	29	G	5	12 58,70	20	23 32	6 12,4	13 51	23
304	30	V	7	12 55,88	18	——	7 3,0	14 18	24
305	31	S	8	12 53,87	17	0 48	7 52,5	14 41	25

Fasi della Luna.

6 Luna nuova alle 23^h 18^m

13 Primo quarto „ 15^h 47^m

21 Luna piena „ 17^h 17^m

29 Ultimo quarto „ 16^h 21^m

Il giorno nel mese diminuisce di 1^h 34^m.

7 La Luna è in Perigeo alle 6^h
21 Id. Apogeo „ 7^h

Il Sole entra nel segno *Scorpione* il giorno 22 alle ore 22 min. 38.

Novembre 1896.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
306	1	D	7 9	12 12 52,69	17 16	2 5	8 41,5	15 3	26
307	2	L	11	12 52,32	14	3 23	9 30,9	15 24	27
308	3	M	12	12 52,77	13	4 44	10 22,4	15 47	28
309	4	M	13	12 54,05	11	6 9	11 17,1	16 14	29
310	5	G	15	12 56,19	10	7 36	12 15,8	16 47	1
311	6	V	16	12 59,16	9	9 1	13 18,1	17 30	2
312	7	S	18	13 2,96	7	10 19	14 22,5	18 25	3
313	8	D	19	13 7,60	6	11 24	15 26,0	19 30	4
314	9	L	20	13 13,07	5	12 13	16 25,7	20 43	5
315	10	M	22	13 19,38	4	12 50	17 20,3	21 57	6
316	11	M	23	13 26,51	3	13 18	18 9,7	23 8	7
317	12	G	25	13 34,46	1	13 41	18 54,7	——	8
318	13	V	26	13 43,24	0	14 0	19 36,6	0 18	9
319	14	S	27	13 52,86	16 59	14 18	20 16,7	1 23	10
320	15	D	29	14 3,30	58	14 34	20 56,0	2 34	11
321	16	L	30	14 14,56	57	14 51	21 35,8	3 29	12
322	17	M	31	14 26,64	56	15 10	22 17,2	4 29	13
323	18	M	33	14 39,56	56	15 32	23 0,8	5 38	14
324	19	G	34	14 53,28	55	15 58	23 47,5	6 43	15
325	20	V	35	15 7,82	54	16 31	——	7 49	16
326	21	S	37	15 23,16	53	17 12	0 37,1	8 52	17
327	22	D	38	15 39,31	52	18 3	1 29,3	9 50	18
328	23	L	39	15 56,24	52	19 3	2 22,9	10 40	19
329	24	M	41	16 13,95	51	20 11	3 16,4	11 20	20
330	25	M	42	16 32,44	50	21 22	4 8,7	11 54	21
331	26	G	43	16 51,68	50	22 35	4 59,1	12 21	22
332	27	V	44	17 11,67	49	23 49	5 47,6	12 44	23
333	28	S	46	17 32,37	49	——	6 35,0	13 6	24
334	29	D	47	17 53,78	48	0 4	7 22,2	13 26	25
335	30	L	48	18 15,90	48	2 21	8 10,6	13 48	26

Fasi della Luna.

5 Luna nuova alle 8^h 27^m

12 Primo quarto „ 6^h 41^m

20 Luna piena „ 11^h 25^m

28 Ultimo quarto „ 3^h 44^m

Il giorno nel mese diminuisce di 1^h 9^m.

4 La Luna è in Perigeo alle 18^h

17 Id. Apogeo „ 10^h

Il Sole entra nel segno *Sagittario* il giorno 21 ad ore 19 min. 38.

Dicembre 1896.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
336	1	M	7 49	12 18 38,69	16 47	3 40	9 1,8	14 12	27
337	2	M	50	19 2,11	47	5 4	9 56,9	14 41	28
338	3	G	51	19 26,16	47	6 28	10 56,4	15 18	29
339	4	V	52	19 50,81	46	7 51	11 59,7	16 6	30
340	5	S	53	20 16,01	46	9 3	13 4,5	17 7	1
341	6	D	55	20 41,73	46	10 0	14 7,6	18 18	2
342	7	L	56	21 7,96	46	10 44	15 6,3	19 34	3
343	8	M	57	21 34,65	46	11 17	15 59,6	20 50	4
344	9	M	58	22 1,76	46	11 41	16 47,8	22 2	5
345	10	G	59	22 29,27	46	12 3	17 31,9	23 10	6
346	11	V	59	22 57,14	46	12 22	18 13,3	—	7
347	12	S	8 0	23 25,35	46	12 39	18 53,3	0 16	8
348	13	D	1	23 53,87	46	12 56	19 33,0	1 19	9
349	14	L	2	24 22,65	46	13 14	20 13,8	2 22	10
350	15	M	3	24 51,69	46	13 35	20 56,6	3 27	11
351	16	M	3	25 20,94	46	14 0	21 42,1	4 31	12
352	17	G	4	25 50,39	47	14 30	22 30,8	5 38	13
353	18	V	5	26 19,98	47	15 9	23 22,7	6 42	14
354	19	S	5	26 49,69	47	15 57	—	7 42	15
355	20	D	6	27 19,49	48	16 55	0 16,5	8 35	16
356	21	L	6	27 49,36	48	18 2	1 10,9	9 19	17
357	22	M	7	28 19,25	49	19 13	2 4,6	9 56	18
358	23	M	7	28 48,14	49	20 26	2 56,2	10 24	19
359	24	G	8	29 19,00	50	21 40	3 45,6	10 49	20
360	25	V	8	29 48,79	50	22 54	4 33,1	11 11	21
361	26	S	9	30 18,50	51	—	5 19,7	11 31	22
362	27	D	9	30 48,07	51	0 9	6 6,6	11 52	23
363	28	L	9	31 17,49	52	1 25	6 55,1	12 14	24
364	29	M	9	31 46,72	53	2 44	7 46,7	12 40	25
365	30	M	9	32 15,73	54	4 5	8 42,3	13 11	26
366	31	G	9	32 44,45	55	5 26	9 42,0	13 53	27

Fasi della Luna.

4 Luna nuova alle 18^h 51^m

12 Primo quarto „ 1^h 29^m

20 Luna piena „ 5^h 5^m

27 Ultimo quarto „ 13^h 9^m

Il giorno nel mese diminuisce di 0^h 14^m.

3 La Luna è in Perigeo alle 4^h
15 Id. Apogeo „ 1^h
31 Id. Perigeo „ 2^h

Il Sole entra nel segno *Capricorno* il giorno 21 alle ore 8 min. 29.

ECCLISSI

1896

(Tempo medio dell'Europa centrale).

Nell' anno 1896 avverranno due ecclissi di Sole e due ecclissi di Luna.

I. *Ecclisse anulare di* Sole *il* 13 *Febbraio; invisibile a Torino.*

Quest'Ecclisse è visibile nel Sud delle regioni polari, nel Sud Sud-America e a ponente del Sud-Africa.

II. *Ecclisse parziale di* Luna *il* 28 *Febbraio; in parte visibile a Torino.*

Primo contatto colla penombra .	ore	18,	min.	15,5
„ „ coll'ombra . . .	„	19	„	16,3
Fase massima	„	20	„	45,7
Ultimo contatto coll'ombra . . .	„	22	„	15,1
„ „ colla penombra .	„	23	„	15,9

Grandezza dell'Ecclisse 0,870 del diametro lunare.

Il primo contatto avviene a 85° del punto Nord del disco lunare passando verso Est.

L'ultimo contatto avviene a 30° del punto Nord del disco lunare passando verso Ovest.

In tutti e due i casi per imagine diritta.

La Luna nasce il 28 Febbraio alle ore 18, min. 5.

Quest'Ecclisse è visibile a ponente della metà del Grande Oceano, in Australia, Asia, Europa, Africa, nell'Oriente del Brasile e ad Est della metà del Grande Oceano.

III. *Ecclisse totale di* Sole *il* 9 *Agosto; invisibile a Torino.*

Quest'Ecclisse sarà visibile nel Nord e nel centro dell'Asia, nell'Europa Orientale, nel Nord-Ovest del Nord-America e nel Nord delle regioni polari.

IV. *Ecclisse parziale di* Luna *il* 23 *Agosto; in parte visibile a Torino.*

Primo contatto colla penombra . .	ore 5,	min.	8,1
„ „ coll'ombra . . .	„ 6	„	24,4
Fase massima	„ 7	„	57,5
Ultimo contatto coll'ombra . . .	„ 9	„	30,6
„ „ colla penombra .	„ 10	„	46,9

Grandezza dell'Ecclisse 0,734 del diametro lunare.

Il primo contatto coll'ombra avviene a 100° dal punto Nord del disco lunare passando per l'Est — imagine diritta.

Il 23 Agosto la Luna tramonta alle ore 5, min. 38.

Quest'Ecclisse è visibile nell'Ovest dell'Europa e dell'Africa, nell'Oceano Atlantico, nell'America e in gran parte del Grande Oceano e nell'Oriente dell'Australia.

Relazione intorno alla Memoria intitolata:

Sulle equazioni del moto dei corpi elastici;

del Dott. GIUSEPPE LAURICELLA.

La classica Memoria di H. SCHWARZ: *Integration der partiellen Differentialgleichung* $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + p.u = 0$ *unter vorgeschiebenen Bedingungen,* ha aperto la via ad una serie di studii sulle equazioni alle derivate parziali fra cui sono da segnalarsi quelli di Picard e di Poincaré.

Queste ricerche hanno una immediata applicazione nella teoria delle vibrazioni delle membrane e dei fluidi elastici e nella teoria della propagazione del calore. Il Poincaré ha largamente trattato di ciò nella sua Memoria *Sur les équations de la physique mathématique* pubblicato nel 1894 nei Rendiconti del Circolo matematico di Palermo.

Il Dott. Lauricella nella Memoria presentata ha preso come guida i procedimenti esposti dal Poincaré applicandoli alle equazioni differenziali delle vibrazioni dei corpi solidi elastici.

Per far ciò il Lauricella si valse di resultati che egli aveva già stabilito in alcuni suoi precedenti lavori, e potè così giungere ad ottenere delle proposizioni analoghe a quelle che il Poincaré distinse nella sua Memoria col nome di Lemma e di Teorema fondamentale.

Passando quindi allo studio della proprietà di quei valori che nella teoria delle piccole vibrazioni si denominano *valori eccezionali,* e dopo aver provato che essi non possono essere nè positivi nè complessi, giunse a trovare una serie indefinita di valori eccezionali negativi, e quindi una serie di corrispondenti soluzioni eccezionali.

Ai vostri commissarii sembra che la Memoria del Dottore Lauricella sia un buon contributo agli studii fatti sopra un argomento importantissimo dell'analisi e della fisica matematica,

e perciò ne propongono la lettura alla Classe e qualora questa lo approvi, la stampa nei volumi accademici.

Torino, 23 giugno 1895.

CORRADO SEGRE.
VITO VOLTERRA, *Relatore.*

Relazione

intorno alla Memoria del Dott. ANGELO BATTELLI intitolata: *Sulle proprietà termiche dei vapori.* Parte VI.

La Memoria, il cui esame ci fu affidato dalla Classe, forma la sesta parte degli studi fatti dal Prof. A. BATTELLI, *Sulle proprietà termiche dei vapori* e pubblicati nei volumi dell'Accademia dal XL in poi.

L'A. descrive in questa Memoria l'esperienze da lui eseguite per determinare la densità di tre liquidi, etere, solfuro di carbonio ed alcool, a temperature diverse e sotto la pressione del proprio vapore saturo.

L'esperienze vennero fatte successivamente con due metodi diversi. Nell'uno un dilatometro della solita forma, che aveva un lungo cannello sottile, s'empiva del liquido da studiarsi. La punta del cannello si chiudeva con un colpo di fiamma quando la temperatura del dilatometro era prossima a quella alla quale si voleva fare una determinazione. Poi col mezzo d'un apposito apparecchio riscaldante si riportava il livello del liquido a piccolissima distanza dalla punta. Dal peso del liquido e dalla capacità del dilatometro corretta per la temperatura e per la differenza di pressione fra l'interno e l'esterno, si deduceva la densità del liquido.

Nel secondo metodo il dilatometro era capovolto; il suo cannello, volto verso il basso, era saldato ad un recipiente di vetro eguale a quelli usati dal Cailletet nelle sue esperienze

sulla liquefazione dei gas. Dalla parte opposta il dilatometro terminava in punta. Il recipiente di vetro ora nominato era applicato ad una pompa del Cailletet, mediante la quale si poteva spingere del mercurio nel cannello e nel dilatometro. Empito questo del liquido da studiarsi, si chiudeva la punta: poi mediante apposito apparecchio si regolava la temperatura e si dava tal valore alla pressione della pompa che il mercurio salisse nel cannello, sollevando il liquido e rimanesse soltanto del vapore in un piccolo spazio presso la punta del dilatometro.

Siccome l'apparecchio permetteva di fare delle determinazioni entro un certo intervallo di temperatura senza variare la quantità del liquido, si studiavano le variazioni della densità entro quei limiti. Si ammetteva come nota la densità a 0°, e per legare due gruppi successivi d'esperienze si faceva che la temperatura più alta dell'uno coincidesse con la più bassa dell'altro.

Le esperienze sull'etere vanno da —12 a +195°, quelle sul solfuro di carbonio da —11 a +272° e quelle sull'alcool da —16 a +242°.

Considerata l'importanza dell'argomento, l'estensione e le difficoltà dell'esperienze e la cura posta dall'A. nell'eseguirle, i sottoscritti propongono che la Memoria del Prof. BATTELLI venga letta alla Classe.

G. FERRARIS.
A. NACCARI, *Relatore.*

Relazione

intorno alla Memoria del Dott. G. DE-ALESSANDRI intitolata: *Contribuzione allo studio dei Pesci terziarii del Piemonte e della Liguria.*

Dopo i lavori di Eugenio Sismonda, stampati nelle *Memorie* della nostra Accademia (1846 e 1857) nessun'altra pubblicazione

venne fatta intorno alla fauna ittiologica fossile del Piemonte e della Liguria all'infuori di alcune note del Michelotti, del Portis, dell'Issel, del Pollini che si riferiscono ad alcune poche specie.

Il Dottor De-Alessandri nel lavoro affidato al nostro esame rende conto degli studi fatti intorno all'abbondante materiale che in quasi cinquant'anni si è venuto accumulando nel Museo Geologico di Torino e in varie collezioni particolari, sopratutto in quella del Cav. Di-Rovasenda, ben noto cultore della paleontologia piemontese.

I resti fossili studiati e descritti dall'A. appartengono a venti generi, sette dei quali nuovi per la fauna ittiologica fossile del Piemonte e della Liguria. Le specie sono 35 delle quali 14 nuove per le regioni sopradette.

Il lavoro del Dott. A. De-Alessandri, condotto con lodevole concisione e con diligenza, porta un contributo importante alla conoscenza della Fauna ittiologica fossile terziaria del Piemonte e della Liguria.

I vostri commissarii ne propongono la lettura alla Classe e la stampa nei volumi accademici.

T. Salvadori.

L. Camerano, *Relatore.*

L'Accademico Segretario

Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 30 Giugno 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Rossi, Bollati di Sain-Pierre, Nani, Cognetti de Martiis, Cipolla, Perrero e Ferrero Segretario.

Il Socio Segretario Ferrero presenta, a nome degli autori, le seguenti pubblicazioni: " *Frédéric Diez et la philologie des langues romanes* „ del Socio Corrispondente Prof. Wendelin Foerster (Montpellier, 1894); " *Foi et science* „ del Socio Corrispondente Marchese di Nadaillac (Parigi, 1895); e per incarico del Socio Manno, assente, a nome pure degli autori, il 3° fascicolo del " *Repertorium hymnologicum* „ ed un opuscolo " *Espagne, topo-bibliographie* „ del Socio Corrispondente Abate Ulisse Chevalier, e due opuscoli del Cav. Giovanni Sforza: " *Tre episodi del risorgimento italiano* „ (Firenze, 1895); " *Notizie di letterati di Massa di Lunigiana del Conte Jacopo Giuseppe Luciani carrarese* „ (Modena, 1895).

È comunicata la lettera, con cui il Prof. Ernesto Curtius ringrazia per la sua elezione a Socio Straniero.

Il Socio Segretario legge, per incarico del Socio Pezzi, assente, la Commemorazione da questo scritta del Socio Straniero Guglielmo Dwight Whitney, la quale è pubblicata negli *Atti*.

Il Socio Cipolla, condeputato coi Socii Nani e Ferrero ad esaminare il lavoro presentato dal Prof. Federico Patetta, per l'inserzione nei volumi delle *Memorie,* ed intitolato: " *Frammenti torinesi del codice Teodosiano* ", legge una relazione concludente per l'ammessione del lavoro alla lettura. La Classe approva tale conclusione, ed udita la lettura del lavoro, ne vota la stampa.

Il Socio Claretta legge un suo lavoro: " *Una controversia marinaresca definitasi a Torino nel 1674 ed un tentativo di fondare in Torino una colonia ellenica* ".

Il Socio Cipolla legge un lavoro del Dott. Serafino Ricci: " *Contributo alla storia dei sigilli antichi di Verona a proposito di due inediti dell'Archivio Gonzaga in Mantova* ".

Il Socio Cognetti de Martiis legge un lavoro del Professore Michele Losacco: " *Il sentimento della noia nel Leopardi e nel Pascal* ".

Questi lavori sono pubblicati negli *Atti.*

Il Socio Cognetti de Martiis, per incarico dell'autore, ritira il lavoro manoscritto presentato dal Prof. Michele Losacco per l'inserzione nelle *Memorie,* intitolato: " *Di alcune fonti del pessimismo leopardiano* ".

LETTURE

GUGLIELMO DWIGHT WHITNEY (1)

Commemorazione del socio DOMENICO PEZZI.

I.

Dal 9 febbraio del 1827 al 7 giugno del 1894 s'estese la vita dell' insigne indianista e glottologo americano che sono stato chiamato a commemorare. Non meno che ai congiunti, agli amici, ai colleghi, ai discepoli, questa vita deve parere pressochè breve a chi consideri la quantità e l'importanza, la varia e per lo più difficile natura del lavoro in essa compiuto.

Nato a Northampton nel Massachusetts, figlio di Giosia Dwight e Sara Whitney-Williston, dopo aver frequentato sino all'anno sedicesimo le scuole della città sua entrò nel 'Williams college' in Williamstown e dopo tre anni ne uscì col grado di 'baccalaureus artium' (1845). Forse assai più che l'esempio del

(1) V. la necrologia pubblicata da *The Nation* di Nuova York, del 14 giugno 1894, ed attribuita al Lanman: una versione francese ne fu data nella *Revue de linguistique et de philologie comparée*, XXVII, pp. 350-7. Si consultino soprattutto gli scritti di Tom. Day Seymour e di Hanns Oertel: il primo in *The american journal of philology*, XV, pp. 271-98, raccolta copiosa di minute pregevoli notizie; il secondo nei *Beiträge zur kunde der indogerm. sprachen*, XX (1894), pp. 308-31; notevolissima vi è la *Bibliografia cronologica* (pp. 316-31), dovuta in massima parte allo stesso WHITNEY, che la compilava per le *Bibliographies of the present officers of Yale University*. Barth, *Notice sur W. Whitney* (*Journal asiatique*, nouv. sér., t. IV, 1894, pp. 177-83). V. anche Franc. d'Ovidio, *Commemoraz. di G. Whitney* (*Rendiconti della R. Accad. dei Lincei, cl. di scienze morali* ecc., ser. V, vol. IV, 1895, pp. 128-34).

fratello maggiore, la natura del proprio ingegno, di carattere positivo per eccellenza, lo chiamava allo studio della natura ed in particolar guisa alla botanica ed all'ornitologia. Amava vivamente la musica e n'era cultore, nè quest'amore giovanile venne meno negli anni maturi, fra i lavori e le cure più severe. Si diede dapprima alla medicina: non tardò per altro ad abbandonare tale studio, dopo una grave malattia. Lavorò poscia tre anni col padre, che, ragguardevole mercante, era stato fatto presidente della banca di Northampton. Ciò non distolse il futuro scienziato dal continuare, con una pregevole collezione, i suoi studî ornitologici ed altri di simile natura, nè dall'intraprendere privatamente, nel 1848, quello del sanscrito, spintovi dalla lettura di libri di filologia orientale trovati nella biblioteca del fratello, principalmente della *Grammatica comparativa* del Bopp, ed anche dalle esortazioni d'un ecclesiastico, Giorgio E. Day. Reduce dal lago Superiore, ov'egli aveva, come assistente per la botanica, l'ornitologia ed anche per la computisteria, accompagnato il fratello in una spedizione geologica, nell'autunno del 1849 si fece allievo, nel 'Yale college' in New Haven, d'Edoardo Salisbury che da sette anni v'era stato nominato professore di sanscrito e d'arabico e vi aveva inaugurato questi due insegnamenti. Un anno dopo, nell'autunno del 1850, il giovane americano cercava i più insigni maestri in Germania. Ivi udiva per tre semestri invernali il Weber, il Bopp, il Lepsius a Berlino, per due semestri estivi il Roth a Tubinga. Non rivide la patria prima dell'estate del 1853, nè prima d'avere a Parigi, a Londra, ad Oxford continuato gli studî intrapresi a Berlino intorno ai codici dell'*Atharva-veda*, la cui edizione, ch'egli non tardò a pubblicare col Roth, doveva essere il primo de' suoi grandi meriti verso la scienza, il primo dei lavori che più valsero ad illustrare il suo nome.

II.

Dovendosi ora discorrere di Guglielmo Whitney quale investigatore e quale scrittore, occorre notar tosto come il numero degli scritti suoi sia sì grande che, in poche pagine, non è possibile nemmeno indicarne i titoli, ed è pertanto affatto neces-

sario far menzione soltanto di quelli che più giovano a rendere manifesta l'individualità scientifica dell'indianista e glottologo americano. Dopo brevi lavori appartenenti allo studio comparativo delle lingue indogermaniche ed alla filologia vedica, pubblicati dal 1849 al 1855, apparivano in questo e nel seguente anno le due parti della già mentovata edizione che il WHITNEY, unendo l'opera sua a quella del Roth, diede, non ancora trentenne, dell'*Atharva-veda-saṁhitā* (1). Quest'insigne documento dell'antico pensiero indiano rimase poi sempre quasi un centro a cui tendeva l'attività filologica del WHITNEY, come ben si scorge da parecchi lavori suoi ed in particolar modo da quello cui egli attese per quarant'anni ed a cui la morte non gli permise di dare l'ultima mano (2).

Più noto, anche fra i cultori d'altri studî ed i non dotti, resero il nome del WHITNEY i suoi libri d'argomento glottologico. I fatti e le idee esposte in più serie di lezioni di carattere veramente scientifico, ma accessibili all'intelligenza d'ogni persona colta, egli scelse ad argomento d'un paio di volumi, *Language and the study of language: twelve lectures on the principles of linguistic science* (New York, 1867) (3) e *The life and growth of language: an outline of linguistic science* (*Internat. scient. series*, XVI — New-York, 1875) (4). Il primo dei due volumi indicati è una fra le migliori guide agli studî glottologici: il secondo ci fa conoscere, in guisa più ampia e più profonda, le idee dell'autore intorno alla vita del linguaggio. Ivi GUGLIELMO

---

(1) Intorno ad un italiano studioso dell'*Atharva-veda*, Giuseppe Bardelli, ed all'edizione ch'egli ne preparava, già nel 1847, v. quanto ne narra il De Gubernatis nella sua *Letteratura indiana*, Milano, 1883, p. 33.

(2) Sia qui ricordata la pubblicazione di *The Atharva-veda-prātiçākhya: text, translation, and notes* (*Journal of the amer. orient. Society*, VII, 1862, pp. 333-616) e quella dell'*Index verborum to the published text of the Atharva-veda* (ibid., XII, 1881, pp. 1-383). La versione ed il commento critico ch'egli aveva promesso della *Saṁhitā* e che proponevasi d'offrire ai dotti nell'anno corrente furono, per buona ventura, da lui lasciati in uno stato tale che uno de' suoi più valenti antichi allievi, il Lanman, potrà prepararne la stampa.

(3) Tradotto in tedesco dal Jolly (1874) ecc.

(4) Nel 1876 ne furono pubblicate parecchie versioni: un'italiana, di Franc. d'Ovidio; una tedesca, del Leskien; una francese ecc.

Whitney ci si manifesta pienamente seguace, qual fu con severa fedeltà, del metodo induttivo, e fieramente avverso a quanto potesse parergli ardimento metafisico o volo pindarico di pensiero, o lenocinio retorico di forma. L'antico cultore delle scienze della natura appare nel glottologo. Procedendo dal noto all'ignoto, dai fenomeni che anche presentemente ci offre la umanità come parlante, o che almeno sappiamo essere avvenuti in precedenti età storiche, assorgendo a quelli dei tempi più lontani e più oscuri, il Whitney non iscorge nel linguaggio se non un complesso di segni fonetici fissatisi a poco a poco nell'uso a fine di comunicazione fra uomo e uomo, non di svolgimento mentale, senz'alcun nesso intimo e necessario fra concetti e segni. Linguaggio e pensiero devono venire ben distinti fra loro: è certo per altro che il primo giova assai a rendere più determinato il secondo. Della costante ed universale trasformazione del linguaggio è causa la volontà dei parlanti, esposta, s'intende, all'azione di tutte quelle forze modificatrici di cui anche in altri generi d'attività vediamo quanto sia il potere sulle operazioni volontarie: tali mutamenti ben si possono riferire a ragioni di convenienza, in ogni parte della favella ed in varie forme corrispondenti ad ognuna di esse. Per quanto concerne i significati è naturale che s'esprimesse in primo luogo quanto si poteva esprimere più direttamente (atti e qualità primarie): poscia, con moto continuo, si saliva gradatamente da ciò ch'è fisico all'iperfisico, dal sensibile all'intellettuale ed al morale. Delle forme fu proposta una sola spiegazione che sia in accordo con fatti storicamente certi: la teorica aggregativa del Bopp. Ciò è vero, come sul campo dell'indoeuropeo, così su quello degli altri linguaggi. Dall'alterarsi d'un idioma si svolge per differenziazione una sempre crescente pluralità di dialetti: questa ci fa risalire, mediante comparazione degli elementi comuni, all'antica unità. L'umana loquela pertanto, considerata come prodotto storico e nell'indefinita varietà e variabilità sua, si manifesta fondamentalmente diversa dal così detto linguaggio degli animali inferiori all'uomo. Lo studio della parola appartiene, com'è evidente, alle scienze storiche, non alle fisiche, ed è ausiliario assai pregevole dell'etnografia. Tali sono, compendiati colla rapidità qui imperiosamente richiesta, i concetti più notevoli della filosofia del linguaggio di Gugl. Whitney. La natura

scientifica del glottologo americano lo metteva, come affatto senza difficoltà si comprende, in contrasto di metodo e d'opinioni, intorno ai più gravi problemi della parola, con valentuomini di cui egli stesso aveva con sincero rispetto riconosciuto l'alto valore, ma ai quali non risparmiò la più libera, e talvolta anche troppo libera, manifestazione dei proprii giudizî sfavorevoli nelle più rilevanti questioni della linguistica generale (1). La sua tendenza all'osservazione imparziale dei fatti, il suo vivo e felice senso della realtà nello studio dei fenomeni della parola, il suo rigore di metodo lo guidarono a rettamente comprendere, fra i primi, certe formazioni glottiche meno antiche, in cui seppe scorgere effetti ed esempî della forza dell'analogia ne' mutamenti delle lingue (2). Perciò a buon diritto glottologi di quella scuola che più intensamente si volse allo studio dell'azione di tal forza, traendone maggior numero di spiegazioni di fatti glottici che appariscono irregolari, onorarono GUGLIELMO WHITNEY come uno degl'investigatori che prepararono le vie all'odierna grammatica comparativa e storica (3).

---

(1) Vedasi la prefazione del libro *Language and the study of l.*, poi nel primo volume degli *Oriental and linguistic studies* (New York, 1873) leggansi le considerazioni critiche del WHITNEY intorno alle dottrine glottologiche del Bleek (pp. 292-7), dello Schleicher (pp. 298-331), soprattutto poi a quelle di M. Müller (pp. 239-78) e dello Steinthal (pp. 332-75). Mandando in dono, qualche anno fa, ad un glottologo italiano che se ne ricorda con gratitudine, i due opuscoli intitolati *Logical consistency in views of language* (estr. dall'*American journal of philology*, I, n. 3) ed *On inconsistency in views of language* (estr. dalle *Transactions of amer. philol. Association*, 1880), egli sapeva d'offrire ad uno studioso la sintesi delle proprie teoriche, contrapposte a quelle de' suoi nobili avversarî, sintesi di cui testè s'è dato un brevissimo compendio. Chi voglia aver notizia delle risposte fattegli da M. Müller consulti i *Chips from a german workshop*, IV, Lond., 1875, pp. 433-72, 473-549: v. anche, per la questione delle relazioni fra linguaggio e pensiero, *The science of thought*, London, 1887. Per quanto concerne lo Steinthal v. *Antikritik.....* (*Zeitschr. f. völkerpsych. u. sprachw.*, VIII, 1875, pp. 216-50).

(2) V. *Language and the study of language*, pp. 27, 82, 85; *The life and growth of l.*, pp. 74 ecc.

(3) Accanto allo Scherer ed al Leskien lo collocano il Misteli (*Lautgesetz und analogie.....*, nella *Zeitschr. f. völkerpsych. u. sprachw.*, XI, 1880, pp. 367 e segg.) ed il Delbrück (*Einl. in d. sprachst.*, Leipz., 1880, p. 57). Il Misteli

Ad essa non appartiene l'opera che, nel breve soggiorno a Lipsia nel 1875, egli ebbe incarico di comporre dagli editori Breitkopf e Härtel, come secondo volume della loro *Bibliothek indogermanischer grammatiken*. Mentre il primo volume di essa, la *Griechische grammatik* di Gust. Meyer, contiene coi risultati degli studî storici e dialettologici intorno alla grecità anche quelli delle ricerche comparative, la *Sanskrit grammar* che il Whitney pubblicava, dopo quattro anni di preparazione, ci ritrae l'antico indiano considerato in sè stesso, non estendendosi alle relazioni esistenti fra esso e gli altri idiomi indogermanici (1). Ciò potè parere strano e spiacere a taluno che non nascose la propria sorpresa ed il proprio biasimo: vuolsi peraltro non dimenticare che il Whitney aveva le sue ragioni di fare ciò che fece e che nessuna grammatica indiana fu più della sua bene accolta e volentieri usata dai comparatori (2). Uno studio più accurato che prima non siasi fatto della tradizione grammaticale indiana e l'indipendenza critica dell'ingegno da essa nell'interpretazione dei fenomeni glottici, un numero rilevante di nuove notizie soprattutto intorno all'indiano vedico, dovute a nuove ricerche dell'autore, d'amici, d'allievi, l'uso del metodo storico nella trattazione dei singoli fatti, che costantemente tende a mettere in rilievo le differenze fra l'età arcaica e la

---

per altro non trascurò di notare gravi differenze nel concetto del linguaggio fra il Whitney ed i così detti neogrammatici. Una ne mise in rilievo G. Curtius (*Zur kritik der neuesten sprachforschung*, Leipz., 1885, p. 12), citando un'affermazione del glottologo americano intorno alla costanza assoluta delle leggi fonetiche (*Proceedings of the amer. philol. Assoc.*, july 1882, p. XVIII).

(1) *A sanskrit grammar, including both the classical language and the older dialects*....., Leipz., 1879; 2ª ediz. corretta e notevolmente ampliata, ibid., 1889: vers. ted. dello Zimmer, ibid., 1879. Narrasi che le ultime cure date al manoscritto e la correzione delle bozze di stampa costassero all'autore un lavoro di circa quindici mesi in Germania.

(2) È qui opportuno ricordare quanto dell'insigne americano affermava l'Ascoli, in un brevissimo scritto che onora e il lodato e il lodatore: " .....pur quando Egli sembrava limitarsi alla sola parola dell'India, virtualmente giovava alla storia del linguaggio indoeuropeo tutto quanto " (*Per la commemorazione di G. D. W., celebratasi in Filadelfia il 28 dic. del 1894, estr. dai ' Supplementi periodici ' dell'Archivio glottol. ital.*, pp. 133-4).

classica, l'esattezza, la concisione e la chiarezza ammirabile dell'esposizione sono caratteri di questo libro, uno di quelli di cui uno studioso di sanscrito e di glottologia non può ricordarsi senza molto rispetto e gratitudine. Utilissimo complemento di quest'opera è il volume intitolato *The roots, verb-forms, and primary derivatives of the sanskrit language* (1), frutto di pazienti ricerche fatte nel gran lessico sanscrito di Pietroburgo (2) e di collezioni sue proprie, principalmente per quanto concerne l'indiano più antico. Per lo studio statistico e storico della lingua sanscrita è lavoro di gran valore che tosto appare: importantissima appendice ad ogni grammatica indiana è l'indice dei temi verbali giusta l'ordine d'età.

I limiti segnati a questa breve commemorazione non concedono a chi scrive di far più che una rapida menzione del gran numero di lavori meno ragguardevoli, trecento incirca, lasciatici dal dotto mirabilmente operoso (1849-94) (3). Appena si può qui aggiungere ch'essi offrono una varietà d'argomenti maggiore che altri forse possa immaginarsi: sono scritti che si riferiscono a lingue e letterature indoiraniche, ad altri idiomi del medesimo stipite ed anche a lingue non indogermaniche; a problemi di glottologia comparativa e soprattutto ad ogni più grave questione di filosofia del linguaggio; libri elementari per l'insegnamento delle più notevoli lingue moderne; opuscoli concernenti la storia delle religioni, dei miti, della scienza e particolarmente dell'astronomia indiana, con biografie di scienziati, con notizie critiche d'opere nuove (4). E desta meraviglia il

---

(1) Leipz., 1885: vers. ted. dello Zimmer (ibid., 1885). Sia permesso qui menzionare anche il breve lavoro *The roots of the sanskrit l.*, esposizione delle radici usate nelle varie classi di documenti dell'antico indiano, considerate prima in complesso, poi distinte fra loro per ordine d'età (*Transactions of amer. philol. Assoc.*, 1885, pp. 1-29).

(2) Lessico cui il Whitney notevolmente collaborò per la parte vedica.

(3) V. la bibliografia citata nella nota prima.

(4) Ebbe lode in particolar modo quant'egli fece per lo studio del tedesco. Ed è notevole, ad onor suo, come nel bisogno di guadagno, onde narrasi fosse indotto a lavori pratici riferentisi allo studio di parecchi idiomi dell'età nostra, egli abbia saputo trovare uno stimolo a rendersi utile, con miglioramenti di metodo, anche a tale studio di natura non scientifica.

vedere con quanta larghezza concedesse scritti suoi a volumi di società scientifiche, ad enciclopedie, a giornali di varia natura (1), ed anche più il vedere come fra la moltitudine dei piccoli lavori conservasse la forza e trovasse il tempo che occorre per condurre a termine i grandi.

Prima che Guglielmo Whitney ritornasse in America nell'estate del 1853, a ventisei anni, era stato chiamato ad una cattedra di sanscrito fondata, con liberalità pari all'amore della scienza, dal suo maestro Ed. Salisbury nel ' Yale college ' a New Haven. Il giovane indianista non diede principio alle sue lezioni se non nell'autunno dell'anno seguente, con un insegnamento elementare di sanscrito, d'antico e nuovo persiano e d'egizio. Egli dovette, per la causa già indicata, farsi anche maestro di lingue moderne nell'istituto cui apparteneva e nella scuola politecnica. Dall'anno 1858 all'insegnamento dell'antico indiano aggiunse quello della glottologia (indogermanica e generale) e già s'è veduto come a lezioni intorno alla scienza del linguaggio in genere debbansi i due volumi che tanto contribuirono alla sua

---

Già s'ebbe occasione di citare, ed ora giova di nuovo menzionare due volumi in cui il Whitney raccolse parecchi opuscoli suoi, vale a dire gli *Oriental and linguistic studies* (New York, 1873-4).

Fra i lavori con cui contribuì notevolmente alla cognizione dell'astronomia indiana in occidente basti qui indicare la versione con note del *Sûrya-Siddhânta* (*Journal of the amer. orient. Society*, VI, 1860, pp. 141-498).

Agli anni 1873 e 74 appartengono anche alcuni scritti che ricordano un'altra spedizione geologica a cui prese parte.

(1) Di quanto fu pubblicato nei volumi III-XII del *Journal of the amer. orient. Society* più d'un terzo appartiene al Whitney: per ciò che spetta ai voll. VI-XII, più della metà (v. la cit. necrologia in *The Nation*, p. 4).

Sotto la direzione del Whitney fu preparato *The century dictionary: an encyclop. lex. of the engl. lang.* (New-York, 1889-92): grande opera a cui occorreva la mente e la volontà e la fama scientifica d'un uomo qual fu l'indianista e glottologo americano. Egli diede articoli importanti anche alla *New amer. cyclopaedia* dell'Appleton, alla *New univ. cyclop.* del Johnson, alla grande *Encyclop. britannica*, alla *Bibl. sacra* ecc. Scritti suoi leggonsi nel *New englander*, nella *North amer. review*, in *The Nation*, in *The independent*, nell'*Amer. journal of philology* ed in altri periodici.

rinomanza. Ancora nell'elenco dei professori del ‘ Yale college ’ per l'anno 1893-4 troviamo il nome di lui, già travagliato da pericolosa infermità, ma sempre operoso, per la cattedra di sanscrito e di glottologia indogermanica: era anche decano della ‘ Law school ’. E si rammenta con ammirazione e con gratitudine la sapienza, lo zelo, la bontà costante con cui egli soleva eccitare i giovani al lavoro e renderli perseveranti e dirigerli, anche togliendo ai proprî studî un tempo prezioso per concederlo generosamente ai primi saggi dell'attività scientifica di qualche discepolo.

Non meno lunga nè meno feconda di lavoro che l'operosità dello scrittore e dell'insegnante fu quella dell'accademico. Eletto nel 1850 membro dell' ‘ american oriental Society ’ ne amministrò dal 1855 al 1873 la biblioteca, ne fu segretario corrispondente dal 1857 al 1884, anno in cui ebbe l'onore della presidenza. Quanta parte della sua vita intellettuale egli abbia dato alla dotta Società come autore di scritti scientifici già si è detto testè. Ma giova qui aggiungere ch'egli cooperava anche in ben altre guise alla conservazione, al progresso della Società: ch'egli mostravasi forte e perseverante nel sostenerla in giorni pericolosi; ch'egli rivedeva, ampliava, rifaceva lavori ad essa presentati; che gran parte del merito dell'ottenuta esattezza nella stampa dei volumi apparteneva a lui (1). — Fu eziandio fra i fondatori e primo presidente dell' ‘ american philological Association ’ (1869): i volumi delle *Transactions* e dei *Proceedings* ci ricordano l'attività sua anche a vantaggio della nuova Società.

Non sola la patria che tanto gli deve per gli studî sanscritici e di glottologia generale, che per esso mostrò di saper insegnare non meno che imparare, s'onorò a buon diritto d'averlo membro di sodalizî scientifici. Lo vollero aggregato a

(1) Del suo buono e forte volere verso la ‘ Società ’ è prova memorabile il fatto ch'egli si diede a lavorare per un certo tempo in una tipografia per addestrare un compositore all'uso di caratteri stranieri.

sè in vario grado, oltre all'Istituto di Francia, le Accademie di Berlino, di Pietroburgo, de' Lincei, di Torino (1), con altre Società di simile natura: dall'Accademia berlinese egli ebbe l'onore del premio a cui è congiunto il nome immortale di Francesco Bopp. Fu membro onorario della Società asiatica del Bengala e di quella dell'Inghilterra e dell'Irlanda, della Società orientale germanica, della Società filologica di Londra ecc. Ebbe il titolo di dottore ' honoris causa ' da parecchi istituti universitarî americani, europei. Il re di Prussia gli conferiva il grado di cavaliere pel merito artistico e scientifico dopo la morte di Tomaso Carlyle.

III.

Fra le onorate fatiche e le gioie severe del lavoro intellettuale, fra i forti esercizî con cui studiavasi di mantenere l'equilibrio fra la vita intensa dello spirito e quella del corpo robusto, un'infermità che non perdona, una grave malattia di cuore venne inattesa ad assalire Guglielmo Whitney nell'anno 1886. Sopportò colla forza d'animo de' pochi suoi pari e malattia e cura: si lasciò segnar limiti all'attività dell'ingegno, rimasta in lui sempre giovanile; ma, fra i limiti segnati, l'operosità sua si conservò costante e feconda. Dopo otto anni circa nè l'obbedienza alle prescrizioni dei medici, nè le cure affettuosissime della famiglia poterono salvarlo da un nuovo e più fiero assalto della malattia formidabile, il dì 25 maggio 1894: il giorno 7 del giugno seguente fu l'ultimo della sua vita.

La morte di tal uomo fu grave lutto non solo per i congiunti, per gli amici, per la patria, ma anche per la scienza. Il giorno in cui le fu rapito Guglielmo Whitney, ancora nella splendida pienezza della sua forza intellettuale e della fama meritamente conseguita, la scienza perdette un dotto insigne,

(1) Proponente Giovanni Flechia con parecchi colleghi, la nostra Classe accademica eleggeva Guglielmo Whitney suo corrispondente addì 20 marzo 1881, socio straniero il 31 gennaio 1886.

possessore d'un sapere esteso e vario ed esatto come a pochi fu, è, e sarà concesso: perdette un pensatore che all'accurata osservazione dei fatti, libera da ogni vincolo di sistema, di scuola, ed all'induzione rigorosamente logica aveva volto un ingegno che, se pure non fu tra i più mirabili per altezza e varietà d'attitudini, si mostrò quanto ricco di perseverante e felice attività, altrettanto sobrio e cauto (come bene lo disse l'Ascoli) e lucido sì nel pensiero, sì nella manifestazione di esso. Chi conobbe l'uomo ne ammirò l'amore del vero, il disprezzo d'ogni pompa e d'ogni slealtà, la devozione al dovere, la severità verso sè stesso, la semplicità e l'attraente cortesia, la generosa benevolenza verso quanti si rivolgevano a lui come a guida sicura nelle vie della scienza.

Il dì 28 dicembre dello scorso 1894, poco più d'un semestre dopo la morte sua, il Congresso di parecchie Società dotte americane (1) s'adunava per onorare la memoria dell'indianista e glottologo egregio. All'atto solenne di reverenza, d'ammirazione, di rimpianto, chi non s'univa, almeno col pensiero e coll'affetto, fra quanti, in ogni parte del mondo civile, non ignoravano quanto valesse lo scienziato, il maestro, l'uomo?

---

(1) Joint meeting of the amer. orient. Society, amer. philol. Associat., modern language Associat. of Amer., Society of bibl. literat. and exeg., amer. dialect Society, spelling reform Associat., and the archaeol. Inst. of Amer., at the University of Pensylvania, Philadelphia, december 27-29, 1894.

Relazione sul lavoro del Prof. Federico Patetta intitolato: “ *Frammenti torinesi del Codice Teodosiano* ”.

Si lamentavano perduti tre fogli palinsesti di origine Bobbiense, che erano stati sommariamente indicati da Amedeo Peyron come contenenti alcuni frammenti del Codice Teodosiano. Questi fogli appartenevano in origine al medesimo manoscritto, del quale facevano parte anche altri fogli Bobbiensi, trasportati alla Biblioteca Universitaria Nazionale di Torino ed illustrati dal Vesme e da altri.

Negli ultimi tempi, riordinandosi i manoscritti della nostra Accademia delle Scienze, fra le carte sparse, si trovarono i tre fogli palinsesti, sì lungamente cercati; e fatte le identificazioni opportune, vennero restituiti alla Biblioteca Universitaria Nazionale, alla quale erano stati indubitatamente aggiudicati insieme cogli altri frammenti Bobbiensi ora ricordati.

Il Prof. F. Patetta tolse in esame i nuovi frammenti, e con molta pazienza e maggiore abilità riuscì a trascriverli quasi per intero. Egli ora presenta alla nostra Accademia la sua trascrizione, corredata da una larga illustrazione paleografica del ms., e da diffuse osservazioni ortografiche.

Egli inclina ad attribuire il manoscritto al secolo VI od al VII.

I sottoscritti, ritenendo che il lavoro del Prof. Patetta rechi un bel contributo agli studi storico-giuridici, e considerando ancora come la nostra Accademia, presso alla quale questi preziosi frammenti rimasero per tanti anni, abbia in qualche guisa sopra di questo cimelio diritti speciali, propongono che la Memoria del predetto Prof. Patetta venga letta alla Classe.

Torino, 29 giugno 1895.

C. Nani.
E. Ferrero.
C. Cipolla, *Relatore*.

Una controversia marinaresca definitasi a Torino nel 1674; ed un tentativo di fondare in Piemonte una colonia ellenica;

Nota del Socio GAUDENZIO CLARETTA.

L'autore della *Ragione di Stato,* Giovanni Botero, nel riferire nelle sue *Relazioni universali* un ragionamento avuto coll'arcivescovo d'Otranto, monsignor Acquaviva, uno delle più antiche case del regno di Napoli, avvertiva, come questi avessegli detto " non essere in Italia nobiltà cavalleresca più antica della piemontese ". E ben si apponeva, poichè egli basta svolgere i patrii annali per essere persuasi quanto la nobiltà nostra abbia camminato a pari coi nostri principi, che furono reputati i più cavallereschi di Europa. Che se essa non potè segnalarsi mai per istraordinaria larghezza di censo, per cospicue investiture, per ampiezza e concessione di feudi o di lautissimi benefizi, seppe con tutto questo in genere dimostrarsi benefica ed operosa. Educata alla durezza della vita militare, in via accessoria spinse l'ingegno alle scientifiche discipline ed all'esercizio delle civili magistrature.

Temperato essendo il governo fra noi, e miti, anzichenò, i costumi delle popolazioni, l'aristocrazia piemontese, se non andò libera dai difetti comuni alle classi privilegiate ed a quanti hanno in ogni ordine trattamenti speciali, non s'inquinò nemmeno di quegli atti riprovevoli, onde si lordarono altri ottimati di città anche italiane.

Ma bastino pel momento queste poche parole dette sol per esordire.

Fra le famiglie che col mezzo del ben operare e col non poltrir nell'ozio riuscirono a raggiungere una delle più alte condizioni nel nostro Stato, deve annoverarsi quella degli Scaglia, che cominciò nel secolo XIII a fiorire in Ivrea ed in Biella, e che coi predicati di Verrua e di Caluso specialmente, per ricordarne i principali, fu poi assai orrevolmente conosciuta nell'armi e nella diplomazia, e fin troppo nelle memorie del secolo XVIII a cagione dei noti casi della contessa di Verrua.

Un documento venutoci a mano non è molto, ne consente di ricordar alcune particolarità sconosciute attorno ad un membro di questa prosapia.

Egli è Giacinto Vittorio, detto il cavalier d'Armanzia, poi conte di Ozàs (Ozasio), discendente da padre, da avo e da bisavo già insigniti della collana dell'Annunziata (1). I suoi maggiori avevano contratto parentadi coi Valperga, coi Ferrero Fieschi di Masserano, coi Ponte di Scarnafigi, coi Biandrate di S. Giorgio, insomma col più nobile sangue piemontese, dimodochè devesi proprio affermare ch'egli non apparteneva alla parte degenere del patriziato, morbida, smascolinata ed ignorante. Dedicatosi in giovanile età all'armi, aveva conseguito i gradi di colonnello di cavalleria e di gentiluomo di camera. Ma nella tregua delle fazioni guerresche fra noi, non gli dava l'animo di rimanere inoperoso; ed acceso da sentimenti marziali ed in ordine alle idee del tempo volle correre l'Oceano nel fine di muover guerra alla pirateria barbaresca.

A maggiore intelligenza di quanto esponiamo, e senza cadere in troppo estesa digressione, è opportuno peraltro il ricordare alcuni appunti storici relativi a questa materia, affine di rischiarare alquanto ciò ch'è argomento di queste pagine.

Quella parte del continente africano che fiancheggia le coste del Mediterraneo, e che costituiva anticamente i regni della Mauritania, di Massiglia ed una porzione degli Stati della repubblica di Cartagine, fu più tardi conosciuta sotto il nome generale di Barberia, divisasi poi ne' varî Stati, del Marocco, di Fez, d'Algeri, di Tripoli e Tunisi, i cui abitanti erano un miscuglio di arabi, di negri delle province meridionali e mori, nati in Africa o cacciati dalla Spagna. E tutti costoro erano settarî fanatici della religione maomettana, ed animati contro i Cristiani da odio infernale e superstizioso.

L'esercizio della pirateria, grande e piccola, era professione gradita assai da queste popolazioni; e ben si sa come alcuni di quei pirati giungessero persino a crearsi signorie posticce qua e là nel Mediterraneo: e ne basti addurre l'esempio di Ariadeno

(1) Era uno de' figli di Carlo Vittorio, marchese di Caluso, cav. dell'Annunziata, generale di cavalleria, gentiluomo di camera, ecc.

Barbarossa, di Luccialì e di Dragutte. Note poi sono le frequenti e ruinose depredazioni che i pirati di Tripoli in ispecie esercitarono nel secolo XVII sulle coste della Provenza e dell'Italia, ed alle quali mise argine il famoso bombardamento mandato ad effetto dalle armi di Luigi XIV.

L'Europa cavalleresca aiutavasi vicendevolmente a liberare i mari da codesta genìa di pionieri dell'Islamismo; ed era ritenuto che i pirati non formando corpo di nazione non potevano aver diritto alcuno, nè di armare nè di far la guerra. Essi venivano considerati assassini pubblici a cagione delle rapine che commettevano indistintamente su quanti vascelli scontravano nel mare. Ritenevasi adunque opera meritoria di perseguitarli e sterminarli, senza punto bisogno di far loro dichiarazione alcuna di guerra.

E quel che dicesi de' pirati, a maggior ragione devesi applicare ai Turchi, sempre più invadenti per terra e per mare.

Informati a codesti principî erano fra i potentati Venezia, il regno di Polonia ed i cavalieri dell'Ordine di Malta. Francia, impero e Spagna servivano più all'interesse politico che al religioso, ed in ossequio al primo parecchie volte si astennero dall'opprimere la potenza ottomana. Ma ne' privati sempre manifestossi gara a guerreggiare il turco: e far le prime armi contro di lui tenevasi quasi il complemento dell'educazione dei gentiluomini.

Presso di noi seguivasi l'esempio delle vicine nazioni: e venuto meno, prima il sentimento animatore spiegatosi nei secoli XII e XIII per le Crociate, e poi fra noi nel XVI e nel XVII il servizio delle galee dell'Ordine Mauriziano che qualche scorreria avevano tentato nei mari nei primi tempi della sua ricostituzione, sôrta per opera di Emanuele Filiberto, supplirono privatamente a codesto servizio non pochi, spinti dai sentimenti sovraccennati, ai quali non furono avari di privilegi i nostri duchi.

Era una guerra popolare, poichè essa tendeva alla difesa delle coste minacciate e del commercio marittimo, che era continuamente molestato dai pirati di Barberia. Persino ne' sonetti e nelle canzoni per nascite e per matrimoni si riscontra frequente il voto che gli ultrogeniti delle nobili famiglie dovessero un giorno segnalarsi combattendo l'*odrisia luna* e il *fiero Trace.*

Colmerebbe al certo una lacuna della storia nostra marinaresca chi si accingesse a ragunare memorie su questo soggetto. A noi basti, a compimento di questa breve digressione, ricordare alcuni casi di favori conceduti dai nostri principi relativamente ai tempi che stiamo indagando, e che non furono sin qui conosciuti.

Il primo marzo dell'anno 1606 Carlo Emanuele I concedeva al cavaliere gerosolimitano fra Giovanni Battista Scaravello, nobile torinese, la facoltà di poter armare ... sotto lo stendardo nostro un vascello di vela quadra con sua fregata contro corsari turchi et infedeli, et di forzare e prender le loro persone, mercantie, vascelli et tutte le cose che in esse haveranno come di facinorosi et perturbatori della quiete et commercio della cristianità ... „ (1).

La concessione di cui fu graziato lo Scaravello si contiene in una pergamena, che riporta assai bene miniati gli stemmi del sovrano e del concessionario; e ci apprende che il duca aveva console della nazione piemontese nel regno di Sicilia Paolo Mileti gentiluomo siciliano, al quale lo Scaravello era tenuto di corrispondere l'ammiragliato del 10 % su di ogni cattura che avrebbe fatta.

Non tutti coloro peraltro che ottenevano l'onore di correre i mari all'egida della bandiera sabauda usavano in bene il favore ricevuto: alcuni anzi ne abusavano, ond'è che già il 12 giugno del 1626 don Felice di Savoia era costretto a rivocare quel privilegio, appunto perchè taluni non si astenevano dal commettere indegnità e violenze, dando cagione di doglianze e di richiami persino a principi confederati col duca nè punto nemici. Quindi ordinavasi che dovesse la bandiera venir conceduta sol per negoziare legittimamente, a norma dell'editto concernente il porto franco (2).

Proseguirono però sempre le concessioni del vessillo sabaudo; ma non è men vero che dal poco che ci venne fatto di scoprire, continue dovettero essere le contestazioni. Così, per addurre un esempio risguardante i tempi descritti, il capitano Las

---

(1) Originale che fa parte della collezione bibliografica dell'autore.

(2) Duboin, *Raccolta di leggi, editti ecc. della Monarchia di Savoia.*

Casas signor di Chiarleval che navigava protetto dalla bandiera del duca di Savoia, avendo potuto catturare a Corfù un vascello denominato il *Marsigliano* carico d'olio, pensò di approdare a Malta. Ma quei cavalieri confiscavangli la preda: il perchè egli ricorreva a Carlo Emanuele II, pretendendo ch'essa dovesse appartenere ai ministri ducali, come presa sotto lo stendardo sabaudo.

Senonchè, poco dopo (1649), si faceva a cedere ogni pretesa al mercante torinese Giovanni Berrò, in un colla commendatizia o salvaguardia indirizzata da quel duca al gran maestro di Malta (1).

Dodici anni dopo ci si presenta lo stesso rivale poco fortunato di quel duca nelle sue erotiche relazioni coll'abbastanza nota marchesa di Cavour, Maria di Trecesson. Era egli Giuseppe Francesco Wicardel marchese di Fleuri, gentiluomo dalle fresche e rosee guance, dalla folta e bionda chioma, la cui vita fu tutta avventure. Fatto uccidere lo staffiere della marchesa che aveva avuto l'imprudenza di rivelare quella tresca al duca, il Fleuri veniva inesorabilmente dannato alla galera, commutatagli poi ad intercessione del modenese abate Dini, nel bando perpetuo.

Tuttochè il Cibrario, che pel primo ci tramandò quei fatti, accenni alla detenzione del Fleuri all'anno 1666 (2), nondimeno un documento del 10 dicembre 1661 lascia supporre ch'egli in quell'anno non fosse libero, leggendosi, essersi quell'atto rogato " ... nel castello di S. A. e nella stanza prima ove tiene l'infrascritto ill. sig. marchese di Fleuri " (3). Del resto poco ciò importa pella presente narrazione, bastando il documento in questione a rivelarci, che in quel giorno e in quel luogo il nostro marchese aveva contribuito in parte col proprio danaro alla costruzione ed all'armamento di un vascello, eseguitisi nella città di S. Cristina di Messina, in società con un tal cavaliere Gio. Battista La Valbella. Ma volendo in detto anno il Fleuri far suo quel vascello, e non potendo per la cagione anzi accennata trasferirsi per compiere quell'atto, ned a Villafranca

(1) Archivio Notarile.
(2) *Storia di Torino*, II, p. 491.
(3) Archivio succitato.

di mare, ned altrove ove fosse spediente, vi delegava Ludovico De Buttet capitano delle guardie ducali (1).

Senonchè il marchese di Fleuri non camminava affatto diritto nelle sue imprese ed escursioni marittime.

In una lettera scritta al duca da Genova agli undici marzo dell'anno 1687 da un tal Kircke console inglese in quella dominante, ci viene appalesato che il nostro marchese non erasi egli stesso a sua volta astenuto dal commettere una vera pirateria contro navi inglesi che veleggiavano in Levante provenienti da Alessandria d'Egitto su di un vascello denominato *Gerusalemme*, capitanato da un tal Daniele.

Il Fleuri e i suoi, o per errore, o forse perchè ci avevano il loro buon tornaconto, scambiarono quei viaggiatori in altrettanti infedeli: e quindi senz'altro li obbligarono forzatamente (ed erano dai 60 ai 70) a consegnar loro gli oggetti di valore che ritenevano, e che si diceva fossero più di duemila scudi. E questa non era essa pure una pirateria! Il fatto fu considerato infrazione al diritto internazionale, e il re d'Inghilterra indignato ingiunse al suo ammiraglio di dar la caccia al nostro marchese, volendo che a qualunque costo si vendicasse quello ch'egli chiamava affronto alla nazione britannica. A codesta contesa presero parte il papa, il vicerè di Napoli per la Spagna, e la repubblica di Genova, che furono richiesti a voler rifiutare i loro porti alla nave del Fleuri; e si desiderava che lo stesso esempio dovesse essere seguìto dal duca di Savoia, tenendosi, anzi supponendosi ch'egli si fosse ricoverato a Villafranca. Peccato che l'emulo del nostro marchese già fosse morto da parecchi anni, poichè in caso diverso avrebbe forse avuto mezzo di far esperimentare l'antico rancore che potesse per avventura conservare inverso di lui.

---

(1) Del resto pare che i casi disgraziosi del Fleuri fossero anteriori al 1666, e che non si possa accettare la data di quest'anno assegnata loro dal Cibrario, poichè, oltre al documento di cui sovra, ritrovo ancora che il 9 ottobre del 1665, il presidente Bartolomeo Dalmazzone da Nizza, accennava alla confisca de' beni che il Marchese aveva in quella provincia. Archivio di Stato, *Lettere di particolari*. Dirò poi ancora che nel 1671 l'infelice madre del Fleuri, Gabriella de Monthoux, supplicava caldamente il Duca " avec de larmes de sang et prosterneé à ses pieds, pour ce malheureux " moment de la consolation de pouvoir le voir auparavant que de mourir ", Ib.

Non potendo proseguir oltre ad intertenerci del Flouri, per continuare nel cammino intrapreso, diremo che altro documento, sconosciuto sin qui, del 19 agosto 1662 viene a rivelarci che il re di Spagna avendo conceduto al conte e commendatore Domenico Coardo, maggiordomo della principessa di Carignano sino dal 13 gennaio del 1641 mentr'egli risiedeva a Madrid, la facoltà di far navigare tre vascelli mercantili nelle Indie: nè potendo egli più valersi di tale facoltà, sia per aver fatto ritorno in patria, sia per cagione della guerra, trasmetteva ad altri i proprî diritti. Il suo sostituito era Marcaurelio Martini, piemontese residente a Madrid (1).

Giova peraltro avvertire che il Coardo, figlio di Niccolò, tesoriere generale e già signore di parecchi feudi, discendeva da maggiori che col mezzo del traffico in Asti ed all'estero avevano ammassato considerevoli somme di danari, e che secondando egli l'inclinazione di famiglia non aveva implorato dal Re Cattolico quella facoltà per dar la caccia ad infedeli, ma unicamente per un fine più prosaico, men rischioso e di utilità pratica, cioè per mercatare. E noi oggi non sapremmo troppo censurarlo, poichè ove i nobili d'allora, dismessa qualche volta la poesia, avessero seguìto il suo esempio, avrebbero potuto contribuire a dar ben altro indirizzo al paese in fatto d'industrie, arti e commercio.

Tant'è che ad onta dell'indole del paese e della nobiltà stessa, tutta militare e cortigiana, già nel 1627 Carlo Emanuele I aveva, ad esempio di altre città italiane, decretato che i nobili di Nizza e di Villafranca potessero commerciare senza pregiudizio della loro nobiltà. La duchessa Giovanna Battista nel 1680 con maggior larghezza di vista decretava che d'allora in poi non si avesse per repugnante alla nobiltà tener fondachi di deposito di mercatanzie e *girare* il proprio e l'altrui danaro a cambio. Eravi peraltro l'eccezione che quelle operazioni non si dovessero compiere direttamente, ma per opera di terzi (2). Insomma prevaleva sempre quanto sin dai tempi del magno Cicerone erasi accettato, che cioè i senatori romani potessero essere *negotiatores magnarii,* ma sordido dovesse ritenersi il

(1) Archivio notarile.
(2) Duboin, loc. cit.

commerciare al minuto, denominando coloro che lo facevano *mercatores, propolae, avilatores.*

Premesse queste speciali notizie illustrative dell'argomento trattato, veniamo senz'altro all'esame di quanto in particolar modo s'attiene al presente tema.

Sin dal 29 settembre del 1670 il nostro conte Giacinto di Verrua aveva ottenuto dal duca Carlo Emanuele II queste speciose lettere patenti che non sarà fuori del caso di riferire integralmente (1).

---

(1) *Carlo Emanuele.....* Volendo noi contribuire tutti li mezzi possibili per il pubblico benefizio della cristianità e scorgendo dalle supplicacioni fatteci dal conte Giacinto Scaglia di Verrua, il vivo zelo ch'esso nodrisce in petto a prò della medesima, nato da un antico desiderio di sostenere et aumentare il credito di essa in odio degli infedeli, con mezzi veramente convenevoli ad un animo nobile e cristiano, acciò li concedessimo di andare in corso contro pirati turchi ed altri infedeli all'impero Ottomano soggetti, con il vascello chiamato *Salvatore* ossia *cervo volante*, sotto il nostro stendardo, a quella siamo con nostro particolare gradimento condescesi, permettendoli come per le presenti di nostra certa scienza e piena possanza, autorità assoluta, partecipato il parere del nostro Consiglio, permettiamo e concediamo ampia facoltà e licenza al detto conte Giacinto Scaglia di Verrua di far correre sotto la sua condotta o di altri che fosse da lui nominato avanti il Consolato del mare sedente in Nizza il mare con detto vascello usando della nostra bandiera o sia stendardo contro pirati turchi et altri suddetti quali turbano et impediscono il commercio del mare, mentre però si sottometta prima di partire avanti esso Consolato di non commettere lui meno quello sarà da lui nominato, abusi, et di far portare al detto nostro stendardo il dovuto rispetto, e presti sigurtà avanti esso Consolato di così eseguire, con più di venire potendo scarigare nel porto nostro di Villafranca le prese che verrà a farvi et con pagare in mani di chi sarà deputato la decima di esse, e non potendo venire in detto porto, di quelle consegnare in Malta o altrove in mani di persona responsale, con avviso a Noi, per farla ritirare, qual decima sarà a Noi dovuta non meno del valor dei legni che delle robe e merci prese nello stesso modo e maniera che si è osservato cogli altri che hanno corso col nostro stendardo, il che tutto avrà il suo effetto nel modo e con le cautele che verranno prescritte dal Consolato del mare. Mandiamo pertanto a tutti i nostri magistrati, ministri et officiali tanto di giustizia che di guerra ai quali spetterà di così osservare et far inviolabilmente osservare rimossa qualunque contradditione.

Torino, li 25 settembre 1670.

C. EMANUELE.

(Archivio di Stato, sezione II, *Registro patenti*).

Munito di quest'ampia facoltà il conte di Verrua aveva pieno potere di dare sfogo al suo desiderio di versare il sangue, occorrendo, contro quanti seguaci dell'Alcorano egli potesse incontrare ne' mari, ed altri infedeli, pur di rispettar i sudditi della Gran Bretagna e degli Stati de' signori Olandesi, come ci dirà altro documento. Ed ecco che un anno dopo, vale a dire nel dicembre del 1671 navigando nell'Arcipelago (mare Egèo) ebbe mezzo di sapere esservi in Rodi alcune saicche le quali aspettavano un vento propizio per veleggiare alla volta di Costantinopoli. Recatovisi col suo *cervo volante,* riuscì a scoprirne una, la quale per altro, visto il suo vascello, volse subito verso la spiaggia, dove scaricò quanti vi erano a bordo, al di fuori del Rays e di due altri greci. Avvicinatosi il vascello del Verrua, questi, secondo la sua affermazione, e di cui si discorrerà in appresso, intese che le merci esistenti in quella saicca sarebbero state di quei turchi rifugiatisi sulla terra vicina. Ed intanto impadronitosene, egli si avviava verso l'isola di Malta, dove, per usar il termine tecnico, la marinava, cioè l'armava di nuovi marinai o soldati, come dice il documento, lasciandovi quei tre greci con tutte le merci esistenti. Senonchè una fiera tempesta, sempre secondo la relazione del Verrua, sovraggiunta proprio in quei momenti sospingeva la saicca sin nei mari della Calabria, e le merci naufragavano, salvandosi però le persone che erano a bordo.

Ma questo racconto, desunto dalle asserzioni del Verrua, veniva contestato da persona assai interessata in quelle merci, che si diceva avere il mare infido ingoiate in una delle tante e repentine sue fortune. E questo interessato era nientemeno che Teofano Maurocordato arcivescovo di Naxia e di Paris (1), appartenente ad una delle antiche famiglie de' fanarioti provenienti dall'isola di Chio (2). Egli opponeva non essere esatta

(1) Dei Maurocordato sono conosciuti, Alessandro, oriundo di Scio, dotto in medicina ed in lingue europee, che fu plenipotenziario della Porta alla pace di Carlowitz, e che fu padre di quel Niccolò che governò la Moldavia; e per la sua ferocia fu chiamato il Nerone di Valdacchia.

(2) Residenza arcivescovile dell'isola omonima dell'Arcipelago. L'arcivescovo era metropolitano di tutto il mar Egèo, dacchè nel 1522 Rodi era stata occupata dai Turchi, ed i cavalieri Gerosolimitani erano stati espulsi da quell'isola. Paros o Paris era suffraganea greca di Naxia.

la relazione del conte di Verrua, allegando di avere degl'interessi su parte delle merci confiscate. Col mezzo di testimoni greci egli diceva di poter provare di aver mutuato ad un mercatante greco quattromila pezze da otto per commerciare, come aveva fatto, coll'acquisto di quelle mercatanzie, sulle quali erasi accordato fra le parti che il vescovo di Naxia avrebbe percepito l'utile del venti per cento. Quel teste soggiugneva, che le sue merci trovavansi su quella saicca stata sorpresa da due vascelli di corso, uno del Verrua, l'altro del capitano Daniel, pirata servente dell'Ordine di Malta, e che militava sotto lo stesso vessillo ducale.

Prese le sue mercatanzie, quel greco subito erasi recato in Ismirne, ove erasi fatto dare un attestato dal console di Anatolia per la repubblica veneta; quindi andavasene a Naxia per informarne il Maurocordato. Questi in quel momento trovavasi a Roma, e il greco recavasi in questa metropoli per compiere al suo ufficio, come gli riusciva. Ed ivi compilavasi altra dichiarazione presso il notaro Antonio De Blanchi, legalizzata dal cardinale Carpegna.

Dopo molti dibattiti protrattisi quasi tre anni, l'arcivescovo di Naxia aveva creduto bene di venir a Torino per implorare pronta e spedita giustizia dal nostro duca, che avendo conceduto il suo vessillo al Verrua, si trovava un pochino compromesso in quel piato.

Sia per l'indole della causa che fondavasi su prove testimoniali, sia per la lunga procedura e per le dilazioni eterne onde più che mai, sempre sulle altre, eccedette la legislazione piemontese, Carlo Emanuele avocava a sè la cognizione di quella controversia, delegando arbitri per tentarvi un amichevole componimento, e così togliere il pericolo che quella causa o non avesse mai termine, o si trascinasse anni ed anni avanti i tribunali. Il che era succeduto appunto dacchè per qualche tempo la causa erasi agitata presso il Senato di Piemonte, il quale aveva già delegato il senatore e referendario barone Saluzzo di Valgrana all'esame dei testimoni. E siccome il procedimento fece veder subito che la questione era intricata, così fu allora che era spuntata l'idea di scioglierla col mezzo dell'arbitrato. L'arbitro eletto fu Carlo Francesco Renato Della Chiesa, marchese di Cinzano e di Roddi, cavaliere gran croce e conserva-

tore dell'Ordine Mauriziano, secondo presidente del Senato, il quale nel suo palazzo, il diciassette marzo del 1674, alla presenza di Gian Ludovico Cavalli, segretario di Stato e di finanze e dell'avvocato Gian Francesco Ondio, pronunziava il suo arbitramento al cospetto dello stesso arcivescovo di Naxia, assistito da Antonio Torriano di Creta, suo interprete, e del conte di Verrua, dopo aver ancora udito le loro allegazioni (1). Bisogna però avvertire che il Verrua non aveva potuto così facilmente trangugiare il boccone, amarognolo anzichenò, di vedersi negare quanto egli aveva dichiarato, e prima ancora, coll'esprimere il desiderio che si fosse proceduto in termini di giustizia " ... trattandosi di fatto grave, come dice il documento, qual non solamente lo feriva nella roba ma ancora nell'onore e riputazione, che è quello che più gli premeva ... „. E fisso in codesti sentimenti cavallereschi aveva poco prima supplicato l'arbitro eletto, marchese Della Chiesa, a voler rappresentare al duca di rimettere la causa per la via ordinaria, od a ministri che gli fossero sembrati adatti. Anzi, per togliere il dubbio ch'egli desiderasse tale ripiego " ... per straccar detto monsignor arcivescovo sulla speranza che non potendo forse resistere alle spese, fosse poi astretto partirsene senza ricavare il compimento di giustizia... „, erasi offerto pronto a far il deposito di cinquanta doppie ed anche di più ancora.

Egli aveva prima di quel giorno decisivo dichiarato che col mezzo di testimoni avrebbe avuto ragioni da vendere e da poter provare, che se le persone a bordo della saicca fossero state greche, a vece di essere turche, non l'avrebbero abbandonata, e si sarebbero salvate a terra, sapendo benissimo " ... che alli greci christiani e cattolici non se gli fa alcun oltraggio, massime da quei corsari quali marchiano sotto stendardo di principe cattolico, qual porta in esso scolpita la croce come è il stendardo di S. A. R.... „.

Ma è inutile insistere, quando *vuolsi così colà dove si puote*. E tant'è che l'ambasciata del Verrua non veniva aggradita dal duca, il quale faceva rispondergli " ... che essendo le prove arbitrarie al principe sovrano come tale era il parere di

(1) Archivio Notarile. Dai minutari di Francesco Tomaso Gariglio notaio ducale e segretario del Consiglio presidenziale del principe di Carignano.

tutti essi ministri, li sentimenti suoi erano che dovesse detto cavagliere procurar di convenire buonamente col detto monsignor arcivescovo di Naxia . . „. Fu mestieri a codesta intimazione di arrendersi: quindi, senz'altro, il duca ordinava al Verrua di sborsare all'arcivescovo suddetto mille crosoni, mediante i quali con ampia quitanza quel prelato assolvevalo da ogni pretesa pel fatto della cattura di quelle merci. Ancor qui il documento stesso, per quanta fosse la circospezione e prudenza di chi ebbe a compilarlo, non celava, essere quell'assoluto giudizio sembrato assai duro al Verrua, che accettavalo " . . . per obligo di obbedienza, qual come vassallo e buono e fedele suddito deve al suo sovrano, non potendo che soccombere a' suoi precisi voleri . . . „. Tutte belle parole, le quali servono a provare quanto ferrea fosse la mano dell'assolutismo, che o per favorire taluni o per evitare piati di dubbio esito pel momento, ma donde avrebbe potuto sgorgare forse col tempo limpida e lampante la verità del fatto, obbligava senza il comune accordo una delle parti a sottomettersi al volere dell'altra, senza remissione di sorta.

E così, lasciando dormire in pace, e l'antesignano de' pubblicisti del diritto delle genti, Ugone Grozio, e quanti altri erano consumati in tale materia, veniva più o meno soldatescamente e *colla spada* di Brenno definita questa controversia, il cui svolgimento avrebbe forse contribuito ad affermare fra noi certi canoni di diritto marittimo. Del resto, qualunque possa essere stato l'accidente speciale risguardante il conte di Verrua, non dimentichiamo ch'egli agiva, come già pur dicemmo, secondo l'impulso che guidava, si può dire, la cristianità europea. E ben son noti i celebri sonetti del Filicaia esprimenti la commozione onde pochi anni dopo, cioè nel 1682, cattolici e protestanti furono invasi allorchè un formidabile esercito di turchi aveva posto l'assedio a Vienna, ed ove segnalossi un nostro compaesano, il marchese di Parella, che a comune nostra gloria sono lieto di qui ricordare, in un colla nota splendida difesa coronata dalla vittoria di Sobieski.

In quanto poi ai nostri due protagonisti, il principale, quello cioè che ne uscì colle membra dolenti, il conte di Verrua, se soccombente nelle conseguenze della sua spedizione, non mai venne al certo meno nella fama de' suoi principi e de' suoi compaesani, nè mai si potrà dire che sol avesse *un chiaro e*

sottil sangue nelle vene. Anzi, non per nulla scoraggiato di quell'insuccesso, tentava altra volta la fortuna del mare. E questo ci viene appalesato da altro documento del 1° dicembre 1678 casualmente pure rinvenuto. Esso consiste nell'elezione fatta da lui nella persona di un tal Giovanni Chambier signor di Bodoard, delegandolo a recarsi a Villafranca di mare ed altrove, ove fosse spediente per ivi vendere e far contratto con qualunque persona al prezzo che avrebbe stimato ragionevole, del suo vascello nominato *Perla* ossia *Salvatore,* in un colle artiglierie, colle armi e cogli attrezzi che aveva a bordo, unitamente alla parte della preda di sua spettanza (1). Da quel momento pare che il conte di Verrua avesse abbandonata la vita marinaresca e si fosse consacrato al solo servizio de' suoi principi.

Già il 27 gennaio 1677 la duchessa Giovanna Battista " ... avuto riguardo alle di lui riguardevoli qualità e valore comprovate ne' combattimenti e vittorie rapportate ultimamente sotto gli auspizi de' stendardi di questa Casa reale contro gli infedeli (e forse si alludeva allorchè fra il capo della Sapienza e l'isola di Cerigo potè impadronirsi di due vascelli barbareschi) come anco in qualità di capitano della cavalleria vanno così congiunte la chiarezza del sangue ed i meriti di tanti suoi predecessori della casa di Verrua, i quali di padre in figliuolo si sono segnalati in più alti gradi di cariche e di ministero di Stato e di guerra in servizio di questa regia corona... " lo eleggeva all'uffizio di gentiluomo di camera del duca. E così servendo a' suoi principi morivasi attorno al 1712, non più spettatore dei miserevoli casi, onde fu colpita, a cagione di una donna, l'illustre sua famiglia.

In quanto all'altro protagonista di questi fatti, l'arcivescovo di Naxia, uscitone materialmente coll'onor dell'armi, egli che poteva gloriarsi come fra noi le cose sue fossero procedute col vento in poppa, sollecito qual si era, se del bene spirituale, certo che, a quanto pare, più ancora del temporale suo e del suo mistico gregge, alcuni anni dopo cercò d'intavolare un trattato col nostro duca Carlo Emanuele II, di cui non aveva avuto

(1) Archivio notarile. Rogito di G. B. Penacini.

per conto proprio che a lodarsi, per istabilire in Piemonte una colonia greca. L'illustre conte Orazio Provana, ministro di quel duca a Roma, il primo agosto del 1674 scrivevagli: " L'arcivescovo di Naxia, che fu costì per qualche suo interesse, mi ha significato che un numero infinito di greci essendo stato astretto di abbandonare il suo paese andava cercando ricovero negli Stati di qualche principe, e che già una buona parte lo aveva trovato in quel di Fiorenza, e l'altra andava negoziando d'insinuarsi nel Genovesato; che ove S. A. R. stimasse essere di suo servizio l'introdurre detta gente ne' suoi Stati, esso avrebbe operato che vi fosse andata, che questa era esperta nell'armi e nell'agricoltura. Io gli ho risposto che portasse anche lui stesso questa notizia a V. A. R. e gli scrivesse diffusamente i suoi sensi e i motivi che potevano muovere l'A. S. R. ad accettare la suddetta gente... " (1).

Al primo momento Carlo Emanuele II, come avvenivagli sempre allorchè succedevano fatti singolari o se gli proponevano (fossero pure i proponenti raggiratori o mestatori volgari) cose speciose e tali che finivano poi per andarsene con un soffio come alzate di carte o gallozzole di sapone, fu invaghito di questo disegno: e parevagli che ogni indugio potesse nuocere e mandarlo a monte. N'è prova questa sua, scritta subito il 15 agosto all'arcivescovo di Naxia:

" *Molto illustre e reverendo signore.*

" Con singolare contento ricevo la lettera di V. S. in data dei 31 del passato luglio, e senza interposizione di tempo come ella desidera le esprimo con questa mia di avere molto gradita la proposizione ch'ella mi fa per l'introdutione di quelle famiglie greche ne' miei Stati, ove sono sicuro che potranno godere quiete e vantaggi di molta loro soddisfazione. E sebene si scriva a Fiorenza per sapere le conditioni con le quali si sono stabilite colà quelle altre famiglie pure di greci che mi accenna, avrei però molto a caro che V. S. mi significasse quello che ne sa in particolare, e che trattando colà co' deputati maniotti, i

---

(1) Archivio di Stato, Roma, *Lettere ministri.*

quali aspettano la mia risposta per mezzo di lei, mi spieghi con quali condizioni desidereranno di essere ammessi in questi miei Stati, perchè corrisponderò io dal mio canto a facilitare il loro ricovero in essi in quei migliori modi che mi saranno possibili. E siccome hanno bisogno detti deputati di pronta risposta, non resterà per me che il negotio s'incammini con ogni prontezza al fine che si desidera.

" Sarebbe bene anche di sapere se le dette famiglie greche vorrebbero essere in luoghi vicini al mare o se pure si stabilissero lontano in luoghi buoni et opportuni, e di tutto aspetterò particolare notizia da V. S. assicurandola che io incontrerò sempre volentieri le occasioni di attestarle la stima che io ho della sua persona, e potrò in questa parte più particolarmente dichiararmi quando possa andare innanzi la pratica messa da lei per lo stabilimento ne' miei Stati delle suddette famiglie e per istringere ed ultimare il negocio con ogni celerità aspetterò delle sue nuove, e potrà ella conferire col conte Provana mio residente in cotesta Corte per meglio intendersi in questo affare a soddisfazione di tutti. E qui confermandole la mia partialissima volontà per tutto ciò che può risguardare gl'interessi suoi le auguro da Dio ogni vera felicità.

" Ai piaceri di V. S. molto illustre

" Il Duca di Savoia „ (1).

Per fortuna, che a mitigare l'ardore del duca, ed a premunirlo colla necessaria circospezione contro un tentativo qualunque di profughi scamiciati intervenivano, e il consumato consiglio di qualcuno dei ministri, e forse dello stesso generale delle finanze, al quale specialmente competeva il suo avviso, e che era il conte Giambattista Truchi, ed avvenimenti speciali.

E dico che tale dev'essere il criterio che dobbiamo farci di questo fatto, poichè ancora il 12 settembre il duca scrivendo al conte Provana a Roma e allo stesso arcivescovo di Naxia si dimostrava premuroso del buon successo di quel disegno. Infatti al Provana Carlo Emanuele scriveva che avrebbe fatto

(1) Ib., luogo citato.

tutto il possibile " ... perchè l'affare si stringa e riduca ad effetto con ogni celerità: e però dovrete mantenere detto arcivescovo nella sua buona disposizione di adoperarsi in ogni miglior modo per facilitare il negozio dal suo canto ... „.

E l'arcivescovo veniva assicurato che quei greci desiderosi di recarsi ne' suoi Stati avrebbero ricevuto tutti i più " ... favorevoli trattamenti et effetti di protezione che assicureranno onninamente la loro quiete ... „.

Per fortuna che il conte Provana, che trattò direttamente con quell'arcivescovo lo stabilimento di quegli elleni, da quel sagace ch'era, potè scoprire come molte difficoltà, che in pratica non si sarebbero così facilmente superate, si dovevano prima bene studiare innanzi di tentarne l'esito. Il perchè egli il 12 di settembre informava il duca che la colonia dei greci giunta a Livorno già erasi stabilita negli Stati granducali, e così quella degli altri sbarcati a Napoli, i quali avevano avuto mezzo di trovar recapito presso privati. Notava che quei del capo di Maina, non ancor fuggiti, eran gente la quale abitava la campagna e che intanto non attendeva che la risposta da qualche principe il quale volesse ospitarli, ma che avrebbe convenuto provvedere al loro imbarco. Il loro duce Giorgio de' Mari si sarebbe bensì incaricato di menarli negli Stati ducali, ma bisognava prima provvedere le navi e poi far il viaggio, che si calcolava di due mesi, essendo il capo di Maina distante da Messina circa 400 leghe.

Ed il saggio ministro ragguagliandone il duca cominciava ad avvertirlo che " ... io ho rappresentato al suddetto arcivescovo le difficoltà che s'incontrerebbero per il preteso imbarco attesi i molti rischi e l'incertezza dell'esito... „. Ma quel furbo greco fingeva di non darsi per inteso, e cercava di persuadere il Provana, che i Genovesi, per quanto molto oculati in affari d'interesse, già eransi maneggiati per accogliere nel loro Stato quei profughi; ed intanto si offriva di venir di nuovo a Torino per trattare meglio a quel riguardo. Senonchè a Torino appunto, le sagge osservazioni del Provana non cadevano su terreno ingrato. Quindi il 26 settembre a nome del duca veniva concertata questa risposta abbastanza sagace e conchiudente, per quanto velata dalla premura che il supposto viaggio non avesse poi a riuscire pregiudizievole a quei profughi. La lettera era diretta

al Provana (1) ed in bel modo, traendo persino partito dai noti movimenti insurrezionali di Messina, si discutevano almeno le difficoltà che potevano opporsi a realizzare quella proposta; e si finiva coll'avvertire il Provana a far sentire al noto arcivescovo ch'egli poteva risparmiarsi il disagio di venir sino a Torino per trattare quel negozio: e che sarebbe stato sufficiente di conchiudere con esso ministro e con qualche intelligente di materia marinaresca.

E quello fu ottimo suggerimento al duca, poichè insinuandosi nel cuore della questione ne risultava subito che lo stesso capo o conduttore di quei greci non aveva nemmeno un corredo di notizie tali, da poter assicurare il buon esito dell'impresa. Quindi il 13 di ottobre si dava nuovo e speciale mandato al conte Provana di dover distogliere affatto quell'arcivescovo da ogni e qualunque pensiero di recarsi nuovamente in Pie-

(1) ...Rispondiamo con la congiunta a monsignor Arcivescovo di Naxia relativamente a voi dicendovi che appunto la maggior difficoltà per avere qua i Maniotti (*a*) cade nel preteso imbarco e però è necessario di sapere prontamente le seguenti particolarità per poter ultimare il negozio, cioè ove si suppone che si possano trovare più facilmente barche e legni per andare a levare i Maniotti, e con che sicurezza per non esporre a pericoli le famiglie che si condurranno, se i moti presenti di Messina possono consentire che si abbiano simili legni, di quanto possa importare il nolo per il viaggio dell'andata e ritorno che si suppone che si terminerà fra due mesi, come che non si diano che 400 miglia da Messina al capo di Maina, che precauzione si può prendere con quelli coi quali si contratterà per detta condotta e se si trovasse persona risponsale la quale volesse far partire per condurre detti maniotti in questo stato, e con quali conditioni, per esempio, quanto per ogni centinaio di persone, cioè quanta somma per i grandi, e quanta per i piccoli.

Non istimiamo necessario che monsignor arcivescovo di Naxia qual si offerisce di venir qua per concertare le cose necessarie si muova, ma che tratti di tutto con voi, che esaminerete seco e con qualche persona intendente della marina ciò che è praticabile con sicurezza. Prendiamo occasione di guadagnar tempo, di scriverne addirittura al sig. Giorgio De Mari che si trova a Livorno per avere da lui le medesime notizie, e per far confronto di quanto ci risponderà con quelle cognizioni ch'avremo col mezzo vostro dal medesimo arcivescovo di Naxia, e Dio vi conservi. — Ib., loc. cit.

(*a*) I *Manioti della Morea,* in un coi *Montegrini*, coi *Solioti* dell'Albania e cogli *Sfazioti* di Candia erano montanari che ritiratisi nelle loro inaccessibili gole avevano anteposto far vita nomade, anzichè soffrire il giogo turchesco, cosichè i dominatori della Grecia dovettero contentarsi di un nominale vassallaggio e di un incerto tributo.

monte " ... perchè questo sarebbe totalmente superfluo ... „. Il conte Provana non faceva il sordo a tali insinuazioni e già il 7 novembre ragguagliava il duca di " ... aver insinuato a monsignor arcivescovo di Naxia che dovendo il signor Giorgio de' Mari dare a V. A. R. le notizie necessarie per la condotta de' manioti restava soverchio ch'esso monsignor si portasse costà, ond'egli non pensa più a fare questo viaggio, a cui mi immagino che dassero un grande impulso gli effetti da lui provati della munificenza di V. A. R. ... „.

E questa conclusione dice tutto, e ci rimanda all'arbitramento marinaresco che riuscì quanto favorevole al prelato greco, altrettanto poco propizio al nostro gentiluomo piemontese. Ad onta però delle chiare espressioni del Provana, il 20 successivo novembre si credeva ancor opportuno di ribadire lo stesso monito, giustificata essendone stata l'osservanza, come dal principio della lettera del duca " ... è stato a proposito di distogliere l'arcivescovo di Naxia dal viaggio che voleva fare in Piemonte ... „.

E così cadevano finalmente i fondamenti di quell'edificio, che leggermente si era ideato; e sfumavano tutti i disegni che per avventura si fossero potuti fare su di avvantaggi sperati dallo stabilimento di quella colonia. Ma coloro che già sin d'allora avessero divinato che poco o nulla si sarebbe ottenuto nell'accettare la proposta dell'arcivescovo di Naxia avrebbero al certo colto nel segno. Infatti non puossi credere, che ed industria ed agricoltura avessero potuto avvantaggiarsi dal concorso di gente usa a menar vita randagia, specie di zingari, che null'altro avrebbero fatto tra noi che aumentare il numero di quanti altri non fanno che sgranar pagnotte senza il menomo utile del pubblico. Forse i soli visionari, e quanti allo spuntar d'ogni novità s'insognano un bene si sarebbero potuto illudere nel veder col tempo introdotta maggior perfezione di razza, coll'inframmettere ai forti nostri tipi maggior gentilezza di forme. Ma non dimentichiamo, che anco all'ombra delle leggi del severo Licurgo chi sapeva rubar bene e di nascosto, acquistava gloria. Nè forse s'ingannerebbe di troppo chi fosse per paragonare i profughi di cui si tratta ai noti proci che correvano avidi alla grappiglia dei beni di Ulisse.

Il sentimento della noia nel Leopardi e nel Pascal;

Nota del Dott. MICHELE LOSACCO.

Non credo che alcuno dei critici di Giacomo Leopardi abbia mai tolto a studiare un passo alquanto enimmatico che si legge nel LXVIII dei *Pensieri;* sarà bene perciò illustrarne il significato ascoso, che a me pare di non piccola importanza psicologica e letteraria, poichè non solo esso aiuta a guardare come da uno spiraglio nei segreti di quell'anima schiva e *tutta in sè romita* che fu il Poeta marchegiano, ma porge altresì utile materia a determinare, per via di riscontri non abbastanza avvertiti sinora, quanto ci sia di originale e quanto di ricevuto altronde in certe idee morali, che più volentieri egli svolge e sulle quali più spesso ritorna.

Tutti sanno che, in quel bellissimo frammento dianzi accennato, l'A., parlando della noia, la chiama *il più sublime dei sentimenti umani:* non già che — si badi — *dall'esame di tale sentimento nascano quelle conseguenze che molti filosofi hanno stimato di raccorne,* ma perchè l'animo nostro, nel trovare insufficiente alla capacità sua ogni cosa terrena e nel sentirsi più grande persino dell'universo infinito, dà *il maggior segno di grandezza e di nobiltà che si vegga nella natura umana.* Ho dovuto per amor di brevità riassumere, ma chi abbia letto integralmente il testo, avrà senza dubbio, prima di giungere alla conclusione ultima, osservato e ammirato l'insuperabile *crescendo* con che l'A. segue il volo del pensiero, che dalla terra si eleva all'universo, dal minimo al massimo, dall'idea del limite a quella dell'infinito numerico e spaziale, ed in siffatta elevazione trova il germe del suo dramma, giacchè esso non può mai appagare le sue smisurate aspirazioni, e là ove incontri una barriera si sforza di sormontarla, e tende sempre a dilatarsi oltre la cerchia di quanto per occhio o per mente si gira. Tale è la meditazione

alata del Recanatese, e certo essa non aveva punto bisogno del mio commento; pure, malgrado il suo incanto irresistibile, è a confessare che la reticenza messa al bel principio, quasi pietra d'inciampo, arresta subito il lettore, tenendolo per qualche istante sospeso nell'incertezza. A quali filosofi, a quali conseguenze voleva alludere l'A.? Quell'aria di mistero, che egli prende, riesce per verità un po' strana, e a prima giunta non se ne intravvede la ragione. Uno che tocchi di dottrine differenti dalle proprie, se non opposte, può benissimo tacere, per negligenza, i nomi di coloro i quali le propugnarono, massime poi quando si tratti di scrittori divenutigli per lungo uso familiari; ma è difficile, è strano che egli non accenni almeno sulle generali ai principii che intende combattere o che non intende seguire. D'altra parte l'assoluto silenzio dell'A. mal si saprebbe scusare con la ristretta estensione del suo scritto; a un intelletto così lucido e robusto non sarebbe mancato il modo di esprimersi concisamente senz'alcuno scapito della chiarezza e della precisione. È lecito quindi presumere, che se nel luogo in questione egli elesse una forma piuttosto sibillina, ciò si debba assai probabilmente attribuire a motivi o riguardi personali, che soli eran capaci di torcerlo dalla via consueta.

Ma è tempo che io dica come fui condotto a scoprire i sottintesi, che a parer mio nasconde quella reticenza. Meditando, non ha guari, un articolo dei celebri *Pensieri* di Biagio Pascal, quello che s'intitola: “ Misère de l'homme „, mi avvenni verso la fine in un tratto, il quale mi fè balenare alla mente la citata allusione leopardiana. Rifacendomi poi dal principio, mi accorsi che il Recanatese desunse parecchie fra le sue più tetre considerazioni sulla noia dall'analisi originale ed acuta, che del medesimo sentimento avea già fatta l'insigne pensatore francese. Non accade qui notare quanto si siano rassomigliati questi due grandi, così per le inenarrabili sciagure della vita, come per la singolar penetrazione onde spiarono le profondità più riposte del cuore umano; non farei che ripetere stentatamente le osservazioni che con sì ornata parola ebbe ad esprimere Vincenzo Gioberti (1). Sarà invece opportuno che io lumeggi anzitutto i varî punti in cui l'uno e l'altro s'incontrano rappresentando il

(1) Cfr. *Teorica del sovrannaturale*, nota XXXII.

fastidio dell'essere; e che poi da tale esposizione tragga argomento a chiarire il passo in esame.

La concezione del Pascal s'impernia tutta in una formula che ha un doppio aspetto, da una parte rispecchiando il bisogno, cui nessun uomo può sfuggire, di procacciarsi applicazioni, cure, passatempi che gli interrompano il sentimento e la considerazione del suo vero stato; da un'altra parte, la miseria intollerabile di chi s'abbandoni ad un perfetto riposo. Questi due momenti sono inseparabili; il primo è quasi il corollario del secondo. E invero, la causa effettiva, per cui non si può fare a meno di una distrazione qualunque, risiede nella infelicità congenita all'istessa natura umana, così debole, caduca e misera, che nulla vale a consolarcene, se la facciamo obbietto immediato di studio (1). Gioverà riportare un brano di mirabile efficacia: " Quand je me suis mis quelquefois à considérer les diverses agitations des hommes et les périls et les peines où ils s'exposent, dans la cour, dans la guerre, d'où naissent tant de querelles, de passions, d'entreprises hardies et souvent mauvaises, j'ai dit souvent que tout le malheur des hommes vient d'une seule chose qui est de ne savoir pas demeurer en repos dans une chambre „ (2). Gli esempi che l'A. adduce a conferma del suo assunto, rivelano una ricca esperienza personale, congiunta ad una rara sottigliezza d'ingegno. Egli si sofferma con particolar compiacenza sulla vita dei sovrani, condizione invidiabile se mai ve ne fu altra, e mostra che un re lasciato in piena balìa di se medesimo, un re cui mancasse qualunque sollazzo, verrebbe ad esser più sventurato dell'ultimo fra i suoi sudditi che giuoca e si diverte (3). In codesta analisi, del pari che nelle rapide e finissime caratteristiche degli alti impiegati che preferiscono le brighe della carica al ritiro, o di coloro che sono capaci di correre tutto il giorno dietro una lepre, o di quegli altri che si appassionano quotidianamente al giuoco per un guadagno che si rifiuterebbe se venisse offerto prima; in tutte codeste dipinture adunque, nelle quali figura a preferenza quel

(1) V. *Pensées de Pascal sur la relig.*, etc., p. 252. Paris, Garnier frères, éditeurs.

(2) Op. cit., p. 251.

(3) Op. cit., p. 252.

ceto aristocratico cui l'A. apparteneva, tu scorgi il contemporaneo di Luigi XIII e di Luigi XIV, scorgi un lontano riflesso degli splendori e del fasto che regnavano in corte (1).

Se non in tutto eguali, son certo molto conformi le vedute del Leopardi sullo stesso proposito. Si accosta egli indubbiamente al Pascal quando, nella *Storia del genere umano*, finge che Giove implicasse la vita in un'infinità di negozi e di fatiche, *ad effetto d'intrattenere gli uomini e divertirli dal conversare col proprio animo* (2), perocchè meno lo spirito è agitato nel vortice di occupazioni tumultuarie, più si strugge di ottener l'impossibile, e più è fatale ch'esso piombi in una sconsolata tristezza. Come il Pascal avvisa che i rischi della guerra, le molestie degli uffici e perfino i divertimenti, sono ricercati, non tanto per sè stessi, che per la violenta agitazione in cui tiran l'uomo sviandogli l'immagine del suo nulla, della sua insufficienza, della sua impotenza, del suo vuoto (3); medesimamente il Leopardi ribadisce spesse volte questo chiodo, che la vita umana fu sempre, non già felice, ma tanto meno infelice, quanto più fortemente agitata e in maggior parte occupata (4). Entrambi concordano nel negare che le distrazioni e gli spassi racchiudano un soddisfacimento reale e vero: alla sentenza dell'uno, " Sans divertissement il n'y a point de joie; avec le divertissement il n'y a point de tristesse „ (5), fa eco quella dell'altro, " La varietà delle azioni, delle occupazioni e dei sentimenti, se bene non ci libera dalla noia, perchè non ci reca diletto vero, contuttociò la solleva ed alleggerisce „ (6). È un motivo che il Leopardi ripete continuamente, ma che in nessuno dei suoi scritti è svolto con tanta ricchezza di variazioni, come nell'epistola *al conte Carlo Pepoli:* " ci si vede — per dirla col De Sanctis — un ambiente grato e un umore discorrevole, un'espansione che solleva lo

---

(1) Com'è noto, la vita del Pascal va dal 1623 al 1662. La sorella, M^me^ Périer, ci fa sapere che il padre fu talora impiegato ai servigi del re.

(2) Vedi anche VERGIL., *Georg.*, I, 121-124.

(3) Cfr. *Pens.*, pp. 254, 259.

(4) Cfr. *Dialogo di un Fisico e di un Metafisico* (in *Operette mor. di G. L.*, ediz. Chiarini, p. 137, Livorno, 1870).

(5) *Pens.*, p. 257.

(6) Cfr. *Dial. di T. Tasso e del suo genio familiare* (ediz. citata, p. 145).

spirito e rende ilare il volto, anche a dir cose tristi „ (1). L'espressione più malinconica di codesto componimento è, che i varî esercizi della vita, non potendo giammai pervenire al conseguimento della felicità, ossia dell'unico vero obbietto al quale dovrebbero esser rivolti, non si differenziano menomamente dall'ozio. Tuttavia il Poeta mostra d'intendere la virtù redentrice del lavoro, quando, dopo aver tratteggiato in poche linee di purezza veramente classica l'affaccendarsi dell'agricoltore, del nocchiero, del mercatante, di chiunque insomma provvede al suo sostentamento; contrappone a costoro che, se non possono dirsi felici, sono tuttavia men travagliati dalla noia, quell'altro genere di persone, che spendono il tempo ne' giuochi, o nelle danze, o nei viaggi, o nell'armi, col mero fine di consumar la vita, senza però riuscire a discacciar quella noia invitta, immortale, che siede come *colonna adamantina* nell'imo dei loro petti. — Il concetto qui adombrato si volle a torto ripescare nell'*Assioco* del pseudo Platone, ove si enumerano gli stenti dell'artigiano, i pericoli del marinaio, le cure dello statista, e così via. Anche ammesso che il Leopardi sia ricorso ad esempi consimili, che cosa han che fare col *disgusto della vita* i guai relativi a ciascun mestiere, a ciascuna condizione? (2). Come non vede il Cesareo che una somma di travagli accidentali, passeggieri, diversi l'un dall'altro, mal si potrebbe scambiare con la *noia*, sentimento unico, universale, irrimediabile, che assedia indistintamente tutti gli stati umani, che li assedierebbe pur sempre, se quei travagli finis-

---

(1) *Studio su G. L.*, p. 264. Napoli, 1885.

(2) " Per certo, quale genere è di vita o mestiere, del quale, messo che si è alcuno dentro, ei non brontoli e non ci si rammarichi della sorte sua? Va' agli artigiani: e' travaglian da notte a notte, e a stento procaccian la necessità loro, e si piangono vivi, e tutte le vegghiate ore riempiono di lamenti e di lacrime. Vuoi il marinajo? egli sta dentro i pericoli infino ai capelli, e, come disse Biante, non è da reputarsi nè morto nè vivo..... Ma dolce è il lavorìo della terra? Dolce! non è egli un proverbio ch'ella è tutta una piaga che fa noia continuamente. Ti tocca or piangere la siccità, or gli acquazzoni, or l'arsura, or la ruggine, ora il caldo fuor di tempo, or il freddo. E i maestrati, perocchè trapasso le altre arti, i quali sono così avuti in onore, sono desiderabili? ecc..... „. — Vedi *Dialoghi di Platone volgarizz. da F. Acri* (Assioco, Jone, Menone, Parmenide), p. 10, Napoli, Moràno, 1889. E cfr. G. A. Cesareo, *Nuove ricerche su la vita e le opere di G. Leopardi*, pp. 150 e sgg. L. Roux edit. Torino, Roma, 1893.

sero? Ma a me pare piuttosto che negli sciolti leopardiani si abbiano a ravvisare le tracce di un'altra influenza, a me pare che, salvo una sfiducia più accentuata, vi sieno considerati quasi alla stessa maniera del Pascal il male della noia ed il suo più efficace rimedio.

Anzi è notevole che questo sommo pensatore ha precorso fino a un certo segno le teorie del Leopardi anche nel fare del tedio l'esclusivo succedaneo del dolore. Egli, rompendola con le illusioni dell'opinione volgare, dice; " On cherche le repos en combattant quelques obstacles; et si on les a surmontés, le repos devient insupportable. Car, ou l'on pense aux *misères* qu'on a, ou à celles qui nous menacent. Et quand on le verrait même assez à l'abri de toutes parts, l'*ennui*, de son autorité privée, ne laisserait pas de sortir au fond du cœur, où il a des racines naturelles, et de remplir l'esprit de son venin „ (1). L'idea però che qui apparisce ancora in abbozzo, acquista fisionomia rilevata e originale per opera del Recanatese; frutto di una sottile disamina a cui egli sottopone l'essenza del piacere, essa è nettamente formulata così: " La vita umana è composta e intessuta, parte di dolore, parte di noia, dall'una delle quali passioni non ha riposo se non cadendo nell'altra „ (2). Notisi poi che il Leopardi stesso è più risoluto, più fiero, più terribile che il suo precursore nello svelare il perpetuo inganno onde son trastullo le cieche menti umane, correndo, traverso innumerabili fatiche ed affanni, dietro quella immagine gaudiosa che sfugge sempre a chi tenta di afferrarla: si rammenti un po' la tela della *Storia del genere umano,* dove, tra l'altre cose, è detto che " gl'infelici hanno ferma opinione che eglino sarebbero felicissimi quando si riavessero dei proprii mali „; si pensi anche a certe sentenze dell'*Ottonieri,* a certi canti, come quello *A un vincitore nel pallone* o il *Sabato del villaggio.*

La cagione essenziale da cui il Leopardi fa derivare la noia è, come accennavo dianzi, la vacuità dei diletti, che egli nell'*Ottonieri* paragona agli odori (lasciando questi maggior desiderio di sè che qualunque altra sensazione), e nel *dialogo di T. Tasso e del suo genio* dice che son di materia simile ai ragnateli, cioè

(1) *Pens.*, p. 256.
(2) Vedi il citato *Dial. del Tasso e del suo genio.*

tenuissima, radissima e trasparente, tanto che la noia, a guisa dell'aria, vi penetra da ogni parte e li riempie. Quel che vi è di più desiderabile consiste, secondo lui, non già nel momento del piacere, ma nell'aspettativa e nella rimembranza di tal momento (1), o, si può anche dire, non nella realtà presente ed effettuale, ma nell'immaginazione precorritrice del futuro; per modo che ben si capisce il valore di quella sentenza che egli mette in bocca a Porfirio: " E sempre il presente, per fortunato che sia, è tristo e inamabile: solo il futuro può piacere. „ Or si badi che quest'ultima riflessione ricorreva anche nella sagace critica del Pascal: il presente, egli osserva, non è mai il nostro fine, ma bensì l'avvenire; così non viviamo, ma speriamo di vivere; e disponendoci sempre ad esser felici, è inevitabile che non lo siamo giammai (2). Nell'insieme però, la dottrina professata dal Leopardi circa la natura del piacere arieggia molto quella che intorno all'amara insaziabilità del cuore umano contiene il libro III del *De rerum natura.* Ivi Lucrezio offre un esempio insigne del come si possano scrutare e rappresentare, con profonda verità psicologica, le inquietudini tormentose che suol generare negli animi la ricerca del piacere. Non che egli, beninteso, ne creda impossibile il soddisfacimento; fedele alle teoriche epicuree, vuole che i beni di natura si amino, ma (e questo è l'importante) senza un eccessivo trasporto; per lui il difetto nasce, non tanto da quei beni, ma piuttosto dalla qualità del vaso destinato ad accoglierli. Tra le varie torture che, a parer suo, attristano la vita non meno che gl'immaginarii supplizi dell'oltretomba, cagione di così dannosi terrori, annovera il Poeta quella asprissima del non poter mai saziar l'animo di godimenti; e la riaccosta alla pena inflitta alle Danaidi, le quali versavano continuamente acqua in vasi forati. E più in là con arte inarrivabile e colori simili a quelli adoprati poi dal Nostro nei versi al Pepoli, egli dipinge il tipo dell'annoiato, che, o esce di casa tornandovi subito dopo, o corre in villa, ma, appena giunto, si mette a dormire ovvero ritorna precipitoso in città, e così tenta invano in mille guise fuggire sè medesimo; il che certo non gli accadrebbe, se conoscesse la

(1) Vedi *Detti memor. di F. Ottonieri*, cap. 2° (ed. cit., p. 222).
(2) *Pens.*, p. 260.

vera causa della sua strana malattia, se sapesse che gli uomini, appunto perchè paventano la morte e ondeggiano in mille perplessità circa l'avvenire, devon sempre godere imperfettamente il bene attuale. Onde soggiunge:

Nec nova vivendo proculditur ulla voluptas:
Sed dum abest quod avemus, id exsuperare videtur
Cetera: post aliud, quom contingit illud, avemus;
Et sitis aequa tenet vitai semper hianteis (1).

Nei quali versi è anticipata l'opinione fondamentale manifestata dal Leopardi in proposito del piacere: esso, ancorchè procacciato con fatiche indicibili, non appaga mai nell'istante della sua durata, perchè il desiderio finisce prima che sia soddisfatto, e non rimane che " la speranza cieca di goder meglio e più veramente in altra occasione ". Sarebbe pur significante, per chi volesse spinger più oltre tali raffronti, quella parte dello stesso libro III, dove è fatta spiccare acutamente la contraddizione a cui vanno incontro i più degli uomini, spaventandosi alla sola immagine della morte, mentre poi menano una vita più morta che viva e, senza darsi conto essi stessi di quel che si vogliano, non hanno altra sollecitudine che di mutar luogo, quasi potessero sgravarsi del peso che li opprime (2). Io non mi dilungo a notare l'infiltrazione di codesti pensieri nel pessimismo morale di G. Leopardi; siffatti riscontri non avrebbero forse neanche il pregio della novità (3); mi basti concludere che l'etica lucreziana, malgrado la sua evidente apoteosi dell'edonismo, specialmente di quello che promana dalla tranquillità imperturbata dello spirito, ciò non ostante trovò per certi rispetti un degno continuatore nel poeta di Recanati, il quale, non solo mise a

(1) Lucret., *De rerum nat.*, lib. III, v. 1079 e sgg.

(2) Si possent homines, proinde ac sentire videntur
Pondus inesse animo, quod se gravitate fatiget,
E quibus id fiat causis quoque noscere et unde
Tanta mali tamquam moles in pectore constet,
Haud ita vitam agerent, ut nunc plerumque videmus:
Quid sibi quisque velit, nescire, et quaerere semper
Commutare locum, quasi onus deponere possit.
(Lucret., *De rer. nat.*, lib. III, 1051 e sgg.).

(3) Mi riuscì inaccessibile l'art. del Barzuoni, *Leop. e Lucrezio* (inserito nella *Scuola Romana*, anno I, 9).

nudo le amarezze che si distillano dal seno dei più intensi desiderî, ma andò molto innanzi a Lucrezio nel restringere i confini del piacere alla *negatività del dolore* (1), nel dichiarare affatto illusorio qualsiasi appagamento, e seppure ne lasciò alla vita un rimasuglio, lo rese tutto negativo, riducendolo o all'assenza delle pene, ovvero alla privazione di quelle cose che noi teniam care (vedi *la quiete dopo la tempesta* e il *dial. di C. Colombo e Gutierrez*).

Nel far questo poi, egli ebbe l'occhio più all'esemplare classico che ai *Pensieri* del Pascal, sebbene in questi non mancasse un accenno alle irrequietezze che necessariamente amareggiano le gioie della vita (2).

Importa ora fermar bene che il Pascal, mentre riconosce che i passatempi sono assai meschino sollievo, non avendo essi la virtù di guarire il male, ma soltanto di nasconderlo per breve ora; termina poi la sua investigazione in maniera tutta consolante, attesochè discopre nella noia e nel divertimento i contrassegni della *grandezza,* oltrechè della miseria umana: difatti, egli aggiunge, l'uomo non s'annoia di ogni cosa e non va in traccia di occupazioni, se non perchè rammenta sempre una perduta felicità (intendi, per mezzo del peccato originale), che egli non trova nè in sè nè fuori di sè, ma in Dio solo (3). — Ar-

(1) " Im Epikureismus soll der Hedonismus gewahrt bleiben, d. h. Lust " bleibt höchstes Gut; aber diese Lust ist herabgemindert zur *Negativität* " *der Unlust* ". O. Plümacher, *Der Pessimismus in Vergangenheit und Gegenwarth.* Heidelberg, G. Weiss, 1888; s. 32.

(2) Una ragione speciale aggiunge il Pascal per provare che il divertimento non può render l'uomo felice: " Mais n'est-ce pas être heureux " que de pouvoir être réjoui par le divertissement? Non, car il vient " d'ailleurs et de dehors, et ainsi il est dépendant et partant sujet à être " troublé par mille accidents qui font les afflictions inévitables " (Op. cit., p. 258). Ora qui, se non erro, si avverte l'influenza della filosofia di Epitteto (così studiato dal Pascal), secondo la quale le cose che non sono in *poter nostro* " sono deboli schiave, sottoposte a ricevere impedimento " (cfr. il *Manuale* trad. dal Leop.). È chiaro che il passatempo appartiene a quest'ordine di cose.

(3) *Pens.*, p. 261.

rivati a questo punto, ci preme ritornare al primo oggetto della nostra indagine e richiamar quelle poche parole del Leopardi allusive alle conseguenze che certi filosofi aveano dedotte dai caratteri proprî del senso della noia. Chi sappia legger tra le righe indovinerà che in codesta allusione dev'essere, fra gli altri, compreso il Pascal, e che codeste conseguenze alle quali si accenna in modo così vago, si devono con molta probabilità identificare con le conseguenze interamente cristiane, che lo stesso Pascal desumeva da un'accurata disamina della noia.

Per suffragare tale ipotesi, gioverà anzitutto vedere se il contesto fornisca qualche lume in pro della medesima; secondariamente, qual ragione potesse aver mosso il Poeta a ripudiare le conclusioni del Pascal; e in terzo luogo, perchè egli ne tacesse del tutto la sostanza.

Una interpretazione che non voglia gettarsi nel campo congetturale, ma chiudersi esclusivamente nel testo, sarebbe la seguente: non si nega già che il tedio sia il più sublime dei sentimenti umani, si nega bensì che tal conclusione possa nascere per le ragioni arrecate da certuni; o, in altri termini, è ben vero che la noia ha un carattere di grandezza, ma non si parli punto di quella grandezza che *una certa filosofia* ha creduto di attribuirle; il sublime della noia si ricava unicamente dalla dismisura o infinità propria dello spirito umano. Se questo è il senso più acconcio che la frase dell'A. possa ricevere, basta un semplice confronto coll'asserzione del Pascal, che da ultimo abbiam vista, per far subito apparire il legame ideologico tra l'una e l'altra. Anche il francese ammette che il rincrescimento della vita sia un indice sicuro dell'umana eccellenza, ma ne ripone il motivo nella impossibilità che ha l'uomo di acquietarsi in altro oggetto che nel cielo.

Questa fede profonda, questo ardente misticismo in cui ripara l'anima sua, travagliata dalle angosce del dubbio, tempera la crudezza delle premesse pessimiste; non ci assidera il cuore, ma respira invece una carità sincera e fervorosa, ma riesce allo scopo di umiliare l'ingenita superbia dei predestinati alla morte (1).

---

(1) Devo quest'ultima osservazione ad E. Caro, art. sul Leopardi, in " Revue des deux Mondes ", nov. 1877.

Ora a illazioni di tal fatta, a illazioni ispirate da un così vivo sentimento cristiano, poteva egli consentire il Leopardi? Non ho qui bisogno di ricordare la conversione del Poeta, dapprima cattolico fervente, ad uno scetticismo senz'ombra di speranza, e nemmeno di esporre le varie opinioni accampate su tale soggetto; le son cose ormai risapute, dopo quanto ne ragionarono ampiamente il Gioberti, il Sainte-Beuve, il Bouché-Leclercq (1). Dirò solo che, se non cade nè può cadere alcun dubbio sopra un fatto così certo, si è dunque tanto più autorizzati a sospettare che l'A., toccando della noia, non sapesse tenersi dall'alludere a certi filosofi che della noia avevan parlato in senso cristiano; e poichè il Pascal gli porgeva proprio un esempio, forse il più memorabile, di quella stanchezza morale che trova la sua integrazione nella fiducia rassegnata del credente, si fa quindi ben presumibile che a lui soprattutto mirasse l'anzidetta allusione, dalla quale trapela, abbenchè incertamente, fino a che punto la coscienza dell'A. si fosse emancipata dalle avite credenze religiose. È pur bene del resto tener presente che anche S. Agostino, prima del Pascal, aveva sentenziato: " Fecisti nos, Domine, ad te, et inquietum est cor " nostrum, donec requiescat in te „ (2).

Si potrebbe anche aggiungere l'esempio del Petrarca, ma non voglio stancare la pazienza di chi legge.

Che se il nostro tentativo ermeneutico ha colto nel segno, è indi facilissimo a chiunque sia mediocremente pratico delle cose leopardiane, indurre il motivo per cui l'A. velò di prudente riserva l'avversione sua ad una spiegazione cristiana dell'uggia che risulta come effetto naturale dall'esistenza. Tuttochè Giacomo non partecipasse ai pii sentimenti del genitore, nonpertanto il rispetto e l'amore di figlio e, aggiungi, la paura di incorrere nell'ira della curia papale, da cui egli per un certo tempo s'impromise qualche ufficio, gli suggerirono costantemente di non contraddire a viso aperto, di serbare un contegno cauto e circospetto, di nascondere, se non togliere, tuttociò che nelle

(1) Vedi il Gioberti nella cit. nota alla *Teor. del sovrann.*, e i rispettivi scritti del S. B. e del B. L. intorno al Leopardi.

(2) Tolto dalle *Confessioni* e riferito dal Gioberti.

sue scritture paresse aver sentore d'ateismo o d'irreligione. In ciò gli studiosi son quasi pienamente d'accordo, nè io mi sarei indotto a rivangare cose notissime, se qui non fosse stato indispensabile per mostrare che, solo ammettendo la nostra ipotesi, non riesce inesplicabile il silenzio dell'A., giacchè, nel caso di qualunque altra, ben difficile sarebbe assegnare di codesto silenzio una spiegazione altrettanto adeguata (1).

Ancora un'osservazione. Nel dir che la noia rivela la tendenza dell'uomo ad affermarsi come pensante, il Leopardi non si contrappone affatto al Pascal, non formula un giudizio che questi avrebbe rifiutato, anzi ne riproduce e ne continua uno de' più alti concetti: “ Toute la dignité de l'homme est en la “ pensée..... „, e poco innanzi: “ Par l'espace l'univers me com- “ prend et m'engloutit comme un point; par la pensée je le “ comprends „ (2). Non è forse questo un nuovo indizio che riconferma le analogie e le differenze notate e messe in luce finora?

---

(1) Un cenno di questa spiegazione lo trovai nei *Pensieri di G. L. con le osservazioni di P. E. Castagnola*, p. 291 (Firenze, Le Monnier, 1874): “ Mi par cosa maravigliosa che da questo pensiero il Leopardi non sia stato ricondotto a credere e a confessare l'esistenza di Dio, ed a tenere che il fine ultimo dell'uomo sia di approssimarsi perennemente a Lui, come il solo bene, ove si possa in tutto appagar l'animo e spegnere affatto il sentimento della noia. Ma chiamar sublime questo sentimento non si può se non per figura rettorica, dando all'effetto l'epiteto proprio della cagione. Sublime più veramente è la grandezza spirituale dell'uomo..... „, e così via di questo tono. Però il Castagnola, tutto preoccupato dai suoi intenti polemici, non illustra affatto il preciso valore dell'allusione leopardiana, benchè ne abbia indirettamente indicato il senso. Ad ogni modo, seppure egli ha subodorato a che cosa mirasse la suddetta allusione, è poi molto curiosa la meraviglia che esprime. Ben lungi dal meravigliarsi che il L. non risolvesse il sentimento della noia nell'aspirazione al divino, egli si sarebbe dovuto accorgere che questa aspirazione appunto il L. intendeva negare assolutamente. Del resto il pio Castagnola è padronissimo di cogliere in flagrante peccato di rettorica G. Leopardi, sol perchè questi fu scettico!

(2) Cfr. *Pens.*, p. 228 e 229.

*
* *

Il Pascal, accusando la limitatezza delle cose terrene, si rifugia in quel divino, cui sospira naturalmente l'anima sua, e mentre così egli viene a spiegar l'origine della noia, ne addita in pari tempo il rimedio; soddisfa alle esigenze speculative ed ai bisogni del sentimento; il Leopardi all'incontro, da una parte asseconda il suo precursore nel giudicare che soltanto le fervide occupazioni scampano dalla noia, giacchè in caso diverso l'unico scampo possibile sarebbe il suicidio (1); d'altra parte poi fa risalire il tedio della vita all'amor proprio, dal quale, secondo lui, scaturisce direttamente. Nel *dialogo di Malambruno e di Farfarello*, appropriandosi per avventura la dottrina dell'Helvetius, la quale incardina nell'amor proprio tutte le attività umane, dice a chiare note che in tanto l'uomo ha un infinito desiderio di beatitudine, in quanto lo ritrae da un corrispondente amore di se medesimo. Come poi questo anelare ad un bene incognito, sconfinato, incomprensibile, in proporzione di cui tutte le cose si appalesano angustissime e imperfette; come, dico, questa brama immedicabile si converta nel pungello della noia, è spiegato con efficacia stupenda nella *Storia del genere umano*.

Or chi voglia studiare a fondo le origini vere di codesta intuizione leopardiana, non potrà non far calcolo degli elementi subbiettivi che la prepararono. L'idealità immensa, da cui il Leopardi fa rampollare la vanità di ogni possesso, risponde all'esuberante idealismo del Poeta. È l'incresciosa bramosia del vago, dell'indefinito, dell'irreale; è il concentrarsi nel proprio io; è la malattia dell'individualismo, alla quale inevitabilmente soggiacciono gli spiriti solinghi, e vi soggiacquero in effetti, qual più qual meno, oltre il Recanatese, lo Chateaubriand, il Byron, il De Musset e l'autore del Werther. Chi non ricorda quella storia di un'anima, che s'intitola da Renato? Come per il nostro Giacomo, così per il personaggio dello Chateaubriand il mattino della vita fu pieno di serenità celestiale, ma bentosto vi subentrò una vera tristezza, nascente dalla ripetizione

(1) A questa conseguenza si giunge per es.: nel *Plotino e Porfirio*.

delle medesime scene del mondo e della vita umana. Anch'egli si strugge dalla smania di un bene ignorato, e tutto quel che è circoscritto non ha agli occhi di lui valore nessuno. E il suo affanno occulto germina dall'essere le facoltà giovanili rimaste inoperose, e dalla sbrigliata immaginazione che l'ha troppo lusingato. Poco diversamente si può dire della maniera onde il Leopardi passò l'adolescenza. E poi il suo spirito non era tale da appuntarsi a lungo in determinati obbiettivi e trovarvi riposo; esso tendeva perennemente ad una infinita perfezione, onde la realtà non partecipa. Il cantore delle *Ricordanze,* che, alla vista del lontano mare, degli azzurri monti, li varcava impaziente per veleggiare ad arcane plaghe, per crearsi immagini sublimi di un bello e di un bene stranieri alla terra; colui che, raccolto nel sacrario della coscienza, levava incessanti dal fondo della propria solitudine i gemiti di un cuore fastidito a morte; un tal poeta, ancorchè esaltasse i benefizi dell'azione, non era in grado di misurarne l'estesissima importanza, non era in grado di sentire che nelle gioie dell'operosità largamente accomunata sta l'unica e vera guarigione di quella incontentabilità malsana, che si manifesta allorchè l'uomo si apparta dal mondo finito, rinunziando ad abbracciarlo nella sua pienezza.

A chi legge attentamente l'*Epistolario* del Leopardi, capita di rintracciarvi le cagioni psicologiche di certe idee, che poi egli enunciò più tardi sotto forma di assiomi speculativi. Tra i medesimi, un de' primi a spuntare fu la noia, le cui radici erano ben antiche, se fin dalle lettere del 1817 Giacomo narrava al Giordani le torture che gl'infliggeva il pensiero, e scriveva che la sua vita, quando non fosse occupata, consumavasi in una tetra malinconia, dalla quale non poteva andar libera se non cadendo nella noia. E la dolorosa concentrazione, soffocata alcun poco nello stadio incipiente dalle ancor vegete fantasie e speranze, andò crescendo via via da quell'istante che il P., mancategli le sospirate distrazioni, contrasse l'abito, divenuto poi indelebile, di far quasi la diagnosi del suo mondo interiore.

Ma non è punto mia intenzione diffondermi in questo discorso, il quale, come non sarebbe tenuto per la prima volta, così mi dilungherebbe assai dal tema propostomi. Del resto, avendo cercato nell'opera del Pascal il preannunzio del modo

che tenne il nostro autore nel concepir la noia come un segno dell'infelicità più grave e della più superba altezza cui l'uomo possa giungere, era pur bene che si accennasse rapidamente al fondo subbiettivo di un concetto da lui in seguito ampliato fino ad acquistar valore e proporzioni universali (1).

---

(1) Tengo più che molto a dichiarare che, sebbene nello stato in cui oggi trovasi la critica leopardiana, io non abbia certamente potuto dir cose non affatto accennate da altri, si dovrà pur riconoscere in questo qualsiasi scritterello il frutto delle mie proprie ricerche. Così, io non ignoro che non per la prima volta si fa il nome del Pascal a proposito dei precursori di G. Leopardi, ma i cenni dei quali ho notizia son troppo vaghi e generali (vedi il Gioberti e il Caro nei luoghi citati), nè determinano precisamente quanta e qual parte di efficacia l'uno avesse potuto esercitare sulle teoriche dell'altro. Ancora: so bene che il Bouché-Leclercq (a pag. 300 del suo studio) ravvicinò il Leopardi, per il temperamento psicologico, ad alcuni scrittori d'oltr'Alpe, quali lo Chateaubriand e il Sénancour; e so pure che il Caro (*Rev. d. d. M.*, fasc. cit.) gli contraddisse, non ritrovando egli nel L. quella forma di romanticismo che è " l'analyse idolâtre et maladive du moi, " du poète, concentré respectueusement en lui-même, se contemplant jusqu'à " ce qu'il se produise en lui une sorte d'extase douloureuse ou d'ivresse ". Ciò malgrado, non parrà del tutto inutile il mio parallelo, che vien meglio a chiarire i rapporti che legano il Recanatese ad uno tra i principali interpreti del *Weltschmerz*. Nello stesso tempo, mi par buono soggiungere che l'obbiezione del Caro non è fatta in modo così reciso da escludere che il pessimismo leopardiano, almeno negli inizii, presenti affinità indiscutibili con quello dello Chateaub. o del Byron.

Contributo alla storia dei sigilli antichi di Verona a proposito di due inediti dell'Archivio Gonzaga in Mantova;

Nota del Dott. SERAFINO RICCI.

È noto che Verona usò fino a un certo tempo un tipo di sigillo con la leggenda: *Est justi latrix urbs hec* (sic) *et laudis amatrix* e *Verona* nel campo; poi adottò un altro tipo con la leggenda *Verona minor Hierusalem D. Zenoni patrono,* che si fa-

ceva scendere al sec. XVIII (1744) (1), ma recentemente si provò con documenti risalire al sec. XV (2).

Limitandomi per ora allo studio dei sigilli più antichi di Verona, osservo che, perdutosi nell'inondazione del 1882 l'unico esemplare, di riproduzione recentissima, che conservavasi nel Museo Civico di quella città, ai Veronesi non rimangono che le incisioni inserite nei lavori del Maffei e poi de' varî storici veronesi (v. p. 4, n. 4), nonchè quelle del Promis, e poi del Falkener, del Mothes e di altri pochi (v. p. 9, n. 1 e 2), riproduzioni tutte appena sufficientemente fedeli, se eccettui quella del Promis, che ci offre un rilievo esatto e nitido di un altro esemplare, molto differente dai precedenti, che si conserva nel Medagliere di S. M. in Torino (v. nota 1). La differenza non dipenderebbe solo da maggiore o minore fedeltà di riproduzione, anche se non avessimo per confronto altri esemplari, ma essa è ancor più rilevante ora che posso presentarne ai lettori altri due inediti, dell'archivio Gonzaga in Mantova (v. tav., nn. 1, 2), molto più che quello perduto di Verona era il calco in gesso di uno di questi (tav. cit. n. 2).

Il ch. prof. Carlo Cipolla (op. e l. c.) non mancò di richiamare l'attenzione sullo studio dei sigilli veronesi, perchè " la questione dovrebbe essere ripresa colla illustrazione di altri tipi, non essendo dubbio che il sigillo fu riprodotto più volte. Nè meno si sente la necessità — egli aggiunge — di studiare a dovere i resti del palazzo di Teoderico ", che si crede da molti rappresentato nel sigillo antico veronese. Io per vero ne toccai nel lavoro sul Teatro romano di Verona testè pubblicato (3), ma, non potendo riprodurvi i due sigilli di Mantova, offro ora codesto contributo a ricerche ulteriori. Premessa la statistica dei sigilli e suggelli antichi di Verona editi ed inediti finora conosciuti, ricerco quale ne sia il prototipo e in quale ordine

---

(1) Promis V., *Sigilli ital. ed. ed illustr.* Torino, Paravia, 1874 (" Miscell. della R. Deput. di Storia Patria ", vol. XV), p. 21; tav. III, sig. XVII.

(2) Cipolla C., *Note di Storia veronese,* nel " Nuovo Archivio veneto ", VI (1893), 111-113.

(3) Ricci S., *Il teatro romano di Verona studiato sotto il rispetto storico ed archeologico,* ecc. Parte I, Venezia (" Miscellanea della R. Deput. ven. di Storia Patria "; Nuova Serie, vol. III, 1895), p. 28-31.

seguano gli altri, e poi se si possa sostenere che vi sia riprodotto il palazzo teodericiano e parte del Teatro romano, come pure fu sostenuto da alcuno.

1. Incomincio dalla riproduzione minore del naturale del Da Persico (1), perchè non la prima, ma la più semplice. Sopra il porticato a cinque fornici e il colonnato superiore con il nome *Verona* campeggia un muro merlato, sormontato da una cupola, ma continuato ai lati, senza torrioni estremi, come negli altri disegni. Non avendo alcun altro sigillo questa particolarità, e le misure e l'esecuzione del disegno indicando un lavoro fatto alla lesta e senza fedeltà storica, pare che le varianti dipendano da capriccio o inabilità dell'incisore e quindi non è il caso di tenerne conto.

2. Incisione del sigillo maffeiano (2) in grandezza naturale (diam. 0.066), come primo pubblicato fu riprodotto poi dagli storici di Verona e nel frontispizio di libri veronesi (3). Rappresenta in proporzioni maggiori il sigillo del Da Persico, ma la cinta merlata superiore ha ai lati due torri cilindriche con sesto fastigiato ottagonale e asticelle in cima. Tra queste e la cupola due pinacoli, uno per lato, finienti a guglia.

Il Maffei ebbe senza dubbio l'originale sott'occhio prima del 1739 ed era il sigillo del museo Moscardo (4), passato poi al Miniscalchi Erizzo e poi perduto (5). Pare vi fosse ancora nel

---

(1) Da Persico G. B., *Descrizione di Verona e della sua provincia*, Verona, 1820, parte II, 78-79; t. XV (f. 159 della parte I).

(2) Maffei, *Verona illustr.*, ed. in-f° (1739), I, 233; ed. 1825, parte I, v. II, 397-398, t. I, 3.

(3) Dionisi, *La zecca veronese* (in fronte); il *Ritmo pipiniano*, Verona, Carattoni, 1773, tav. a., p. 88. — Bartoli G., *Due dissertazioni....* (sul museo Maffeiano e su un'iscrizione greca di quello, a Verona). Ivi, 1745 (in fronte). — Belviglieri, *Grande illustrazione del Lombardo Veneto*, Brescia, 1857, IV, 385. — Cfr. Tinto, *La nobiltà di Verona*, ivi, 1592, p. 157. — Dalla Corte, *Delle istorie della città di Verona*, Venezia, ediz. 2ª, postuma, 1744, III, 103.

(4) Maffei, Op. e loc. cit.: " .....nel museo Moscardo improntata molto d'antico si conserva la figura dalla quale s'impara ecc..... ".

(5) Non è però quello che poi passò al Medagliere di S. M. (cfr. p. 3), come accennai nel lavoro sul Teatro (Op. cit., p. 29), poichè sono due tipi fra loro diversi.

1773, quando il Dionisi ne scriveva nel *Ritmo pipiniano,* mancava però prima del 1825, notandolo il Venturi " trafugato miseramente a' dì nostri „ (1), come ripete il Belviglieri (op. e l. cit.); non possiamo però esser certi di averne nella incisione maffeiana una copia esatta. Il controllo coi suggelli di Mantova lo dimostra un sigillo analogo a quello della lettera *Patente* del 1411 (cfr. p. 6, e tav., n. 1), ma non esclude varianti dipendenti dall'esecuzione o dal proposito di ritoccarvi particolari che non alterino le linee generali. Lo stesso Maffei avvertì che " le colonne nell'originale sono tonde e più piccole e meno distanti che nella stampa non appare „. Le cupolette ottagonali sulle due torri laterali cilindriche sono speciali all'incisore del Maffei, che pare volesse da un lato rendere più vive le analogie collo stile barbarico della *Iconografia rateriana,* dall'altro, ritoccando i fascioni d'architrave e i motivi architettonici della parte inferiore, rilevare invece lo stile classico di questa. È speciale all'incisione maffeiana anche la supposta continuazione dei due piani tronchi all'orlo del sigillo metallico.

3. Suggello in cera, esposto in una vetrina d'una stanzetta dell'Archivio Gonzaga, nella quale stanno esposti varî autografi. Ne devo la conoscenza al prelodato prof. Cipolla e i particolari alla gentile informazione del prof. Putelli, bibliotecario della Comunale di Mantova. Il suggello d'ignota provenienza, di proprietà comunale, riprodotto nella tav. al n. 2 in grandezza naturale (diam. 0,075), è attraversato da cordicelle che lo tenevano appeso ad un documento ora perduto. Hà una leggera scalfittura nel piano inferiore, nella merlatura qua e là e in alcuni punti non chiaramente rilevati dalla cera quando vi si fece l'impressione col sigillo metallico.

In generale il disegno è analogo ai già noti, però i portici inferiori hanno nel vano striature in doppio senso come di porte. Il loggiato superiore ha quattro, non otto colonne e *Verona* vi è distribuita per sillabe, anzichè per lettere.

Il muro merlato superiore ha due, non quattro aperture; l'edificio centrale una sola mediana. Non v'è cupola slanciata

(1) Venturi, *Compendio della storia sacra e profana di Verona,* Ivi, 1825, I, 121-122.

e semisferica, ma una specie di calotta senza distinzione architettonica, con la superficie prospettica piana e un riquadro a cordone intorno l'apertura. Spuntano appena i pinacoli laterali con in cima un'asta puntuta, e le due torri estreme sono quadrate anzichè cilindriche, con tetto a due pioventi; solo questo sigillo porta sopra le torri e la cupola una croce. Lo stile, se ve n'è uno, tradisce un'arte ancor bambina, la leggenda è in capitale goticizzante, sono unciali l'*e* (nella parola *Verona* minuscolo), l'*h* e il *d*; sono più gotiche che romane l'*a*, il *v*, l'*u*.

4. Alquanto più progredito nello stile e nella tecnica è l'altro suggello dell'Archivio Gonzaga che presento nella tav. al n. 1 in grandezza naturale (diam. 0,07), di cui devesi il ritrovamento al Conservatore cav. Stefano Davari e la conoscenza a lui pure e al precitato prof. Putelli. È di color giallognolo, lacerato in più punti, impresso sulla carta sotto cera, a piedi di una lettera Patente del 31 gennaio 1411, del Podestà di Verona Egidio Morosini, comprovante che Galvano de Buris esercita legittimamente l'ufficio notarile. La lettera è piuttosto avariata per patita umidità, di colore pure giallognolo (larg. 0,29; alt. 0,18) e se ne scorge la data in cima alla riproduzione fotografica; porta l'ubicazione *D, IV, 16: Istrumenti d'interesse di diversi Particolari*. La leggenda è quasi evanida: dalle lettere distinguibili risulta in gotico maiuscolo il nome *Verona*. Più sicuro e chiaro il contorno dei varî membri architettonici, si distingue dall'altro suggello per maggiore sviluppo nella cupola centrale a baccellature con palla in cima; è uguale al sigillo maffeiano nel doppio giro di merlatura e nel maggior numero di aperture; più alte però le guglie laterali pure con palla in cima; le torri estreme quadrangolari con tetto a due pioventi.

5. Ultimo di tutti perchè di stile e fattura più scelti è il magnifico sigillo in bronzo dorato conservato nel Medagliere di S. M., edito in grandezza naturale (diam. 0,075) dal Promis (1). Ne devo l'esame alla gentilezza del sen. barone Carutti di So-

(1) Promis V., Op. cit., t. III, sig. XVII. — Il sigillo del Medagliere, di cui s'ignora la provenienza, porta il n. 8236 dell'*Inventario* (vol. IV, p. 619).

stegno, preposto al Medagliere e alla Biblioteca Reale. La leggenda in bel gotico maiuscolo, molto ornata sia nella forma delle lettere, sia nei punti e rosette ornamentali divisorie ha *amatris,* invece di *amatrix,* per errore dell'incisore, perchè i documenti confermano l'*amatrix* (cfr p. 8). Nelle linee generali, il sigillo del Promis è la naturale e perfezionata continuazione del suggello di Mantova del 1411, il prototipo ne era evidentemente il medesimo; basta confrontarlo invece con quello maffeiano e con l'altro suggello di Mantova per riconoscerne la grande differenza. Con tutto ciò lo stile del sigillo di S. M. lo distingue abbastanza anche dal suggello del 1411. Gli sono particolari l'ornato circolare a rosette entro cui campeggia la rappresentanza, la muratura degli edifici a bugne riquadre, le baccellature ben rilevate della bella cupola centrale, con l'elegante pigna in sulla cima sostenuta da un ornato caulicolare (1), spiccante fra le palle delle altre cime; le colonnette a spirale entro cui spazia la gotica *Verona,* uno dei merli nel centro rialzato a feritoia e gli ornati sui piedritti dei capitelli nel porticato inferiore, i ramoscelli incrociantisi nell'esergo e tutto un complesso di classico, anzi di studiato dall'incisore, per abbellire con lo stile del sec. XV motivi architettonici di tempo anteriore, di cui non vale a togliere il carattere peculiare e strano.

Dato così l'elenco dei sigilli antichi veronesi, osservo tosto che finora i loro tipi furono studiati senza dati sufficienti e con preconcetti archeologici, perciò la loro rappresentanza diè luogo ad ipotesi, sostenute anche recentemente, le quali vanno ristudiate alla luce dei nuovi documenti. Uno per noi importante dobbiamo al ch. prof. Cipolla: le discussioni *pro sigillo communis*

---

(1) La pigna non è cosa nuova per Verona, essendovene una *ab antiquo* che diede nome alla via e un'altra marmorea (o la stessa), trovata dall'Orti Manara fra le rovine di Castel S. Pietro prima del 1840 (Orti Manara, *Di due antichiss. templi... Illustraz....* Verona, 1840, t. IX, 5), non è quindi contro il vero l'aggiunta della pigna a un edificio di quel colle. Il Maffei la sostiene di tradizione romana, perchè usata nei fastigî, creduta poi arme antica di città (*Ver. ill.*, ed. 1825, p. III, vol. IV, 90). Ufficio architettonico parrebbe non averlo, essendo posta sopra una specie di coppa o calice, di cui non si ha traccie, nè trovasi ragione; piuttosto che segno araldico parrebbe, come pensa il Cipolla, insegna di mercato.

renouando, tenute nel Consiglio dei XII e L. il 6 luglio 1442 ed il 25 novembre 1473 (v. op. e l. c., n. 1). Nella prima *Parte* si discusse del " nouum sigillum differens a veteri, videlicet " CUM FORMA ET SITU CIUITATIS. Posita fuit Pars Bipartita. Una " quidem quod stetur sigillo veteri et ILLUD REFICIATUR DE NOVO, " LOCO SIGILLI PERDITI tempore nouitatis " (1438). Quest'ultima *Parte* ebbe 26 voti su 20. Nella seconda *Parte* fu osservato, come trascrivo dietro lezione riveduta di recente: " Quod quidem " sigillum habebat unam formam tanquam pro urbe *Verone* se- " cundum litteras per transversum inscluptas (*sic*) uidelicet *Ve-* " *rona* et secundum uersum circumscriptum uidelicet *Est Iusti* " *latrix urbs hec et laudis amatrix.* Et ipsa forma erat UNA CUBA " SIUE TESTUDO, TANQUAM TEMPLI IN ARCUM CUM DUOBUS CAPITELLIS " IN ACUTUM A LATERIBUS ET CUM QUINQUE PORTIS A PARTE INFE- " RIORI. Que quidem forma NON POTEST ULLO MODO INTELLIGI, " QUOD UNQUAM FUERIT ALIQUOD UERUM MONU- " MENTUM URBIS NOSTRE, cuius etiam ille uersus non modo " nihil habet dignitatis set Impertinentiae satis atque Insci- " tiae ecc. ".

Ora, esclusi i sigilli del Da Persico e del Maffei, perchè non ben determinabili nei loro tipi originarî, è chiaro che il suggello del 1411 e il sigillo del Medagliere di S. M. sono quelli meglio corrispondenti alla citata descrizione, come già rilevai in altro luogo (op. cit., p. 30, n. 1), e siccome sono distanti fra loro di quasi un secolo, credo che il tipo del suggello del 1411 risalga all'ultimo quarto del XIV sec., mentre l'altro alla metà del XV, continuando nell'uso ufficiale da quando si perdette il precedente (1438), fino almeno alla sua abolizione dopo il 1473. Con ciò si spiegherebbero quelle particolarità formali di stile più classico e posteriore che gli valsero ancora dei voti favorevoli dopo il 1442. Infatti, in caso contrario, sarebbe poco verosimile che, adottato il nuovo tipo con la deliberazione del 1473, si volesse riprodurre ancora il tipo più antico, quale ricordo, molto più che, in tal caso, si sarebbe reso fedelmente.

Per queste ragioni, con l'autorità del Promis, che lo farebbe risalire alla metà del XIV sec., tempero alquanto l'opinione che sia una contraffazione anacronistica, come accennai altrove, quando mancavo dei nuovi documenti (v. op. e l. cit.).

Non si ritrovava in ogni modo, come afferma il documento

precitato, nella rappresentanza rifatta alcuna identificazione non solo con un dato monumento cittadino, come, p. es., il palazzo teodericiano o il teatro romano, ma con qualsiasi altro conservatosi fino al 1473, mentre è indubitato che, se nel sigillo perduto avessero riconosciuto un edificio qualsiasi della città, avrebbero deliberato di mantenerlo come documento, essendovene ruderi certo meno manomessi allora che non ai nostri tempi. Inoltre, se vi avessero riconosciuto analogia con un edificio speciale, non avrebbero nella discussione citato in termini generali ALIQUOD UERUM MONUMENTUM VRBIS NOSTRE.

Cosicchè, se era a quel tempo ormai difficile, è al nostro certo impossibile di riconoscere nella rappresentanza antica il teatro romano, p. es., col Pinali, col Monga e poi col Falkener, o il palazzo teodericiano col Maffei e poi col Mothes, o il foro giudiziale col Dionisi.

La tesi del ch. Mothes è una conferma di quella del Maffei (cfr. p. 4, n. 3) lumeggiata dietro le felici induzioni dell'Orti (1), che della *Carèga* di Pippino diede un disegno fedele, nel quale parve al Mothes di vedere i ruderi del palazzo teodericiano. Ma tale opinione proviene dalla conoscenza limitata dei tipi del sigillo antico, essendo certo che tutti gli esemplari a lui noti (2) fanno capo a quello maffeiano, ch'egli stesso conviene da tutti qual più qual meno *falsch abgebildet*. Ora, ignorando egli i mantovani e quello di Torino, non so davvero da quale dipenda il suo, analogo in fondo al maffeiano con una certa qual patina antica, che gli aggiunge di sua mano, e colle torri laterali esagonali, anzichè cilindriche, perchè trovate analoghe ai ruderi della Bacòla, presso Nazaret, sul Colle di S. Pietro, dietro il perimetro del Teatro romano. L'autorità incontestabile del Mothes mi rende peritoso nel discuterne la tesi, ma non posso esimermi dall'osservare che, se egli modificò il disegno del sigillo in seguito alla vista di quei ruderi, il suo sigillo non ha valore come fonte; se sostenne ruderi teodericiani quelli veduti, perchè il

(1) MOTHES O., *Die Baukunst des Mittelalters in Italien,* Jena, Costenoble, 1884, p. 178-180. — ORTI MANARA, ved. Op. cit. a p. 7, n. 2; tav. XI, 2 e 3.

(2) *Mittheilungen d. k. k. Centr. Comission* in Wien, X (1865), p. XL; D'AGINCOURT, *Histoire de l'Art par les monuments.* Parigi, Treuttel, 1823, vol. IV (*Architecture*), t. XVII, 23.

Maffei dice palazzo teodericiano quello rappresentato sul suo sigillo, resta a provare l'asserzione del Maffei nell'identità di quei ruderi col palazzo, che noi crederemmo teodericiano in quanto solo lo dice tale il Maffei. Anch'io vidi i ruderi in questione, ma come già scrissi (op. cit., p. 31, n. 1), non posso crederli, fino a nuove prove, che forti speroni di muro antico di difesa, verosimilmente posteriori a Teoderico, senza le condizioni indispensabili per formare palazzo, come di fatto appaiono dall'esatto disegno dell'Orti, astrazion fatta per ora dalla verosimile esistenza della tradizionale *Carèga*.

Non m'indugio poi a confutare l'opinione del Dionisi, che il sigillo antico rappresentasse il foro giudiziale (op. cit. p. 88-89), siccome opinione che si regge su argomenti troppo generali da un lato ed è destituita dall'altro di quelli veramente scientifici, nonchè fondata sul preconcetto della dipendenza tra leggenda e rappresentanza, il che non è costante nei sigilli e non provato per Verona, anzi confutato dal noto documento del 1473.

Rimane la tesi se si sia voluto rappresentare nel sigillo antico veronese parte del Teatro romano, ma anche questa è fondata su ragioni mal ferme, quali, p. es., lo stile dell'incisione maffeiana, nella quale, come abbiamo veduto, pare si sia voluto di proposito rilevare nel contrasto fra la parte classica e la barbarica le particolarità architettoniche tusco-doriche che vediamo nei ruderi inferiori del Teatro, le quali del resto potrebbero anche essere quelle dell'Anfiteatro, p. es., o di qualche altro edificio romano.

Il Pinali prima, il Falkener poi sono stati così tratti in errore, come già accennai a suo luogo (op. cit., p. 29, n. 2), immaginando inoltre che sopra i ruderi del teatro sorgessero quelli del palazzo teodericiano, ma, cadendo l'una ipotesi cade anche l'altra, chè, anche se si reggesse, non potrebbe in ogni modo ammettersi per la diversa orientazione dei due edifici. I ruderi così detti teodericiani stanno nella parte più orientale del Colle di S. Pietro, e non potrebbero avere per sostruzione orizzontale retta i piani del teatro, i passeggi superiori del quale, non appartenendo al palazzo teodericiano, non potrebbero figurare sul medesimo asse.

In ogni modo, se si potesse far risalire il sigillo al tempo della restaurazione del teatro per opera di Teoderico, o per lo

meno ad un tempo anteriore al suo atterramento parziale cioè *usque ad firmam partem* (an. 895 — v. lavoro sul *Teatro*, p. 25), vi si vedrebbe motivo di riprodurvi il Teatro come il Palazzo quale insegna della città, ma siccome non si può far risalire a quel tempo, o ad altro abbastanza prossimo per motivarne l'incisione, neanche il più antico tipo di sigillo, cadono le ipotesi sopraccennate, divenute ora più che mai insostenibili coi documenti del Cipolla, coi nuovi suggelli di Mantova e con le osservazioni fatte da me su luogo ed in questa occasione.

Si può far piuttosto questione se il sigillo antico di Verona debba veramente rappresentarci un edifizio piuttosto che un altro, e il più cospicuo e caratteristico della città. Il documento precitato lo escluderebbe, citando il sigillo *cum forma et situ civitatis*, e non ostante le dotte asserzioni di molti autori, appare spontanea l'induzione che vi sia rappresentata semplicemente la città di Verona, come lo dice la leggenda *Verona*. Tale era pure l'impressione del Tinto (op. e l. cit.) e del Dalla Corte (op. e l. cit.), tale l'affermazione del Promis, che non aveva modificato il suo criterio con lo studio del Maffei e del Mothes.

E di fatto nella rappresentanza del sigillo si tratta dell'astrazione di varî motivi architettonici dagli edificî più cospicui, non di un tale o tal altro edificio, come lo provano la fusione dei varî elementi stilistici del sigillo, il nome *Verona* inserito fra le colonne, diversamente distribuite secondo le varie riproduzioni, e non corrispondenti nel luogo ove son collocate ad alcuna funzione architettonica, ma ad una semplicemente decorativa.

Ognuno sa come nei sigilli e suggelli classici, ma specialmente nei medioevali, una torre, una porta, un numero di cinta rappresentino l'intera città; ora, in quel complesso di cupole, torri, pinacoli, porte, mura merlate in doppia cinta, mi pare vi siano elementi sufficienti per indicare una città architettonica come Verona (1). Di somma importanza per me è pure l'esistenza delle

(1) Doppia cinta di mura a trapezio, con torri merlate, vedi presso Blancard L., *Iconographie des sceaux*, ecc. Parigi, Dumoulin, 1860, in suggelli di cera del 1243 e 1262 (t. 27, n. 1, 2 Marsiglia; 3 Arles). — Doppia cinta a rombo del 1203-1239 (ibid., t. 28, n. 1-6, Avignone); cfr. doppia cinta

cinque porte nel piano inferiore, cinque appunto essendo le principali di Verona, e i segni delle cancellate nel sigillo più antico di Mantova (v. tav. cit., n. 2) e anche in taluni dei sigilli citati nella n. 1.

Importante l'accenno alla doppia cinta merlata, in quanto che corrisponde alla divisione della città in due piani, l'inferiore al di qua dell'Adige con le porte d'entrata nella città, il superiore al di là, sul Colle di S. Pietro, baluardo naturale della città, munito poi anche coll'arte.

Non essendo la città intera in pianura, Verona non poteva essere rappresentata chiusa in un rombo di mura, a volo d'uccello, come, p. es., Montpellier (1), Padova in un sigillo del secolo XIV (2), Palermo in altro del sec. XIII (3), o come l'*Aurea Roma* nella *bulla aurea* di Carlo IV della fine del sec. XIV) (4). Verona doveva essere presentata di prospetto, e non potevasi ideare mezzo più acconcio ed artistico per sviluppare i due piani caratteristici nella città di quello usato nel nostro sigillo.

Ma dal fatto che quel complesso scelto di motivi architettonici costituiva una certa qual unità, e che il riprodursi e ripetersi dei tipi con le inevitabili alterazioni di forma lo faceva staccare dal fondo come uno solo edificio nel campo, sorsero le dispute circa la probabilità di rappresentare un dato monumento veronese piuttosto che la città, mentre è chiaro e provato che questa voleva ritrarsi, come nel sigillo precitato di Padova, e che ad evitare qualsiasi equivoco, si era inserito, come *Padua* in quello, in questo *Verona.*

Ora qual è il prototipo di tutti i sigilli antichi studiati e

---

del 1241 (t. 31 *bis*, 5); e t. 29, n. 4, 6. — Cfr. per Avignone: *Recueil de sceaux du moyen âge*. Parigi, Boudet, 1779, t. II***, 5, e il sigillo di Alix de Vergy, duchessa di Borgogna, del 1222 (t. II, 4).

(1) Blancard, Op. cit., t. 30, 4 (an. 1255).

(2) Orsato, *Historia di Padova*, ivi, 1678, 169; cfr. Promis, Op. cit., 23.

(3) Salinas, *Suggello in cera della città di Palermo;* v. " Periodico di Numism. e Sfragist. ", Firenze, IV (1872), 269-272; t. XII, 1.

(4) Schlosser von G., *Typare u. Bullen in d. Münz-Medaillen u. Antiken-Sammlung*, ecc., v. " Jahrbuch der Kunsthistor. Sammlungen d. Allerhoch. Kaiserhauses ", XIII (1892), Vienna, Tempsky, p. 48, n. IV. — Cfr. Period. cit., IV (1872), 270.

quale la serie cronologica di ciascuno? Dei tipi ai quali risale il suggello del 1411 e il sigillo del Medagliere di S. M. ho parlato (cfr. p. 7); basta analizzare più dappresso l'altro suggello in cera, senza data e provenienza, dell'Archivio Gonzaga. Di stile rozzo e semplice, è certo anteriore al suggello cartaceo del 1411; la materia in cui è fatto e il particolare d'essere stato appeso ad un documento ce lo mostrano del XII sec. circa (1), e d'uso più antico dell'altro cartaceo. I caratteri paleografici lo confermano anteriore, poichè l'uso del *d* (2), dell'*e* (3), dell'*h* (4) unciali e l'oscitanza tra l'unciale e il capitale (5) con qualche mischianza di gotico nascente lo fanno attribuire a quel periodo d'incertezza che sta fra il XII e il XIII secolo (6); specialmente l'*e* semicircolare misto a lettere gotiche ci porta alla metà del sec. XIII circa e da questa in poi (7).

Lo stile del suggello più antico risente della *Iconografia rateriana* (8), della pittura della grotta di S. Nazaro e Celso (9),

---

(1) Datta P., *Lezioni di paleografia*, Torino, Stamp. Reale, 1834, 476.

(2) Resta capitale quasi costantemente. — Unciale è piuttosto raro; v. sigilli del 1237 in Blancard, Op. cit., t. I, 2.

(3) Wailly, *Éléments de paléographie*, ecc., Parigi, Stamp. reale, 1838, II, sig. del 1066 (t. R, 2); 1259 (t. P, 15). — È segno di antica data, e si trova anche prima del X sec. e nel X, vedi Wailly, Op. cit., II, t. B e p. 340 (sigillo del 996); cfr. Vayra, *Il sarcofago di Odilone*, in " Atti Soc. d'Archeol. e Belle Arti ", Torino, I (1875), 40-41. — Si moltiplica modificato dopo il sec. XI e nel XII, per degenerare nell'*e* gotico del XIII (Vailly, Op. cit., II, t. G, O, e cfr. Vayra, Op. e loc. cit.).

(4) Nel 1180 s'incontra unciale unito col capitale (Wailly, Op. cit., II, t. C, 5) e nei sigilli inglesi già verso il 1066 (Wailly, Op. cit., t. R, 2; cfr. Blancard, Op. cit., t. 27, 3 (Arles, sig. del 1251).

(5) L'unciale è unito di solito al capitale nel 1145 (bolla di Eugenio III in Wailly, Op. cit., t. U, 3) nel 1198 (bolla di Innocenzo III, ibid., t. U, 4). — Comunità e vescovi ne usano dal 1175 (Wailly, Op. cit., t. P, 7) e dal 1180 (idem, t. P, 9).

(6) Wailly, Op. e tavv. cit., e Vayra, Op. e loc. cit.

(7) Cibrario e Promis C., *Sigilli dei principi di Savoia*, Torino, 1834, 94 (t. II, 6), 98, 100 (t. III, 11; t. IV, 13); cfr. Promis D., *Sigilli ital. illustr.*, Torino, Paravia, 1870 (" Miscell. della R. Deput. di Storia Patria ", vol. IX), p. 16-17, sig. n. 6; cfr. p. 18, 19, sig. n. 7.

(8) Biancolini, *Storia dei Vescovi e Governatori di Verona*, p. 54-55 e cfr. p. 56.

(9) Venturi, Op. cit., I, 122; cfr. Belviglieri, Op. cit., IV, 386.

e corrisponde alla descrizione che di Verona fa l'anonimo del *Ritmo pipiniano* (1), anzi in questo senso dell'affinità fra i due stili, quali possono durare anche sotto i successori di Teoderico e fin dopo i Carolingi, sono concludenti le argomentazioni del Maffei (op. cit. p. 396-398). Ora il nostro suggello più antico non si può far risalire a Teoderico, ma almeno al IX o X secolo, non contraddicendovi allora le tradizioni di Pippino e di Carlomagno circa l'uso dei sigilli (2). Se non che da un lato non poteva essere diffuso alle comunità l'uso dei sigilli prima del secolo XI (3), dall'altro per le osservazioni fatte sui caratteri scritti si dovrebbe portare almeno dal XII secolo al XIII, e, quale noi ora l'osserviamo, a quel periodo certo deve risalire, per la leggenda, che si riferisce aggiunta dopo la pace di Costanza, cioè dopo il 1183 (4).

Il tipo dunque originario del suggello veronese in Mantova, che non ha data, potrebbe ricondursi ai primi anni del XIII secolo, mentre quello del suggello cartaceo del 1411 alla metà o alla fine del secolo XIV; entro il XV invece quello del Medagliere di S. M., non toccando però il XVI, per l'assenza dei caratteri lapidarî classici che allora s'andarono sostituendo ai gotici, già in uso da più di due secoli.

---

(1) Traube, *Karoling. Dichtungen*, Berlin, Weidmann, 1888 (*Schriften z. german. Philol.* del Roediger, fasc. I), p. 122 e segg.; strofe n. 2 e 7; cfr. Da Persico, Op. cit., p. 262, n. 64.

(2) " Period. di Numism. „ cit., VI (1874), 17-18 (Camera M., *Sopra due sigilli in cera del XIII e XIV secolo*); cfr. Datta, Op. e loc. cit.

(3) " Periodico di Numism. „, Op. e loc. cit.; cfr. Datta, Op. e loc. cit.

(4) Da Persico, Op. cit., ed. 1820, parte I, 216; cfr. Mothes, Op. e l. cit.

L'Accademico Segretario
Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 9 al 23 Giugno 1895.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **American Journal** of Science. Editor: Edward S. Dana. Vol. XLIX, n. 294. New-Haven, Conn., 1895; 8°.

* **Annali** dell'Università di Perugia. Atti e Rendiconti dell'Accademia medico-chirurgica. Vol. VII, fasc. 1. Perugia, 1895; 8°.

Annali di Statistica. Statistica Industriale. Fasc. LVI. — Notizie sulle condizioni industriali della provincia di Caltanisetta. Roma, 1895; 8° (*dal Min. di Agric., Indus. e Comm.*).

* **Atti** della R. Accademia dei Fisiocritici in Siena. Suppl. al fasc. X, vol. VI, serie IV; vol. VII, fasc. 3°, 1895; 8°.

* **Bollettino** medico statistico dell'Ufficio d'igiene della città di Torino. An. XXIV, N. 14, 15; 4°.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXVII, n. 1. Cambridge, Mass., 1895; 8°.

* **Bulletin** international. Résumé des travaux présentés. Classe des sciences mathématiques et naturelles. Prague, 1894; 8° (*dall'Accademia delle scienze dell'Imperatore Francesco Giuseppe I*).

* **Bullettino** delle sedute dell'Accademia Gioenia di scienze naturali. Marzo 1895, fasc. XL. Catania; 8°.

Comptes-Rendus sommaires des séances des 25 mai et 8 juin 1895 de la Société philomatique de Paris. N. 15-16. Paris, 1895; 8°.

* **Denkschriften** der medicinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Jena. 4 Bd. I; 5 Bd. I; 8 Bd. I. Jena, 1893-94; 4°.

* **Giornale** del Genio civile; anno XXXIII, f. 3-4. Roma, 1895.

Giornale scientifico di Palermo. Anno II, n. 5, 1895; 4°.

* **Jahrbuch** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Jahrg. 1894. XLIV Bd., 3 und 4 Heft. Wien, 1894; 8°.

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LXIII. Part II, n. 4, 1894; LXIV, p. II, n. 1, 1895 (Natural history). Calcutta, 1895; 8°.

Magnetische und Meteorologische Beobachtungen an der k. k. Sternwarte zu Prag in Jahre 1894. Prag, 1895; 4°.

* **Proceedings** of the Asiatic Society of Bengal. N. X, December 1894; n. I-III January-March 1895; 8°.

* **Proceedings** of the general Meetings for scientific Business of the Zoological Society of London, 1895, part I; 8°.

* **Processi Verbali** delle adunanze della R. Accademia dei Fisiocritici in Siena. Anno accad. 204; n. 3, 4, 1895; 8°.

* **Records** of the Geological Survey of India. Vol. XXVIII, part 2, 1895. Calcutta, 1895; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Serie II, vol. XXVIII, fasc. XI. Milano, 1895; 8°.

Report of the Scientific Results of the Voyage of H. M. S. Challenger during years 1872-76. A Summary of the Scientific Results. First and second Part. London, 1895; 4° (*dal Governo Britannico*).

* **Rivista** mensile del Club alpino italiano. Vol. XIV, n. 5. Torino, 1895; 8°.

* **Rozpravy** Česché Akademie Cisăre Františka Josepha pro vědy, Slovensnost a Umění. Trida II. Rozpravy obsahu mathematického a přírodovědeckého. Rocník III, Číslo 11, 22 e 28. Praze, 1894; 8°

* **Sitzungsberichte** der physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, Jahrg. 1895, n. 12; 8°.

* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXVIII, fasc. 5. Modena, 1895; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. 1885, n. 4-7. Wien; 8°.

* **Verhandlungen** physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, N. F., XXIX Bd., n. 1; 8°.

* **Vestník** Česke Akademie Císăre Františka Josefa pro vědy Slovesnost a Umění. Ročník III, Číslo 5-9; 1894: IV, Číslo 1-3 1895. Praze, 1894-95; 8°

* **Zoologischer** Anzeiger herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig, XVIII Jahr., 1895, n. 477; 8°.

* Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXVII, n. 3. 1895.

---

* **Babes** (V.). Despre transmiterea proprietătitor immunisante prin sângele animalelor immunisate. Bucuresci, 1895; 4° (*dall'Accad. Romena*).

Bauschinger (J.). Beschlusse der Conferenzen zu München, Dresden, Berlin und Wien über Einheitliche Untersuchungs-Methoden bei der Prüfung von Bau- und Constructions-Materialien auf ihre mechanischen Eigenschaften etc..... München, 1893; 8°.

Gambera (P.). Teoria matematica dei gas perfetti. Lecce, 1895; 8° (*dall'A.*).

Kuntze (O.). Geogenetische Beiträge. Leipzig, 1895; 8° (*Id.*).

Sassòli de' Bianchi (F.). Alcune considerazioni su i principi fondamentali de le scienze naturali: Parte 1ª, Chimica. Bologna, 1895; 8° (*Id.*).

* **Vesely** (A.). Medicinská Rus. Praze, 1894; 8° (*dall'Accad. delle scienze dell'Imperatore Francesco Giuseppe I*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 16 al 30 Giugno 1895.

* **Boletin** de la Real Academia de la historia; t. XXVI, cuad. VI. Madrid, 1895; 8°.

* **Bollettino** delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; Indice, 1893 e n. 227, 1895; 8° (*dalla Biblioteca Nazionale centrale di Firenze*).

Bollettino di notizie sul credito e la previdenza. Anno XIII, n. 2. Roma, 1895; 8° (*dal Ministero di Agric., Indust. e Comm.*).

* **Bulletin** de l'Académie Royale des sciences et des lettres de Danemark, 1894, n. 3; 1895, n. 1. Copenhague, 1895; 8°.

Bulletin de la Société de Géographie Commerciale de Bordeaux, juin 1895, n. 12; 8°.

Bulletin Mensuel de Statistique Municipale de la ville de Buenos-Aires. Année IX° (1895), n. 4.

* **Comptes-Rendus** des séances de l'année 1895 (Mai) de l'Académie des Sciences de Cracovie; 8°.

* **Giornale** della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova. Anno XVII, fasc. II. Genova, 1895; 8°.

** **Petermanns** Mitteilungen aus Justus Perthes' Geographischer Anstalt. Ergänzungsheft Nr 114. Gotha, 1894; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Serie II, vol. XXVIII, fasc. XII-XIII. Milano, 1895; 8°.

* **Rendiconto** delle tornate e dei lavori dell'Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti della Società Reale di Napoli. N. S., An. IX. Gennaio e Marzo 1895; 8°.

Sanskrit Critical Journal of the Oriental Nobility Institute, Woking; England, n. 5-12, 1894; 1-5, 1895; 8°.

Statistica del Commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° gennaio al 31 maggio 1895. Roma, 1895; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

Statistica delle elezioni generali politiche 26 maggio e 2 giugno 1895. Roma, 1895; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

Tavola sinottica dei principali elementi statistici compresi nell'*Annuario statistico italiano*. Roma, 1895; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

* **Temi** di premio proclamati dal R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, nella solenne adunanza del 19 maggio 1895. Venezia; 8°.

* **Wissenschaftliche** Veröffentlichungen des Vereins für Erdkunde zu Leipzig. II Bd., 1895; 8°.

Claretta (G.). Les dispositions testamentaires de Charles de Montbel comte de Frosasque. Chambéry, 1895; 8° (*dall'A.*).

De-Rossi (J.-B.). Inscriptiones christianae urbis Romae septimo saeculo antiquiores. Romae, 1861-1888; fol. (*dal Ministero dell'Istruz. Pubblica*).

** **Mazzatinti** (G.). Manoscritti delle biblioteche d'Italia. Vol. V, pp. 49-96. Forlì, 1895; 8°.

** **Sanuto** (M.). I Diarii; t. XLIII, fasc. 187. Venezia, 1895; 4°.

INDICE

DEL VOLUME XXX

Elenco degli Accademici residenti, Nazionali non residenti, Stranieri e Corrispondenti . . . . *Pag.* III

Elezione del Presidente, del Vice-Presidente e del Socio Tesoriere „ 208, 443.

Elezioni di Soci della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali . . . . „ 284

Elezioni di Soci della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche „ 207, 500.

Elezioni a cariche accademiche della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali . . . . „ 284, 588.

Elezioni a cariche accademiche della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche . . . . „ 355, 784.

Programma per il decimo premio Bressa . . . . . . „ 201

Sunti degli Atti verbali delle Classi unite . . . . „ 1, 208, 443.

Sunti degli Atti verbali delle Adunanze della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali . . . . „ 2, 79, 185, 206, 215, 283, 349, 371, 405, 444, 493, 513, 587, 727, 815.

Sunti degli Atti verbali delle Adunanze della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche . . . . „ 42, 114, 193, 207, 244, 320, 355, 385, 421, 466, 499, 563, 721, 783, 888.

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze di Torino *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* . . . „ 49, 179, 203, 209, 278, 307, 365, 401, 439, 489, 507, 583, 722, 808, 947.

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze di Torino *(Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche)* . . . „ 68, 182, 205, 212, 281, 347, 368, 403, 441, 491, 510, 585, 811, 949.

Allievo (Giuseppe) — Eletto Socio residente . . . . . *pag.* 207
— Sunto della Memoria intitolata: " *Maine de Biran e la sua dottrina antropologica* " . . . . " 501
— Luigi Ferri, commemorazione . . . . " 565
Amelineau (Emilio) — Eletto Socio Corrispondente . . . . " 500
Baggi (Vittorio) — Sulla flessione dei cannocchiali nella misura delle distanze zenitali . . . . " 307
Balbi (Vittorio) — Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1895, 1896 . . . . " 4, 869.
Barnabei (Felice) — Eletto Socio Corrispondente . . . . " 500
Basso (Giuseppe) — Nominato delegato della Classe al Consiglio di Amministrazione dell'Accademia . . . . " 588
Berruti (Giacinto) — Nominato delegato della Classe al Consiglio di Amministrazione dell'Accademia . . . . " 284
— V. Spezia (Giorgio) e Berruti (Giacinto).
Bertini (Eugenio) — Sugli spazi lineari delle quadriche a numero pari di dimensioni . . . . " 350
Berzolari (Luigi) — Sopra un problema che comprende quello di trovare il numero degli ombelichi di una superficie generale d'ordine *n* . . . . " 756
Bianchi (Luigi) — Sulle superficie a curvatura nulla negli spazi di curvatura costante . . . . " 743
Bonarelli (Guido) — Contribuzione alla conoscenza del " Giura-lias lombardo " . . . . " 81
Brusa (Emilio) — Eletto Socio residente . . . . " 207
— Ad occasione dell'opera del sig. Avvocato Nicola Framarino dei Malatesta — " *Logica delle prove in criminale* " . . . . " 422
Burali-Forti (Cesare) — Sul limite delle classi variabili . . . " 227
Camerano (Lorenzo) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. E. Giglio-Tos sui " *Ditteri del Messico* " e uno Studio paleontologico del Dott. F. Sacco sui " *Coccodrilli del Monte Bolca* " . . . . " 3
— e Salvadori (Tommaso) — Relazione intorno alla Memoria intitolata: " *Ditteri del Messico* " — Parte IV — " *Muscidae Calypteratae ed Acalypteratae* " . . . . " 112
— Relazione intorno alla Memoria intitolata: " *I Coccodrilli del Monte Bolca* " del Dott. Federico Sacco . . . . . . " 113
— Eletto alla carica di Socio Tesoriere . . . . . . " 443
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Daniele Rosa intitolato: " *Contributo allo studio dei Terricoli neotropicali* " . . . . " 493

Camerano (Lorenzo) e **Salvadori** (Tommaso) — Relazione intorno alla Memoria del Dott. Daniele **Rosa** intitolata: " *Contributo allo studio dei Terricoli neotropicali* " . . . . *pag.* 561

— Presenta per l'inscrzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Giulio **De-Alessandri** intitolato: " *Contribuzione allo studio dei pesci terziarii del Piemonte e della Liguria* " . . " 728

— e **Salvadori** (Tommaso) — Relazione intorno alla Memoria del Dott. Giulio **De Alessandri** intitolata: " *Contribuzione allo studio dei pesci terziarii del Piemonte e della Liguria* " . . . . " 886

Carini (Isidoro) — V. **Carle** (Giuseppe).

— V. **Cipolla** (C.).

Carle (Giuseppe) — Commemora il defunto presidente Senatore Michele **Lessona**, ed il Socio Senatore Ariodante **Fabretti** . " 1

— Annuncia la morte del Socio Nazionale non residente G. B. **de Rossi**, dei Soci Stranieri G. **Whitney** ed E. **Helmholtz** e dei Soci Corrispondenti E. **Mallard** e A. **Daguet** . . . . " 1

— Eletto Presidente . . . . " 208

— Annuncia la morte del Socio Corrispondente Monsignor Isidoro **Carini** . . . . " 244

— Annuncia la morte del Socio Straniero Arturo **Cayley** . " 349

— Parole colle quali accompagna la presentazione dell'opuscolo del Prof. Vincenzo **Lilla**, intitolato: " *Tommaso Rossi critico di Tito Lucrezio Caro* " . . . . " 385

— Annunzia la morte del Socio Corrispondente Antonio **Pertile** " 387

— Annunzia la morte del Socio Nazionale non residente Cesare **Cantù** e del Socio Corrispondente Luigi **Ferri** . . . . " 421

— Annunzia la morte del Socio Straniero Giacomo **Dana** . " 493

— Annunzia la morte del Socio Corrispondente Prof. Carlo **Ludwig** " 727

Cayley (Arturo) — V. **Carle** (G.).

Cesaris-Demel (Antonio) — Della rapida comparsa del grasso negli infarti renali in rapporto ai Bioblasti di Altmann . . . " 765

Chini (Mineo) — Sulle equazioni a derivate parziali del 2° ordine . " 494

Cian (Vittorio) — Sunto della Memoria intitolata: " *L'immigrazione dei Gesuiti spagnuoli letterati in Italia* " . . . . . " 504

Cipolla (Carlo) — Sulla Notizia vercellese riguardante un diploma perduto di Carlo III (Il Grosso) . . . . " 46

— Isidoro **Carini** — Commemorazione . . . . . . " 356

— **Nani** (Cesare) e **Ferrero** (Ermanno) — Relazione sulla Memoria del Prof. F. **Patetta**, intitolata: " *Frammenti torinesi del codice Teodosiano* " . . . . " 901

Cipolla (Francesco) — Intorno al " Catone " del Purgatorio dantesco " 162

Claretta (Gaudenzio) — Una ricognizione dell'archivio del Cenobio d'Oulx nel 1607 e il Cartario Ulciense . . . . . . *pag.* 245
— Eletto alla carica di Direttore di Classe . . . . . „ 355
— Una controversia marinaresca definitasi a Torino nel 1674 ed un tentativo di fondare in Torino una colonia ellenica . „ 902
Cognetti de Martiis (Salvatore) — Uno schema socialistico nell' " Aulularia „ di Plauto . . . . „ 115
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Pasquale Jannacone: " *La recente inchiesta inglese sul lavoro* „ . . . . „ 320
— e Nani (Cesare) — Relazione sulla Memoria del Dott. Pasquale Jannacone: " *La recente inchiesta inglese sul lavoro* „ . . „ 358
— Ritira il lavoro presentato dal Dott. P. Jannacone: " *La recente inchiesta inglese sul lavoro* „ . . . . „ 387
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Michele Losacco, intitolato: " *Ricerche intorno ad alcune fonti del pessimismo leopardiano* „ . . . . „ 500
— Ritira il lavoro presentato dal Dott. Michele Losacco: " *Ricerche intorno ad alcune fonti del pessimismo leopardiano* „ . . . „ 889
Cossa (Alfonso) — Nominato delegato della Classe al Consiglio di Amministrazione dell'Accademia . . . . „ 284
— Eletto Vice-Presidente . . . . „ 443
Crema (Camillo) — Sopra alcuni Decapodi terziari del Piemonte . „ 664
Curtius (Ernesto) — Eletto Socio Straniero . . . . . „ 500
Dana (Giacomo) — V. Carle (Giuseppe).
Daguet (Alessandro) — V. Carle (G.).
Dalla Vedova (Francesco) — Eletto Socio Corrispondente . „ 500
De Agostini (Giovanni) — Sulla temperatura, colorazione e trasparenza di alcuni laghi piemontesi (Orta, Viverone, Mergozzo, Candia, Avigliana, Trana e Sirio) . . . . „ 285
De Rossi (Giovanni Battista) — V. Carle (G.); Ferrero (E.).
De Simoni (Cornelio) — Eletto Socio Corrispondente . . . . „ 500
D'Ovidio (Enrico) — Rieletto alla carica di Direttore di Classe „ 284
Duchesne (Luigi) — Eletto Socio Corrispondente . . . . „ 500
Dutto (Agostino) — Se gli Astigiani e l'abate di S. Dalmazzo del Borgo ebbero parte nella fondazione di Cuneo . . . . „ 321
Edwards (Alfonso Milne) — Eletto Socio Corrispondente . . „ 284
Fabretti (Ariodante) — V. Carle (G.).
Ferraris (Galileo) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro dell'Ingegnere Luigi Lombardi, intitolato: " *Sui fenomeni di polarizzazione in un campo elettrostatico uniforme* „ „ 588

FERRARIS (Galileo) e NACCARI (Andrea) — Relazione sulla Memoria dell'Ing. Luigi LOMBARDI, avente per titolo: " *Fenomeni di polarizzazione in un campo elettrostatico uniforme. Misura di differenze di potenziale e di costanti dielettriche* " . . . . . . *pag.* 780

— V. NACCARI (Andrea) e FERRARIS (Galileo).

FERRERO (Ermanno) — Giovanni Battista de Rossi — Parole commemorative . . . . „ 43

— Di un'iscrizione di Aosta . . . . „ 360

— V. CIPOLLA (Carlo), NANI (Cesare) e FERRERO (Ermanno).

FERRI (Luigi) — V. ALLIEVO (Giuseppe).

FILIPPI (Giovanni) — Dedizione di Savona a Filippo Maria Visconti (1422) . . . . „ 266

FOÀ (Pio) — Eletto Socio residente . . . . „ 284

FOERSTER (Wendelin) — Eletto Socio Corrispondente . . . . „ 500

FOUQUÉ (Andrea) — Eletto Socio Corrispondente . . . . „ 284

GARBASSO (Antonio) — Sulla luce bianca; Considerazioni . . . „ 186

— Sulla doppia rifrazione dei raggi di forza elettrica . . . „ 708

GIACOMINI (Carlo) — Anomalie di sviluppo dell'embrione umano; Comunicazione IX^a . . . . „ 642

GIGLIO-TOS (Ermanno) — Sui corpi grassi degli anfibî . . . „ 853

GRAF (Arturo) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Prof. Vittorio CIAN, intitolato: " *L'immigrazione dei Gesuiti spagnuoli letterati in Italia* " . . . . . . „ 466

GRANDE (Ernesto) — Sull'etere dimetilico della fenolftaleina . „ 760

HELMHOLTZ (Ermanno) — V. CARLE (G.).

JADANZA (Nicodemo) — Eletto Socio residente . . . . . . „ 284

— La misura delle distanze col cannocchiale ridotto; Nota . „ 713

LESSONA (Michele) — V. CARLE (G.).

LIE (Sophus) — Eletto Socio Corrispondente . . . . . . „ 284

LORENZONI (Giuseppe) — Eletto Socio Corrispondente . . . . „ 284

LOSACCO (Michele) — Il sentimento della noia nel Leopardi e nel Pascal „ 920

MALLARD (Ernesto) — V. CARLE (G.).

MARINELLI (Giovanni) — Eletto Socio Corrispondente . . . . „ 500

MATTIROLO (Oreste) — Eletto Socio Corrispondente . . . . „ 284

MERCATI (Giovanni) — Alcune note sul Cronico del Franza . „ 467

MONTI (Virgilio) — Sulle singolari proprietà delle soluzioni di allume di cromo; Ricerche . . . . „ 704

MUSCATELLO (Giuseppe) — Sulla struttura e sulla funzione di assorbimento del peritoneo . . . . „ 682

NACCARI (Andrea) — Eletto alla carica di Segretario di Classe. *pag.* 284

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Prof. Angelo BATTELLI, intitolato: " *Sulla densità dell'etere, del solfuro di carbonio e dell'alcool liquidi sotto la pressione del proprio vapore saturo* " . . . . „ 728

— e FERRARIS (Galileo) — Relazione intorno alla Memoria del Prof. Angelo BATTELLI: " *Sulla densità dell'etere, del solfuro di carbonio e dell'alcool liquidi, sotto la pressione del proprio vapore saturo* " . . . . „ 885

— V. FERRARIS (Galileo) e NACCARI (A.).

NANI (Cesare) — Nomina a delegato della Classe presso il Consiglio di Amministrazione dell'Accademia . . . . „ 784

— V. COGNETTI DE MARTIIS (S.) e NANI (C.).

— V. CIPOLLA (Carlo), NANI (Cesare) e FERRERO (Ermanno).

OTTOLENGHI (Costantino) — Le Unioni operaie rurali nell'Inghilterra „ 388

PASCAL (Carlo) — La leggenda del diluvio nelle tradizioni greche „ 785

PATETTA (Federico) — Contributo alla storia della letteratura medioevale riguardante la fine dell'impero romano e la venuta dell'Anticristo . . . . „ 426

PEANO (Giuseppe) — Estensione di alcuni teoremi di Cauchy sui limiti „ 20

— Sopra lo spostamento del polo sulla terra . . . . „ 515

— Sul moto del polo terrestre . . . . „ 845

PERRERO (Domenico) — Eletto Socio residente . . . . . „ 207

— Disegno di una scalata della città di Ginevra da aggiungersi alla storia di Carlo Emanuele II di Savoia . . . . . „ 568

PERTILE (Antonio) — V. CARLE (G.).

PEYRON (Bernardino) — Riconfermato membro della Giunta per la biblioteca accademica . . . . „ 784

PEZZI (Domenico) — Breve sunto di un primo, secondo e terzo Saggio di: " *Indici sistematici illustrati per lo studio dell'espressione metaforica di concetti psicologici in greco* " . . . . . . „ 563, 784.

— Commemorazione del Socio straniero Guglielmo DWIGHT WHITNEY „ 890

PIERI (Mario) — Sui principii che reggono la Geometria di posizione „ 607

PINCHERLE (Salvatore) — Sulle operazioni distributive commutabili con una operazione data . . . . „ 820

PIZZETTI (Paolo) — Sviluppo in serie relativo alle geodetiche dell'ellissoide di rotazione schiacciato . . . . „ 217

RAYLEIGH (Guglielmo *Strutt*) — Eletto Socio Corrispondente . *pag.* 284

RICCI (Serafino) — Contributo alla storia dei sigilli antichi di Verona a proposito di due inediti dell'Archivio Gonzaga di Mantova „ 934

ROSSI (Francesco) — Di alcuni cocci copti del Museo egizio di Torino „ 799

SACCO (Federico) — Trionici di Monteviale . . . . . „ 541

SALVADORI (Tommaso) — V. CAMERANO (Lorenzo) e SALVADORI (Tommaso).

SCHIAPARELLI (Luigi) — Tre iscrizioni antiche nel Biellese . „ 194

SEGRE (Corrado) — " *Die Entwickelung der Theorie der algebraischen Funktionen in älterer und neuerer Zeit* „ *(Bericht erstatter der Deutschen Mathematiker-Vereinigung) von A. Brill und M. Noether;* Cenni . . . . „ 109

— Nominato membro della Giunta per la biblioteca accademica „ 588

— V. VOLTERRA (Vito) e SEGRE (Corrado).

SPEZIA (Giorgio) — La pressione nell'azione dell'acqua sull'apofillite e sul vetro . . . . „ 455

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Giuseppe PIOLTI, intitolato: " *Sopra alcune roccie del bacino del Monte Gimont* „ (alta valle di Susa) . . . . „ 588

— e BERRUTI (Giacinto) — Relazione sulla Memoria intitolata: " *Sopra alcune roccie del bacino del Monte Gimont* „; del Dott. Giuseppe PIOLTI . . . . „ 779

TREVES (Zaccaria) — Osservazioni sui movimenti degli occhi negli animali durante la narcosi . . . . „ 406

TRIVERO (Camillo) — Che cosa è la Storia . . . . . . „ 125

VIRGILIO (Francesco) — Argomenti in appoggio alla nuova ipotesi sulla origine della collina di Torino; Nota geologica . . „ 589

VOGLINO (Pietro) — Ricerche intorno alla formazione di alcune mostruosità degli Agaricini . . . . „ 97

— Ricerche intorno alla struttura della " Clitocybe odora „ BULL. „ 690

VOLTERRA (Vito) — Eletto Socio residente . . . . . . „ 284

— Sulla teoria dei moti del polo terrestre . . . . . „ 301

— Sul moto di un sistema nel quale sussistono moti interni stazionari . . . . „ 372

— Sopra un sistema di equazioni differenziali . . . . „ 445

— Un teorema sulla rotazione dei corpi e sua applicazione al moto di un sistema nel quale sussistono moti interni stazionari . „ 524

— Sui moti periodici del polo terrestre . . . . . „ 547

VOLTERRA (Vito) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Giuseppe LAURICELLA, intitolato: " *Sulle equazioni del moto dei corpi elastici* " . . . . *pag.* 588

— Sulla teoria dei moti del polo nella ipotesi della plasticità terrestre . . . . " 729

— Osservazioni sulla mia Nota: " *Sui moti periodici del polo terrestre* " . . . . " 817

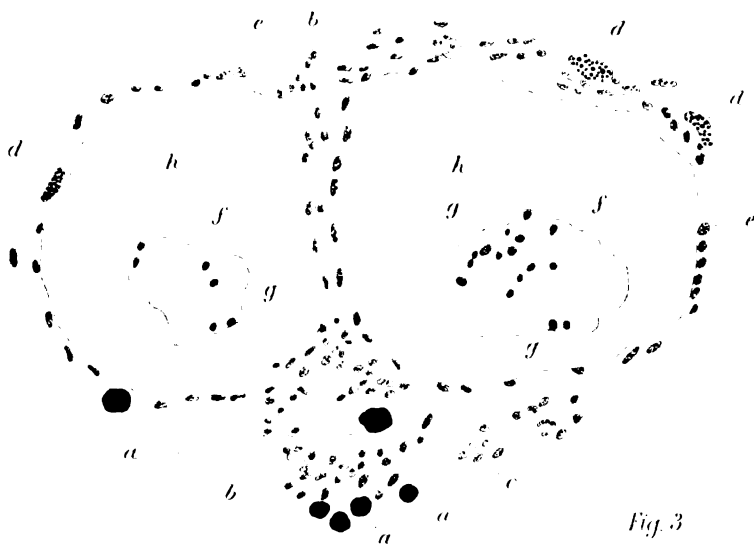
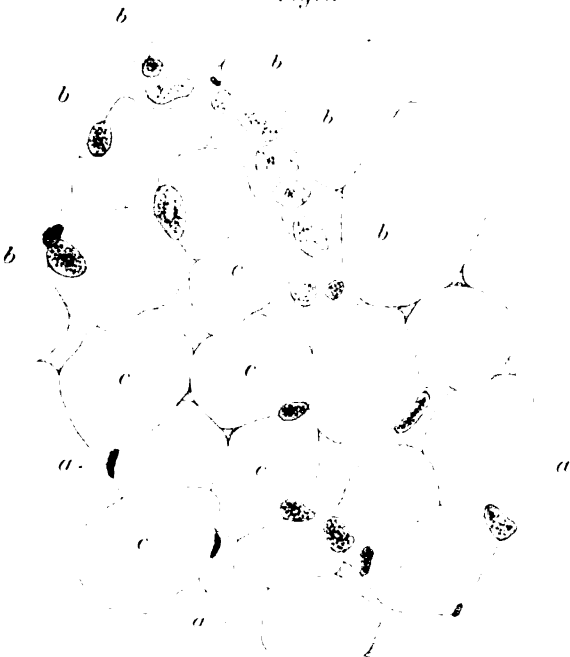
— e SEGRE (Corrado) — Relazione intorno alla Memoria del Dott. Giuseppe LAURICELLA, intitolata: " *Sulle equazioni del moto dei corpi elastici* " . . . . " 884

WHITNEY (Guglielmo) — V. CARLE (G.), V. PEZZI (D.).

ERRATA-CORRIGE

Pag. 563, linea 7, fra i presenti all'adunanza, aggiungere CLARETTA, Direttore di Classe.

TORINO — VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4

S. RICCI — *Contributo alla storia dei sigilli antichi di*

1

2

Eliot. Calzolari & Ferrario Milano

INDICI GENERALI

DEI

Volumi degli Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino

dal XXI al XXX

I. — ATTI ACCADEMICI

Accademici. Elenchi degli Accademici Nazionali residenti, Nazionali non residenti, Stranieri e Corrispondenti:

XXI, 3; Errata-corrige, XXI, 350; XXII, III; XXIII, III; XXIV, III; XXV, III; XXVI, III; XXVII, III; XXVIII, III; XXIX, III; XXX, III.

Vedi **Elezioni.**

Adunanze. Sunti degli Atti verbali delle adunanze tenute dalle Classi Unite:

XXI, 201, 208, 533; XXIII, 189, 223, 420, 603; XXV, 240, 302; XXVII, 231, 1088; XXVIII, 278, 434; XXIX, 213, 221, 833; XXX, 1, 208, 443.

Sunti degli Atti verbali delle adunanze tenute dalla Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali:

XXI, 33, 89, 91, 116, 257, 278, 353, 366, 421, 443, 545, 549, 619, 673; XXII, 3, 131, 217, 271, 289, 341, 353, 397, 463, 515, 609, 687, 689, 785, 817; XXIII, 1, 77, 145, 197, 229, 255, 293, 323, 359, 383, 429, 481, 541, 621; XXIV, 1, 109, 157, 233, 234, 309, 345, 399, 441, 442, 511, 561, 613, 701, 731; XXV, 1, 89, 147, 207, 249, 309, 341, 383, 405, 491, 541, 591, 653, 689, 823; XXVI, 1, 117, 213, 267, 337, 425, 451, 495, 569, 585, 631, 693, 723, 809; XXVII, 1, 155, 199, 265, 303, 365, 393, 457, 513, 597, 657, 801, 853, 889, 971; XXVIII, 1, 101, 193, 219, 287, 329, 403, 404, 445, 595, 565, 663, 684, 713, 809; XXIX, 1, 55, 113, 163, 227, 273, 345, 381, 403, 469, 523, 597, 677, 731, 740; XXX, 2, 79, 185, 206, 215, 283, 349, 371, 405, 443, 493, 513, 587, 727, 815.

Adunanze. Sunti degli Atti verbali delle adunanze tenute dalla Classe di Scienze morali, storiche e filologiche:

XXI, 151, 196, 197, 315, 325, 326, 403, 404, 503, 505, 605, 635, 641, 646, 953; XXII, 73, 201, 255, 279, 334, 344, 369, 453, 499, 563, 673, 769, 773, 809, 931; XXIII, 49, 131, 179, 222, 247, 267, 307, 333, 378, 418, 455, 502, 599, 600, 647; XXIV, 59, 143, 203, 269, 292, 327, 391, 411, 497, 498, 553, 601, 671, 719, 837; XXV, 59, 127, 193, 213, 303, 317, 375, 397, 481, 519, 547, 647, 681, 791, 875; XXVI, 103, 169, 247, 311, 415, 439, 463, 464, 563, 603, 604, 657, 713, 771, 857; XXVII, 121, 165, 237, 291, 355, 381, 413, 469, 571, 629, 705, 829, 863, 931, 1075; XXVIII, 40, 155, 195, 252, 307, 371, 428, 433, 507, 632, 703, 704, 782, 869; XXIX, 33, 93, 127, 208, 259, 337, 367, 395, 462, 494, 557, 663, 725, 732, 737; XXX, 42, 114, 193, 207, 244, 320, 355, 385, 421, 466, 499, 563, 721, 783, 888.

Discussione sui codici manoscritti appartenenti all'Accademia, XXII, 203.

V. Elezioni. Onoranze. Premio Bressa.

Elezioni del Presidente e del Vice-Presidente:

XXIII, 420, 603; XXVI, 713; XXVIII, 278; XXIX, 833; XXX, 208, 443.

— del Socio Tesoriere:

XXI, 533; XXVII, 1088; XXVIII, 434; XXX, 443.

— a cariche accademiche della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali:

XXII, 4; XXIII, 542; XXIV, 31, 109; XXVII, 267; XXX, 184.

— a cariche accademiche nella Classe di Scienze morali, storiche e filologiche:

XXII, 279; XXV, 213; XXVI, 772; XXVII, 237; XXIX, 777; XXX, 355.

— di Soci della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali:

XXIV, 345; XXV, 89, 208; XXVI, 569; XXVII, 889; XXIX, 113, 163, 731; XXX, 184, 588.

— di Soci della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche:

XXI, 503; XXII, 279, 931; XXIII, 222; XXIV, 411; XXV, 481; XXVI, 604, 658; XXVII, 571; XXVIII, 429; XXX, 207, 500.

Onoranze alla memoria del Presidente Angelo **Genocchi**, XXVII, 1088.

— alla memoria del Vice-Presidente Giovanni **Flechia**, XXIX, 219.

Premio Bressa. Programma del VI, VII, VIII, IX e X:

XXII, 677; XXIV, 297; XXVI, 331; XXVIII, 929; XXX, 201.

Relazione della 2ª Giunta per il premio Bressa, IV, V, VI, VII e VIII:
XXI, 201; XXIII, 189; XXV, 240; XXVII, 231; XXIX, 213.

Conferimento del premio Bressa, IV, V, VI, VII, VIII:
XXI, 280; XXIII, 223; XXV, 302; XXVII, 1088; XXIX, 221.

Pubblicazioni ricevute dalla Reale Accademia delle Scienze, Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali:

XXI, 209, 338, 410, 434, 607, 657, 967; XXII, 106, 205, 261, 281, 336, 348, 392, 458, 502, 599, 678, 775, 811, 933; XXIII, 53, 136, 193, 224, 248, 289, 319, 352, 379, 421, 473, 534, 604, 657; XXIV, 91, 146, 226, 298, 341, 394, 436, 499, 556, 605, 694, 724, 840; XXV, 69, 128, 194, 243, 304, 335, 378, 398, 483, 534, 584, 648, 683, 814, 886; XXVI, 104, 196, 259, 333, 418, 442, 482, 564, 620, 689, 714, 801, 915; XXVII, 131, 189, 257, 292, 360, 387, 437, 506, 593, 651, 783, 838, 881, 967, 1107; XXVIII, 69, 177, 208, 279, 322, 396, 435, 488, 554, 658, 706, 801, 931; XXIX, 35, 105, 159, 222, 268, 340, 377, 399, 466, 518, 592, 672, 726, 736, 834; XXX, 49, 179, 203, 209, 278, 344, 365, 401, 439, 489, 507, 583, 722, 808, 947.

Classe di Scienze morali, storiche e filologiche:

XXI, 241, 344, 315, 539, 614, 665, 974; XXII, 122, 209, 266, 285, 339, 351, 395, 461, 508, 606, 684, 781, 813, 937; XXIII, 68, 142, 195, 227, 253, 291, 321, 356, 381, 425, 478, 538, 610, 660; XXIV, 102, 152, 230, 305, 343, 397, 439, 507, 559, 609, 698, 726, 845; XXV, 80, 135, 204, 248, 306, 338, 381, 401, 489, 538, 589, 650, 686, 820, 889; XXVI, 204, 262, 335, 421, 447, 489, 567, 626, 691, 718, 804, 921; XXVII, 145, 195, 262, 299, 362, 391, 448, 510, 595, 653, 785, 849, 886, 969, 1111; XXVIII, 91, 185, 215, 282, 326, 400, 441, 491, 560, 661, 711, 806, 934; XXIX, 46, 110, 160, 224, 270, 342, 379, 401, 468, 520, 594, 675, 728, 738, 837; XXX, 68, 182, 205, 212, 281, 347, 368, 403, 441, 491, 510, 585, 811, 949.

II. — AUTORI

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Aducco (Vittorio). Espirazione attiva ed inspirazione passiva, XXII, 516.
— Centro espiratorio ed espirazione forzata, XXIV, 446.
Amodeo (Federico). Quali possono essere i postulati fondamentali della Geometria proiettiva di uno S*r*, XXVI, 741.
Arnò (Riccardo). Sulla trasparenza dell'ebanite, XXVIII, 746.
— Rotazioni elettrostatiche nei gas rarefatti, XXIX, 635.
Aschieri (Tommaso). Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1890 [1891, 1892, 1893], XXV, 44; XXVI, 5; XXVII, 107; XXVIII, 7.
Baggi (Vittorio). Sulla flessione dei cannocchiali nella misura delle distanze zenitali, XXX, 307.
Balbi (Vittorio). Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1895 e 1896, XXX, 4, 869.
Baldracco (G.). V. **Errera** (G.) e **Baldracco** (G.).
Ballada di Saint-Robert (Paolo). V. **Basso** (G.); **Fabretti** (A.).
Bartoli (Adolfo). Eletto socio corrispondente, XXIX, 731.
Basso (Giuseppe). Annunzia la morte dei soci corrispondenti Edmondo Boissier e Enrico Milne Edwards, XXI, 34.
— Presentazione della 2ª edizione (1ª dispensa) dell'opera *Handbuch der Physiologischen Optik* del socio straniero Ermanno Helmholtz, XXI, 116.
— Relazione della seconda Giunta per il IV premio Bressa, XXI, 201.
— Commemorazione di Giulio Jamin, XXI, 368.
— Sulla legge di ripartizione dell'intensità luminosa fra i raggi birifratti da lamine cristalline, XXI, 586.
— Indirizzo di felicitazione pel centesimo anniversario della nascita del socio straniero Michele Chevreul, XXI, 673.
— Annunzio della morte del socio corrispondente dottor Bernardo Studer, XXII, 689.

Basso (Giuseppe). Sulla legge ottica di " Malus „ detta del coseno quadrato, XXII, 923.
— In commemorazione di Gustavo Roberto Kirchhoff, XXIII, 2.
— Annunzio della morte del socio corrispondente Lorenzo Guglielmo di Koninck, XXIII, 229.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del dott. F. Sacco, intitolato: *Nuovi gasteropodi continentali fossili del Piemonte*, XXIII, 323.
— In commemorazione di Rodolfo Clausius. Parole, XXIV, 3.
— Eletto alla carica di Segretario di Classe, XXIV, 109.
— Comunica una lettera del 1° aiutante di campo di S. M. il Re che ringrazia l'Accademia delle condoglianze inviate per la morte del principe Eugenio di Savoia-Carignano, XXIV, 234.
— Commemorazione del conte Paolo Ballada di Saint-Robert, XXIV, 235.
— In commemorazione di Gilberto Govi, XXV, 10.
— Giacomo Prescott Joule; parole di commemorazione, XXV, 36.
— In commemorazione di Guglielmo Weber, XXVII, 4.
— In commemorazione di Giuseppe Pisati, XXVII, 156.
— Rieletto alla carica di Segretario, XXVII, 267.
— Parole in commemorazione di Enrico Betti, XXVIII, 3.
— Di un carattere di reciprocità proprio della luce riflessa dai mezzi cristallini, XXVIII, 149.
— Onoranze al prof. Carlo Hermite ed al prof. Luigi Pasteur, XXVIII, 193.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* uno studio del prof. Francesco Porro, intitolato: *Latitudine di Torino determinata coi metodi di Guglielmo Struve,* XXVIII, 718.
— Nominato delegato della Classe al Consiglio d'amministrazione dell'Accademia, XXX, 588.

Basso (Giuseppe) e **Naccari** (Andrea). Relazione intorno alla Memoria intitolata: *Latitudine di Torino determinata coi metodi di Guglielmo Struve*, dal dott. Francesco Porro, XXVIII, 863.

Battaglini (Giuseppe). V. **D'Ovidio** (T.).

Battelli (Angelo). Intorno all'influenza della magnetizzazione sopra la conducibilità termica del ferro, XXI, 799.
— Sull'effetto Thomson, studio sperimentale, XXII, 48.
— Sul fenomeno di Thomson; Nota seconda, XXII, 539.
— Sulle variazioni della resistenza elettrica e del potere termo-elettrico del nichel al variare della temperatura; ricerche sperimentali, XXIII, 231.
— V. **Atti Accademici**: Conferimento del (VIII) premio Bressa.
— V. **Naccari** (A.) e **Battelli** (A.).

Bellardi (Luigi). Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie*

la V^a e VI^a parte del suo lavoro: *I molluschi dei terreni terziari del Piemonte e della Liguria*, XXI, 620; XXIII, 230; XXIV, 701.

Bellardi (Luigi), **Berruti** (Giacinto) e **Spezia** (Giorgio). Relazione sulla Memoria manoscritta del marchese Antonio De Gregorio intitolata: *Intorno a taluni fossili di Monte Erice di Sicilia*, ecc., XXI, 259.

— e **Spezia** (Giorgio). Relazione sulla Memoria del sig. prof. F. Sacco, intitolata: *Aggiunte alla Fauna malacologica estramarina fossile del Piemonte e della Liguria*, XXIII, 376.

— V. **Lessona** (M.).

— V. **Lessona** (M.) e **Bellardi** (L.).

— V. **Spezia** (Giorgio).

Belli (S.). V. **Gibelli** (G.) e **Belli** (S.).

Beltrami (Eugenio). Eletto socio nazionale non residente, XXV, 89.

Berruti (Giacinto). Dono all'Accademia del *Manuel du galvanisme* del prof. G. Izurn, XXI, 366.

— Influenza dei cicloni sulla meteorologia locale, XXVI, 739.

— Sulla teoria dei vettori componibili; Nota I e II, XXIX, 115, 531.

— V. **Bellardi** (L.), **Berruti** (G.) e **Spezia** (G.).

— V. **Ferraris** (G.) e **Berruti** (G.).

Bertini (E.). Sulla scomposizione di certe omografie in omologie, XXII, 865.

— Intorno ad alcuni teoremi della geometria sopra una curva algebrica, XXVI, 118.

— Sugli spazi lineari delle quadriche a numero pari di dimensioni, XXX, 350.

Berzolari (Luigi). Sopra un problema che comprende quello di trovare il numero degli ombelichi di una superficie generale d'ordine n, XXX, 756.

Betti (Enrico). V. **Basso** (Giuseppe).

Bianchi (Luigi). Eletto socio corrispondente, XXIX, 731.

— Sulle superficie a curvatura nulla negli spazi di curvatura costante, XXX, 743.

Biginelli (P.). V. **Guareschi** (I.) e **Biginelli** (P.).

Bizzozero (Giulio). Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* una Nota manoscritta del prof. Piero Giacosa, intitolata: *Un ricettario del secolo XI nell'Archivio capitolare d'Ivrea*, XXI, 279.

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro manoscritto del dott. Livio Vincenzi, intitolato: *Sui vizii congeniti del cuore*, XXII, 217.

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro manoscritto del dott. Alfonso Cattaneo, intitolato: *Sugli organi nervosi terminali muscolo-tendinei in condizioni normali, e sul modo di comportarsi in seguito al taglio delle radici nervose e dei nervi spinali*, XXII, 290.

Bizzozero (Giulio). Sulle ghiandole tubulari del tubo gastro-enterico e sui rapporti del loro epitelio coll'epitelio di rivestimento della mucosa; Nota 1ª [-7ª], XXIV, 110; XXVII, 14, 320, 891, 988; XXVIII, 103, 233.
— Sulla derivazione dell'epitelio dell' intestino dall' epitelio delle sue ghiandole tubulari, XXIV, 702.
— Nuove ricerche sulla struttura del midollo delle ossa negli uccelli, XXV, 156.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* uno: *Studio sperimentale sulla riproduzione della mucosa pilorica* del Dott. R. Vivante, XXIX, 274.
— e **Lessona** (Michele). Relazione intorno alla Nota del prof. Piero Giacosa: *Su un ricettario del secolo* XI *esistente nell'Archivio capitolare d'Ivrea*, XXI, 354.
— e **Mosso** (Angelo). Relazione sul lavoro del Dott. Livio Vincenzi: *Sui vizi congeniti del cuore*, XXII, 272.
— — Relazione sul lavoro del Dott. Alfonso Cattaneo: *Sugli organi terminali nervosi muscolo-tendinei in condizioni normali e sulle loro alterazioni in seguito al taglio delle radici nervose e dei nervi spinali,* XXII, 342.
— — Relazione sulla Memoria intitolata: *Sulla riproduzione della mucosa pilorica* del Dott. R. Vivante, XXIX, 366.
— V. **Camerano** (L.) e **Bizzozero** (G.).
Boissier (Edmondo). V. **Basso** (G.).
Bonarelli (Guido). Contribuzione alla conoscenza del Giura-lias lombardo, XXX, 81.
Bottiglia (Angelo). Sulle velocità di massimo rendimento ed a vuoto delle turbine, XXVI, 541.
Brambilla (Alberto). Un teorema nella teoria delle polari, XXII, 787.
Brioschi (Francesco). Sopra alcune formole ellittiche, XXVI, 586.
Brücke (Ernesto von). V. **Lessona** (M.).
Bruno (Giuseppe). Sopra un punto della teoria delle frazioni continue, XXI, 273.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro manoscritto del Dott. Corrado Segre, intitolato: *Le coppie di elementi imaginari nella geometria proiettiva sintetica*, XXI, 444.
— Rieletto alla carica di socio Tesoriere, XXVII, 1088.
— e **D'Ovidio** (Enrico). Relazione sopra un lavoro del Dott. Corrado Segre, col titolo: *Le coppie di elementi imaginari nella geometria proiettiva sintetica*, XXI, 545.
Bruno (Giuseppe). V. **D'Ovidio** (E.) e **Bruno** (G.).
— V. **Lessona** (M.).
— V. **Segre** (C.).

Burali-Forti (C.). Sulle classi derivate a destra e a sinistra, XXIX, 382.
— Sul limite delle classi variabili, XXX, 227.
Busachi (Tommaso). Sulla neoproduzione del tessuto muscolare liscio, XXIII, 637.
Buscalioni (Luigi). V. **Mattirolo** (O.) e **Buscalioni** (L.).
Camerano (Lorenzo). Ricerche intorno alle specie italiane del genere *Gordius,* XXII, 145.
— Eletto socio Nazionale residente, XXIV, 345.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un suo lavoro, intitolato: *Sui primi momenti dell'evoluzione dei Gordii,* XXIV, 512.
— Osservazioni intorno alla struttura dell'integumento di alcuni Nematelminti, XXIV, 757.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* le parti VII, VIII, XI e XIII del lavoro: *I molluschi dei terreni terziari del Piemonte e della Liguria,* descritti dal Dott. Federico Sacco, XXV, 309; XXVI, 2; XXVII, 199; XXVIII, 403.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro intitolato: *Ricerche intorno alla sottofamiglia delle Solenophorae* dei Dr. Fr. Sav. Monticelli e Cesare Crety, XXVI, 2.
— Ricerche intorno allo sviluppo ed alle cause del polimorfismo dei girini degli Anfibi anuri, XXVI, 72.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro intitolato: *Il Mastodonte di Cinaglio d'Asti ed il Mastodon (Tetrolophodon) Arvernensis:* Osteografia ed osservazioni del signor Filippo Cantamessa, XXVI, 117.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un suo lavoro, intitolato: *Monografia degli Ofidi italiani* (parte II, *Colubridi*) e *Monografia dei Cheloni italiani,* XXVI, 570.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un suo lavoro, intitolato: *Ricerche intorno alla forza assoluta dei muscoli nei Crostacei decapodi,* XXVII, 3.
— Offre in dono una pubblicazione del Prof. Emilio Chaix di Ginevra, riflettente la vallata del Bove (Etna), XXVII, 265.
— Ricerche intorno al parassitismo ed allo sviluppo del *Gordius pustulosus Baird,* XXVII, 598.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Francesco Saverio Monticelli, intitolato: *Studî sui Trematodi endoparassiti; Monostomum Cymbium Diesing;* XXVII, 658.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Ermanno Giglio-Tos, intitolato: *I Ditteri del Messico,* XXVII, 890; XXVIII, 220; XXIX, 56; XXX, 3.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un suo lavoro,

intitolato: *Nuove ricerche intorno alla forza assoluta dei muscoli degli insetti (Muscoli flessori delle mandibole dei Coleotteri*, XXVIII, 2.

Camerano (Lorenzo). Nuove ricerche intorno allo sviluppo ed alle cause del polimorfismo dei girini degli Anfibi anuri. — II. Azione della luce, XXVIII, 134.

— Ricerche intorno alla forza assoluta dei muscoli degli Invertebrati. — I. Muscoli dei Gordii, XXVIII, 221.

— Eletto alla carica di socio Tesoriere, XXVIII, 434.

— Osservazioni intorno ai movimenti ed ai muscoli respiratori del torace dei Coleotteri, XXVIII, 590.

— Ricerche anatomo-fisiologiche intorno ai Salamandridi normalmente apneumoni, XXIX, 705.

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* uno studio paleontologico del Dott. F. Sacco sui: *Coccodrilli del Monte Bolca,* XXX, 3.

— Eletto socio Tesoriere, XXX, 443.

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Daniele Rosa, intitolato: *Contributo allo studio dei Terricoli neotropicali,* XXX, 493.

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Giulio De Alessandri, intitolato: *Contribuzione allo studio dei pesci terziari del Piemonte e della Liguria*, XXX, 728.

— e **Bizzozero** (Giulio). Relazione sulla Memoria dei Dottori F. S. Monticelli e G. Crety, intitolata: *Ricerche intorno alla sottofamiglia delle Solenophorinae,* XXVI, 413.

— e **Bizzozero** (Giulio). Relazione intorno alla Memoria del Dott. Fr. Sav. Monticelli, intitolata: *Studî sui Trematodi endoparassiti. — Monostomum cymbium Diesing. — Contribuzione allo studio dei Monostomidi,* XXVII, 827.

— e **Salvadori** (Tommaso). Relazione sopra una Memoria del Prof. Federico Sacco, intitolata: *I Molluschi dei terreni terziari del Piemonte e della Liguria*, XXV, 372; XXVII, 289; XXVIII, 427.

— — Relazione intorno alla Memoria del Dott. E. Giglio-Tos, intitolata: *Ditteri del Messico*, XXVII, 1070; XXVIII, 304; XXIX, 126; XXX, 112.

— — Relazione intorno alla Memoria del Dott. Daniele Rosa, intitolata: *Contributo allo studio dei Terricoli neotropicali*, XXX, 561.

— — Relazione intorno alla Memoria intitolata: *I Coccodrilli del Monte Bolca* del Dott. F. Sacco, XXX, 113.

— — Relazione intorno alla Memoria del Dott. Giulio De Alessandri, intitolata: *Contribuzione allo studio dei pesci terziari del Piemonte e della Liguria*, XXX, 886.

Camerano (Lorenzo) e **Spezia** (Giorgio). Relazione sulla Memoria: *I Molluschi dei terziari del Piemonte e della Liguria.* Parte VIII. Galeodoliidae, Doliidae, Ticelidae e Naticidae del Dott. Federico Sacco, XXVI, 166.

— — Relazione intorno alla Memoria del sig. Filippo Cantamessa, intitolata: *Il Mastodonte di Cinaglio d'Asti e il Mastodon (Tetralophodon) advernensis*, XXVI, 244.

— — Relazione intorno alla Memoria del Prof. Carlo Fabrizio Parona, intitolata: *Revisione della Fauna liasica di Gozzano in Piemonte,* XXVII, 929.

— V. **Gibelli** (G.) e **Camerano** (L.).

Campetti (Adolfo). Sulle correnti che si ottengono per allungamento di spirali e per la torsione di fili di nikel, XXVI, 827.

— Sulla trasformazione dell'energia in alcune pile elettriche; Studio sperimentale, XXVII, 613.

— Sui fenomeni termici nell'elettrolisi, XXVIII, 596.

— Sulla differenza di potenziale fra le soluzioni alcooliche ed acquose di un medesimo sale, XXIX, 62.

— Sulla differenza di potenziale fra le soluzioni acquose ed alcooliche di un medesimo sale (verificazione delle formule), XXIX, 228.

Canalis (Pietro). Contributo allo studio dello sviluppo e della patologia delle capsule soprarenali, XXII, 747.

Cano (G.). Sviluppo postembrionale dei Gonoplacidi, XXVI, 639.

Carle (Giuseppe). Eletto Vice-Presidente, XXVIII, 278.

— Commemora il defunto presidente Michele Lessona ed il Socio Senatore Ariodante Fabretti, XXX, 1.

— Annuncia la morte del socio Nazionale non residente G. B. de Rossi, dei soci Stranieri G. Whitney ed E. Helmholtz e dei soci Corrispondenti E. Mallard e A. Daguet, XXX, 1.

— Eletto Presidente, XXX, 1.

— Annunzio della morte del socio straniero Arturo Cayley, XXX, 349.

— Annunzio della morte del socio corrispondente prof. Carlo Ludwig, XXX, 727.

— Annunzia la morte del socio straniero Giacomo Dana, XXX, 493.

Casorati (Felice). V. **D'Ovidio** (E.)

Castellano (Filiberto). Applicazioni della teoria dei vettori al moto centrale di un punto, ed alla risoluzione dei problemi relativi, XXIX, 80.

— Il complesso delle accelerazioni d'ordine qualunque dei punti di un corpo in movimento, XXIX, 306.

Castelnuovo (Guido). Geometria sulle curve ellittiche, XXIV, 4.

— Ricerche di geometria sulle curve algebriche, XXIV, 346.

— Sulle superficie algebriche le cui sezioni sono curve di genere 3, XXV, 695.

Castelnuovo (Guido). Sulla linearità delle involuzioni più volte infinite appartenenti ad una curva algebrica, XXVIII, 727.

Catalan (Eugenio). V. **D'Ovidio** (E.).

Cattaneo (Carlo). Sulla dilatazione termica di alcune amalgame allo stato liquido, XXV, 492; XXVI, 580.

— Sulla resistenza elettrica delle leghe facilmente fusibili allo stato liquido, XXVII, 691.

— Sulla conducibilità elettrica dei sali in varii solventi; Nota I^a, XXVIII, 617.

Cattani (Giuseppina). Sull' apparecchio di sostegno della *Mielina* nelle fibre nervose midollari periferiche, XXI, 553.

Cayley (Arturo). Eletto socio straniero, XXV, 89.

— V. **Carle** (G.).

Cesaris-Demel (Antonio). Della rapida comparsa del grasso negli infarti renali in rapporto ai Bioblasti di Altmann, XXX, 765.

Charrier (Angelo). Effemeridi del sole, della luna e dei principali pianeti calcolate per Torino in tempo medio civile di Roma per l'anno 1886. [1887, 1888]. XXI, 60; XXI, 725; XXII, 867.

— Riassunti mensili delle osservazioni dei mesi di maggio, giugno, luglio, agosto, settembre e ottobre 1885, XXI, 84.

— Lavori eseguiti nel R. Osservatorio di Torino. Riassunti delle osservazioni fatte nel mese di novembre e dicembre 1885, XXI 811.

— Lavori dell'Osservatorio Astronomico di Torino, XXII, 274.

— Riassunto delle osservazioni meteorologiche fatte nel secondo semestre dell'anno 1886, nell' Osservatorio astronomico di Torino, XXII, 364.

— Riassunto delle osservazioni meteorologiche fatte nei mesi di gennaio-aprile, nell'Osservatorio astronomico della R. Università di Torino, XXIII, 126, 175, 303.

Chauveau (Augusto). Eletto socio corrispondente, XXV, 89.

Chevreul (Michele Eugenio). V. **Cossa** (A.).

Chini (Mineo). Sopra alcune deformazioni delle superficie rigate, XXVI, 20.

— Sulle equazioni a derivate del 2° ordine, XXX, 494.

Chistoni (Ciro). Sul calcolo del coefficiente magnetometrico per i magnetometri costrutti secondo il metodo di Gauss, modificato da Lamont, XXIV, 810.

Clausius (Rodolfo). V. **Basso** (G.).

Colomba (Luigi). Sull'epidoto di Oulx e sui minerali che lo accompagnano, XXVI, 811.

— Sulla Glaucofane della Beaume (alta valle della Dora Riparia), XXIX, 404.

Conti (Antonio). V. **Varaglia** (S.) e **Conti** (A.).

Corradi (Alfonso). V. **Lessona** (M.).

Cossa (Alfonso). Ricerche sopra le proprietà di alcuni composti ammoniacali del platino, XXII, 323.

— Relazione del segretario della 5ª Giunta per il premio Bressa (quadriennio 1883-86), letta alle Classi Unite dell'Accademia nella seduta del giorno 18 dicembre 1887, XXIII, 189.

— Rieletto alla carica di Direttore di Classe, XXIII, 542.

— In commemorazione di Ascanio Sobrero, XXIV, 158.

— Comunicazione verbale preventiva di uno studio sulla funzione chimica di un isomero del *Sale verde di* Magnus, XXIV, 333.

— Annunzio della morte del Prof. Michele Eugenio Chevreul, socio straniero dell'Accademia, XXIV, 561.

— Congratulazione al socio corrispondente Prof. A. Kekulé in occasione che si celebra a Berlino il 25° anniversario dell'ingegnosa teoria sulla costituzione dei corpi composti aromatici, XXV, 383.

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro manoscritto dell'Ing. Camillo Guidi, intitolato: *Sulla teoria della trave continua*, XXV, 383.

— Comunicazione verbale preventiva *Sui composti del platino*, XXV, 491.

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un suo lavoro, intitolato: *Ricerche sopra un nuovo isomero del sale verde del Magnus*, XXV, 823.

— Ringraziamenti della Società mineralogica di Pietroburgo, per le manifestazioni di simpatia trasmesse in occasione del 25° anniversario della Presidenza del Principe imperiale Nicola Maximilianovitch Romanowstky, Duca di Leuchtenberg, XXVI, 1.

— Esposizione verbale sui risultati delle ricerche da lui eseguite: *Sopra alcune nuove combinazioni del platino,* XXVI, 451.

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Clemente Montemartini, intitolato: *Sull'azione dell'acido nitrico sullo zinco,* XXVII, 266.

— In commemorazione del socio straniero G. G. Stas; Parole, XXVII, 267.

— Annunzio della morte del socio straniero A. G. Hofmann, XXVII, 889.

— Sopra una nuova serie di combinazioni basiche del platino; Ricerche, XXVII, 973.

— Parole colle quali accompagna la presentazione dell'opera: *Physikalische Chemie der Crystalle*, del socio corrispondente Andrea Arzruni, XXIX, 2.

— Parole in commemorazione di Arcangelo Scacchi, XXIX, 4.

— Segnala un lavoro inviato in dono dall' Accademia Svedese delle Scienze redatto dal socio corrispondente A. E. Nordenskiöld in occasione dell'erezione del monumento a Carlo Guglielmo Scheele, XXIX, 273.

Cossa (Alfonso). Cenno preventivo di alcune sue ricerche sui composti del platino, XXIX, 731.
— Eletto Vice-Presidente, XXX, 443.
— e **Naccari** (Andrea). Relazione sulla Memoria presentata dal Dott. C. Montemartini: *Sull'azione dell'acido nitrico sullo zinco*, XXVII, 353.
Crèma (Camillo). Sopra alcuni Decapodi terziari del Piemonte, XXX, 664.
Cremona (Luigi). Eletto socio Nazionale non residente, XXV, 89.
Curioni (Giovanni), **D'Ovidio** (Enrico) e **Ferraris** (Galileo). Relazione sul lavoro del sig. Ing. Prof. Camillo Guidi: *Sulle curve delle pressioni negli archi e nelle vôlte*, XXI, 146.
Daccomo (G.) e **Ramati** (A.), Sugli acidi glicolici dell' ossisolfobenzide, XXII, 487.
Dana (Giacomo). V. **Carle** (Giuseppe).
De Agostini (Giovanni). Scandagli e ricerche fisiche sui laghi dell'Anfiteatro morenico d'Ivrea, XXIX, 620.
— Sulla temperatura, colorazione e trasparenza di alcuni laghi piemontesi (Orta, Viverone, Mergozzo, Candia, Avigliana, Trana e Sirio), XXX, 285.
De Candolle (Alfonso). V. **Lessona** (M.).
De Cigalla (Giuseppe). V. **Genocchi** (A.).
Del Re (Alfonso). Omografie che mutano in sè stessa una certa curva gobba del 4° ordine e 2ª specie, e correlazioni che la mutano nello sviluppabile dei suoi piani osculatori, XXII, 901.
— Sopra 5 modi diversi di produrre per forme proiettive la superficie del 5° ordine a quintica doppia, XXVIII, 420.
Denza (Francesco). L'inclinazione magnetica a Torino e nei dintorni, XXIV, 821.
Dervieux (Ermanno). Foraminiferi pliocenici di Villarvernia, XXVII, 376.
— Osservazioni sopra le *Tinoporinae* e descrizione del nuovo genere *Flabelliporus*, XXIX, 57.
De-Vescovi (Pietro). Ricerche anatomo-fisiologiche intorno all'apparato uditivo dei Teleostei, XXVI, 389.
De Zigno (Achille). V. **Lessona** (M.).
Di Mattei (Eugenio). Contributo allo studio della patologia del rene, XXI, 921.
Discalzo (G.). V. **Mazzara** (G.) e G. **Discalzo.**
Dorna (Alessandro). Breve notizia delle osservazioni astronomiche e geodetiche eseguite nel 1885 all' Osservatorio della R. Università di Torino, nel Palazzo Madama, per iniziativa ed a spese della Commissione del Grado, XXI, 36.
— Sulla mira meridiana dell'Osservatorio di Torino a Cavoretto e formula per dedurne la posizione dalla sua altezza e dalle costanti dello strumento dei passaggi, XXI, 92.

Dorna (Alessandro). Nozioni intorno all'equatoriale con refrattore Merz, di trenta centimetri d'apertura e metri 4 $^1/_2$ di distanza focale, XXI, 304, 357, 379, 698.
— Ricerche per riconoscere se la deviazione della mira meridiana dell'Osservatorio di Torino a Cavoretto dal piano del meridiano è sensibilmente nulla come nel 1828. Nota seconda e terza, XXI, 433, 480.
— V. **Fabretti** (A.).
— V. **Siacci** (Fr.).

D'Ovidio (Enrico). Sopra due punti della: *Theorie der binären algebraischen Formen*, del Clebsch; Osservazioni, XXII, 427.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro manoscritto del Dott. Gino Loria, intitolato: *Il passato e il presente delle principali teorie geometriche; Considerazioni storiche,* XXII, 688.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro manoscritto del Dott. C. Segre, intitolato: *Sulle varietà cubiche dello spazio a quattro dimensioni, e su certi sistemi di rette e certe superficie dello spazio ordinario*, XXIII, 78.
— Il covariante Steineriano di una forma binaria del 6° ordine, XXIV, 164.
— Cenno sulla Nota del Prof. E. Beltrami: *Un precursore italiano di Legendre e di Lobatschewsky,* XXIV, 512.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro manoscritto del Prof. Gino Loria, intitolato: *Il periodo aureo della geometria greca*, XXV, 147.
— Felice Casorati. Cenno necrologico, XXVI, 3.
— Altra addizione alla Nota: *Sui determinanti di determinanti*, XXVI, 131.
— Le proprietà focali delle coniche nella metrica proiettiva, XXVI, 339.
— Sulle coniche confocali nella metrica proiettiva, XXVI, 426.
— Teoremi sulle coniche nella metrica proiettiva, XXVI, 525.
— Formole relative alla forma binaria del sest'ordine, XXVII, 535.
— Cenno necrologico di Annibale De Gasparis, XXVII, 658.
— Discorso letto nell'adunanza solenne dell'Accademia inaugurandosi un busto in onore del fu suo Presidente Angelo Genocchi, XXVII, 1090.
— Di alcuni invarianti simultanei, e in particolare del resultante di due forme binarie degli ordini 6° e 3°, XXVIII, 20.
— Nuove sizigie per la forma binaria del sest'ordine ottenute con l'operazione di Aronhold, XXVIII, 118.
— Sopra alcune classi di sizigie binarie; Appunti, XXVIII, 447.
— Su varie questioni di metrica proiettiva, XXVIII, 566.
— Correzioni, XXIX, 54.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Prof. V. Mollame, intitolato: *Sulle equazioni abeliane reciproche*, le cui radici si possono rappresentare con x, θx, $\theta x^2, \ldots \theta^{n-1} x$, XXVIII, 685.

D'Ovidio (Enrico). Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Gino Fano, intitolato: *Sopra le curve di un dato ordine e dei massimi generi in uno spazio qualunque*, XXVIII, 718.
— Postilla ad uno scritto di F. Casorati, XXVIII, 812.
— Cenno sulla Memoria del sig. Colonnello de Tilly: *Essai de Géométrie analytique générale*, XXIX, 87.
— Annunzio della morte del socio corrispondente Eugenio Catalan, XXIX, 381.
— Per Giuseppe Battaglini. Parole commemorative, XXIX, 678.
— Sulle funzioni Thetafuchsiane, XXIX, 741.
— Rieletto a Direttore di Classe, XXX, 184.
— e **Bruno** (G.). Relazione sulla Memoria: *Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche;* Monografia storica del Prof. Gino Loria, XXII, 690.
— e **Genocchi** (Angelo). Relazione sulla Memoria del Dott. Corrado Segre: *Sulle varietà cubiche dello spazio a quattro dimensioni e su certi sistemi di rette e certe superficie dello spazio ordinario*, XXIII, 146.
— V. **Bruno** (Giuseppe) e **D'Ovidio** (Enrico).
— V. **Curioni** (G.), **D'Ovidio** (E.) e **Ferraris** (G.).
— V. **Segre** (C.) e **D'Ovidio** (E.).
— V. **Peano** (G.), **D'Ovidio** (E.), e **Segre** (C.).
Drogoul. Sul processo normale di ossificazione, XXIV, 264.
Edwards (Alfonso Milne). Eletto socio corrispondente, XXX, 184.
Edwards (Enrico Milne). V. **Basso** (G.).
Emery (Giulio). Sulle condizioni di scambievolezza e sui casi d'identità fra curve rappresentanti distribuzione continua di forze parallele e curve funicolari corrispondenti, con particolare disquisizione sulle Clinoidi, XXII, 176.
— Errata-corrige, XXII, 932.
Enriques (Federico). Sulla massima dimensione dei sistemi lineari di curve di dato genere appartenenti ad una superficie algebrica, XXIX, 275.
Errera (Giorgio). Sulle monocloropropilbenzine e sul metilbenzilcarbinol, XXI, 852.
— Azione dell'acido nitrico e del calore sugli eteri, XXII, 823.
— Sul parabromobenzoato di etile e sull'acido parabromobenzoico, XXII, 841.
— Sugli eteri nitrobenziletilici, XXIII, 449.
— Derivati degli alcoli parabromo e paraclorobenzilico, XXIII, 562.
— Sulla sostituzione degli alogeni negli idrocarburi aromatici, XXVI, 367.
— e **Baldracco** (G.). Studi sull'acido parametilidratropico, XXVII, 86.
Ewing (Giacomo Alfredo). Eletto socio corrispondente, XXIX, 731.
Fabretti (Ariodante). Annunzio della morte del socio Alessandro Dorna, XXII, 3.

Fabretti (Ariodante). Rieletto Vice-Presidente dell'Accademia, XXIII, 603.
— Annunzio della morte del socio nazionale non residente, Conte Paolo Ballada di Saint-Robert, XXIV, 109.
— Annunzio della morte del Prof. Senatore Angelo Genocchi, Presidente dell'Accademia, XXIV, 441.
Fabri (Cornelia). Sopra alcune proprietà generali delle funzioni che dipendono da altre funzioni e da linee, XXV, 654.
Fano (Gino). Sulle congruenze di rette del terzo ordine prive di linea singolare, XXIX, 474.
Faravelli (Emilio). Su di un muscolo a fibre liscie osservato nella zona ciliare dell'occhio del *Thynnus vulgaris*, XXVI, 268.
Ferraris (Galileo). Eletto rappresentante dell' Accademia nel Consiglio di perfezionamento della R. Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri in Torino, XXII, 4.
— Rotazioni elettrodinamiche prodotte per mezzo di correnti alternate, XXIII, 360.
— Sul metodo dei tre elettrodinamometri per la misura dell' energia dissipata per isteresi e per correnti di Foucault in un trasformatore, XXVII, 34.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro manoscritto dell'Ing. Scipione Cappa, intitolato: *Sui getti ascendenti*, XXV, 690.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro manoscritto dell'Ing. Luigi Lombardi, intitolato: *Lenta polarizzabilità dei dielettrici; la seta come dielettrico nella costruzione dei condensatori*, XXIX, 3.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un suo studio, intitolato: *Un metodo per la trattazione dei vettori rotanti od alternativi, ed un' applicazione di esso ai motori elettrici a correnti alternate*, XXIX, 56.
— Sopra un motore elettrico sincrono a corrente alternativa, XXIX, 470.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro dell'Ing. Luigi Lombardi, intitolato: *Sui fenomeni di polarizzazione in un campo elettrostatico uniforme*, XXX, 588.
— e **Berruti** (G.). Relazione sulla Memoria: *Sulla teoria della trave continua*, dell'Ing. Camillo Guidi, XXV, 478.
— — Relazione sulla Memoria: *Sui getti ascendenti*, presentata dall'Ing. Scipione Cappa, XXV, 826.
— e **Naccari** (Andrea). Relazione sulla Memoria: *Lenta polarizzibilità dei dielettrici. La seta come dielettrico nella costruzione dei condensatori*, dell'Ing. Luigi Lombardi, XXIX, 89.
— — Relazione sulla Memoria dell'Ing. Luigi Lombardi, avente per

titolo: *Fenomeni di polarizzazione in un campo elettrostatico uniforme. Misura di differenze di potenziale e di costanti dielettriche*, XXX, 780.

Ferraris (Galileo). V. **Carloni** (G.), **D'Ovidio** (E.) e **Ferraris** (G.).

— V. **Naccari** (A.) e **Ferraris** (G.).

Ferria (G. G.). Sulla stabilità delle vôlte caricate colla regola di Schwedler, XXV, 510.

Filetì (Michele). Ricerche sull'ortoisopropilfenol, XXI, 447.

Flower (Guglielmo Enrico). Eletto socio corrispondente, XXIX, 731.

Foà (Pio). Eletto socio Nazionale residente, XXX, 184.

Foster (Michele). Eletto socio corrispondente, XXV, 89.

Fouqué (Andrea). Eletto socio corrispondente, XXX, 184.

Fusari (Romeo). Sulla terminazione delle fibre nervose nelle capsule surrenali dei Mammiferi, XXVI, 374.

— e **Panasci** (A.). Sulle terminazioni nervose nella mucosa e nelle ghiandole sierose della lingua dei mammiferi, XXV, 835.

Galeazzi (Riccardo). Sugli elementi nervosi dei muscoli di chiusura dei bivalvi, XXIII, 556.

Garbasso (Antonio). Dell'influenza della magnetizzazione sulla resistenza elettrica del ferro e del nichel, XXVI, 839.

— Sul problema delle onde piane nella teoria elettromagnetica della luce, XXVII, 854.

— Sopra il fenomeno della risonanza multipla; Esperienze, XXVIII, 470.

— Sulla riflessione dei raggi di forza elettrica; Ricerche sperimentali, XXVIII, 816.

— Sulla luce bianca; Considerazioni, XXX, 186.

— Sulla doppia rifrazione dei raggi di forza elettrica, XXX, 708.

Garzino (L.). Ricerche sul clorobibromo e bromobiclorofenolo e sulla loro trasformazione in chinoni, XXV, 250.

— Ricerche sul metabicloro e sul metabibromofenolo, XXV, 263.

— Sulla trifenilpiperazina; Ricerche, XXVII, 1041.

Geikie (Arcibaldo). Ringrazia della sua nomina a socio corrispondente fatta nell'adunanza del 3 dicembre 1893, XXIX, 163.

Genocchi (Angelo). Presentazione, a nome del socio non residente, Professore Gilberto Govi, del volume: *L'Ottica,* di Claudio Tolomeo, XXI, 33.

— Presenta, a nome del socio corrispondente Prof. H. A. Schwarz di Gottinga un volume intitolato: *Sopra un problema del calcolo delle variazioni risguardante le superficie di minima area*, XXI, 89.

— Annunzio della morte del socio nazionale N. Bianchi, XXI, 353.

— Breve commemorazione dell'Ing. Savino Realis, XXI, 549.

— Annunzio della morte del socio corrispondente Dott. Conte Giuseppe De Cigalla, XXII, 289.

Genocchi (Angelo). Presentazione di una Memoria stampata su Giovanni Plana dell'Ing. Savino Realis, XXII, 688.
— Rieletto Presidente dell'Accademia, XXIII, 420.
— V. **Onoranze. Lessona** (M.), **D'Ovidio** (E.).
— V. **D'Ovidio** e **Genocchi** (A.).
— V. **Fabretti** (A.).
— V. **Siacci** (F.).
Gerbaldi (F.). Sui combinanti di tre forme ternarie quadratiche, XXV, 390.
Giacomini (Carlo). Partecipazione dell'approvazione Sovrana dell'elezione a socio Nazionale residente, fatta il 20 febbraio 1887, XXII, 687.
— Annotazioni sull'anatomia del Negro, XXII, 693.
— Anomalie di sviluppo dell'embrione umano. Comunicazione, I [-IX]; XXIII, 148, 206; XXIV, 576; XXVII, 64, 802, 1004; XXVIII, 24, 765; XXIX, 638, XXX, 642.
— Sul cervello di un Chimpansé; Comunicazione, XXIV, 798.
Giacosa (Piero). Studi sulla produzione dell'acido urico negli organismi, XXV, 726.
Gibelli (Giuseppe). Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro manoscritto del Dott. O. Mattirolo, intitolato: *Illustrazione di tre nuove specie italiane di Tuberacee*, XXII, 786.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro fatto in collaborazione del Dott. Saverio Belli, intitolato: *Rivista delle specie di Trifolium italiane comparate con quelle del resto d'Europa e delle regioni circummediterranee,* XXIII, 622; XXV, 690; XXVI, 723; XXVII, 890; XXVIII, 718.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro dei Dottori O. Mattirolo e L. Buscalioni, intitolato: *Ricerche anatomo-fisiologiche sul tegumento seminale delle Papilionacee;* Parte I: *Anatomia*, XXVI, 724; Parte II: *Storia di sviluppo del tegumento seminale,* XXVII, 3.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Luigi Buscalioni, intitolato: *Sulla struttura e sullo sviluppo del seme della Veronica hederaefolia L.*, XXVIII, 220.
— e **Belli** (S.). Trifolium Barbey novam speciem, XXII, 610.
— — Intorno alla morfologia differenziale esterna ed alla nomenclatura delle specie di *Trifolium* nella Sezione *Amoria* Presl., crescenti spontanee in Italia, XXII, 628.
— e **Camerano** (L.). Relazione sulla Memoria dei Dottori O. Mattirolo e L. Buscalioni, che ha per titolo: *Ricerche anatomo-fisiologiche sui tegumenti seminali delle Papilionacee.* — Parte I. *Anatomia,* XXVI, 855.
— — Relazione intorno alla Memoria: *Rivista critica delle specie di*

Trifolium italiane comparate con quelle straniere, della Sezione Lupinaster (Buxbaum) del Dott. S. Belli, XXVIII, 864.

Gibelli (Giuseppe) e **Lessona** (M.). Relazione intorno alla Memoria del Dott. O. Mattirolo, intitolata: *Illustrazione di tre nuove specie di Tuberacee italiane*, XXII, 819.

— e **Salvadori** (T.). Relazione sulla Memoria dei Dottori Oreste Mattirolo e Luigi Buscalioni: *Sulla storia di sviluppo dei tegumenti seminali*, XXVII, 162.

— — Relazione sulla Memoria che ha per titolo: *Sulla struttura e sullo sviluppo del seme della Veronica hederaefolia*, del Dott. L. N. Buscalioni, XXVIII, 305.

Giglio-Tos (Ermanno). Nuove specie di Ditteri del Museo Zoologico di Torino, XXV, 457.

— Le specie europee del genere *Chrysotoxum* Meig., XXVI, 134.

— Sull'omologia tra il diaframma degli Anfibi anuri e quello dei Mammiferi, XXIX, 248.

— Sui corpi grassi degli anfibi. XXX, 853.

Giglioli (Enrico). V. **Salvadori** (T.) e **Giglioli** (E.).

Giudice (Francesco). Sulla risolvente di Malfatti, XXVII, 817.

— Sulla risoluzione algebrica delle equazioni, XXVIII, 349.

— Sulla soluzione dell'equazione algebrica di 5° grado con l'aggiunta dell'irrazionalità icosaedrale, XXVIII, 664.

— Sulla determinazione dei numeri reali mediante somme e prodotti, XXIX, 188.

Golgi (Camillo) e **Monti** (Achille). Sulla storia naturale e sul significato clinico-patologico delle così dette Anguillule intestinali e stercorali; Osservazioni, XXI, 55.

Govi (Gilberto). V. **Genocchi** (A.).

— V. **Basso** (G.).

Grande (Ernesto). Sull'etere dimetilico della fenolftaleina, XXX, 760.

Grandis (V.). Su certi cristalli che si trovano dentro il nucleo delle cellule nel rene e nel fegato; Ricerche, XXIV, 466.

— Sulle modificazioni degli epitelii ghiandolari durante la secrezione; Osservazioni, XXV, 765.

Grassi (Battista). Taenia flavopunctata *Wein.*, Taenia leptocephala *Creplin*, Taenia diminuta *Rud.*, XXIII, 492.

Grimaldi (Gio. Pietro). Influenza della tempera sulle proprietà termoelettriche del Bismuto, XXIII, 574.

Guarducci (Federico). Sulla determinazione degli azimut della geodetica che passa per due punti dati dell'ellissoide terrestre, XXVII, 458.

Guareschi (Icilio). Nuove ricerche sulla naftalina, XXI, 133.

— Sulla γ dicloronaftalina e l'acido ortomonocloroftalico, XXI, 280.

— Sulla legge dei numeri pari nella chimica, XXII, 133.

Guareschi (Icilio). Azione dell'etere cianacetico sulle basi organiche; Nota I^a, XXVII, 217.
— Sulle cianacetilamine e nuovi acidi ossamici; Nota II^a, XXVII, 1017.
— Nuovo metodo di sintesi dei composti idropiridinici; Nota I^a, XXVIII, 330; XXVIII, 836.
— Sintesi di composti idrochinolinici, XXVIII, 719.
— Sulla triacetonamina e suoi derivati alchilici, XXIX, 680.
— Azione dell'etilendiamina sul forone e sull'ossido di mesitile, XXIX, 692.
— e **Biginelli** (P.). Sulle clorobromonaftaline, XXII, 473.
Guenther (Alberto). Ringrazia della sua nomina a socio corrispondente fatta nell'adunanza del 3 dicembre 1893, XXIX, 163.
Guglielmo (Giovanni). Sul disperdimento dell'elettricità nell'aria umida, XXII, 727.
Guidi (Camillo). Sul calcolo di certe travi composte, XXII, 240.
Heidenhain (Rodolfo). Eletto socio corrispondente, XXV, 89.
Helmholtz (Ermanno von). V. **Basso** (G.).
— V. **Carle** (G.).
Hermite (Carlo). V. **Basso** (G.).
Hertz (Enrico). V. *Atti Accademici:* Conferimento del (VII) Premio Bressa.
— Ringrazia della sua nomina a socio corrispondente fatta nell'adunanza del 3 dicembre 1893, XXIX, 163.
Hoff (J. H. van 't). Eletto socio corrispondente, XXIX, 731.
Hofmann (A. G.). V. **Cossa** (A.).
Hopkinson (Giovanni). Eletto socio corrispondente (15 maggio 1892), XXVII, 889.
Jadanza (Nicodemo). Nuovo metodo per accorciare i cannocchiali terrestri, XXI, 118.
— Sul calcolo della distanza di due punti le cui posizioni geografiche sono note, XXI, 469.
— Influenza degli errori strumentali del teodolite sulla misura degli angoli orizzontali, XXII, 12.
— Una questione di ottica ed un nuovo apparecchio per raddrizzare le imagini nei cannocchiali terrestri, XXII, 447.
— Sul calcolo degli azimut mediante le coordinate rettilinee, XXIII, 89.
— Sullo spostamento della lente anallattica e sulla verticalità della stadia, XXIII, 294.
— Una nuova forma di cannocchiale, XXIII, 570.
— Sulla misura diretta ed indiretta dei lati di una poligonale topografica, XXIV, 177.
— Sul modo di adoperare gli elementi geodetici dell'Istituto geografico militare italiano, XXV, 90, 414.

Jadanza (Nicodemo). Influenza degli errori strumentali del Teodolite sulla misura delle distanze zenitali, XXV, 148.
— Influenza della eccentricità dell'alidada sui vernieri, ed un microscopio ad ingrandimento costante, XXVI, 536.
— Un prisma universale a riflessione, XXVI, 649.
— Teorica di alcuni strumenti topografici a riflessione, XXVII, 200.
— Un nuovo apparato per misurare basi topografiche, XXVII, 911.
— Sopra alcune differenze trovate nel calcolo delle coordinate geografiche dei vertici del quadrilatero che congiunge l' Algeria colla Spagna, XXVII, 923.
— Eletto socio Nazionale residente, XXX, 284.
— La misura delle distanze col cannocchiale ridotto, XXX, 713.
Jamin (Giulio). V. **Basso** (G.).
Joule (Giacomo Prescott). V. **Basso** (G.).
Kantor (S.). Les correspondances dans les courbes elliptiques déduites géométriquement, XXIX, 9.
Kirchhoff (Gustavo Roberto). V. **Basso.**
Klein (Carlo). Eletto socio corrispondente (15 maggio 1892), XXVII, 889.
Koninck (Lorenzo Guglielmo). V. **Basso.**
Kronecker (Leopoldo). V. **Segre** (C.).
Lessona (Michele). Edoardo Rueppell. Breve commemorazione, XXI, 266.
— Nota intorno al valore specifico della *Rana Agilis*, Thomas, XXI, 288.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro manoscritto del Dott. Federico Sacco, intitolato: *I terreni quaternari della collina di Torino,* XXI, 367.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro manoscritto del sig. Carlo Pollonera, intitolato: *Molluschi fossili postpliocenici del contorno di Torino,* XXI, 422 e 548.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro manoscritto del Dott. Daniele Rosa, intitolato: *Criodrilus lacum*, XXII, 4.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro manoscritto del Dott. Lorenzo Camerano: *Ricerche intorno al parassitismo ed al polimorfismo dei Gordius*, XXII, 786.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* uno studio manoscritto del Dott. D. Rosa, intitolato: *Sulla struttura dell'Hormogaster Redii mihi*, XXIII, 230.
— Annunzio della morte del Prof. Ascanio Sobrero, Segretario perpetuo dell'Accademia, XXIII, 541.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* una Monografia del Dott. L. Camerano, intitolata: *Sugli ofidii italiani*, XXIII, 542.
— Annunzio della morte del socio Luigi Bellardi, XXV, 1.

Lessona (Michele). Annunzio della morte del Prof. Antonio Stoppani, socio corrispondente, XXVI, 337.
— Annunzio della morte dei socii corrispondenti G. B. Liagre e di Edoardo Sang, XXVI, 425.
— Eletto Presidente dell'Accademia, XXVI, 713.
— Annunzio della morte dei socii corrispondenti Ernesto von Brücke, Domenico Turazza e Achille De-Zigno, XXVII, 303.
— Parole per l'inaugurazione di un busto ad A. Genocchi, XXVII, 1089.
— Annunzio della morte del socio corrispondente Alfonso Corradi, XXVIII, 101.
— Delegazione al socio corrispondente Nordenskjöld per rappresentare l'Accademia all'inaugurazione del monumento à Carlo Guglielmo Scheele, XXVIII, 194.
— Annunzio della morte del socio corrispondente Riccardo Owen, XXVIII, 221.
— Annunzio della morte del socio Tesoriere Giuseppe Bruno, XXVIII, 329.
— Annunzio della morte dei soci corrispondenti Alfonso De-Candolle di Ginevra ed Enrico Narducci di Roma, XXVIII, 565.
— Annunzio della morte del socio nazionale non residente Jacopo Moleschott, XXVIII, 684.
— Rieletto Presidente dell'Accademia, XXIX, 833.
— e **Bellardi** (Luigi). Relazione sopra una Monografia del Prof. Dott. Federico Sacco, intitolata: *I Cheloni astiani del Piemonte*, XXIV, 443.
— e **Salvadori** (Tommaso). Relazione sulla Memoria del Prof. B. Grassi, intitolata: *I progenitori degli insetti e dei miriapodi. — Morfologia delle Scolopendrelle*, XXI, 48.
— e **Spezia** (Giorgio). Relazione sopra uno studio del sig. Carlo Pollonera, intitolato: *Molluschi fossili post-pliocenici del contorno di Torino*, XXI, 445.
— V. **Carle** (G.).
— V. **Gibelli** (G.) e **Lessona**.
— V. **Salvadori** (T.) e **Lessona** (M.).
— V. **Bizzozero** (Giulio) e **Lessona** (Michele).
Liagre (G. B.). V. **Lessona** (M.).
Lie (Sophus). Eletto socio corrispondente, XXX, 184.
Lieben (Adolfo). Eletto socio corrisp. (15 maggio 1892), XXVIII, 889.
Lippmann (Gabriele). Eletto socio corrispondente (15 maggio 1892), XXVII, 889.
Lorenzoni (Giuseppe). Eletto socio corrispondente, XXX, 184.
Loria (Gino). Rappresentazione su un piano delle congruenze [2,6], E[2,7], XXI, 621.

Loria (Gino). Le trasformazioni razionali dello spazio determinate da una superficie generale di terz'ordine, XXVI, 275.

Lustig (Alessandro). Sulle cellule epiteliali nella regione olfattiva degli embrioni, XXIII, 324.

Maffiotti (G. B.). Sopra una relazione tra le coordinate sferiche ortogonali e le coordinate topografiche, XXVII, 210.

Mallard (Ernesto). V. **Carle** (G.).

Manaira (Alberto). Effemeridi del sole e della luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1894, XXVIII, 847.

Manca (Gregorio). Studi sull'allenamento; Ricerche sperimentali, XXVII, 564.

— Rapporto tra il peso de' reni e il peso e la superficie del corpo nei cani. Confronto tra i due reni; Nota, XXIX, 346.

Marfori (Pio). Intorno all'influenza che la veratrina cristallizzata esercita sulle costruzioni dei muscoli; Ricerche, XXV, 858.

Martinetti (Mattia). Sul calore specifico dell'acqua al di sotto di 0°; Osservazioni sperimentali, XXV, 827.

Mattirolo (Ettore). Sulla natrolite di Montecatini (*Val di Cecina*), XXI, 848.

Mattirolo (Oreste). Sullo sviluppo di due nuovi Hypocreacei e sulle spore-bulbilli degli ascomiceti, XXI, 423.

— Illustrazione della Cyphella endophila Cesati, XXII, 355.

— Sul parassitismo dei Tartufi e sulla questione delle Mycorhize, XXII, 464.

— Sopra alcuni movimenti igroscopici nelle Epatiche Marchantieae, XXIII, 543.

— Intorno al valore specifico della *Pleospora sarcinulae* e della *Pleospora alternariae* di Gibelli e Griffini; Ricerche sperimentali, XXIII, 642.

— Illustrazione di un Erbario del colle di Soperga composto sulla fine del secolo scorso dall'Abate A. Palazzi, XXVIII, 496.

— e **Buscalioni** (Luigi). Ricerche anatomo-fisiologiche sui tegumenti seminali delle *Papilionaceae;* Nota preventiva, XXIV, 614.

— — Sulla funzione della linea lucida nelle cellule malpighiane; Nota preventiva, XXV, 310.

— Eletto socio corrispondente, XXX, 184.

Mazzara (G.). Ricerche sulla trasformazione del timol in carvacrol, XXI, 370.

— e G. **Discalzo.** Bromoderivati del Timol, del Timochinone e dell'Ossitimol, XXI, 376,

Mazzotto (Domenico). Sui sistemi nodali delle onde elettriche ottenute col metodo di Lecher; Studio sperimentale, XXVIII, 749; XXIX, 22, 535.

Meneghini (Giuseppe). Annunzio della morte, XXIV, 345.

Mingazzini (Giovanni). Intorno al decorso ed ai rapporti del ***Pedunculus** cerebelli medius* e del *Corpus restiforme*, XXV, 542.

Moine (F.) Azione degli acidi bibasici organici e delle loro anidridi sul *senföle* e sulla tiosinnamina, XXI, 838.

Moleschott (Jacopo). V. **Lessona** (Michele).

Monari (A.). Mutamenti della composizione chimica dei muscoli nella fatica, XXII, 846.

Montemartini (Clemente). Sulla composizione di alcune roccie della riviera di Nizza, XXIII, 482.

— Composizione chimica e mineralogica di una roccia serpentinosa di Borzanasca (Riviera Ligure), XXV, 209.

— Studii sulle combinazioni inorganiche complesse; Parte I. Cloroplatiniti, XXVIII, 686.

— Relazione fra l'acqua di cristallizzazione di alcuni sali e la costante di attrito interno della loro soluzione, XXVIII, 696.

Montesano (Domenico). Su di un sistema lineare di coniche nello spazio, XXVII, 660.

— Su una congruenza di rette di secondo ordine e di quarta classe, XXVII, 1053.

Monti (Achille). V. **Golgi** (C.) e **Monti** (A.).

Monti (Virgilio). Sulla soprafusione dell'acqua e delle soluzioni saline in movimento, XXVII, 94.

— Sulla relazione fra la conducibilità elettrica e l'attrito interno degli elettroliti, XXVIII, 476.

— Sulla legge delle tensioni superficiali delle soluzioni; Ricerche sperimentali, XXIX, 752.

— Sulle singolari proprietà delle soluzioni di allume di cromo; Ricerche, XXX, 704.

Monticelli (Francesco Saverio). Osservazioni intorno ad alcune forme del Gen. *Apoblema* Dujard., XXVI, 496.

— Studii sui Trematodi endoparassiti. — Dei *Monostomum* del Box Salpa, XXVII, 514.

Morelli (Ettore). Elettrometro ad emicicli. Teoria ed applicazioni come wattometro, voltometro ed amperometro per correnti continue ed alternative, XXIV, 22.

Morera (Giacinto). Sulla rappresentazione delle funzioni di una variabile complessa per mezzo di espressioni analitiche infinite, XXI, 892.

— Sul problema della corda vibrante, XXIII, 402.

Mortara (Eugenio). Sull'equilibrio dei liquidi magnetici, XXIX, 325.

Mosso (Angelo). V. **Bizzozero** (Giulio) e **Mosso** (Angelo).

Mosso (Ugolino). Sulla azione delle sostanze che per mezzo del sistema nervoso aumentano o diminuiscono la temperatura animale, XXI, 569.

Mosso (Ugolino). L'azione del caldo e del freddo sui vasi sanguigni, XXIV, 777.
— Azione dei principii attivi della noce di Kola sulla contrazione muscolare; Esperienze, XXVIII, 405.
— Sulla trasformazione del rosso di Kola in caffeina; Esperienze critiche, XXIX, 524.
Muscatello (Giuseppe). Sulla struttura e sulla funzione di assorbimento del peritoneo, XXX, 682.
Mylius (Carlo). Intorno ad alcune forme inedite di Molluschi miocenici dei colli torinesi rinvenute a S. Margherita, XXVI, 458.
Naccari (Andrea). Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del socio corrispondente Prof. Antonio Roiti, intitolato: *Misure assolute di alcuni condensatori*, XXI, 676.
— Sui calori specifici di alcuni metalli dalla temperatura ordinaria fino a 320°, XXIII, 107.
— Sulla variazione del calore specifico del mercurio al crescere della temperatura, XXIII, 594.
— Sull'azione difensiva dei parafulmini, XXIV, 137.
— Azione delle scintille elettriche sui conduttori elettrizzati, XXIV, 195.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. A. Battelli, intitolato: *Sulle proprietà termiche dei vapori*, XXIV, 701; XXV, 690; XXVI, 725; XXVII, 890; XXVIII, 685; XXX, 728.
— Relazione sul sesto premio Bressa, XXV, 240.
— Sulla dispersione dell'elettricità per effetto del fosforo e delle scintille elettriche, XXV, 384.
— Relazione della seconda Giunta per il settimo Premio Bressa, XXVII, 231.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* il lavoro del Dott. G. B. Rizzo: *Il clima di Torino*, XXVII, 890.
— Relazione della Giunta per il conferimento dell'ottavo premio Bressa, XXIX, 213.
— Eletto alla carica di Segretario di Classe, XXX, 184.
— e **Battelli** (Angelo). Sul fenomeno *Peltier* nei liquidi, XXI, 821.
— e **Ferraris** (G.). Relazione sulla Memoria del Dott. Angelo Battelli, intitolata: *Sulle proprietà termiche dei vapori*, XXIV, 732; XXV, 824; XXVI, 854; XXVII, 1071; XXVIII, 780; XXX, 885.
— — Relazione sulla Memoria del Dott. G. B. Rizzo, intitolata: *Il clima di Torino*, XXVII, 1072.
— V. **Basso** (G.) e **Naccari** (A.).
— V. **Cossa** (A.) e **Naccari** (A.).
— V. **Ferraris** (G.) e **Naccari** (A.).

Narducci (Enrico). V. **Lessona** (M.).
— V. **Siacci** (F.).
Negro (Camillo). La terminazione nervosa motrice nei muscoli striati, XXV, 2.
Noether (Massimiliano). Ringrazia della sua nomina a socio corrispondente fatta nell'adunanza del 3 dicembre 1893, XXIX, 113.
Nordenskjöld (Adolfo Enrico). V. **Lessona** (M.).
Novarese (Enrico), Di una analogia fra la teorica delle velocità e la teorica delle forze, XXI, 900.
— Sopra una trasformazione delle equazioni d'equilibrio delle curve funicolari, XXII, 801.
— Studio sull'accelerazione di ordine *n* nel moto di una retta, XXIV, 400.
— Sull'accelerazione di second'ordine nel moto rotatorio intorno a un punto, XXVI, 302.
Oddone (E.). V. **Pagliani** (S.) e **Oddone** (E.).
Oehl (E.). Contribuzione allo studio della circolazione del sangue, XXIII, 78.
— Nuove esperienze sulla eccitazione voltaica dei nervi, XXIV, 245.
Omodei (Domenico). V. **Vicentini** (G.) e **Omodei** (D.).
Onoranze ad Angelo Genocchi, XXVII, 1088.
Ovazza (Elia). Sul calcolo delle deformazioni dei sistemi articolati, XXIII, 384.
— Sul calcolo delle freccie elastiche delle travi reticolari, XXIII, 625.
— Sulle superficie d'influenza per le reazioni, d'ostacolo e molecolari nei sistemi staticamente determinati, XXV, 342.
— Il poligono funicolare in cinematica, XXV, 406.
— Sulla resistenza di attrito fra vite e madrevite, XXVI, 215.
— Sul calcolo delle travi reticolari elastiche ad aste sovrabbondanti, XXVII, 394.
Owen (Riccardo). V. **Lessona** (M.).
Paci (Paolo). Sopra le superficie di area minima, XXIX, 446.
Padova (Ernesto). Sul moto di rotazione di un corpo rigido, XXI, 38.
Pagliani (Stefano). Sulle forze elettromotrici di contatto fra liquidi, XXI, 758.
Sopra alcune deduzioni della teoria di van 't Hoff sull'equilibrio chimico nei sistemi disciolti allo stato diluito; Nota 1ª e 2ª, XXIV, 481, 527.
— Sull'origine della forza elettromotrice nelle coppie idroelettriche, XXV, 739.
— e **Oddone** (E.). Sull'attrito interno nei liquidi, XXII, 314.
Panascì (A.). V. **Fusari** (R.) e **Panascì** (A.).
Parona (Carlo Fabrizio). Fossili del Lias medio nel conglomerato terziario di Lauriano (*Colli di Torino*), XXVI, 694.

Parona (Carlo Fabrizio). Sugli schisti silicei a radiolarie di Cesana presso il Monginevra, XXVII, 305.

Pasteur (Luigi). V. *Atti Accademici:* Conferimento del (v) premio Bressa.

— V. **Basso** (G.).

Pastore (Giuseppe). La legge di Roberts sul quadrilatero articolato; XXVI, 84.

— Di alcuni nuovi conduttori rettilinei approssimati, che si deducono dal moto ellittico, XXVII, 47.

Patrizi (M. L.). Sulla contrazione dei muscoli striati e i movimenti del *Bombix mori*, XXVIII, 452.

— Intorno alla contrazione muscolare delle marmotte nel sonno e nella veglia, XXIX, 173.

Peano (Giuseppe). Sull'integrabilità delle equazioni differenziali di primo ordine, XXI, 677.

— Integrazione per serie delle equazioni differenziali lineari, XXII, 437.

— Sopra alcune curve singolari, XXVI, 299.

— Eletto socio Nazionale residente, XXVI, 569.

— Sulla formola di Taylor, XXVII, 40.

— Generalizzazione della formula di Simpson, XXVII, 608.

— Estensione di alcuni teoremi di Cauchy sui limiti, XXX, 20.

— Sopra lo spostamento del polo sulla terra, XXX, 515.

— Sul moto del polo terrestre, XXX, 845.

— **D'Ovidio** (Enrico) e **Segre** (Corrado). Relazione intorno alla Memoria del Prof. Mollame: *Sulle equazioni abeliane reciproche, le cui radici si possono rappresentare con* x, θx, $\theta^2 x$, ... $\theta^{n-1} x$, XXVIII, 781.

Pieri (Mario). Sulle tangenti triple di alcune superficie del sest'ordine, XXIV, 514.

— Sulla corrispondenza algebrica fra due spazi rigati, XXV, 365.

— Sopra le linee uniformemente illuminate di una superficie qualunque, XXVII, 347.

— Sopra alcune congruenze di coniche, XXVIII, 289.

— Sui principii che reggono la geometria di posizione, XXX, 607.

Pincherle (Salvatore). Sulle operazioni distributive commutabili con una operazione data, XXX, 820.

Piolti (Giuseppe). Sopra una pseudomorfosi, XXI, 917.

— Sulla Cossaite del colle di Bousson (alta valle di Susa); Osservazioni, XXIII, 257.

— Gneiss tormalinifero di Villar Focchiardo (Val di Susa); Cenni descrittivi, XXIV, 661.

— I minerali del gneiss di Borgone (Val di Susa); Cenni descrittivi, XXV, 631.

— Il calcare del Grand Roc (alta valle di Susa); Osserv., XXVIII, 365.

Pialti (Giuseppe). Contribuzione allo studio della variolite del M.t Gimont (alta Valle di Susa); Osservazioni, XXIX, 118.
Pirotta (Romualdo). Eletto socio corrispondente (15 maggio 1892), XXVII, 889.
Pisati (Giuseppe), V. **Basso** (G.).
Pizzetti (Paolo). Gli azimut reciproci di un arco di geodetica, XXIII, 433.
— Sopra il calcolo della refrazione terrestre, XXV, 101.
— Sviluppo in serie relativo alle geodetiche dell'ellissoide di rotazione schiacciato, XXX, 217.
Poincaré (Enrico). Eletto socio corrispondente (15 maggio 1892), XXVII, 889.
Pollonera (Carlo). Specie nuove o mal conosciute di *Arion* europei, XXII, 290.
— Nuove contribuzioni allo studio degli *Arion* europei, XXIV, 623.
Porro (Francesco). Osservazioni delle comete Fabry. Barnard e Brooks (Ia 1886) fatte all'equatoriale di Merz dell'Osservatorio di Torino, XXI, 750.
— Osservazioni delle comete Finlay e Bernard-Hartwig fatte all'equatoriale di Merz dell'Osservatorio di Torino, XXII, 5.
— Nuove osservazioni delle comete Finlay e Barnard-Hartwig all'equatoriale di Merz dell'Osservatorio della R. Università, XXII, 218.
— Determinazione della latitudine della stazione astronomica di Termoli mediante passaggi di stelle al primo verticale, XXII, 399.
— Errata-corrige, XXII, 932.
— Terza ed ultima serie di osservazioni delle comete Finlay e Barnard-Hartwig all'equatoriale di Merz dell'Osservatorio di Torino, XXII, 557.
— Intorno all'ecclisse totale di luna del 28 gennaio 1888, XXIII, 262.
— Effemeridi del sole e della luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1889, XXIV, 36.
— Sulla differenza di longitudine fra gli Osservatori astronomici di Milano e di Torino, XXV, 38.
— Sulle determinazioni di latitudine eseguite negli anni 1888, 1889, 1890 all'Osservatorio di Torino. Comunicazione preliminare, XXV, 619.
— Sulla stella variabile *U Orionis* (Chandler 2100), XXV, 675.
Predella (Pilo). Sulla teoria generale delle omografie, XXVII, 270.
Quenda (E.). Azione dell'etere cianacetico sull'anilina, XXVII, 228.
— Azione dell'etere cianacetico sugli omologhi dell'anilina, XXIX, 296.
Ramati (A.). V. **Daccomo** e **Ramati**.
Rayleigh (Guglielmo Strutt). Eletto socio corrispondente, XXX, 184.
Reina (Vincenzo). Della compensazione nel problema di Hansen, XXVI, 571.
— Sull'errore medio dei punti determinati nei problemi di Hansen e di Marek, XXVII, 99.

Reina (Vincenzo). Una legge di dualità nella teoria della compensazione delle osservazioni, XXIX, 433.

Rizzo (Giov. Batt.). Variazioni prodotte dal calore in alcuni spettri di assorbimento, XXVI, 632.

— Di un notevole tipo isobarico subalpino, XXVI, 725.

— Intorno all'assorbimento della luce nel platino a diverse temperature, XXVIII, 823.

— Sull'estensione della legge di Kirchhoff intorno alla relazione fra l'assorbimento e l'emissione della luce, XXIX, 424.

Rosa (Daniele). Perichetini nuovi o meno noti, XXIX, 762.

Rotondi (Ermenegildo). Sullo invertimento spontaneo del saccaroso e sulla analisi dei prodotti industriali preparati con zucchero di canna e di fecola, XXI, 716.

Sacco (Federico). Intorno ad alcune impronte organiche dei terreni terziari del Piemonte, XXI, 927.

— Studio geologico dei dintorni di Voltaggio, XXII, 613.

— Studio geologico dei dintorni di Guarene d'Alba, XXIII, 158.

— Il seno terziario di Moncalvo; Studio geologico, XXIV, 562.

— Sopra una mandibola di *Balaenoptera* dell'Astigiana, XXV, 612.

— Sopra un cranio di *Tursiops Cortesii* (Desm.) var. *astensis* Sacc. dell'Astigiana, XXVI, 703.

— Le zone terziarie di Vernasca e Vigoleno nel Piacentino; Studio geologico, XXVII, 904.

— Sopra alcuni Asteroidei fossili, XXVIII, 739.

— Trionici di M. Bolca, XXIX, 654.

— Trionici di Monteviale, XXX, 541.

Sacerdotti (Cesare). Sui nervi della tiroide, XXIX, 16.

Salvadori (Tommaso). Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro manoscritto del Dott. A. Portis, intitolato: *Contribuzione all'Ornitologia italiana*, XXII, 132.

— La *Aegialitis asiatica* (Pall.) trovata per la prima volta in Italia, XXIII, 44.

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un suo lavoro: *Aggiunte alla Ornitologia della Papuasia e delle Molucche*, XXIV, 701; XXV, 2; XXVI, 723.

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Daniele Rosa, intitolato: *Revisione dei Lumbricidi*, XXVIII, 220.

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un suo lavoro: *Uccelli della Somalia raccolti da D. Eugenio dei Principi Ruspoli e dallo stesso socio descritti,* XXIX, 228.

— e **Camerano** (Lorenzo). Relazione intorno alla Memoria intitolata: *Revisione dei Lumbricidi*, del dott. Daniele Rosa, XXVIII, 303.

Salvadori (Tommaso), **Bellardi** (Luigi) e **Lessona** (Michele). Relazione intorno alla Memoria del Dottor Alessandro Portis, intitolata: *Contribuzione alla Ornitolitologia italiana.* P. II, XXII, 223.
— e **Giglioli** (E.). Presentano uno studio da inserirsi nei volumi delle *Memorie*, intitolato: *Sugli uccelli raccolti nell'Asia orientale e sulle coste della Cina durante il viaggio della* " Vittor Pisani " *negli anni 1879, 1880 e 1881, essendo comandante della nave S. A. R. il Principe Tommaso Duca di Genova,* XXIII, 542.
— e **Lessona** (Michele). Relazione intorno alla Memoria del Dott. Daniele Rosa, intitolata: *Studio zoologico e anatomico sul Criodrilus lacum*, XXII, 143.
— — Relazione intorno al lavoro del Dott. L. Camerano, intitolato: *Ricerche intorno al parassitismo e al polimorfismo dei Gordii,* XXII, 820.
— — Relazione intorno alla Memoria del Dott. D. Rosa, intitolata: *Sulla struttura dell'Hormogaster Redii,* XXIII, 256.
— — Relazione sulla Memoria del Dott. L. Camerano, intitolata: *Monografia degli Ofidi italiani,* XXIII, 622.
— V. **Camerano** (L.) e **Salvadori** (T.).
— V. **Lessona** (M.) e **Salvadori** (T.).
— V. **Gibelli** (G.) e **Salvadori** (T.).
Salvioli (Ignazio). Contributo allo studio dell'accrescimento del tessuto connettivo ed in particolare della cornea e del tendine; Osservazioni, XXIV, 641.
— Alcune osservazioni intorno al modo di formazione e di accrescimento delle glandole gastriche, XXV, 462.
— Contributo alla fisiologia degli epitelii. Della struttura dell'epitelio vaginale della coniglia e delle modificazioni che vi avvengono nella gravidanza, XXVI, 551.
Salvioni (E.). Alcuni osservazioni alle Memorie del Prof. Mazzotto: *Sui sistemi nodali delle onde elettriche ottenute col metodo di Lecher*, XXIX, 749.
Sang (Edoardo). V. **Lessona** (M.).
Sansoni (Francesco). Note di mineralogia italiana, XXIII, 198.
Sassernò (Alberto). Ricerche intorno alla struttura della colonna vertebrale del genere *Bombinator*, XXIV, 703.
Scacchi (Arcangelo). V. **Cossa** (A.).
Scheele (Carlo Guglielmo). V. **Lessona** (M.).
Schwarz (H. A.). V. **Genocchi** (A.).
Segre (Corrado). Sulle varietà normali a tre dimensioni composte di serie semplici razionali di piani, XXI, 95.
— Ricerche sulle rigate ellittiche di qualunque ordine, XXI, 868.

Segre (Corrado). Nuovi risultati sulle rigate algebriche di genere qualunque, XXII, 362.
— Sulla varietà cubica con dieci punti doppi dello spazio a quattro dimensioni, XXII, 791.
— Eletto socio nazionale residente, XXIV, 345.
— Le corrispondenze univoche sulle curve ellittiche, XXIV, 734.
— Un nuovo campo di ricerche geometriche; Saggio, XXV, 276, 430, 592; XXVI, 35.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro intitolato: *Ricerche generali sopra i sistemi lineari di curve piane*, del Dott. Guido Castelnuovo, XXVI, 452.
— Annunzia la morte del Prof. Leopoldo Kronecker dell'Università di Berlino, XXVII, 266.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Prof. Riccardo De Paolis, intitolato: *Le corrispondenze proiettive nelle forme geometriche fondamentali di prima specie*, XXVII, 266.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle Memorie un lavoro del Prof. T. Enriques, intitolato: *Ricerche di geometria sulle superficie algebriche*, XXVIII, 718.
— Presenta in dono la biografia da lui scritta del socio Giuseppe Bruno, XXIX, 2.
— *Die Entwickelung der Theorie der algebraischen Funktionen in älterer und neuerer Zeit* (Bericht erstattet der Deutschen Mathematiker-Vereinigung) von A. Brill und M. Noether. Cenni, XXX, 109.
— Nominato membro della Giunta per la Biblioteca accademica, XXX, 588.
— e **D'Ovidio** (Enrico). Relazione sul Saggio storico di Gino Loria: *Il periodo aureo della geometria greca*, XXV, 208.
— — Relazione intorno alla Memoria di Guido Castelnuovo: *Ricerche generali sopra i sistemi lineari di curve piane*, XXVI, 595.
— — Relazione sulla Memoria del Prof. Riccardo De Paolis, intitolata: *Le corrispondenze proiettive nelle forme geometriche fondamentali di 1ª specie*, XXVII, 366.
— — Relazione intorno alla Memoria intitolata: *Sopra le curve di dato ordine e dei massimi generi in uno spazio qualunque* del Dott. Gino Fano, XXVIII, 865.
— — Relazione intorno alla Memoria intitolata: *Ricerche di geometria sulle superficie algebriche*, del Dott. F. Enriques, XXVIII, 867.
— V. **Peano** (G.), **D'Ovidio** (E.) e **Segre** (C.).
— V. **Volterra** (V.) e **Segre** (C.).
Sella (Alfonso). Sulle leggi di geminazione del dicromato potassico, XXV, 153.

Siacci (Francesco). Presentazione, a nome del Principe Boncompagni di un fascicolo intitolato: *Bibliotheca Mathematica* compilato e pubblicato in Stocolma dal Dott. Gustavo Eneström di cui fa omaggio all'Accademia, XXI, 257.
— Sulla rotazione di un corpo intorno a un punto, XXI, 261.
— Commemorazione di Alessandro Dorna, XXII, 247.
— Presentazione del fascicolo di aprile 1887 del *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche,* pubblicato da B. Boncompagni, XXIII, 229.
— Sulla compensazione delle poligonali che servono di base ai rilievi topografici, XXIII, 430.
— Presenta e legge una commemorazione del Presidente senatore Angelo Genocchi, da inserirsi nei volumi delle *Memorie* accademiche, XXIV, 512.
— Iscrizione per il busto di A. Genocchi, XXVII, 1088.
— In commemorazione di Enrico Narducci, XXVIII, 811.
Sobrero (Ascanio). V. **Cossa** (A.).
— V. **Lessona** (M.).
Spezia (Giorgio). Sulla flessibilità dell'itacolumite, XXI, 51.
— Sulla influenza della pressione nella formazione dell'anidrite, XXI, 912.
— Sulla fusibilità dei minerali, XXII, 419.
— Sull'origine del gesso micaceo e anfibolico di val Cherasca nell'Ossola, XXIII, 25.
— Presenta un lavoro manoscritto del Dott. Federico Sacco, da inserirsi nei volumi delle *Memorie,* intitolato: *I Cheloni astiani del Piemonte*, XXIV, 399.
— Commemorazione del socio Prof. Luigi Bellardi, XXV, 691.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Prof. C. F. Parona, intitolato: *Revisione della Fauna liasica di Gozzano in Piemonte,* XXVII, 853.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* uno studio del Prof. Alessandro Portis: *Contribuzione alla storia fisica del bacino di Roma*, XXVII, 972.
— La silice nei tripoli di Sicilia, XXIX, 598.
— La pressione nell'azione dell'acqua sull'apofillite e sul vetro, XXX, 455.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Giuseppe Piolti, intitolato: *Sopra alcune roccie del bacino del Monte Gimont* (alta valle di Susa), XXX, 588.
— e **Berruti** (Giacinto). Relazione sulla Memoria intitolata: *Sopra alcune rocce del bacino del Monte Gimont,* del Dott. Giuseppe Piolti, XXX, 779.

Spezia (Giorgio). V. **Bellardi** (L.) e **Spezia** (G.).
— V. **Bellardi** (L.), **Berruti** (G.) e **Spezia** (G.).
— V. **Camerano** (Lorenzo) e **Spezia** (G.).
— V. **Lessona** (M.) e **Spezia** (G.).
Stas (Giovanni Gervasio). Eletto socio straniero, XXV, 208.
— V. **Cossa** (A.).
Stoppani (Antonio). V. **Lessona** (M.).
Strasburger (Edoardo). Ringrazia della sua nomina a socio corrispondente fatta nell'adunanza del 3 dicembre 1893, XXIX, 163.
Studer (Bernardo). V. **Basso** (G.).
Treves (Zaccaria). Sull'azione fisiologica del ciantrimetilpiperideone, XXIX, 164.
— Osservazioni sui movimenti degli occhi negli animali durante la narcosi, XXX, 406.
Turazza (Domenico). V. **Lessona** (M.).
Valle (Guido). L'equazione modulare nella trasformazione delle funzioni ellittiche, XXIV, 374.
— Sulle equazioni differenziali alle quali soddisfano il modulo ed il moltiplicatore nella trasformazione delle funzioni ellittiche, XXV, 114.
— Sopra un caso particolare di trasformazione delle funzioni ellittiche, XXVI, 236.
Varaglia (Serafino) e **Conti** (Antonio). Alcune particolarità macro e microscopiche dei nervi cardiaci nell'uomo, XXII, 890.
Vicentini (Giuseppe). Sulla variazione di volume di alcuni metalli nell'atto della fusione e sulla dilatazione termica degli stessi allo stato liquido; Studio sperimentale, XXII, 28.
— e **Omodei** (Domenico). Sulla variazione di volume di alcuni metalli nell'atto della fusione e sulla dilatazione termica degli stessi allo stato liquido, XXII, 712.
— — Sulla densità di alcuni metalli allo stato liquido e sulla loro dilatazione termica, XXIII, 38.
— — Sulla resistenza elettrica di alcuni metalli facilmente fusibili; Nota preliminare, XXV, 30.
Virchow (Rodolfo). Eletto socio straniero; XXV, 89.
Virgilio (Francesco). Di un antico lago glaciale presso Cogne in Valle d'Aosta, XXI, 291.
— Il Permo-carbonifero di Valle Stretta (alta Valle della Dora Riparia), XXV, 715.
— Argomenti in appoggio della nuova ipotesi sulla origine della collina di Torino; Nota geologica, XXX, 589.
Voglino (Pietro). Illustrazione di due Agaricini italiani, XXIII, 549.
— Ricerche intorno alla formazione di alcune mostruosità degli Agaricini, XXX, 97.

Voglino (Pietro). Ricerche intorno alla struttura della " Clitocybe odora „ Bull., XXX, 690.
Volterra (Vito). Eletto socio residente, XXX, 284.
— Sulla teoria dei moti del polo terrestre, XXX, 301.
— Sul moto di un sistema nel quale sussistono moti interni stazionari, XXX, 372.
— Sopra un sistema di equazioni differenziali, XXX, 445.
— Un teorema sulla rotazione dei corpi e sua applicazione al moto di un sistema nel quale sussistono moti interni stazionarii, XXX, 524.
— Sui moti periodici del polo terrestre, XXX, 547.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Giuseppe Lauricella, intitolato: *Sulle equazioni del moto dei corpi elastici,* XXX, 588.
— Sulla teoria dei moti del polo nella ipotesi della plasticità terrestre, XXX, 729.
— Osservazioni sulla mia Nota: *Sui moti periodici del polo terrestre,* XXX, 817.
— e **Segre** (Corrado). Relazione intorno alla Memoria del Dott. Giuseppe Lauricella, intitolata: *Sulle equazioni del moto dei corpi elastici,* XXX, 884.
Waldeyer (Guglielmo). Eletto socio corrispondente, XXV, 89.
Weber (Guglielmo). V. **Basso** (G.).
Winkler (C.). Lettera annunziante la scoperta da lui fatta di un nuovo corpo elementare a cui diede il nome di *germanium*, XXI, 421.
Zanotti Bianco (Ottavio). L'esagramma di Pascal; Nota storica, XXI, 686.
— Alcuni teoremi sui coefficienti di Legendre, XXII, 225; XXIII, 5.
Zeuner (Gustavo). Ringrazia della sua nomina a socio corrispondente fatta nell'adunanza del 3 dicembre 1893, XXIX, 163.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE.

Allievo (Giuseppe). Eletto socio Nazionale residente, XXX, 207.
— Sunto della Memoria intitolata: *Maine de Biran e la sua dottrina antropologica,* XXX, 501.
— Luigi Ferri; Commemorazione, XXX, 565.
Amelineau (Emilio). Eletto socio corrispondente, XXX, 500.
Arneth (Alfredo von). Eletto socio straniero, XXVII, 571.
Bancroft (Giorgio). V. **Ferrero** (E.).
Barnabei (Felice). Eletto socio corrispondente, XXX, 500.
Birch (Samuele). V. **Schiaparelli** (L.).
Birch (Walter de Gray). Eletto socio corrispondente, XXI. 504.
Böhtlingk (Ottone). Eletto socio straniero, XXV, 482.
Bollati di Saint Pierre (Federico Emanuele). Un inedito documento sulla battaglia di Guastalla, XXIII, 133.
— Presentazione di un opuscolo di Paolo Meyer, XXIV, 392.
— e **Ferrero** (Ermanno). Dànno informazioni intorno al lavoro del fu socio non residente Leone Menabrea, intitolato: *Index des fiefs de la Savoie,* XXIX, 395.
— **Manno** (A.) e **Ferrero** (E.). Relazione intorno alla Monografia del Conte Eugenio Cais di Pierlas: *Le onzième siècle dans les Alpes maritimes;* Études généalogiques, XXIII, 648.
— V. **Nani** (C.) e **Bollati di Saint Pierre** (F. E.).
Bonghi (Ruggero). Eletto socio corrispondente, XXI, 504.
Boselli (Paolo). Eletto socio Nazionale residente, XXIII, 222.
— La Duchessa di Borgogna e la battaglia di Torino, XXVII, 470.
— Carlo Alberto e l'Ammiraglio Des Geneys nel 1821, XXVII, 706.
Brizio (Eduardo). Eletto socio corrispondente, XXVIII, 429.

Brusa (Emilio). Eletto socio Nazionale residente, XXX, 207.
— Ad occasione dell'opera del sig. Avvocato Nicola Framarino dei Malatesta: *Logica delle prove in criminale*, XXX, 422.
Buonamici (Francesco). Eletto socio corrispondente, XXV, 482.
— Sull' " *Interdictum momentariae possessionis* " e sulla " *Redintegranda* " del diritto canonico, XXVIII, 253.
Calligaris (Giuseppe). Intorno al sepolcro di Adelaide di Susa, XXV, 520.
— Di tre diplomi di Federico II, uno dei quali inedito, XXVI, 898.
Campori (Giuseppe). V. **Gorresio** (G.).
Capasso (Bartolomeo). Eletto socio corrispondente, XXV, 482.
Carini (Isidoro). Eletto socio corrispondente, XXVIII, 429.
— V. **Carle** (G.).
— V. **Cipolla** (C.).
Carle (Giuseppe). Nominato membro del Consiglio Amministrativo dell'Accademia, XXII, 279.
— Le origini della proprietà Quiritaria presso le genti del Lazio, XXII, 570.
— Legge la prima parte di un suo lavoro che ha per titolo: *Processo formativo dello Stato moderno*, XXV, 647.
— Presentazione di un opuscolo del sig. Henry Goudy, intitolato: *The Study of the Roman Law*, XXV, 875.
— Fa omaggio a nome dell'autore prof. Emilio Brusa di varie pubblicazioni, XXVI, 311.
— Del processo formativo dello Stato moderno, XXVI, 313.
— Offre da parte dell'autore socio corrispondente Francesco Buonamici, un opuscolo intitolato: *Sulla storia del manoscritto pisano-fiorentino delle Pandette*, XXVI, 439.
— Offre da parte dell'autore prof. Lodovico Zdekauer, l'opuscolo: *Su l'origine del manoscritto pisano delle Pandette*, XXVI, 463.
— Eletto Vice-Presidente, XXVIII, 278.
— Annuncio della morte del socio Nazionale non residente Jacopo Moleschott, XXVIII, 704.
— Su due Memorie postume del Dottor Giulio Capone, XXIX, 495.
— Rieletto Vice-Presidente, XXIX, 833.
— Commemora il defunto Presidente Michele Lessona, ed il socio Ariodante Fabretti, XXX, 1.
— Annuncia la morte del socio nazionale non residente G. B. De Rossi, dei soci stranieri G. Whitney ed E. Helmholtz, e dei soci corrispondenti E. Mallard e A. Daguet, XXX, 1.
— Eletto Presidente, XXX, 208.
— Annunzio della morte del socio corrispondente Isidoro Carini, XXX, 244.

Carle (Giuseppe). Parole colle quali accompagna la presentazione dell'opuscolo del Prof. Vincenzo Lilla, intitolato: *Tommaso Rossi critico di Tito Lu crezio Caro*, XXX, 385.
— Annunzio della morte del socio corrispondente Antonio Pertile, XXX, 387.
— Annuncio della morte del socio Nazionale non residente Cesare Cantù e del socio corrispondente Luigi Ferri, XXX, 421.
Champollion-Figeac (Luigi Amato). V. **Ferrero** (E.).
Chevalier (Ulisse). Eletto socio corrispondente, XXVIII, 429.
Cian (Vittorio). Ancora dello " *Spirto gentil* " di messer Francesco Petrarca, XXVIII, 882.
— La " *Malta* " dantesca, XXIX, 497.
— Sunto della Memoria intitolata: *L' immigrazione dei Gesuiti spagnuoli letterati in Italia*, XXX, 504.
Cipolla (Carlo). Eletto socio Nazionale residente, XXVI, 604.
— Commemorazione di Ferdinando Gregorovius, XXVI, 660.
— Di un diploma perduto di Carlo III (il Grosso) in favore della Chiesa di Vercelli; XXVI, 670.
— Nuovi studi sull'itinerario di Corrado II nel 1026, XXVI, 790.
— Di Rozone vescovo di Asti e di alcuni documenti inediti che lo riguardano; Sunto, XXVI, 797.
— Nuovi studi sull'itinerario di Corrado II nel 1026, XXVI, 880.
— Titolo cemeteriale cristiano scoperto ad Acqui, XXVI, 896.
— Sunto della Memoria: Il trattato " *De Monarchia* " di Dante Alighieri e Giovanni da Parigi, XXVII, 385.
— Appunti storici tratti dalle epistole di S. Pier Damiani, XXVII, 742.
— I testi greci della cronaca Arabo-Sicula di Cambridge pubblicati da G. Cozza-Luzi, XXVII, 830.
— Sunto di una sua Memoria, intitolata: *Considerazioni sulle Getica di Jordanes e sulla loro relazione colla Historia Gothorum di Cassiodorio Senatore*, XXVII, 932.
— Carlo Vassallo; Commemorazione, XXVIII, 46.
— Un documento per la storia dei mercanti " Lombardi " a Londra nel secolo xv, XXVIII, 171.
— Di alcuni luoghi autobiografici nella Divina Commedia, XXVIII, 372.
— Ancora dei mercanti " Lombardi ", XXVIII, 880.
— Per la storia della formula " *Sator Arepo* ", XXIX, 209.
— Sunto della Memoria: *L'antica biblioteca Novaliciense e il frammento di un codice delle Omelie di S. Cesario*, XXIX, 338.
— Sunto della Memoria: *Appunti dal codice Novaliciense del Martyrologium Adonis*, XXIX, 397.
— Un diploma di Corrado II (Stumpf 1911), XXIX, 463.

Cipolla (Carlo). Un' iscrizione medioevale a Cisano sul lago di Garda, XXIX, 508.
— Sunto della Memoria: *Notizia di alcuni codici dell'antica biblioteca Novaliciense,* XXIX, 733.
— Sunto della Memoria: *Antichi inventarii del monastero della Novalesa, con la serie degli abati e dei priori del medesimo,* XXIX, 831.
— Sulla notizia vercellese riguardante un diploma perduto di Carlo III (il Grosso), XXX, 46.
— Isidoro Carini; Commemorazione, XXX, 356.
— **Manno** (Antonio) e **Ferrero** (E.). Relazione della Commissione incaricata di esaminare il lavoro presentato da G. Sforza, col titolo: *Castruccio Castracani degli Antelminelli e gli altri Lucchesi di parte Bianca in esiglio,* XXVI, 913.
— **Nani** (Cesare) e **Ferrero** (Ermanno). Relazione sulla Memoria del Prof. Federico Patetta: *Frammento torinese del codice Teodosiano,* XXX, 901.
Cipolla (Francesco). L'indicativo *alcuno* nella Divina Commedia, XXIX, 576.
— Intorno al " Catone „ del Purgatorio dantesco, XXX, 162.
Claretta (Gaudenzio). Il Comune di Giaveno nel medioevo, XXI, 507.
— Sopra il libro: *Bibliographie méthodique de l'Ordre souverain de S. Jean de Jérusalem,* del Cav. Ferdinando de Hellewald. Il Piemonte e l'Ordine di Malta, XXI, 651.
— Omaggio alla Classe, a nome dell'autore, Cav. Avv. Felix de Salles, dell'opera: *Les annales de l'Ordre Teutonique ou de Sainte-Marie de Jérusalem depuis son origine jusqu'à nos jours, etc.,* XXII, 345.
— L'abbazia di S. Michele della Chiusa nel medio evo; Notizia storico-critica e sfragistica, XXII, 371.
— Presenta il primo volume dell'opera del sig. Cav. Francesco Cristofori, intitolato; *Le tombe dei papi in Viterbo e le chiese di S. Maria in Gradi, di S. Francesco e S. Lorenzo,* XXII, 770.
— Illustrazione di sigilli inediti dei secoli XV e XVI, XXIII, 268.
— Presenta a nome dell'autore Cav. Felice de Salles, il libro: *Chapitres nobles de Lorraine,* XXIII, 418.
— Corollari storico-critici dedotti dalla recente edizione dell'opera di D. Carutti: *Il conte Umberto I e il re Ardoino,* XXIII, 503.
— Presentazione di un' opera del sig. Cav. Felice de Salles, XXIV, 554.
— Sull'antichissimo monastero torinese di S. Pietro dell'Ordine Benedettino; Notizia storico-critica, XXIV, 672.
— Lettura di un suo lavoro sugli usi e costumi piemontesi tra il fine del secolo XVII ed il principio del XVIII, XXV, 127.
— Sulle memorie storiche della Città di Carmagnola, raccolte dall'Ingegnere Raffaello Menocchio, XXV, 319.

Claretta (Gaudenzio). Le peripezie del celebre quadro di Van Dyck: *Il ritratto equestre del Principe Tommaso di Savoia*, e dei famosi arazzi: *Gli amori di Mercurio;* Nota storico-artistica, XXV, 548.
— Gli Alfieri e il vescovo d'Asti Baldracco Malabaila 1349—1354, XXVI, 773.
— Intorno al libro del Prof. Ferdinando Gabotto: *Ricerche e studi sulla storia di Bra*, XXVII, 413.
— Della tirannia dei Ferrero-Fieschi principi di Masserano; Nota storica, XXVII, 415.
— Sugli statuti di Bene Vagienna, XXVIII, 156.
— Intorno al libro dell'Avv. Usseglio: *Bianca di Monferrato di Savoia* (Torino, 1892), XXVIII, 197.
— Intorno al libro: *La Suisse sous le pacte de 1815 par Berthold van Muyden*, XXVIII, 509.
— Carlo V e Clemente VII; il loro arrivo al Congresso di Bologna, e l'assedio di Firenze del 1530, secondo il legato di Savoia a Roma, a proposito dell'odierna pubblicazione di una corrispondenza epistolare di quei due potentati, XXVIII, 634.
— Ludovico Sauli e Amedeo Peyron; Reminiscenza letteraria, XXVIII, 783.
— Sull'opera donata all'Accademia da S. A. S.[ma] il Principe Alberto I di Monaco: *Documents historiques relatifs à la principauté de Monaco depuis le* xv *siècle*, XXIX, 128.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* una sua commemorazione della vita e degli studii del fu socio corrispondente Alfonso Corradi, XXIX, 396.
— Il primo segretario del Duca di Savoia Carlo Emanuele I ed uno schiavo a Torino nel 1628; Notizie storiche, XXIX, 561.
— Una ricognizione dell'Archivio del Cenobio d'Oulx nel 1607 e il Cartario Ulciense, XXX, 245.
— Eletto alla carica di Direttore di Classe, XXX, 355.
— Una contraversia marinaresca, definitasi a Torino nel 1674 ed un tentativo di fondare in Torino una colonia ellenica, XXX, 902.

Cognetti de Martiis (Salvatore). Ammesso dalla Classe a fare una lettura di una Nota intorno al personaggio mitico di Saturno, XXI, 606.
— Lettura sui " Captivi „ di Plauto, XXII, 370, 454.
— Eletto socio Nazionale residente, XXII, 931.
— Sunto di una Nota, intitolata: *Fondamento storico di una leggenda italica*, XXIII, 52.
— L'Istituto Pitagorico, XXIV, 208, 270.
— Lettura della prima parte d'un suo lavoro, intitolato: *Banche e banchieri nelle commedie di Plauto*, XXV, 213.
— Il sistema di mercede a scala mobile nella inchiesta inglese sul lavoro, XXVIII, 161.

Cognetti de Martiis (Salvatore). Tracce probabili d'una leggenda indoeuropea nel " *Rudens* " di Plauto, XXVIII, 169.
— Lettura di un suo lavoro sulle più recenti indagini statistiche sugli scioperi, XXVIII, 704, 869.
— Un'obbligazione cambiaria per la IV Crociata, XXIX, 778.
— Uno schema socialistico nell'*Aulularia* di *Plauto*, XXX, 115.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Pasquale Jannacone: *La recente inchiesta inglese sul lavoro*, XXX, 320.
— Ritira questo lavoro, XXX, 387.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Michele Losacco, intitolato: *Ricerche intorno al alcune fonti del pessimismo leopardiano*, XXX, 500.
— Ritira questo lavoro, XXX, 889.
— e **Nani** (C.). Relazione sulla Memoria del Prof. Camillo Supino, intitolata: *La scienza economica in Italia dalla seconda metà del secolo* XVI *alla prima del* XVII, XXIII, 651.
— — Relazione sulla Memoria del Dott. Pasquale Jannacone: *La recente inchiesta inglese sul lavoro,* XXX, 358.
Comparetti (Domenico). V. Atti Accademici: Conferimento del (VI) premio Bressa.
— Eletto socio Nazionale non residente, XXVII, 571.
Corradi (Alfonso). Eletto socio corrispondente, XXV, 482.
— Gian Bartolomeo Gattinara ed il sacco di Roma nel 1527, XXVII, 238.
— V. **Lessona** (M.).
Cortese (Giacomo). La sintassi dei casi in Orazio, XXIX, 785.
Cossa (Luigi). Eletto socio corrispondente, XXI, 504.
Curtius (Ernesto). Eletto socio straniero, XXX, 500.
Curtius (Giorgio). V. **Flechia** (G.).
— V. **Pezzi** (G.).
Daguet (Alessandro). V. **Carle** (G.).
Dalla Vedova (Francesco). Eletto socio corrispondente, XXX, 500.
Dareste (Rodolfo). Eletto socio corrispondente, XXVIII, 429.
Del Lungo (Isidoro). Eletto socio corrispondente, XXV, 482.
De Rossi (Giovanni Battista). V. **Carle** (G.).
— V. **Ferrero** (E.).
De Simoni (Cornelio). Eletto socio corrispondente, XXX, 500.
De Vit (Vincenzo). Della via tenuta dai Cimbri per calare in Italia e del luogo della loro sconfitta, secondo il Pais, XXVII, 166.
— Eletto socio corrispondente, XXVII, 571.
— V. **Ferrero** (E.).
De-Witte (G. G. Antonio Maria). V. **Fabretti** (A.).

D'Ovidio (Enrico). Discorso letto nell'adunanza solenne dell'Accademia inaugurandosi un busto in onore del fu suo Presidente Angelo Genocchi, XXVII, 1090.

Duchesne (Luigi). Eletto socio corrispondente, XXX, 500.

Duhn (Federico von). V. **Ferrero** (E.).

Dutto (Agostino). La Valle di Stura dal 1163 al 1200; Ricerche documentate, XXIX, 132.

— Se gli Astigiani e l'abate di S. Dalmazzo del Borgo ebbero parte nella fondazione di Cuneo, XXX, 321.

Egger (Emilio). V. **Fabretti** (A.).

Fabretti (Ariodante). Annunzio della morte del socio straniero Emilio Egger, XXI, 152.

— Lettura del suo lavoro intorno alle: *Leggi suntuarie concernenti il vestire degli uomini e delle donne in Perugia nel secolo* XVI, XXI, 196, 325, 404, 505; XXIII, 333; XXIV, 553; XXVII, 291, 571.

— Annunzio della morte del socio nazionale residente Nicomede Bianchi, XXI, 403.

— Approvazione per la stampa nei volumi delle *Memorie* della prima parte del suo lavoro: *Sulle leggi suntuarie del vestire degli uomini e delle donne a Perugia*, XXI, 606.

— Annunzio della morte del Barone Alfredo di Reumont, socio straniero dell'Accademia, XXII, 809.

— Commemorazione del socio corrispondente G. Gozzadini, XXIII, 50.

— Rieletto Vice-Presidente dell'Accademia, XXIII, 603.

— Presentazione di una statuetta di bronzo rappresentante la Vittoria, XXIV, 144.

— Annunzio della morte del Barone De Witte, socio straniero dell'Accademia, XXV, 59.

— Parole di rimpianto per la morte di S. A. R. il Duca di Aosta, XXV, 303.

— Eletto alla carica di Direttore di Classe, XXVII, 237.

— e **Ferrero** (Ermanno). Delegati a rappresentare l'Accademia all'inaugurazione di un monumento in Asti al Canonico Prof. Carlo Vassallo, già socio corrispondente dell'Accademia, XXVIII, 633.

— **Flechia** (G.) e **Pezzi** (D.). Relazione sul lavoro del Prof. Elia Lattes: *La grande epigrafe etrusca del cippo di Perugia tradotta ed illustrata*, XXVI, 798.

— e **Pezzi** (Domenico). Riferiscono intorno al lavoro del socio corrispondente Elia Lattes, intitolato: *L'ultima colonna dell'iscrizione etrusca della mummia,* XXIX, 558.

— V. **Carle** (G.).

Ferrero (Ermanno). Breve commemorazione di Leone Renier, XXI, 156.
— Pubblicazioni francesi di documenti diplomatici, XXI, 317.
— Legge a titolo di comunicazione, la prefazione del I vol. del periodo 3° delle: *Relazioni diplomatiche della Monarchia di Savoia; Francia,* XXI, 605.
— Iscrizioni classiarie di Cagliari, XXI, 959.
— Annunzio della morte del socio corrispondente Luigi Prospero Gachard, XXI, 316.
— Lettura di una commemorazione di Luigi Prospero Gachard, socio corrispondente, XXI, 954.
— La patria dell'Imperatore Pertinace, XXII, 75, 932.
— Iscrizione scoperta al passo del Furlo, XXII, 256.
— Lettura della commemorazione di Ercole Ricotti, XXII, 457, 501, 598, 774, 810.
— La strada romana da Torino al Monginevro; Sunto, XXIII, 50.
— Di alcune iscrizioni romane della Valle di Susa, XXIII, 180.
— Giantommaso Terraneo, Cesare Sacchetti e l'epigrafia di Susa, XXIII, 456.
— Un'opera postuma di Ercole Ricotti, XXIII, 527.
— Una nuova tavoletta votiva del Gran San Bernardo, XXIV, 293.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro manoscritto del Dott. Carlo Merkel col titolo: *Il Piemonte e Carlo d'Angiò prima del 1250*, XXIV, 671.
— Frammenti di tavolette votive del Gran San Bernardo, XXIV, 838.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* accademiche un lavoro del Prof. Ettore Pais, intitolato: *Intorno al luogo ed al tempo in cui Strabone compose la sua Geografia storica,* XXV, 318.
— Guglielmo Giesebrecht; Parole commemorative, XXV, 332.
— Breve cenno su due volumi del sig. Marchese di Nadaillac, offerti in dono all'Accademia, intitolati, l'uno: *L'Amérique préhistorique* e l'altro: *Mœurs et monuments des peuples préhistoriques,* XXV, 375.
— Presentazione di due opuscoli del Cav. Prof. Carlo Vassallo, intitolati: l'uno, *Matteo Prandone difensore d'Asti nel 1526 contro Fabrizio Maramaldo* e l'altro: *Il Beato Enrico Alfieri*, XXV, 376.
— Presentazione per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* di un suo lavoro: *Sulle iscrizioni antiche Vercellesi*, in aggiunta alla raccolta del P. D. Luigi Bruzza, XXV, 875.
— Presenta da parte dell'autore Vittorio Poggi socio corrispondente la parte seconda della monografia: *Albissola, appunti storici ed artistici,* XXVI, 170.
— Presenta un opuscolo del sig. Roberto Mowat, intitolato: *Notice sur quelques bijoux d'or au nom de Constantin*, XXVI, 247.

Ferrero (Ermanno). Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro da lui fatto in unione del Prof. Federico von Duhn: *Le monete galliche del Medagliere dell'Ospizio del Gran S. Bernardo*, XXVI, 439.
— Ragguaglio alla Classe intorno agli scavi compiuti al Gran San Bernardo, XXVI, 439.
— Giorgio Bancroft; Parole commemorative, XXVI, 440.
— Ara votiva scoperta a Demonte, XXVI, 685.
— Eletto alla carica di Segretario della Classe, XXVI, 772.
— Intorno al libro di Manuel Rodriguez de Berlanga: *El nuevo bronce de Itálica*, XXVII, 382.
— Presenta all' Accademia il dono fattole da S. E. il Ministro della Pubblica Istruzione della Relazione del Prof. F. Barnabei: *Scavi di antichità nel territorio Falisco;* e ne dà un breve ragguaglio, XXVII, 931.
— Nuovi ufficii nelle armate romane, XXVII, 1076.
— Federico Wieseler; Parole commemorative, XXVIII, 206.
— Vincenzo De-Vit; Breve commemorazione, XXVIII, 308.
— Un nuovo libro di istruzioni diplomatiche francesi, XXVIII, 787.
— Intorno ad un ferro di *pilum* scoperto al Gran San Bernardo, XXIX, 156.
— Luigi Amato Champollion-Figeac; Parole commemorative, XXIX, 559.
— Rieletto alla carica di Segretario di Classe, XXIX, 777.
— Giovanni Battista De Rossi; Parole commemorative, XXX, 43.
— Di un'iscrizione di Aosta, XXX, 360.
— Riferisce, a nome anche del socio Graf, sul lavoro del Dott. Vittorio Cian: *L'immigrazione dei gesuiti spagnuoli letterati in Italia*, XXX, 499.
— e **Manno** (A.). Riferiscono sulla *Memoria* presentata alla Classe dal Prof. Ettore Pais, intitolata: *Intorno al luogo e al tempo in cui Strabone compose la sua geografia storica*, XXV, 376.
— — Relazione sul lavoro del Dott. Carlo Merkel, intitolato: *La dominazione di Carlo I d'Angiò in Piemonte ed in Lombardia, ed i rapporti di essa colle guerre contro re Manfredi e Corradino*, XXVI, 415.
— e **Nani** (C.). Riferiscono intorno al lavoro del Dott. Carlo Merkel, intitolato: *Il Piemonte e Carlo d'Angiò prima del 1259*, XXIV, 719.
— V. **Bollati di Saint Pierre** (E. F.), **Manno** (A.) e **Ferrero** (E.).
— V. **Bollati di Saint Pierre** (F. E.) e **Ferrero** (E.).
— V. **Cipolla** (C.), **Manno** (A.) e **Ferrero** (E.).
— V. **Cipolla** (Carlo), **Nani** (Cesare) e **Ferrero** (Ermanno).

Ferrero (Ermanno). V. **Fabretti** (Ariodante) e **Ferrero** (Ermanno).
— V. **Graf** (A.) e **Ferrero** (E.).
— V. **Manno** (A.) e **Ferrero** (E.).
Ferri (Luigi). V. **Allievo** (Giuseppe).
Filippi (Giovanni). Dedizione di Savona a Filippo Maria Visconti (1422), XXX, 266.
Flechia (Giovanni). Annunzio della morte del socio corrispondente Giorgio Curtius, XXI, 152.
— Eletto alla carica di Direttore di Classe, XXV, 213.
— Eletto Vice-Presidente dell'Accademia, XXVI, 713.
— Del nome " Ariosto ", XXVIII, 41.
— V. **Fabretti** (A.), **Flechia** (G.) e **Pezzi** (D.).
— V. **Pezzi** (D.) e **Flechia** (G.).
Foerster (Wendelin). Eletto socio corrispondente, XXX, 500.
Gabba (Carlo Francesco). Eletto socio corrispondente, XXIV, 411.
Genocchi. V. *Onoranze;* **Lessona** (Michele), **D'Ovidio** (Enrico).
Giesebrecht (Guglielmo). V. **Ferrero** (E.).
Gneist (Rodolfo). Eletto socio straniero, XXVI, 658.
Gorresio (Gaspare). Presentazione di un libro del sig. Charles Henry, intitolato: *Introduction à une esthétique scientifique*, XXI, 151.
— Legge la biografia di Abdallah-Ben-Abd-el-Kader mandata dal socio corrispondente Aristide Marre, XXI, 152.
— Comunica alla Classe una lettera d'invito dal Comitato Sardo che annunzia l'erezione a Sassari di un un busto al giureconsulto Pasquale Tola, che fu socio nazionale non residente. Delegazione di rappresentanza, XXI, 635.
— Del Catalogo dei Manoscritti Sancriti che si pubblica nelle varie parti dell'India, XXII, 280.
— Discorre dell'opera: *Bibliotheca Indica*, XXII, 335.
— Presenta un libro offerto in dono alla Classe dall'autore Prof. James Stevens, intitolato: *Philological Studies;* Part I. *Mechanism of language*, XXII, 563.
— Annunzio della morte del socio corrispondente Francesco Saverio Michel, XXII, 809.
— Annunzio della morte del socio corrispondente Giuseppe Campori, XXIII, 50.
— Comunica un invito dalla R. Università di Bologna alle feste per l'ottavo centenario della fondazione di quella Università, XXIII, 179.
— Presenta il libro del socio G. Carle: *Le origini del diritto romano; ricostruzione dei concetti che stanno a base del diritto pubblico e privato di Roma*, XXIII, 599.

Gorresio (Gaspare). Due punti di archeologia concernente l'India, XXIII, 419.
— Presenta un volume: *Canti popolari pel Piemonte,* pubblicati da Costantino Nigra, XXIV, 59.
— Discussione sull'epopea, XXIV, 144.
— V. **Lessona** (Michele).
Gozzadini (Giuseppe). V. **Fabretti** (A.).
Graf (Arturo). Eletto socio nazionale residente, XXIII, 222.
— Un Monte di Pilato in Italia, XXIV, 328.
— Questioni di critica, XXIV, 412.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Prof. Vittorio Cian, intitolato: *L'immigrazione dei Gesuiti Spagnuoli letterati in Italia,* XXX, 466.
— e **Ferrero** (Ermanno). Relazione sopra uno scritto presentato dal Prof. R. Renier alla Classe di scienze morali, storiche e filologiche per la inserzione nelle *Memorie* dell'Accademia, XXVI, 617.
— e **Peyron** (Bernardino). Relazione intorno a uno scritto presentato dal Prof. Italo Pizzi, intitolato: *Le somiglianze tra la poesia persiana e la nostra del medio evo,* XXVII, 356.
Grégorovius (Ferdinando). V. **Cipolla** (C.).
Guidi (Ignazio). Eletto socio corrispondente, XXIV, 411.
Lattes (Elia). Eletto socio corrispondente, XXI, 504.
— Il testo etrusco della mummia di Agram; Appunti ermeneutici, XXVII, 630.
— La parola *vinum* nell'iscrizione etrusca della Mummia, XXVIII, 871.
— Sunto della Memoria: *L'ultima colonna del testo etrusco della Mummia,* XXIX, 590.
Lessona (Michele). Annunzio della morte del socio residente Vincenzo Promis, XXV, 193.
— Annunzio della morte del socio Senatore Gaspare Gorresio, XXVI, 713.
— Annunzio della morte del socio corrispondente Alfonso Corradi, XXVIII, 155.
— Annunzio della morte del socio corrispondente Ippolito Taine, XXVIII, 433.
Levi (Attilio). Delle radici dette metatetiche, XXIX, 583.
Losacco (Michele). Il sentimento della noia nel Leopardi e nel Pascal, XXX, 920.
Majorana (Angelo). La funzione sociale della Monarchia, XXVI, 465.
Manno (Antonio). Rieletto Tesoriere, XXI, 533.
— Sopra il libro: *Le Blason,* del Conte Amedeo di Foras, XXI, 647.
— Presentazione di uno scritto del Prof. D. Fedele Savio, XXII, 74.

Manno (Antonio). Pubblicazioni di Storia Subalpina recente, XXII, 500.
— Di un preteso diritto infame medievale, XXII, 564.
— Annuncia che S. E. la Contessa Isabella Sclopis di Salerano, destinò all'Accademia alcuni manoscritti e l'intiero epistolario del compianto suo marito e le carte e i libri concernenti l'arbitrato dell'Alabama, XXVI, 247.
— Vincenzo Promis numismatico e bibliotecario ricordato nel primo anniversario della sua morte, XXVI, 248.
— Offre alla Classe diverse pubblicazioni dell'autore Abate Ulisse Chevalier, socio corrispondente, XXVI, 463.
— Presentazione dell'opuscolo del sig. Francesco Mugnier, intitolato: *Registre du Senat de Savoie pour la présentation des Magistrats à la nomination du Souverain au* XIV *siècle,* XXV, 375.
— Presentazione del libro del Conte Eugenio Cais di Pierlas, intitolato: *Statuts et privilèges accordés au Comté de Vintimille et Val de Lantosque par les Comtes de Provence*, XXV, 481.
— e **Ferrero** (Ermanno). Comunicazione della prefazione del 2° volume del periodo terzo: *Delle relazioni diplomatiche della Monarchia di Savoia dalla prima alla seconda restaurazione; Francia*, XXIII, 222.
— — Riferiscono intorno al lavoro del Dott. Carlo Merkel, intitolato: *Relazione tra le origini della dominazione Angioina in Provenza e quella in Piemonte*, XXV, 318.
— V. **Bollati di Saint Pierre** (F. E.), **Manno** (A.) e **Ferrero** (E.).
— V. **Ferrero** (E.) e **Manno** (A.).
— V. **Cipolla** (C.), **Manno** (A.) e **Ferrero** (E.):
Marinelli (Giovanni). Eletto socio corrispondente, XXX, 500.
Marre (Aristide). Biografia di Abdallah Ben-Abd-el-Kader, XXI, 152.
Maspero (Gastone). Eletto socio straniero, XXVIII, 429.
Mercati (Giovanni). Alcune note sul Cronico del Franza, XXX, 467.
Merkel (Carlo). Sunto della Memoria: *Relazioni fra le origini della dominazione Angioina in Provenza e in Piemonte*, XXV, 331.
— Sunto della Memoria: *La dominazione di Carlo I d'Angiò in Piemonte ed in Lombardia, ed i rapporti di essa colle guerre contro re Manfredi e Corradino*, XXVI, 416.
Michel (Francisque). V. **Gorresio** (G.).
Moleschott (Jacopo). V. **Carle** (Giuseppe).
Mowat (Roberto). Eletto socio corrispondente, XXV, 482.
Nadaillac (J. F. de). Eletto socio corrispondente, XXV, 482.
Nani (Cesare). Considerazioni sopra la legge di Gurtyna, XXI, 957.
— Presenta un volume dell'opera del Dott. Lodovico Zdekauer, intitolata: *Statutum Potestatis Comunis Pistorii*, XXIII, 333.

Nani (Cesare). Lo studio bolognese nelle sue origini di L. Chiapelli, XXIII, 468.
— Il socialismo nel Codice civile, XXVI, 859; XXVII, 864, 933.
— Nomina a delegato della Classe presso il Consiglio di Amministrazione dell'Accademia, XXX, 784.
— e **Bollati di Saint Pierre** (F. E.). Relazione della Commissione incaricata di esaminare la Memoria del Dott. Federico Patetta: *La lex Frisionum*, XXVII, 780.
— V. **Cipolla** (Carlo), **Nani** (Cesare) e **Ferrero** (Ermanno).
— V. **Cognetti de Martiis** (S.) e **Nani** (C.).
— V. **Ferrero** (E.) e **Nani** (C.).
Negroni (Carlo). Sunto d'una Monografia sul testo della Divina Commedia di Dante, XXIV, 720.
Nigra (Costantino). Eletto socio corrispondente, XXI, 503.
Onoranze ad Angelo Genocchi, XXVII, 1088.
— alla memoria del Vice-Presidente Giovanni Flechia, XXIX, 219.
Oppert (Giulio). Eletto socio corrispondente, XXIV, 411.
Ottolenghi (Costantino). L'emigrazione agricola italiana dal 1884 al 1892, XXIX, 664.
— Le Unioni operaie rurali nell'Inghilterra, XXX, 388.
Pais (Alfredo). Iscrizione di Bupha, XXI, 327.
Pais (Ettore). Sunto della Memoria: *Intorno al luogo e al tempo in cui Strabone compose la sua geografia storica*, XXV, 377.
Palma di Cesnola (Alessandro). Eletto socio corrispondente, XXIV, 411.
Paris (Gastone). Eletto socio straniero, XXIV, 411.
Pascal (Carlo). La leggenda del diluvio nelle tradizioni greche, XXX, 785.
Patetta (Federico). Sull'introduzione in Italia della Collezione d'Ansegiso, e sulla data del così detto *Capitolare Mantuanum Duplex* attribuito all'anno 787, XXV, 876.
— Due poesie inedite di Floro, diacono di Lione, XXVII, 123.
— Sull'anno della promulgazione dell'editto di Teodorico, XXVIII, 535.
— Appunti da un manoscritto della Capitolare di Perugia, XXIX, 260.
— Contributo alla storia della letteratura medioevale riguardante la fine dell'impero romano e la venuta dell'Anticristo, XXX, 426.
Pélissier (Léon G.). Lettres inédites sur la conquête du Milanais par Louis XII; XXIX, 94.
Perrero (Domenico). Eletto socio residente, XXX, 207.
— Disegno di una scalata della città di Ginevra da aggiungersi alla storia di Carlo Emanuele II di Savoia, XXX, 568.
Pertile (Antonio). Eletto socio corrispondente, XXIV, 411.
— V. **Carle** (G.).

Peyron (Bernardino). *Dei sordo-muti ciechi di nascita; Trattatello* del Teol. Can. Bartolomeo Roetti, XXIV, 204.
— Parole per la morte del socio segretario Gaspare Gorresio, XXVI, 771.
— Nominato membro della Giunta per la biblioteca accademica, XXX, 784.
— V. **Graf** (A.) e **Peyron** (B.).
Pezzi (Domenico). Presenta un lavoro manoscritto del Dott. Alfredo Pais, XXI, 195.
— Legge una parte del suo lavoro: *Intorno al concetto di fatalità nei filosofi greci prima di Socrate*, XXI, 326, 408.
— Sunto della commemorazione sulla vita di Giorgio Curtius, XXI, 955.
— Presenta il libro del Dott. Prof. Gerolamo Curto: *Die Figur des Mephisto im Goethesche Faust*, XXVI, 247.
— Offre da parte dell'autore Cav. G. Ormezzano, il libro: *Cenni storici sul R. Collegio Carlo Alberto per gli studenti delle provincie e sulle varie fondazioni al medesimo annesse*, XXVI, 312.
— Legge una commemorazione del Vice-Presidente Giovanni Flechia, destinata ai volumi delle *Memorie,* XXVIII, 252.
— Breve sunto del primo, secondo e terzo saggio di: *Indici sistematici illustrati per lo studio dell'espressione metaforica di concetti pscicologici in greco,* XXX, 563, 784.
— Commemorazione del socio straniero Guglielmo Dwight Whitney, XXX, 890.
— e **Flechia** (Giovanni). Relazione intorno allo scritto del Dott. Vittorio Puntoni: *Sulla narrazione del mito di Prometeo nella Teogonia esiodea*, XXIII, 132.
— V. Onoranze alla memoria del Vice-Presidente Giovanni Flechia.
— V. **Fabretti** (A.) e **Pezzi** (D.).
— V. **Fabretti** (A.), **Flechia** (G.) e **Pezzi** (D.).
Pietrogrande (Giacomo). Marco Billieno Aziaco e gli Undecimani in Ateste, XXI, 171.
Pleyte (Guglielmo). Eletto socio corrispondente, XXII, 279.
Poggi (Vittorio). Eletto socio corrispondente, XXII, 279.
Professione (Alfonso). Alcune notizie inedite di storia letteraria senese, XXIX, 368.
Promis (Vincenzo). Lettera inedita di D. Emanuele Tesauro, XXI, 642.
— Presenta all'Accademia d'ordine di Sua Maestà un esemplare dell'edizione della *Divina Commedia* col commento latino di Stefano Talice, XXII, 73.
— Moneta inedita di Pietro I di Savoia e pochi cenni sulla zecca primitiva dei Principi Sabaudi, XXIII, 653.
— Monete di Gio. Battista Falletti Conte di Benevello, XXIV, 84.

Promis (Vincenzo). Annunzio della morte del socio corrispondente Conte Paolo Riant, XXIV, 203.
— Nuovo marmo torinese scritto, XXIV, 434.
— Presentazione dell'opera del Barone Olivier de Lavigerie, intitolata: *L'Ordre de Malte depuis la Révolution Française*, XXIV, 837.
— V. **Lessona** (M.).
— V. **Manno** (A.).

Rajna (Pio). Eletto socio corrispondente, XXI, 504.

Ramorino (Felice). Sunto della Memoria: *La pronuncia dei versi quantitativi latini nei bassi tempi ed origine della verseggiatura ritmica,* XXVIII, 431.

Rawlinson (Giorgio). V. **Schiaparelli** (Luigi).

Restori (Antonio). Alcuni appunti sulla Chiesa di Toledo nel sec. XIII, XXVIII, 54.

Reumont (Alfredo di). V. **Fabretti.**

Riant (Paolo). V. **Promis** (V.).

Ricci (Serafino). Contributo alla storia dei sigilli antichi di Verona a proposito di due inediti nell'archivio Gonzaga di Mantova, XXX, 934.

Rivoire La Bâtie (de). Note sur la véritable origine de la Royale Maison de Savoie, XXIII, 520.

Roberti (Giuseppe). Il carteggio erudito fra Giuseppe Vernazza e Giovanni Antonio Ranza, XXIX, 810.

Rossi (Francesco). Sunto di una Memoria intitolata: *Trascrizione di due manoscritti copti del Museo Egizio di Torino,* XXI, 637.
— Sunto della trascrizione con traduzione italiana di parecchi frammenti copti del Museo Egizio di Torino, XXII, 673.
— Tre documenti copti, XXIII, 334.
— Trascrizione con traduzione di due papiri copti del Museo egizio di Torino, XXIII, 600.
— Trascrizione con traduzione italiana dai testi copti del Museo egizio di Torino, XXIV, 602.
— Sunto di una trascrizione con traduzione italiana di un testo copto del Museo Egizio di Torino, XXV, 682.
— Sunto di una sua trascrizione, con traduzione italiana dal copto, di un sermone sulla Passione di N. S. Gesù Cristo, XXVI, 330.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie*, parecchi frammenti di diversi testi copti, XXVII, 122.
— Sunto della Memoria: *Di alcuni manoscritti copti che si conservano nella Biblioteca Nazionale di Torino*, XXVIII, 430, 656; XXIX, 34.
— Di alcuni cocci copti del Museo Egizio di Torino, XXX, 799.

Savio (Fedele). Il Marchese Bonifacio del Vasto ed Adelaide Contessa di Sicilia, regina di Gerusalemme, XXII, 87.

Savio (Fedele). Il Concilio di Torino, XXVII, 727.
Scheele (Carlo Guglielmo). V. **Lessona** (M.).
Schiaparelli (Luigi). Presenta a nome dell'autore Walter de Gray Birch il primo volume d'un'opera intitolata: *Cartularium Saxonicum — a Collection of Chartes relating to Anglo Saxon history*, del socio corrispondente Samuele Birch, XXI, 325.
— Breve commemorazione del socio corrispondente Samuele Birch, XXI, 405.
— Sull'Etnografia della Persia antica anteriore alle invasioni ariane, XXIII, 308.
— Una lettura sulle memorie storiche del Comune e sugli Statuti della Repubblica di Biella, raccolte, ordinate e in parte pubblicate da Quintino Sella, XXIV, 61.
— Seconda lettura sulla confederazione dei Cheta o Ittiti, XXV, 562.
— Sulla unificazione e sui confini politici dell'Italia antica nei primi tempi storici in confronto di quelli dell'età moderna, XXVI, 605.
— Breve commemorazione di Giorgio Rawlinson, socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche, XXVI, 658.
— Sull'azione civile della Babilonia e dell'Egitto nei primi periodi della loro storia, e sopra un nuovo documento, storico geografico, scoperto nel presente anno nella necropoli di Assuan; Brevi osservazioni, XXVII, 739.
Schiaparelli (Luigi). Tre iscrizioni antiche nel Biellese, XXX, 194.
Schupfer (Francesco). Eletto socio corrispondente, XXI, 504.
Scialoia (Vittorio). L'orazione di Demostene contro Callicle; tradotta ed illustrata in rapporto alla teorica delle servitù prediali nel diritto greco, XXV, 792.
Sclopis di Salerano (Isabella). V. **Manno** (Antonio).
Setti (G.). Sulla autenticità dello scritto Lucianeo " Τυραννοκτόνος ", XXVII, 748.
Tobler (Adolfo). Eletto socio straniero, XXVI, 658.
Trivero (Camillo). Che cosa è la storia, XXX, 125.
Vassallo (Carlo). Le mura della città d'Asti, XXV, 60.
— Matteo Prandrone difensore d'Asti nel 1526 contro Fabrizio Maramaldo, XXV, 214.
— Eletto socio corrispondente, XXV, 482.
— Un nuovo documento intorno al poeta astigiano Gian Giorgio Alione, XXVI, 171.
— Sulla Biblioteca Carlo Emanuella, XXVII, 1080.
— V. **Cipolla** (Carlo).
— V. **Fabretti** (Ariodante) e **Ferrero** (Ermanno).
Villari (Pasquale). V. Atti Accademici; Conferimento del (IV) premio Bressa.

Villari (Pasquale). Eletto socio nazionale non residente, XXV, 481.
Wattenbach (Guglielmo). Eletto socio corrispondente, XXVIII, 429.
Whitney (Guglielmo). Approvazione della sua elezione a socio straniero dell'Accademia fatta nell'adunanza del 31 gennaio 1886, XXI, 503.
— V. **Carle** (G.).
Wieseler (Federico). V. **Ferrero** (Ermanno).
Willems (Pietro). Eletto socio corrispondente, XXI, 504.
Zuretti (C. O.). Il trattato di Gregorio Corinzio sull'Atticismo, XXVII, 572.
— Il numero delle commedie di Aristofane, XXVIII, 517.

III. — MATERIE

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Analisi:

Brioschi (Francesco). Sopra alcune formole ellittiche, XXVI, 586.
Bruno (Giuseppe). Sopra un punto della teoria delle frazioni continue, XXI, 273.
Burali-Forti (C.). Sulle classi derivate a destra e a sinistra, XXIX, 382.
— Sul limite delle classi variabili, XXX, 227.
Chini (Mineo). Sulle equazioni a derivate del 2° ordine, XXX, 494.
D'Ovidio (Enrico). Il covariante Steineriano di una forma binaria del 6° ordine, XXIV, 164.
— Altra addizione alla Nota: *Sui determinanti di determinanti*, XXVI, 131.
— Formole relative alla forma binaria del sest'ordine, XXVII, 535.
— Di alcuni invarianti simultanei, e in particolare del resultante di due forme binarie degli ordini 6° e 3°, XXVIII, 20.
— Nuove sizigie per la forma binaria del sest'ordine ottenute con l'operazione di Aronhold, XXVIII, 118.
— Sopra alcune classi di sizigie binarie; Appunti, XXVIII, 447.
— Postilla ad uno scritto di F. Casorati, XXVIII, 812.
— Sulle funzioni Thetafuchsiane, XXIX, 741.
Giudice (Francesco). Sulla risolvente di Malfatti, XXVII, 817.
— Sulla risoluzione algebrica delle equazioni, XXVIII, 349.
— Sulla soluzione dell'equazione algebrica di 5° grado con l'aggiunta dell'irrazionalità icosaedrale, XXVIII, 664.
— Sulla determinazione dei numeri reali mediante somme e prodotti, XXIX, 188.
Morera (Giacinto). Sulla rappresentazione delle funzioni di una variabile complessa per mezzo di espressioni analitiche infinite, XXI, 892.
Peano (Giuseppe). Sull'integrabilità delle equazioni differenziali di primo ordine, XXI, 677.

Peano (Giuseppe). Integrazione per serie delle equazioni differenziali lineari, XXII, 437.
— Sopra alcune curve singolari, XXVI, 299.
— Sulla formola di Taylor, XXVII, 40.
— Generalizzazione della formula di Simpson, XXVII, 608.
— Estensione di alcuni teoremi di Cauchy sui limiti, XXX, 20.
— **D'Ovidio** (Enrico) e **Segre** (Corrado). Relazione intorno alla Memoria del Prof. Mollame: *Sulle equazioni abeliane reciproche, le cui radici si possono rappresentare con* x, θx, $\theta^2 x$, ... $\theta^{n-1} x$, XXVIII, 781.
Pincherle (Salvatore). Sulle operazioni distributive commutabili con una operazione data, XXX, 820.
Valle (Guido). L'equazione modulare nella trasformazione delle funzioni ellittiche, XXIV, 374.
— Sulle equazioni differenziali alle quali soddisfano il modulo ed il moltiplicatore nella trasformazione delle funzioni ellittiche, XXV, 114.
— Sopra un caso particolare di trasformazione delle funzioni ellittiche, XXVI, 236.
Volterra (Vito). Sopra un sistema di equazioni differenziali, XXX, 445.
Zanotti Bianco (Ottavio). Alcuni teoremi sui coefficienti di Legendre, XXII, 225; XXIII, 5.

Anatomia:

Giacomini (Carlo). Annotazioni sull'anatomia del Negro, XXII, 693.
— Anomalie di sviluppo dell'embrione umano. Comunicazione, I [-IX]; XXIII, 148, 206; XXIV, 576; XXVII, 64, 802, 1004; XXVIII, 24, 765; XXIX, 638, XXX, 642.
— Sul cervello di un Chimpansé. Comunicazione, XXIV, 534.
Giglio-Tos (Ermanno). Sull'omologia tra il diaframma degli Anfibi anuri e quello dei Mammiferi, XXIX, 248.
— Sui corpi grassi degli anfibi, XXX, 853.
Salvadori (T.) e **Lessona** (Michele). Relazione intorno alla Memoria del Dott. D. Rosa, intitolata: *Sulla struttura dell'Hormogaster Redii*, XXIII, 256.
Sassernò (Alberto). Ricerche intorno alla struttura della colonna vertebrale del genere *Bombinator*, XXIV, 703.
Varaglia (Serafino) e **Conti** (Antonio). Alcune particolarità macro e microscopiche dei nervi cardiaci nell'uomo, XXII, 890.

Astronomia e Meteorologia:

Aschieri (Tommaso). Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1890 [1891, 1892, 1893], XXV, 44; XXVI, 5; XXVII, 107; XXVIII, 7.

Balbi (Vittorio). Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1895 e 1896, XXX, 4, 869.

Basso (Giuseppe) e **Naccari** (Andrea). Relazione intorno alla Memoria intitolata: *Latitudine di Torino determinata coi metodi di Guglielmo Struve*, dal dott. Francesco Porro, XXVIII, 863.

Berruti (Giacinto). Influenza dei cicloni sulla meteorologia locale, XXVI, 739.

Charrier (Angelo). Effemeridi del sole, della luna e dei principali pianeti calcolate per Torino in tempo medio civile di Roma per l'anno 1886. [1887, 1888]. XXI, 61, 725; XXII, 867.

— Riassunti mensili delle osservazioni dei mesi di maggio, giugno, luglio, agosto, settembre e ottobre 1885, XXI, 84.

— Lavori eseguiti nel R. Osservatorio di Torino. Riassunti delle osservazioni fatte nel mese di novembre e dicembre 1885, XXI 311.

— Lavori dell'Osservatorio Astronomico di Torino, XXII, 274.

— Riassunto delle osservazioni meteorologiche fatte nel secondo semestre dell'anno 1886, nell'Osservatorio astronomico di Torino, XXII, 364.

— Riassunto delle osservazioni meteorologiche fatte nei mesi di gennaio-aprile 1887, nell'Osservatorio astronomico della R. Università di Torino, XXIII, 126, 175, 303.

Dorna (Alessandro). Breve notizia delle osservazioni astronomiche e geodetiche eseguite nel 1885 all'Osservatorio della R. Università di Torino, nel Palazzo Madama, per iniziativa ed a spese della Commissione del Grado, XXI, 36.

— Sulla mira meridiana dell'Osservatorio di Torino a Cavoretto e formula per dedurne la posizione dalla sua altezza e dalle costanti dello strumento dei passaggi, XXI, 92.

— Nozioni intorno all'equatoriale con refrattore Merz, di trenta centimetri d'apertura e metri 4 $^1/_2$ di distanza focale, XXI, 304, 357, 379, 698.

— Ricerche per riconoscere se la deviazione della mira meridiana dell'Osservatorio di Torino a Cavoretto dal piano del meridiano è sensibilmente nulla come nel 1828. Nota seconda e terza, XXI, 433, 489.

Manaira (Alberto). Effemeridi del sole e della luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1894, XXVIII, 847.

Pizzetti (P.). Sopra il calcolo della refrazione terrestre, XXV, 101.

Porro (Francesco). Osservazioni delle comete Fabry, Barnard e Brooks (I[a] 1886) fatte all'equatoriale di Merz dell'Osservatorio di Torino, XXI, 750.

— Osservazioni delle comete Finlay e Barnard-Hartwig fatte all'equatoriale di Merz dell'Osservatorio di Torino, XXII, 5.

Porro (Francesco). Nuove osservazioni delle comete Finlay e Barnard-Hartwig all'equatoriale di Merz dell'Osservatorio della R. Università, XXII, 218.
— Determinazione della latitudine della stazione astronomica di Termoli mediante passaggi di stelle al primo verticale, XXII, 399.
— Terza ed ultima serie di osservazioni delle comete Finlay e Barnard-Hartwig all' equatoriale di Merz dell' Osservatorio di Torino, XXII, 557.
— Intorno all'ecclisse totale di luna del 28 gennaio 1888, XXIII, 262.
— Effemeridi del sole e della luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1889, XXIV, 36.
— Sulla differenza di longitudine fra gli Osservatori astronomici di Milano e di Torino, XXV, 38.
— Sulle determinazioni di latitudine eseguite negli anni 1888, 1889, 1890 all'Osservatorio di Torino. Comunicazione preliminare, XXV, 619.
— Sulla stella variabile *U Orionis* (Chandler 2100), XXV, 675.

Bibliografia e Critica.

Basso (Giuseppe). Presentazione della 2ª edizione (1ª dispensa) dell'opera *Handbuch der Physiologischen Optik* del socio straniero Ermanno Helmholtz, XXI, 116.
Berruti (Giacinto). Dono all' Accademia del *Manuel du galvanisme* del prof. G. Izurn, XXI, 366.
Bizzozero (Giulio) e **Lessona** (Michele). Relazione intorno alla Nota del prof. Piero Giacosa: *Su un ricettario del secolo* XI *esistente nell'Archivio capitolare d'Ivrea*, XXI, 354.
Camerano (Lorenzo). Offre in dono una pubblicazione del Prof. Emilio Chaix di Ginevra, riflettente la vallata del Bove (Etna), XXVII, 265.
Cossa (Alfonso). Parole colle quali accompagna la presentazione dell'opera: *Physikalische Chemie der Crystalle*, del socio corrispondente Andrea Arzruni, XXIX, 2.
— Segnala un lavoro inviato in dono dall' Accademia Svedese delle Scienze redatto dal socio corrispondente A. E. Nordenskiöld in occasione dell'erezione del monumento a Carlo Guglielmo Scheele, XXIX, 273.
D'Ovidio (Enrico). Sopra due punti della: *Theorie der binären algebraischen Formen*, del Clebsch. Osservazioni, XXII, 427.
— Cenno sulla Nota del Prof. E. Beltrami: *Un precursore italiano di Legendre e di Lobatschewsky,* XXIV, 512.
Genocchi (Angelo). Presentazione, a nome del socio non residente, Professore Gilberto Govi, del volume: *L'Ottica,* di Claudio Tolomeo, XXI, 33.
— Presenta, a nome del socio corrispondente Prof. H. A. Schwarz

di Gottinga un volume intitolato: *Sopra un problema del calcolo delle variazioni risguardante le superficie di minima area*, XXI, 89.

Genocchi (Angelo). Presentazione di una Memoria stampata su Giovanni Plana dell'Ing. Savino Realis, XXII, 688.

Segre (Corrado). *Die Entwickelung der Theorie der algebraischen Funktionen in älterer und neuerer Zeit* (Bericht erstattet der Deutschen Mathematiker-Vereinigung) von A. Brill und M. Noether. Cenni, XXX, 109.

— e **D'Ovidio** (Enrico). Relazione sul Saggio storico di Gino Loria: *Il periodo aureo della geometria greca*, XXV, 208.

Siacci (Francesco). Presentazione, a nome del Principe Boncompagni di un fascicolo intitolato: *Bibliotheca Mathematica* compilato e pubblicato in Stoccolma dal Dott. Gustavo Eneström di cui fa omaggio all'Accademia, XXI, 257.

— Presentazione del fascicolo di aprile 1887 del *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche,* pubblicato da B. Boncompagni, XXIII, 229.

— Iscrizione per il busto di A. Genocchi, XXVII, 1088.

Biografia — Commemorazioni:

Basso (Giuseppe). Commemorazione di Giulio Jamin, XXI, 368.

— In commemorazione di Gustavo Roberto Kirchhoff, XXIII, 2.

— In commemorazione di Rodolfo Clausius. Parole, XXIV, 3.

— Commemorazione del conte Paolo Ballada di Saint-Robert, XXIV, 235.

— In commemorazione di Gilberto Govi, XXV, 10.

— Giacomo Prescott Joule; parole di commemorazione, XXV, 36.

— In commemorazione di Guglielmo Weber, XXVII, 4.

— In commemorazione di Giuseppe Pisati, XXVII, 156.

— Parole in commemorazione di Enrico Betti, XXVIII, 3.

Cossa (Alfonso). In commemorazione di Ascanio Sobrero, XXIV, 158.

— In commemorazione del socio straniero G. G. Stas. Parole, XXVII, 267.

— Parole in commemorazione di Arcangelo Scacchi, XXIX, 4.

D'Ovidio (E.). Felice Casorati. Cenno necrologico, XXVI, 3.

— Cenno necrologico di Annibale De Gasparis, XXVII, 658.

— Discorso letto nell'adunanza solenne dell'Accademia inaugurandosi un busto in onore del fu suo Presidente Angelo Genocchi, XXVII, 1090.

— Per Giuseppe Battaglini. Parole commemorative, XXIX, 678.

Genocchi (Angelo). Breve commemorazione dell'Ing. Savino Realis, XXI, 549.

Lessona (Michele). Edoardo Rueppell. Breve commemorazione, XXI, 266.

— Parole per l'inaugurazione di un busto ad A. Genocchi, XXVII, 1089.

Siacci (Francesco). Commemorazione di Alessandro Dorna, XXII, 247.

Siacci (Francesco). In commemorazione di Enrico Narducci, XXVIII, 811.
Spezia (Giorgio). Commemorazione del socio Prof. Luigi Bellardi, XXV, 691.

Botanica:

Gibelli (Giuseppe) e **Belli** (S.). Trifolium Barbey novam speciem, XXII, 610.
— — Intorno alla morfologia differenziale esterna ed alla nomenclatura delle specie di *Trifolium* nella Sezione *Amoria* Presl., crescenti spontanee in Italia, XXII, 628.
— e **Camerano** (L.). Relazione sulla Memoria dei Dottori O. Mattirolo e L. Buscalioni, che ha per titolo: *Ricerche anatomo-fisiologiche sui tegumenti seminali delle Papilionacee.* — Parte I. *Anatomia*, XXVI, 855.
— — Relazione intorno alla Memoria: *Rivista critica delle specie di Trifolium italiane comparate con quelle straniere, della Sezione Lupinaster* (Buxbaum) del Dott. S. Belli, XXVIII, 864.
— e **Lessona** (M.). Relazione intorno alla Memoria del Dott. O. Mattirolo, intitolata: *Illustrazione di tre nuove specie di Tuberacee italiane*, XXII, 819.
— e **Salvadori** (T.). Relazione sulla Memoria dei Dottori Oreste Mattirolo e Luigi Buscalioni: *Sulla storia di sviluppo dei tegumenti seminali*, XXVII, 162.
— — Relazione sulla Memoria che ha per titolo: *Sulla struttura e sullo sviluppo del seme della Veronica hederaefolia*, del Dott. L. N. Buscalioni, XXVIII, 305.
Mattirolo (Oreste). Sullo sviluppo di due nuovi Hypocreacei e sulle spore-bulbilli degli ascomiceti, XXI, 423.
— Illustrazione della Cyphella endophila Cesati, XXII, 355.
— Sul parassitismo dei Tartufi e sulla questione delle Mycorhize, XXII, 464.
— Sopra alcuni movimenti igroscopici nelle Epatiche Marchantieae, XXIII, 543.
— Intorno al valore specifico della *Pleospora sarcinulae* e della *Pleospora alternariae* di Gibelli e Griffini. Ricerche sperimentali, XXIII, 642.
— Illustrazione di un Erbario del colle di Soperga composto sulla fine del secolo scorso dall'Abate A. Palazzi, XXVIII, 496.
— e **Buscalioni** (Luigi). Ricerche anatomo-fisiologiche sui tegumenti seminali delle *Papilionaceae.* Nota preventiva, XXIV, 614.
— — Sulla funzione della linea lucida nelle cellule malpighiane. Nota preventiva, XXV, 310.

Mingazzini (Giovanni). Intorno al decorso ed ai rapporti del *Pedunculus cerebelli medius* e del *Corpus restiforme*, XXV, 542.

Voglino (Pietro). Illustrazione di due Agaricini italiani, XXIII, 549.

— Ricerche intorno alla formazione di alcune mostruosità degli Agaricini, XXX, 97.

— Ricerche intorno alla struttura della " Clitocybe odora „ Bull., XXX, 690.

Chimica.

Cossa (Alfonso). Ricerche sopra le proprietà di alcuni composti ammoniacali del platino, XXII, 323.

— Comunicazione verbale preventiva di uno studio sulla funzione chimica di un isomero del *Sale verde di* Magnus, XXIV, 333.

— Comunicazione verbale preventiva *Sui composti del platino*, XXV, 491.

— Esposizione verbale sui risultati delle ricerche da lui eseguite: *Sopra alcune nuove combinazioni del platino,* XXVI, 451.

— Sopra una nuova serie di combinazioni basiche del platino; Ricerche, XXVII, 973.

— Cenno preventivo di alcune sue ricerche sui composti del platino, XXIX, 731.

— e **Naccari** (Andrea). Relazione sulla Memoria presentata dal Dott. C. Montemartini: *Sull'azione dell'acido nitrico sullo zinco,* XXVII, 353.

Daccomo (G.) e **Ramati** (A.), Sugli acidi glicolici dell' ossisolfobenzide, XXII, 487.

Errera (Giorgio). Sulle monocloropropilbenzine e sul metilbenzilcarbinol, XXI, 852.

— Azione dell'acido nitrico e del calore sugli eteri, XXII, 823.

— Sul parabromobenzoato di etile e sull' acido parabromobenzoico, XXII, 841.

— Sugli eteri nitrobenziletilici, XXIII, 449.

— Derivati degli alcoli parabromo e paraclorobenzilico, XXIII, 562.

— Sulla sostituzione degli alogeni negli idrocarburi aromatici, XXVI, 367.

— e **Baldracco** (G.). Studi sull'acido parametilidratropico, XXVII, 86.

Fileti (Michele). Ricerche sull'ortoisopropilfenol, XXI, 447.

Garzino (L.). Ricerche sul clorobibromo e bromobiclorofenolo e sulla loro trasformazione in chinoni, XXV, 250.

— Ricerche sul metabicloro e sul metabibromofenolo, XXV, 263.

— Sulla trifenilpiperazina. Ricerche, XXVII, 1041.

Giacosa (Piero). Studi sulla produzione dell'acido urico negli organismi, XXV, 726.

Grande (Ernesto). Sull'etere dimetilico della fenolftaleina, XXX, 760.

Guareschi (Icilio). Nuove ricerche sulla naftalina, XXI, 133.
— Sulla γ dicloronaftalina e l'acido ortomonocloroftalico, XXI, 280.
— Sulla legge dei numeri pari nella chimica, XXII, 133.
— Azione dell'etere cianacetico sulle basi organiche. Nota Iª, XXVII, 217.
— Sulle cianacetilamine e nuovi acidi ossamici. Nota IIª, XXVII, 1017.
— Nuovo metodo di sintesi dei composti idropiridinici; Nota Iª e IIª, XXVIII, 330, 836.
— Sintesi di composti idrochinolinici, XXVIII, 719.
— Sulla triacetonamina e suoi derivati alchilici, XXIX, 680.
— Azione dell'etilendiamina sul forone e sull'ossido di mesitile, XXIX, 692.
— e **Biginelli** (P.). Sulle clorobromonaftaline, XXII, 473.
Mazzara (G.). Ricerche sulla trasformazione del timol in carvacrol, XXI, 370.
— e G. **Discalzo**. Bromoderivati del Timol, del Timochinone e dell'Ossitimol, XXI, 376.
Moine (F.). Azione degli acidi bibasici organici e delle loro anidridi sul *senföle* e sulla tiosinnamina, XXI, 838.
Montemartini (Clemente). Sulla composizione di alcune roccie della riviera di Nizza, XXIII, 482.
— Composizione chimica e mineralogica di una roccia serpentinosa di Borzanasca (Riviera Ligure), XXV, 209.
— Studii sulle combinazioni inorganiche complesse. Parte I. Cloroplatiniti, XXVIII, 686.
— Relazione fra l'acqua di cristallizzazione di alcuni sali e la costante di attrito interno della loro soluzione, XXVIII, 696.
Mosso (Ugolino). Sulla trasformazione del rosso di Kola in caffeina. Esperienze critiche, XXIX, 524.
Quenda (E.). Azione dell'etere cianacetico sull'anilina, XXVII, 160.
— Azione dell'etere cianacetico sugli omologhi dell'anilina, XXIX, 296.
Rotondi (Ermenegildo). Sullo invertimento spontaneo del saccaroso e sulla analisi dei prodotti industriali preparati con zucchero di canna e di fecola, XXI, 716.
Sella (Alfonso). Sulle leggi di geminazione del dicromato potassico, XXV, 153.

Fisica:

Arnò (Riccardo). Sulla trasparenza dell'ebanite, XXVIII, 746.
— Rotazioni elettrostatiche nei gas rarefatti, XXIX, 635.
Basso (Giuseppe). Sulla legge di ripartizione dell'intensità luminosa fra i raggi birifratti da lamine cristalline, XXI, 586.

Basso (Giuseppe). Sulla legge ottica di " Malus „ detta del coseno quadrato, XXII, 923.
— Di un carattere di reciprocità proprio della luce riflessa dai mezzi cristallini, XXVIII, 149.

Battelli (Angelo). Intorno all'influenza della magnetizzazione sopra la conducibilità termica del ferro, XXI, 799.
— Sull'effetto Thomson, studio sperimentale, XXII, 48.
— Sul fenomeno di Thomson. Nota seconda, XXII, 539.
— Sulle variazioni della resistenza elettrica e del potere termo-elettrico del nichel al variare della temperatura. Ricerche sperimentali, XXIII, 231.

Campetti (Adolfo). Sulle correnti che si ottengono per allungamento di spirali e per la torsione di fili di nikel, XXVI, 827.
— Sulla trasformazione dell'energia in alcune pile elettriche; Studio sperimentale, XXVII, 613.
— Sui fenomeni termici nell'elettrolisi, XXVIII, 596.
— Sulla differenza di potenziale fra le soluzioni alcooliche ed acquose di un medesimo sale, XXIX, 62.
— Sulla differenza di potenziale fra le soluzioni acquose ed alcooliche di un medesimo sale (verificazione delle formule), XXIX, 228.

Cattaneo (Carlo). Sulla dilatazione termica di alcune amalgame allo stato liquido, XXV, 492; XXVI, 580.
— Sulla resistenza elettrica delle leghe facilmente fusibili allo stato liquido, XXVII, 691.
— Sulla conducibilità elettrica dei sali in varii solventi; Nota I^a, XXVIII, 617.

Chistoni (Ciro). Sul calcolo del coefficiente magnetometrico per i magnetometri costrutti secondo il metodo di Gauss, modificato da Lamont, XXIV, 310.

De Agostini (Giovanni). Scandagli e ricerche fisiche sui laghi dell'Anfiteatro morenico d'Ivrea, XXIX, 620.
— Sulla temperatura, colorazione e trasparenza di alcuni laghi piemontesi (Orta, Viverone, Mergozzo, Candia, Avigliana, Trana e Sirio), XXX, 285.

Denza (Francesco). L'inclinazione magnetica a Torino e nei dintorni, XXIV, 821.

Ferraris (Galileo). Rotazioni elettrodinamiche prodotte per mezzo di correnti alternate, XXIII, 360.
— Sul metodo dei tre elettrodinamometri per la misura dell' energia dissipata per isteresi e per correnti di Foucault in un trasformatore, XXVII, 34.
— Sopra un motore elettrico sincrono a corrente alternativa, XXIX, 470.

Ferraris (Galileo) e **Naccari** (Andrea). Relazione sulla Memoria: *Lenta polarizzabilità dei dielettrici. La seta come dielettrico nella costruzione dei condensatori,* dell'Ing. Luigi Lombardi, XXIX, 89.

— — Relazione sulla Memoria dell'Ing. Luigi Lombardi, avente per titolo: *Fenomeni di polarizzazione in un campo elettrostatico uniforme. Misura di differenze di potenziale e di costanti dielettriche,* XXX, 780.

Garbasso (Antonio). Dell'influenza della magnetizzazione sulla resistenza elettrica del ferro e del nichel, XXVI, 839.

— Sul problema delle onde piane nella teoria elettromagnetica della luce, XXVII, 854.

— Sopra il fenomeno della risonanza multipla. Esperienze, XXVIII, 470.

— Sulla riflessione dei raggi di forza elettrica. Ricerche sperimentali, XXVIII, 816.

— Sulla luce bianca. Considerazioni, XXX, 186.

— Sulla doppia rifrazione dei raggi di forza elettrica, XXX, 708.

Grimaldi (Gio. Pietro). Influenza della tempera sulle proprietà termoelettriche del Bismuto, XXIII, 574.

Guglielmo (Giovanni). Sul disperdimento dell'elettricità nell'aria umida, XXII, 727.

Jadanza (Nicodemo). Nuovo metodo per accorciare i cannocchiali terrestri, XXI, 118.

— Una questione di ottica ed un nuovo apparecchio per raddrizzare le imagini nei cannocchiali terrestri, XXII, 447.

— Una nuova forma di cannocchiale, XXIII, 570.

Martinetti (Mattia). Sul calore specifico dell'acqua al di sotto di 0°. Osservazioni sperimentali, XXV, 827.

Mazzotto (Domenico). Sui sistemi nodali delle onde elettriche ottenute col metodo di Lecher. Studio sperimentale, XXVIII, 749; XXIX, 22, 535.

Monti (Virgilio). Sulla soprafusione dell'acqua e delle soluzioni saline in movimento, XXVII, 94.

— Sulla relazione fra la conducibilità elettrica e l'attrito interno degli elettroliti, XXVIII, 476.

— Sulla legge delle tensioni superficiali delle soluzioni. Ricerche sperimentali, XXIX, 752.

— Sulle singolari proprietà delle soluzioni di allume di cromo. Ricerche, XXX, 704.

Morelli (Ettore). Elettrometro ad emicicli. Teoria ed applicazioni come wattometro, voltometro ed amperometro per correnti continue ed alternative, XXIV, 22.

Mortara (Eugenio). Sull'equilibrio dei liquidi magnetici, XXIX, 325.

Naccari (Andrea). Sui calori specifici di alcuni metalli dalla temperatura ordinaria fino a 320°, XXIII, 107.
— Sulla variazione del calore specifico del mercurio al crescere della temperatura, XXIII, 594.
— Sull'azione difensiva dei parafulmini, XXIV, 137.
— Azione delle scintille elettriche sui conduttori elettrizzati, XXIV, 195.
— Sulla dispersione dell'elettricità per effetto del fosforo e delle scintille elettriche, XXV, 384.
— e **Battelli** (Angelo). Sul fenomeno *Peltier* nei liquidi, XXI, 821.
— e **Ferraris** (G.). Relazione sulla Memoria del Dott. Angelo Battelli, intitolata: *Sulle proprietà termiche dei vapori*, XXIV, 732; XXV, 824; XXVI, 854; XXVII, 1071; XXVIII, 780; XXX, 885.
— — Relazione sulla Memoria del Dott. G. B. Rizzo, intitolata: *Il clima di Torino*, XXVII, 1072.
Pagliani (Stefano). Sulle forze elettromotrici di contatto fra liquidi, XXI, 758.
— Sopra alcune deduzioni della teoria di van 't Hoff sull'equilibrio chimico nei sistemi disciolti allo stato diluito. Nota 1ª e 2ª, XXIV, 481, 527.
— Sull'origine della forza elettromotrice nelle coppie idroelettriche, XXV, 739.
— e **Oddone** (E.). Sull'attrito interno nei liquidi, XXII, 314.
Rizzo (Giov. Batt.). Variazioni prodotte dal calore in alcuni spettri di assorbimento, XXVI, 632.
— Di un notevole tipo isobarico subalpino, XXVI, 725.
— Intorno all'assorbimento della luce nel platino a diverse temperature, XXVIII, 823.
— Sull'estensione della legge di Kirchhoff intorno alla relazione fra l'assorbimento e l'emissione della luce, XXIX, 424.
Salvioni (E.). Alcuni osservazioni alle Memorie del Prof. Mazzotto: *Sui sistemi nodali delle onde elettriche ottenute col metodo di Lecher*, XXIX, 749.
Vicentini (Giuseppe). Sulla variazione di volume di alcuni metalli nell'atto della fusione e sulla dilatazione termica degli stessi allo stato liquido. Studio sperimentale, XXII, 28.
— e **Omodei** (Domenico). Sulla variazione di volume di alcuni metalli nell'atto della fusione e sulla dilatazione termica degli stessi allo stato liquido, XXII, 712.
— — Sulla densità di alcuni metalli allo stato liquido e sulla loro dilatazione termica, XXIII, 38.
— — Sulla resistenza elettrica di alcuni metalli facilmente fusibili. Nota preliminare, XXV, 30.

Fisiologia:

Aducco (Vittorio). Espirazione attiva ed inspirazione passiva, XXII, 516.
— Centro espiratorio ed espirazione forzata, XXIV, 446.
Camerano (Lorenzo). Ricerche intorno allo sviluppo ed alle cause del polimorfismo dei girini degli Anfibi anuri, XXVI, 72.
— Ricerche intorno al parassitismo ed allo sviluppo del *Gordius pustulosus Baird*, XXVII, 598.
— Nuove ricerche intorno allo sviluppo ed alle cause del polimorfismo dei girini degli Anfibi anuri. — II. Azione della luce, XXVIII, 134.
— Ricerche intorno alla forza assoluta dei muscoli degli Invertebrati. — I. Muscoli dei Gordii, XXVIII, 221.
— Osservazioni intorno ai movimenti ed ai muscoli respiratori del torace dei Coleotteri, XXVIII, 590.
— Ricerche anatomo-fisiologiche intorno ai Salamandridi normalmente apneumoni, XXIX, 705.
De-Vescovi (Pietro). Ricerche anatomo-fisiologiche intorno all'apparato uditivo dei Teleostei, XXVI, 389.
Grandis (V.). Su certi cristalli che si trovano dentro il nucleo delle cellule nel rene e nel fegato. Ricerche, XXIV, 466.
Manca (Gregorio). Studi sull'allenamento. Ricerche sperimentali, XXVII, 564.
— Rapporto tra il peso de' reni e il peso e la superficie del corpo nei cani. Confronto tra i due reni. Nota, XXIX, 346.
Marfori (Pio). Intorno all'influenza che la veratrina cristallizzata esercita sulle costruzioni dei muscoli. Ricerche, XXV, 858.
Monari (A.). Mutamenti della composizione chimica dei muscoli nella fatica, XXII, 846.
Mosso (Ugolino). Sulla azione delle sostanze che per mezzo del sistema nervoso aumentano o diminuiscono la temperatura animale, XXI, 569.
— L'azione del caldo e del freddo sui vasi sanguigni, XXIV, 777.
— Azione dei principii attivi della noce di Kola sulla contrazione muscolare. Esperienze, XXVIII, 405.
Muscatello (Giuseppe). Sulla struttura e sulla funzione di assorbimento del peritoneo, XXX, 682.
Oehl (E.). Contribuzione allo studio della circolazione del sangue, XXIII, 78.
— Nuove esperienze sulla eccitazione voltaica dei nervi, XXIV, 245.
Patrizi (M. L.). Sulla contrazione dei muscoli striati e i movimenti del *Bombix mori*, XXVIII, 452.
— Intorno alla contrazione muscolare delle marmotte nel sonno e nella veglia, XXIX, 173.
Salvioli (Ignazio). Contributo allo studio dell'accrescimento del tessuto

connettivo ed in particolare della cornea e del tendine; Osservazioni, XXIV, 641.

Salvioli (Ignazio). Alcune osservazioni intorno al modo di formazione e di accrescimento delle glandole gastriche, XXV, 462.

Treves (Zaccaria). Sull'azione fisiologica del ciantrimetilpiperideone, XXIX, 164.

— Osservazioni sui movimenti degli occhi negli animali durante la narcosi, XXX, 406.

Geodesia.

Baggi (Vittorio). Sulla flessione dei cannocchiali nella misura delle distanze zenitali, XXX, 307.

Guarducci (Federico). Sulla determinazione degli azimut della geodetica che passa per due punti dati dell'ellissoide terrestre, XXVII, 458.

Jadanza (Nicodemo). Sul calcolo della distanza di due punti le cui posizioni geografiche sono note, XXI, 419.

— Influenza degli errori strumentali del teodolite sulla misura degli angoli orizzontali, XXII, 12.

— Sul calcolo degli azimut mediante le coordinate rettilinee, XXIII, 89.

— Sullo spostamento della lente anallattica e sulla verticalità della stadia, XXIII, 294.

— Sulla misura diretta ed indiretta dei lati di una poligonale topografica, XXIV, 177.

— Sul modo di adoperare gli elementi geodetici dell'Istituto geografico militare italiano, XXV, 90, 414.

— Influenza degli errori strumentali del Teodolite sulla misura delle distanze zenitali, XXV, 148.

— Influenza della eccentricità dell'alidada sui vernieri, ed un microscopio ad ingrandimento costante, XXVI, 536.

— Un prisma universale a riflessione, XXVI, 649.

— Teorica di alcuni strumenti topografici a riflessione, XXVII, 200.

— Un nuovo apparato per misurare basi topografiche, XXVII, 911.

— Sopra alcune differenze trovate nel calcolo delle coordinate geografiche dei vertici del quadrilatero che congiunge l'Algeria colla Spagna, XXVII, 923.

— La misura delle distanze col cannocchiale ridotto, XXX, 713.

Maffiotti (G. B.). Sopra una relazione tra le coordinate sferiche ortogonali e le coordinate topografiche, XXVII, 210.

Pizzetti (Paolo). Gli azimut reciproci di un arco di geodetica, XXIII, 433.

— Sviluppo in serie relativo alle geodetiche dell'ellissoide di rotazione schiacciato, XXX, 217.

Reina (Vincenzo). Della compensazione nel problema di Hansen, XXVI, 571.

Reina (Vincenzo). Sull'errore medio dei punti determinati nei problemi di Hansen e di Marek, XXVII, 99.
— Una legge di dualità nella teoria della compensazione delle osservazioni, XXIX, 433.
Siacci (Francesco). Sulla compensazione delle poligonali che servono di base ai rilievi topografici, XXIII, 430.

Geologia:

Bonarelli (Guido). Contribuzione alla conoscenza del Giura-lias lombardo, XXX, 81.
Sacco (Federico). Studio geologico dei dintorni di Voltaggio, XXII, 613.
— Studio geologico dei dintorni di Guarene d'Alba, XXIII, 158.
— Il seno terziario di Moncalvo. Studio geologico, XXIV, 562.
— Le zone terziarie di Vernasca e Vigoleno nel Piacentino. Studio geologico, XXVII, 904.
Virgilio (Francesco). Di un antico lago glaciale presso Cogne in Valle d'Aosta, XXI, 291.
— Il Permo-carbonifero di Valle Stretta (alta Valle della Dora Riparia), XXV, 715.
— Argomenti in appoggio della nuova ipotesi sulla origine della collina di Torino. Nota geologica, XXX, 589.

Geometria:

Amodeo (Federico). Quali possono essere i postulati fondamentali della Geometria proiettiva di uno S_r, XXVI, 741.
Bertini (E.). Sulla scomposizione di certe omografie in omologie, XXII, 613.
— Intorno ad alcuni teoremi della geometria sopra una curva algebrica, XXVI, 118.
— Sugli spazi lineari delle quadriche a numero pari di dimensioni, XXX, 350.
Berzolari (Luigi). Sopra un problema che comprende quello di trovare il numero degli ombelichi di una superficie generale d'ordine n, XXX, 756.
Bianchi (Luigi). Sulle superficie a curvatura nulla negli spazi di curvatura costante, XXX, 743.
Brambilla (Alberto). Un teorema nella teoria delle polari, XXII, 787.
Bruno (Giuseppe) e **D'Ovidio** (Enrico). Relazione sopra un lavoro del Dott. Corrado Segre, col titolo: *Le coppie di elementi imaginari nella geometria proiettiva sintetica*, XXI, 545.
Castelnuovo (Guido). Geometria sulle curve ellittiche, XXIV, 4.
— Ricerche di geometria sulle curve algebriche, XXIV, 346.

Castelnuovo (Guido). Sulle superficie algebriche le cui sezioni sono curve di genere 3, XXV, 695.

— Sulla linearità delle involuzioni più volte infinite appartenenti ad una curva algebrica, XXVIII, 727.

Chini (Mineo). Sopra alcune deformazioni delle superficie rigate, XXVI, 20.

Del Re (Alfonso). Omografie che mutano in sè stessa una certa curva gobba del 4° ordine e 2ª specie, e correlazioni che la mutano nello sviluppabile dei suoi piani osculatori, XXII, 901.

— Sopra 5 modi diversi di produrre per forme proiettive la superficie del 5° ordine a quintica doppia, XXVIII, 420.

D'Ovidio (Enrico). Le proprietà focali delle coniche nella metrica proiettiva, XXVI, 339.

— Sulle coniche confocali nella metrica proiettiva, XXVI, 426.

— Teoremi sulle coniche nella metrica proiettiva, XXVI, 525.

— Su varie questioni di metrica proiettiva, XXVIII, 566.

— Cenno sulla Memoria del sig. Colonnello de Tilly: *Essai de Géométrie analytique générale*, XXIX, 87.

— e **Bruno** (G.). Relazione sulla Memoria: *Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche.* Monografia storica del Prof. Gino Loria, XXII, 690.

— e **Genocchi** (Angelo). Relazione sulla Memoria del Dott. Corrado Segre: *Sulle varietà cubiche dello spazio a quattro dimensioni e su certi sistemi di rette e certe superficie dello spazio ordinario*, XXIII, 146.

Enriques (Federico). Sulla massima dimensione dei sistemi lineari di curve di dato genere appartenenti ad una superficie algebrica, XXIX, 275.

Fabri (Cornelia). Sopra alcune proprietà generali delle funzioni che dipendono da altre funzioni e da linee, XXV, 654.

Fano (Gino). Sulle congruenze di rette del terzo ordine prive di linea singolare, XXIX, 474.

Gerbaldi (F.). Sui combinanti di tre forme ternarie quadratiche, XXV, 390.

Kantor (S.). Les correspondances dans les courbes elliptiques déduites géométriquement, XXIX, 9.

Loria (Gino). Rappresentazione su un piano delle congruenze $[2,6]_1$ $E[2,7]$, XXI, 621.

— Le trasformazioni razionali dello spazio determinate da una superficie generale di terz'ordine, XXVI, 275.

Montesano (Domenico). Su di un sistema lineare di coniche nello spazio, XXVII, 660.

— Su una congruenza di rette di secondo ordine e di quarta classe, XXVII, 1053.

Paci (Paolo). Sopra le superficie di area minima, XXIX, 446.

Pieri (Mario). Sulle tangenti triple di alcune superficie del sest'ordine, XXIV, 514.

Pieri (Mario). Sulla corrispondenza algebrica fra due spazi rigati, XXV, 365.
— Sopra le linee uniformemente illuminate di una superficie qualunque, XXVII, 347.
— Sopra alcune congruenze di coniche, XXVIII, 289.
— Sui principii che reggono la geometria di posizione, XXX, 607.
Predella (Pilo). Sulla teoria generale delle omografie, XXVII, 270.
Segre (Corrado). Sulle varietà normali a tre dimensioni composte di serie semplici razionali di piani, XXI, 95.
— Ricerche sulle rigate ellittiche di qualunque ordine, XXI, 868.
— Nuovi risultati sulle rigate algebriche di genere qualunque, XXII, 362.
— Sulla varietà cubica con dieci punti doppi dello spazio a quattro dimensioni, XXII, 791.
— Le corrispondenze univoche sulle curve ellittiche, XXIV, 734.
— Un nuovo campo di ricerche geometriche. Saggio, XXV, 276, 430, 592; XXVI, 35.
— e **D'Ovidio** (Enrico). Relazione intorno alla Memoria del Dott. Guido Castelnuovo: *Ricerche generali sopra i sistemi lineari di curve piane*, XXVI, 595.
— — Relazione sulla Memoria del Prof. Riccardo De Paolis, intitolata: *Le corrispondenze proiettive nelle forme geometriche fondamentali di 1ª specie*, XXVII, 366.
— — Relazione intorno alla Memoria intitolata: *Sopra le curve di dato ordine e dei massimi generi in uno spazio qualunque* del Dott. Gino Fano, XXVIII, 865.
— — Relazione intorno alla Memoria intitolata: *Ricerche di geometria sulle superficie algebriche*, del Dott. F. Enriques, XXVIII, 867.
Zanotti Bianco (Ottavio). L'esagramma di Pascal. Nota storica, XXI, 686.

Istologia:

Bizzozero (Giulio). Sulle ghiandole tubulari del tubo gastro-enterico e sui rapporti del loro epitelio coll'epitelio di rivestimento della mucosa; Nota 1ª [-7ª], XXIV, 110; XXVII, 14, 320, 891, 988; XXVIII, 103, 233.
— Sulla derivazione dell'epitelio dell' intestino dall' epitelio delle sue ghiandole tubulari, XXIV, 702.
— Nuove ricerche sulla struttura del midollo delle ossa negli uccelli, XXV, 156.
— e **Mosso** (Angelo). Relazione sul lavoro del Dott. Alfonso Cattaneo: *Sugli organi terminali nervosi muscolo-tendinei in condizioni normali e sulle loro alterazioni in seguito al taglio delle radici nervose e dei nervi spinali*, XXII, 342.
— — Relazione sulla Memoria intitolata: *Sulla riproduzione della mucosa pilorica* del Dott. R. Vivante, XXIX, 366.

Busachi (Tommaso). Sulla neoproduzione del tessuto muscolare liscio, XXIII, 637.

Camerano (Lorenzo). Osservazioni intorno alla struttura dell'integumento di alcuni Nematelminti, XXIV, 757.

Canalis (Pietro). Contributo allo studio dello sviluppo e della patologia delle capsule soprarenali, XXII, 747.

Cattani (Giuseppina). Sull' apparecchio di sostegno della *Mielina* nelle fibre nervose midollari periferiche, XXI, 553.

Drogoul. Sul processo normale di ossificazione, XXIV, 264.

Faravelli (Emilio). Su di un muscolo a fibre liscie osservato nella zona ciliare dell'occhio del *Thynnus vulgaris*, XXVI, 268.

Fusari (Romeo). Sülla terminazione delle fibre nervose nelle capsule surrenali dei Mammiferi, XXVI, 374.

— e **Panasci** (A.). Sulle terminazioni nervose nella mucosa e nelle ghiandole sierose della lingua dei mammiferi, XXV, 835.

Galeazzi (Riccardo). Sugli elementi nervosi dei muscoli di chiusura dei bivalvi, XXIII, 556.

Grandis (V.). Sulle modificazioni degli epitelii ghiandolari durante la secrezione. Osservazioni, XXV, 765.

Lustig (Alessandro). Sulle cellule epiteliali nella regione olfattiva degli embrioni, XXIII, 324.

Negro (Camillo). La terminazione nervosa motrice nei muscoli striati, XXV, 2.

Sacerdotti (Cesare). Sui nervi della tiroide, XXIX, 16.

Salvioli (Ignazio). Contributo alla fisiologia degli epitelii. Della struttura dell'epitelio vaginale della coniglia e delle modificazioni che vi avvengono nella gravidanza, XXVI, 551.

Meccanica e Costruzioni.

Berruti (Giacinto). Sulla teoria dei vettori componibili. Nota I e II, XXIX, 115, 531.

Bottiglia (Angelo). Sulle velocità di massimo rendimento ed a vuoto delle turbine, XXVI, 541.

Castellano (Filiberto). Applicazioni della teoria dei vettori al moto centrale di un punto, ed alla risoluzione dei problemi relativi, XXIX, 80.

— Il complesso delle accelerazioni d'ordine qualunque dei punti di un corpo in movimento, XXIX, 306.

Curioni (Giovanni), **D'Ovidio** (Enrico) e **Ferraris** (Galileo). Relazione sul lavoro del sig. Ing. Prof. Camillo Guidi: *Sulle curve delle pressioni negli archi e nelle vôlte*, XXI, 146.

Emery (Giulio). Sulle condizioni di scambievolezza e sui casi d'identità fra curve rappresentanti distribuzione continua di forze parallele e

curve funicolari corrispondenti, con particolare disquisizione sulle Clinoidi, XXII, 176, 932.

Ferraris (G.) e **Berruti** (G.). Relazione sulla Memoria: *Sulla teoria della trave continua,* dell'Ing. Camillo Guidi, XXV, 478.

— — Relazione sulla Memoria: *Sui getti ascendenti,* presentata dall'Ing. Scipione Cappa, XXV, 826.

Ferria (G. G.). Sulla stabilità delle vôlte caricate colla regola di Schwedler, XXV, 510.

Guidi (Camillo). Sul calcolo di certe travi composte, XXII, 240.

Morera (G.). Sul problema della corda vibrante, XXIII, 402.

Novarese (Enrico), Di una analogia fra la teorica delle velocità e la teorica delle forze, XXI, 900.

— Sopra una trasformazione delle equazioni d'equilibrio delle curve funicolari, XXII, 801.

— Studio sull'accelerazione di ordine n nel moto di una retta, XXIV, 400.

— Sull'accelerazione di second'ordine nel moto rotatorio intorno a un punto, XXVI, 302.

Ovazza (Elia). Sul calcolo delle deformazioni dei sistemi articolati, XXIII, 384.

— Sul calcolo delle freccie elastiche delle travi reticolari, XXIII, 625.

— Sulle superficie d'influenza per le reazioni, d'ostacolo e molecolari nei sistemi staticamente determinati, XXV, 342.

— Il poligono funicolare in cinematica, XXV, 406.

— Sulla resistenza di attrito fra vite e madrevite, XXVI, 215.

— Sul calcolo delle travi reticolari elastiche ad aste sovrabbondanti, XXVII, 394.

Padova (Ernesto). Sul moto di rotazione di un corpo rigido, XXI, 38.

Pastore (Giuseppe). La legge di Roberts sul quadrilatero articolato, XXVI, 84.

— Di alcuni nuovi conduttori rettilinei approssimati, che si deducono dal moto ellittico, XXVII, 47.

Peano (Giuseppe). Sopra lo spostamento del polo sulla terra, XXX, 515.

— Sul moto del polo terrestre, XXX, 845.

Siacci (Francesco). Sulla rotazione di un corpo intorno a un punto, XXI, 261.

Volterra (Vito). Sulla teoria dei moti del polo terrestre, XXX, 301.

— Sul moto di un sistema nel quale sussistono moti interni stazionari, XXX, 372.

— Un teorema sulla rotazione dei corpi e sua applicazione al moto di un sistema nel quale sussistono moti interni stazionarii, XXX, 524.

— Sui moti periodici del polo terrestre, XXX, 547.

Volterra (Vito). Sulla teoria dei moti del polo nella ipotesi della plasticità terrestre, XXX, 729.
— Osservazioni sulla mia Nota: *Sui moti periodici del polo terrestre,* XXX, 817.
— e **Segre** (Corrado). Relazione intorno alla Memoria del Dott. Giuseppe Lauricella, intitolata: *Sulle equazioni del moto dei corpi elastici,* XXX, 884.

Mineralogia:

Colomba (Luigi). Sull'epidoto di Oulx e sui minerali che lo accompagnano, XXVI, 811.
— Sulla Glaucofane della Beaume (alta valle della Dora Riparia), XXIX, 404.
Mattirolo (Ettore). Sulla natrolite di Montecatini (*Val di Cecina*), XXI, 848.
Piolti (Giuseppe). Sopra una pseudomorfosi, XXI, 917.
— Sulla Cossaite del colle di Bousson (alta valle di Susa). Osservazioni, XXIII, 257.
— Gneiss tormalinifero di Villar Focchiardo (Val di Susa). Cenni descrittivi, XXIV, 661.
— I minerali del gneiss di Borgone (Val di Susa). Cenni descrittivi, XXV, 631.
— Il calcare del Grand Roc (alta valle di Susa). Osserv., XXVIII, 365.
— Contribuzione allo studio della variolite del M.[t] Gimont (alta Valle di Susa). Osservazioni, XXIX, 118.
Sansoni (Francesco). Note di mineralogia italiana, XXIII, 198.
Spezia (Giorgio). Sulla flessibilità dell'itacolumite, XXI, 51.
— Sulla influenza della pressione nella formazione dell'anidrite, XXI, 912.
— Sulla fusibilità dei minerali, XXII, 419.
— Sull'origine del gesso micaceo e anfibolico di val Cherasca nell'Ossola, XXIII, 25.
— La silice nei tripoli di Sicilia, XXIX, 598.
— La pressione nell'azione dell'acqua sull'apofillite e sul vetro, XXX, 455.
— e **Berruti** (Giacinto). Relazione sulla Memoria intitolata: *Sopra alcune rocce del bacino del Monte Gimont,* del Dott. Giuseppe Piolti, XXX, 779.
Winkler (C.). Lettera annunziante la scoperta da lui fatta di un nuovo corpo elementare a cui diede il nome di *germanium*, XXI, 421.

Paleontologia:

Bellardi (Luigi), **Berruti** (Giacinto) e **Spezia** (Giorgio). Relazione sulla Memoria manoscritta del marchese Antonio De Gregorio intitolata: *Intorno a taluni fossili di Monte Erice di Sicilia*, ecc., XXI, 259.

Bellardi (Luigi) e **Spezia** (Giorgio). Relazione sulla Memoria del signor prof. F. Sacco, intitolata: *Aggiunte alla Fauna malacologica estramarina fossile del Piemonte e della Liguria*, XXIII, 376.

Camerano (Lorenzo) e **Salvadori** (Tommaso). Relazione sopra una Memoria del Prof. Federico Sacco, intitolata: *I Molluschi dei terreni terziari del Piemonte e della Liguria*, XXV, 372; XXVII, 289; XXVIII, 427.

— — Relazione intorno alla Memoria intitolata: *I Coccodrilli del Monte Bolca* del Dott. F. Sacco, XXX, 113.

— — Relazione intorno alla Memoria del Dott. Giulio De Alessandri, intitolata: *Contribuzione allo studio dei pesci terziari del Piemonte e della Liguria*, XXX, 886.

— e **Spezia** (Giorgio). Relazione sulla Memoria: *I Molluschi dei terreni terziari del Piemonte e della Liguria*. Parte VIII. Galeodoliidae, Doliidae, Ticelidae e Naticidae del Dott. Federico Sacco, XXVI, 166.

— — Relazione intorno alla Memoria del sig. Filippo Cantamessa, intitolata: *Il Mastodonte di Cinaglio d'Asti e il Mastodon (Tetralophodon) advernensis*, XXVI, 244.

— — Relazione intorno alla Memoria del Prof. Carlo Fabrizio Parona, intitolata: *Revisione della Fauna liasica di Gozzano in Piemonte*, XXVII, 929.

Crema (Camillo). Sopra alcuni Decapodi terziari del Piemonte, XXX, 664.

Dervieux (Ermanno). Foraminiferi pliocenici di Villarvernia, XXVII, 376.

— Osservazioni sopra le *Tinoporinae* e descrizione del nuovo genere *Flabelliporus*, XXIX, 57.

Lessona (Michele) e **Bellardi** (Luigi). Relazione sopra una Monografia del Prof. Dott. Federico Sacco, intitolata: *I Cheloni astiani del Piemonte*, XXIV, 443.

— e **Spezia** (Giorgio). Relazione sopra uno studio del sig. Carlo Pollonera, intitolato: *Molluschi fossili post-pliocenici del contorno di Torino*, XXI, 445.

Mylius (Carlo). Intorno ad alcune forme inedite di Molluschi miocenici dei colli torinesi rinvenute a S. Margherita, XXVI, 458.

Parona (Carlo Fabrizio). Fossili del Lias medio nel conglomerato terziario di Lauriano (*Colli di Torino*), XXVI, 694.

— Sugli schisti silicei a radiolarie di Cesana presso il Monginevra, XXVII, 305.

Sacco (Federico). Intorno ad alcune impronte organiche dei terreni terziari del Piemonte, XXI, 927.

— Sopra una mandibola di *Balaenoptera* dell'Astigiana, XXV, 612.

— Sopra un cranio di *Tursiops Cortesii* (Desm.) var. *astensis* Sacc. dell'Astigiana, XXVI, 703.

Sacco (Federico). Sopra alcuni Asteroidi fossili, XXVIII, 789.
— Trionici di M. Bolca, XXIX, 654.
— Trionici di Monteviale, XXX, 541.
Salvadori (Tommaso), **Bellardi** (Luigi) e **Lessona** (Michele). Relazione intorno alla Memoria del Dottor Alessandro Portis, intitolata: *Contribuzione alla Ornitolitologia italiana*. P. II, XXII, 223.

Patologia:

Bizzozero (Giulio) e **Mosso** (Angelo). Relazione sul lavoro del Dott. Livio Vincenzi: *Sui vizi congeniti del cuore*, XXII, 272.
Cesaris-Demel (Antonio). Della rapida comparsa del grasso negli infarti renali in rapporto ai Bioblasti di Altmann, XXX, 765.
Di Mattei (Eugenio). Contributo allo studio della patologia del rene, XXI, 921.
Golgi (Camillo) e **Monti** (Achille). Sulla storia naturale e sul significato clinico-patologico delle così dette Anguillule intestinali e stercorali. Osservazioni, XXI, 55.

Zoologia:

Camerano (Lorenzo). Ricerche intorno alle specie italiane del genere *Gordius*, XXII, 145.
— e **Bizzozero** (Giulio). Relazione sulla Memoria dei Dottori F. S. Monticelli e G. Crety, intitolata: *Ricerche intorno alla sottofamiglia delle Solenophorinae*, XXVI, 413.
— — Relazione intorno alla Memoria del Dott. Fr. Sav. Monticelli, intitolata: *Studî sui Trematodi endoparassiti. — Monostomum cymbium Diesing. — Contribuzione allo studio dei Monostomidi*, XXVII, 827.
— e **Salvadori** (Tommaso). Relazione intorno alla Memoria del Dott. E. Giglio-Tos, intitolata: *Ditteri del Messico*, XXVII, 1070; XXVIII, 304; XXIX, 126; XXX, 112.
— — Relazione intorno alla Memoria del Dott. Daniele Rosa, intitolata: *Contributo allo studio dei Terricoli neotropicali*, XXX, 561.
Cano (G.). Sviluppo postembrionale dei Gonoplacidi, XXVI, 639.
Giglio-Tos (Ermanno). Nuove specie di Ditteri del Museo Zoologico di Torino, XXV, 457.
— Le specie europee del genere *Chrysotoxum* Meig., XXVI, 134.
Grassi (Battista). Taenia flavopunctata *Wein.*, Taenia leptocephala *Creplin*, Taenia diminuta *Rud.*, XXIII, 492.
Lessona (Michele). Nota intorno al valore specifico della *Rana Agilis*, Thomas, XXI, 288.
— e **Salvadori** (Tommaso). Relazione sulla Memoria del Prof. B. Grassi,

intitolata: *I progenitori degli insetti e dei miriapodi.* — *Morfologia delle Scolopendrelle*, XXI, 48.

Monticelli (Francesco Saverio). Osservazioni intorno ad alcune forme del Gen. *Apoblema* Dujard., XXVI, 496.

— Studii sui Trematodi endoparassiti. — Dei *Monostomum* del Box Salpa, XXVII, 514.

Pollonera (Carlo). Specie nuove o mal conosciute di *Arion* europei, XXII, 290.

— Nuove contribuzioni allo studio degli *Arion* europei, XXIV, 623.

Rosa (Daniele). Perichetini nuovi o meno noti, XXIX, 762.

Salvadori (Tommaso). La *Aegialitis asiatica* (Pall.) trovata per la prima volta in Italia, XXIII, 44.

— e **Camerano** (Lorenzo). Relazione intorno alla Memoria intitolata: *Revisione dei Lumbricidi*, del dott. Daniele Rosa, XXVIII, 303.

— e **Lessona** (Michele). Relazione intorno alla Memoria del Dott. Daniele Rosa, intitolata: *Studio zoologico e anatomico sul Criodrilus lacum*, XXII, 143.

— — Relazione intorno al lavoro del Dott. L. Camerano, intitolato: *Ricerche intorno al parassitismo e al polimorfismo dei Gordii*, XXII, 820.

— — Relazione sulla Memoria del Dott. L. Camerano, intitolata: *Monografia degli Ofidi italiani*, XXIII, 622.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Araldica:

Manno (Antonio). Sopra il libro: *Le Blason*, del Conte Amedeo di Foras, XXI, 647.

Archeologia:

Fabretti (Ariodante). Presentazione di una statuetta di bronzo rappresentante la Vittoria, XXIV, 144.

Ferrero (Ermanno). Intorno ad un ferro di *pilum* scoperto al Gran San Bernardo, XXIX, 156.

Gorresio (Gaspare). Due punti di archeologia concernente l'India, XXIII, 419.

Vedi **Epigrafia**.

Belle Arti:

Claretta (Gaudenzio). Le peripezie del celebre quadro di Van Dyck: *Il ritratto equestre del Principe Tommaso di Savoia*, e dei famosi arazzi: *Gli amori di Mercurio*. Nota storico-artistica, XXV, 548.

Bibliografia:

Bollati di Saint-Pierre (Emanuele Federico). Presentazione di un opuscolo di Paolo Meyer, XXIV, 392.

Brusa (Emilio). Ad occasione dell'opera del sig. Avvocato Nicola Framarino dei Malatesta: *Logica delle prove in criminale*, XXX, 422.

Carle (Giuseppe). Presentazione di un opuscolo del sig. Henry Goudy, intitolato: *The Study of the Roman Law*, XXV, 875.

— Offre da parte dell'autore, il socio corrispondente Francesco Buonamici, un opuscolo intitolato: *Sulla storia del manoscritto pisano-fiorentino delle Pandette*, XXVI, 439.

Carle (Giuseppe). Offre da parte dell'autore prof. Lodovico Zdekauer, l'opuscolo: *Su l'origine del manoscritto pisano delle Pandette*, XXVI, 463.
— Su due Memorie postume del Dottor Giulio Capone, XXIX, 495.
— Parole con le quali accompagna la presentazione dell'opuscolo del Prof. Vincenzo Lilla, intitolato: *Tommaso Rossi critico di Tito Lucrezio Caro*, XXX, 385.

Claretta (Gaudenzio). Sopra il libro: *Bibliographie méthodique de l'Ordre souverain de S. Jean de Jérusalem*, del Cav. Ferdinando de Hellewald. Il Piemonte e l'Ordine di Malta, XXI, 651.
— Omaggio alla Classe, a nome dell'autore, Cav. Avv. Felix de Salles, dell'opera: *Les annales de l'Ordre Teutonique ou de Sainte-Marie de Jérusalem depuis son origine jusqu'à nos jours, etc.*, XXII, 345.
— Presenta il primo volume dell'opera del sig. Cav. Francesco Cristofori, intitolato: *Le tombe dei papi in Viterbo e le chiese di S. Maria in Gradi, di S. Francesco e S. Lorenzo*, XXII, 770.
— Presenta a nome dell'autore Cav. Felice de Salles, il libro: *Chapitres nobles de Lorraine*, XXIII, 418.
— Presentazione di un' opera del sig. Cav. Felice de Salles, XXIV, 554.
— Sulle memorie storiche della Città di Carmagnola, raccolte dall'Ingegnere Raffaello Menocchio, XXV, 319.
— Intorno al libro del Prof. Ferdinando Gabotto: *Ricerche e studi sulla storia di Bra*, XXVII, 413.
— Intorno al libro dell'Avv. Usseglio: *Bianca di Monferrato di Savoia* (Torino, 1892), XXVIII, 197.
— Intorno al libro: *La Suisse sous le pacte de 1815 par Berthold van Muyden*, XXVIII, 509.
— Sull'opera donata all'Accademia da S. A. S.ma il Principe Alberto I di Monaco: *Documents historiques relatifs à la principauté de Monaco depuis le* XV *siècle*, XXIX, 128.

Ferrero (Ermanno). Breve cenno su due volumi del sig. Marchese di Nadaillac, offerti in dono all'Accademia, intitolati, l'uno: *L'Amérique préhistorique* e l'altro: *Mœurs et monuments des peuples préhistoriques*, XXV, 375.
— Presentazione di due opuscoli del Cav. Prof. Carlo Vassallo, intitolati: l'uno, *Matteo Prandone difensore d'Asti nel 1526 contro Fabrizio Maramaldo* e l'altro: *Il Beato Enrico Alfieri*, XXV, 376.
— Presenta da parte dell'autore il socio corrispondente Vittorio Poggi la parte seconda della monografia: *Albissola, appunti storici ed artistici*, XXVI, 170.
— Presenta un opuscolo del sig. Roberto Mowat, intitolato: *Notice sur quelques bijoux d'or au nom de Constantin*, XXVI, 247.

Ferrero (Ermanno). Intorno al libro di Manuel Rodriguez de Berlanga: *El nuevo bronce de Itálica*, XXVII, 382.

— Presenta all' Accademia il dono fattole da S. E. il Ministro della Pubblica Istruzione della Relazione del Prof. F. Barnabei: *Scavi di antichità nel territorio Falisco;* e ne dà un breve ragguaglio, XXVII, 931.

Gorresio (Gaspare). Presentazione di un libro del sig. Charles Henry, intitolato: *Introduction à une esthétique scientifique*, XXI, 151.

— Presenta il libro del socio G. Carle: *Le origini del diritto romano; ricostruzione dei concetti che stanno a base del diritto pubblico e privato di Roma*, XXIII, 599.

— Presenta un volume: *Canti popolari pel Piemonte*, pubblicati da Costantino Nigra, XXIV, 59.

Manno (Antonio). Sopra il libro: *Le Blason*, del Conte Amedeo di Foras, XXI, 647.

— Pubblicazioni di Storia Subalpina recente, XXII, 500.

— Presentazione dell'opuscolo del sig. Francesco Mugnier, intitolato: *Registre du Senat de Savoie pour la présentation des Magistrats à la nomination du Souverain au* XIV^e^ *siècle*, XXV, 375.

— Presentazione del libro del Conte Eugenio Cais di Pierlas, intitolato: *Statuts et privilèges accordés au Comté de Vintimille et Val de Lantosque par les Comtes de Provence*, XXV, 481.

— Offre alla Classe parecchie pubblicazioni dell'autore Abate Ulisse Chevalier, socio corrispondente, XXVI, 463.

Nani (Cesare). Presenta un volume dell'opera del Dott. Lodovico Zdekauer, intitolata: *Statutum Potestatis Comunis Pistorii*, XXIII, 333.

Peyron (Bernardino). *Dei sordo-muti ciechi di nascita; Trattatello* del Teol. Can. Bartolomeo Roetti, XXIV, 204.

Pezzi (Domenico). Presenta il libro del Dott. Prof. Gerolamo Curto: *Die Figur des Mephisto im Goethesche Faust*, XXVI, 247.

— Offre da parte dell'autore Cav. G. Ormezzano, il libro: *Cenni storici sul R. Collegio Carlo Alberto per gli studenti delle provincie e sulle varie fondazioni al medesimo annesse*, XXVI, 312.

Promis (Vincenzo). Presenta all'Accademia d'ordine di Sua Maestà un esemplare dell'edizione della *Divina Commedia* col commento latino di Stefano Talice, XXII, 73.

— Presentazione dell'opera del Barone Olivier de Lavigerie, intitolata: *L'Ordre de Malte depuis la Révolution Française*, XXIV, 837.

Schiaparelli (Luigi). Presenta a nome dell'autore Walter de Gray Birch il primo volume d'un'opera intitolata: *Cartularium Saxonicum — a Collection of Chartes relating to Anglo Saxon history*, XXI, 325.

Biografia — Commemorazioni:

Allievo (Giuseppe). Luigi Ferri; Commemorazione, XXX, 565.
Cipolla (Carlo). Commemorazione di Ferdinando Gregorovius, XXVI, 660.
— Carlo Vassallo; Commemorazione, XXVIII, 46.
— Isidoro Carini; Commemorazione, XXX, 356.
Claretta (Gaudenzio). Ludovico Sauli e Amedeo Peyron. Reminiscenza letteraria, XXVIII, 783.
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* una sua commemorazione della vita e degli studii del fu socio corrispondente Alfonso Corradi, XXIX, 396.
D'Ovidio (Enrico). Discorso letto nell'adunanza solenne dell'Accademia inaugurandosi un busto in onore del fu suo Presidente Angelo Genocchi, XXVII, 1090.
Fabretti (Ariodante). Commemorazione del socio corrispondente G. Gozzadini, XXIII, 50.
— Parole di rimpianto per la morte di S. A. R. il Duca di Aosta, XXV, 303.
Ferrero (Ermanno). Breve commemorazione di Leone Renier, XXI, 156.
— Lettura della commemorazione di Luigi Prospero Gachard, socio corrispondente, destinata ai volumi delle *Memorie*, XXI, 954.
— Lettura della commemorazione di Ercole Ricotti, destinata alle *Memorie*, XXII, 457, 501, 598, 774, 810.
— Guglielmo Giesebrecht; Parole commemorative, XXV, 332.
— Giorgio Bancroft; Parole commemorative, XXVI, 440.
— Federico Wieseler; Parole commemorative, XXVIII, 206.
— Vincenzo De-Vit; Breve commemorazione, XXVIII, 308.
— Luigi Amato Champollion-Figeac; Parole commemorative, XXIX, 559.
— Giovanni Battista De Rossi; Parole commemorative, XXX, 43.
Manno (Antonio). Vincenzo Promis numismatico e bibliotecario ricordato nel primo anniversario della sua morte, XXVI, 248.
Marre (Aristide). Biografia di Abdallah Ben-Abd-el-Kader, XXI, 152.
Peyron (Bernardino). Parole per la morte del socio segretario Gaspare Gorresio, XXVI, 771.
Pezzi (Domenico). Sunto della commemorazione della vita di Giorgio Curtius destinata alle *Memorie*, XXI, 955.
— Legge una commemorazione del Vice-Presidente Giovanni Flechia, destinata ai volumi delle *Memorie*, XXVIII, 252.
— Commemorazione del socio straniero Guglielmo Dwight Whitney, XXX, 890.
Schiaparelli (Luigi). Breve commemorazione del socio corrispondente Samuele Birch, XXI, 405.

Schiaparelli (Luigi). Breve commemorazione di Giorgio Rawlinson, socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche, XXVI, 658.

Vassallo (Carlo). Un nuovo documento intorno al poeta astigiano Gian Giorgio Alione, XXVI, 171.

Critica:

Graf (Arturo). Questioni di critica, XXIV, 412.

Trivero (Camillo). Che cosa è la storia, XXX, 125.

Diritto e Storia del Diritto:

Brusa (Emilio). Ad occasione dell'opera del sig. Avvocato Nicola Framarino dei Malatesta: *Logica delle prove in criminale,* XXX, 422.

Buonamici (Francesco). Sull' " *Interdictum momentariae possessionis* " e sulla " *Redintegranda* " del diritto canonico, XXVIII, 253.

Carle (Giuseppe). Le origini della proprietà Quiritaria presso le genti del Lazio, XXII, 570.

— Legge la prima parte di un suo lavoro che ha per titolo: *Processo formativo dello Stato moderno*, XXV, 647.

— Del processo formativo dello Stato moderno, XXVI, 313.

— Su due Memorie postume del Dottor Giulio Capone, XXIX, 495.

Cipolla (Carlo), **Nani** (Cesare) e **Ferrero** (Ermanno). Relazione sulla Memoria del Prof. Federico Patetta: *Frammento torinese del codice Teodosiano,* XXX, 901.

Claretta (Gaudenzio). Sugli statuti di Bene Vagienna, XXVIII, 156.

Fabretti (Ariodante). Lettura del suo lavoro intorno alle: *Leggi suntuarie concernenti il vestire degli uomini e delle donne in Perugia nel secolo* XVI, XXI, 196, 325, 404, 505; XXIII, 333; XXIV, 553; XXVII, 291, 571.

Majorana (Angelo). La funzione sociale della Monarchia, XXVI, 465.

Manno (Antonio). Di un preteso diritto infame medievale, XXII, 564.

Nani (Cesare). Considerazioni sopra la legge di Gurtyna, XXI, 957.

— Il socialismo nel Codice civile, XXVI, 859; XXVII, 864, 933.

— e **Bollati di Saint Pierre** (F. E.). Relazione della Commissione incaricata di esaminare la Memoria del Dott. Federico Patetta: *La lex Frisionum,* XXVII, 780.

Patetta (Federico). Sull'introduzione in Italia della Collezione d'Ansegiso, e sulla data del così detto *Capitolare Mantuanum Duplex* attribuito all'anno 787, XXV, 876.

— Sull'anno della promulgazione dell'editto di Teodorico, XXVIII, 535.

Scialoia (Vittorio). L'orazione di Demostene contro Callicle; tradotta ed illustrata in rapporto alla teorica delle servitù prediali nel diritto greco, XXV, 792.

Economia politica:

Cognetti de Martiis (Salvatore). Lettura della prima parte d'un suo lavoro, intitolato: *Banche e banchieri nelle commedie di Plauto*, XXV, 213.
— Il sistema di mercede a scala mobile nella inchiesta inglese sul lavoro, XXVIII, 161.
— Lettura di un suo lavoro sulle più recenti indagini statistiche sugli scioperi, XXVIII, 704, 869.
— Un'obbligazione cambiaria per la IV Crociata, XXIX, 778.
— Uno schema socialistico nell'*Aulularia* di *Plauto*, XXX, 115.
— e **Nani** (C.). Relazione sulla Memoria del Prof. Camillo Supino, intitolata: *La scienza economica in Italia dalla seconda metà del secolo* XVI *alla prima del* XVII, XXIII, 651.
— — Relazione sulla Memoria del Dott. Pasquale Jannacone: *La recente inchiesta inglese sul lavoro*, XXX, 358.
Ottolenghi (Costantino). L'emigrazione agricola italiana dal 1884 al 1892, XXIX, 664.
— Le Unioni operaie rurali nell'Inghilterra, XXX, 388.

Epigrafia:

Cipolla (Carlo). Titolo cemeteriale cristiano scoperto ad Acqui, XXVI, 896.
— Un' iscrizione medioevale a Cisano sul lago di Garda, XXIX, 508.
Fabretti (A.), **Flechia** (G.) e **Pezzi** (D.). Relazione sul lavoro del Prof. Elia Lattes: *La grande epigrafe etrusca del cippo di Perugia tradotta ed illustrata*, XXVI, 798.
Ferrero (Ermanno). Iscrizioni classiarie di Cagliari, XXI, 959.
— Iscrizione scoperta al passo del Furlo, XXII, 256.
— Di alcune iscrizioni romane della Valle di Susa, XXIII, 180.
— Giantommaso Terraneo, Cesare Sacchetti e l' epigrafia di Susa, XXIII, 456.
— Una nuova tavoletta votiva del Gran San Bernardo, XXIV, 293.
— Frammenti di tavolette votive del Gran San Bernardo, XXIV, 838.
— Ara votiva scoperta a Demonte, XXVI, 685.
— Intorno al libro di Manuel Rodriguez de Berlanga: *El nuevo bronce de Itálica*, XXVII, 382.
— Nuovi ufficii nelle armate romane, XXVII, 1076.
— Di un'iscrizione di Aosta, XXX, 360.
Nani (Cesare). Considerazioni sopra la legge di Gurtyna, XXI, 957.
Pais (Alfredo). Iscrizione di Bupha, XXI, 327.
Pietrogrande (Giacomo). Marco Billieno Aziaco e gli Undecimani in Ateste, XXI, 171.

Promis (Vincenzo). Nuovo marmo torinese scritto, XXIV, 434.
Schiaparelli (Luigi). Tre iscrizioni antiche nel Biellese, XXX, 194.

Filologia classica:

Cognetti de Martiis (Salvatore). Ammesso dalla Classe a fare una lettura di una Nota intorno al personaggio mitico di Saturno, XXI, 606.
— Lettura sui " Captivi „ di Plauto, XXII, 370, 454.
— Sunto di una Nota, intitolata: *Fondamento storico di una leggenda italica*, XXIII, 52.
— Lettura della prima parte d'un suo lavoro, intitolato: *Banche e banchieri nelle commedie di Plauto*, XXV, 213.
— Tracce probabili d'una leggenda indoeuropea nel " *Rudens* „ di Plauto, XXVIII, 169.
— Uno schema socialistico nell'*Aulularia* di Plauto, XXX, 115.
Cortese (Giacomo). La sintassi dei casi in Orazio, XXIX, 785.
Fabretti (A.), **Flechia** (G.) e **Pezzi** (D.). Relazione sul lavoro del Prof. Elia Lattes: *La grande epigrafe etrusca del cippo di Perugia tradotta ed illustrata*, XXVI, 798.
— e **Pezzi** (Domenico). Riferiscono intorno al lavoro del socio corrispondente Elia Lattes, intitolato: *L'ultima colonna dell'iscrizione etrusca della mummia,* XXIX, 558.
Ferrero (E.) e **Manno** (A.). Riferiscono sulla *Memoria* presentata alla Classe dal Prof. Ettore Pais, intitolata: *Intorno al luogo e al tempo in cui Strabone compose la sua geografia storica*, XXV, 376.
Lattes (Elia). Il testo etrusco della mummia di Agram; Appunti ermeneutici, XXVII, 630.
— La parola *vinum* nell' iscrizione etrusca della Mummia, XXVIII, 871.
— Sunto della Memoria: *L'ultima colonna del testo etrusco della Mummia,* XXIX, 590.
Pais (Ettore). Sunto della Memoria: *Intorno al luogo e al tempo in cui Strabone compose la sua geografia storica*, XXV, 377.
Pascal (Carlo). La leggenda del diluvio nelle tradizioni greche, XXX, 785.
Patetta (Federico). Due poesie inedite di Floro, diacono di Lione, XXVII, 123.
Pezzi (Domenico). Breve sunto del primo, secondo e terzo saggio di: *Indici sistematici illustrati per lo studio dell'espressione metaforica di concetti psicologici in greco,* XXX, 563, 784.
— e **Flechia** (Giovanni). Relazione intorno allo scritto del Dott. Vittorio Puntoni: *Sulla narrazione del mito di Prometeo nella Teogonia esiodea,* XXIII, 132.
Ramorino (Felice). Sunto della Memoria: *La pronuncia dei versi quan-*

titativi latini nei bassi tempi ed origine della verseggiatura ritmica, XXVIII, 431.

Scialoia (Vittorio). L'orazione di Demostene contro Callicle; tradotta ed illustrata in rapporto alla teorica delle servitù prediali nel diritto greco, XXV, 792.

Setti (G.). Sulla autenticità dello scritto Lucianeo " Τυραννοκτόνος ", XXVII, 748.

Zuretti (C. O.). Il trattato di Gregorio Corinzio sull'Atticismo, XXVII, 572.

— Il numero delle commedie di Aristofane, XXVIII, 517.

Filologia orientale.

Gorresio (Gaspare). Del Catalogo dei Manoscritti sanscriti che si pubblica nelle varie parti dell'India, XXII, 280.

— Discorre dell'opera: *Bibliotheca Indica,* XXII, 335.

Rossi (Francesco). Sunto di una Memoria intitolata: *Trascrizione di due manoscritti copti del Museo Egizio di Torino,* XXI, 637.

— Sunto della trascrizione con traduzione italiana di parecchi frammenti copti del Museo Egizio di Torino, XXII, 673.

— Tre documenti copti, XXIII, 334.

— Trascrizione con traduzione di due papiri copti del Museo egizio di Torino, XXIII, 600.

— Trascrizione con traduzione italiana dai testi copti del Museo egizio di Torino, XXIV, 602.

— Sunto di una trascrizione con traduzione italiana di un testo copto del Museo Egizio di Torino, XXV, 682.

— Sunto di una sua trascrizione, con traduzione italiana dal copto, di un sermone sulla Passione di N. S. Gesù Cristo, XXVI, 330.

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie,* parecchi frammenti di diversi testi copti, XXVII, 122.

— Sunto della Memoria: *Di alcuni manoscritti copti che si conservano nella Biblioteca Nazionale di Torino,* XXVIII, 430, 656; XXIX, 34.

— Di alcuni cocci copti del Museo Egizio di Torino, XXX, 799.

Filosofia e Storia della Filosofia.

Allievo (Giuseppe). Sunto della Memoria intitolata: *Maine de Biran e la sua dottrina antropologica,* XXX, 501.

Cognetti de Martiis (Salvatore). L'Istituto Pitagorico, XXIV, 208, 270.

Losacco (Michele). Il sentimento della noia nel Leopardi e nel Pascal, XXX, 920.

Pezzi (Domenico). Legge una parte del suo lavoro: *Intorno al concetto di fatalità nei filosofi greci prima di Socrate,* XXI, 326, 408.

Geografia storica:

Ferrero (Ermanno). La strada romana da Torino al Monginevro; Sunto, XXIII, 50.

Schiaparelli (Luigi). Sulla unificazione e sui confini politici dell'Italia antica nei primi tempi storici in confronto di quelli dell'età moderna, XXVI, 605.

Glottologia:

Flechia (Giovanni). Del nome " Ariosto ", XXVIII, 41.

Gorresio (Gaspare). Presenta un libro offerto in dono alla Classe dall'autore Prof. James Stevens, intitolato: *Philological Studies*. Part I. *Mechanism of language*, XXII, 563.

Levi (Attilio). Delle radici dette metatetiche, XXIX, 583.

Letteratura e Storia letteraria:

Cian (Vittorio). Ancora dello " *Spirto gentil* " di messer Francesco Petrarca, XXVIII, 882.

— La " *Malta* " dantesca, XXIX, 497.

— Sunto della Memoria intitolata: *L' immigrazione dei Gesuiti spagnuoli letterati in Italia*, XXX, 504.

Cipolla (Carlo). Di alcuni luoghi autobiografici nella Divina Commedia, XXVIII, 372.

Cipolla (Francesco). L'indicativo *alcuno* nella Divina Commedia, XXIX, 576.

— Intorno al " Catone " del Purgatorio dantesco, XXX, 162.

Gorresio (Gaspare). Discussione sull'epopea, XXIV, 144.

Graf (Arturo). Un Monte di Pilato in Italia, XXIV, 328.

— e **Ferrero** (Ermanno). Relazione sopra uno scritto presentato dal Prof. R. Renier alla Classe di scienze morali, storiche e filologiche per la inserzione nelle *Memorie* dell'Accademia, XXVI, 617.

— e **Peyron** (Bernardino). Relazione intorno a uno scritto presentato dal Prof. Italo Pizzi, intitolato: *Le somiglianze tra la poesia persiana e la nostra del medio evo*, XXVII, 356.

Losacco (Michele). Il sentimento della noia nel Leopardi e nel Pascal, XXX, 920.

Negroni (Carlo). Sunto d'una Monografia sul testo della Divina Commedia di Dante, XXIV, 720.

Professione (Alfonso). Alcune notizie inedite di storia letteraria senese, XXIX, 368.

Robèrti (Giuseppe). Il carteggio erudito fra Giuseppe Vernazza e Giovanni Antonio Ranza, XXIX, 810.

Vassallo (Carlo). Un nuovo documento intorno al poeta astigiano Gian Giorgio Alione, XXVI, 171.
— Sulla Biblioteca Carlo Emanuella, XXVII, 1080.

Numismatica e Sfragistica:

Claretta (Gaudenzio). Illustrazione di sigilli inediti dei secoli XV e XVI, XXIII, 268.
Promis (Vincenzo). Moneta inedita di Pietro I di Savoia e pochi cenni sulla zecca primitiva dei Principi Sabaudi, XXIII, 653.
— Monete di Gio. Battista Falletti Conte di Benevello, XXIV, 84.
Ricci (Serafino). Contributo alla storia dei sigilli antichi di Verona a proposito di due inediti nell'archivio Gonzaga di Mantova, XXX, 934.

Paleografia e Diplematica:

Calligaris (Giuseppe). Di tre diplomi di Federico II, uno dei quali inedito, XXVI, 898.
Cipolla (Carlo). Di un diploma perduto di Carlo III (il Grosso) in favore della Chiesa di Vercelli; XXVI, 670.
— Sunto della Memoria: *L'antica biblioteca Novaliciense e il frammento di un codice delle Omelie di S. Cesario*, XXIX, 338.
— Sunto della Memoria: *Appunti dal codice Novaliciense del Martyrologium Adonis*, XXIX, 397.
— Un diploma di Corrado II (Stumpf 1911), XXIX, 463.
— Sunto della Memoria: *Notizia di alcuni codici dell'antica biblioteca Novaliciense*, XXIX, 508.
— Sunto della Memoria: *Antichi inventarii del monastero della Novalesa, con la serie degli abati e dei priori del medesimo*, XXIX, 831.
— Sulla notizia vercellese riguardante un diploma perduto di Carlo III (il Grosso), XXX, 46.
— e **Nani** (Cesare) e **Ferrero** (Ermanno). Relazione sulla Memoria del Prof. Federico Patetta: *Frammento torinese del codice Teodosiano*, XXX, 901.
Claretta (Gaudenzio). Una ricognizione dell'Archivio del Cenobio d'Oulx nel 1607 e il Cartario Ulciense, XXX, 245.
Patetta (Federico). Appunti da un manoscritto della Capitolare di Perugia, XXIX, 260.

Storia:

Bollati di Saint Pierre (Federico Emanuele). Un inedito documento sulla battaglia di Guastalla, XXIII, 133.
— e **Ferrero** (Ermanno). Dànno informazioni intorno al lavoro del fu

socio non residente Leone Menabrea, intitolato: *Index des fiefs de la Savoie*, XXIX, 395.

Bollati di Saint Pierre, Manno (A.) e **Ferrero** (E.). Relazione intorno al lavoro del Conte Eugenio Cais di Pierlas: *Le onzième siècle dans les Alpes maritimes;* Études généalogiques, XXIII, 648.

Boselli (Paolo). La Duchessa di Borgogna e la battaglia di Torino, XXVII, 470.

— Carlo Alberto e l'Ammiraglio Des Geneys nel 1821, XXVII, 706.

Calligaris (Giuseppe). Intorno al sepolcro di Adelaide di Susa, XXV, 520.

— Di tre diplomi di Federico II, uno dei quali inedito, XXVI, 898.

Cipolla (Carlo). Di un diploma perduto di Carlo III (il Grosso) in favore della Chiesa di Vercelli, XXVI, 670.

— Nuovi studi sull'itinerario di Corrado II nel 1026, XXVI, 790, 880.

— Di Rozone vescovo di Asti e di alcuni documenti inediti che lo riguardano. Sunto, XXVI, 797.

— Sunto della Memoria: Il trattato " *De Monarchia* „ di Dante Alighieri e Giovanni da Parigi, XXVII, 385.

— Appunti storici tratti dalle epistole di S. Pier Damiani, XXVII, 742.

— I testi greci della cronaca Arabo-Sicula di Cambridge pubblicati da G. Cozza-Luzi, XXVII, 830.

— Sunto di una sua Memoria, intitolata: *Considerazioni sulle Getica di Jordanes e sulla loro relazione colla Historia Gothorum di Cassiodorio Senatore*, XXVII, 932.

— Un documento per la storia dei mercanti " Lombardi „ a Londra nel secolo xv, XXVIII, 171.

— Ancora dei mercanti " Lombardi „, XXVIII, 880.

— Per la storia della formula " *Sator Arepo* „, XXIX, 209.

— Un diploma di Corrado II (Stumpf 1911), XXIX, 463.

— Sunto della Memoria: *Antichi inventarii del monastero della Novalesa, con la serie degli abati e dei priori del medesimo,* XXIX, 831.

— Sulla notizia vercellese riguardante un diploma perduto di Carlo III (il Grosso), XXX, 46.

— **Manno** (Antonio) e **Ferrero** (E.). Relazione della Commissione incaricata di esaminare il lavoro presentato da G. Sforza, col titolo: *Castruccio Castracani degli Antelminelli e gli altri Lucchesi di parte Bianca in esiglio*, XXVI, 913.

Claretta (Gaudenzio). Il Comune di Giaveno nel medioevo, XXI, 507.

— L'abbazia di S. Michele della Chiusa nel medio evo; Notizia storico-critica e sfragistica, XXII, 371.

— Corollari storico-critici dedotti dalla recente edizione dell'opera di D. Carutti: *Il conte Umberto I e il re Ardoino*, XXIII, 503.

— Sull'antichissimo monastero torinese di S. Pietro dell'Ordine Benedettino; Notizia storico-critica, XXIV, 672.

Claretta (Gaudenzio). Lettura di un suo lavoro sugli usi e costumi piemontesi tra il fine del secolo XVII ed il principio del XVIII, XXV, 127.

— Sulle memorie storiche della Città di Carmagnola, raccolte dall'Ingegnere Raffaello Menocchio, XXV, 319.

— Gli Alfieri e il vescovo d'Asti Baldracco Malabaila 1349—1354, XXVI, 773.

— Intorno al libro del Prof. Ferdinando Gabotto: *Ricerche e studi sulla storia di Bra*, XXVII, 413.

— Della tirannia dei Ferrero-Fieschi principi di Masserano. Nota storica, XXVII, 415.

— Sugli statuti di Bene Vagienna, XXVIII, 156.

— Intorno al libro dell'Avv. Usseglio: *Bianca di Monferrato di Savoia* (Torino, 1892), XXVIII, 197.

— Intorno al libro: *La Suisse sous le pacte de 1815 par Berthold van Muyden*, XXVIII, 509.

— Carlo V e Clemente VII; il loro arrivo al Congresso di Bologna, e l'assedio di Firenze del 1530, secondo il legato di Savoia a Roma, a proposito dell'odierna pubblicazione di una corrispondenza epistolare di quei due potentati, XXVIII, 634.

— Sull'opera donata all'Accademia da S. A. S.[ma] il Principe Alberto I di Monaco: *Documents historiques relatifs à la principauté de Monaco depuis le* XV *siècle*, XXIX, 128.

— Il primo segretario del Duca di Savoia Carlo Emanuele I ed uno schiavo a Torino nel 1628; Notizie storiche, XXIX, 561.

— Una ricognizione dell'Archivio del Cenobio d'Oulx nel 1607 e il Cartario Ulciense, XXX, 245.

— Una controversia marinaresca definitasi a Torino nel 1674 ed un tentativo di fondare in Torino una colonia ellenica, XXX, 902.

Cognetti de Martiis (Salvatore). Un'obbligazione cambiaria per la IV Crociata, XXIX, 778.

Corradi (Alfonso). Gian Bartolomeo Gattinara ed il sacco di Roma nel 1527, XXVII, 238.

De Vit (Vincenzo). Della via tenuta dai Cimbri per calare in Italia e del luogo della loro sconfitta, secondo il Pais, XXVII, 166.

Dutto (Agostino). La Valle di Stura dal 1163 al 1200; Ricerche documentate, XXIX, 132.

— Se gli Astigiani e l'abate di S. Dalmazzo del Borgo ebbero parte nella fondazione di Cuneo, XXX, 321.

Fabretti (Ariodante). Lettura del suo lavoro intorno alle: *Leggi suntuarie concernenti il vestire degli uomini e delle donne in Perugia nel secolo* XVI, XXI, 196, 325, 404, 505; XXIII, 333; XXIV, 553; XXVII, 291, 571.

Ferrero (Ermanno). Pubblicazioni francesi di documenti diplomatici, XXI, 317.
— Legge a titolo di comunicazione, la prefazione del I vol. del periodo 3° delle: *Relazioni diplomatiche della Monarchia di Savoia; Francia,* XXI, 605.
— La patria dell'Imperatore Pertinace, XXII, 75, 932.
— Un'opera postuma di Ercole Ricotti, XXIII, 527.
— Un nuovo libro di istruzioni diplomatiche francesi, XXVIII, 787.
— e **Manno** (Antonio). Relazione sul lavoro del Dott. Carlo Merkel, intitolato: *La dominazione di Carlo I d'Angiò in Piemonte ed in Lombardia, ed i rapporti di essa colle guerre contro re Manfredi e Corradino,* XXVI, 415.
— e **Nani** (C.). Riferiscono intorno al lavoro del Dott. Carlo Merkel, intitolato: *Il Piemonte e Carlo d'Angiò prima del 1259,* XXIV, 719.
Filippi (Giovanni). Dedizione di Savona a Filippo Maria Visconti (1422), XXX, 266.
Manno (Antonio). Di un preteso diritto infame medievale, XXII, 564.
— e **Ferrero** (Ermanno). Comunicazione della prefazione del 2° volume del periodo terzo delle *Relazioni diplomatiche della Monarchia di Savoia dalla prima alla seconda restaurazione; Francia*, XXIII, 222.
— — Riferiscono intorno al lavoro del Dott. Carlo Merkel, intitolato: *Relazione tra le origini della dominazione Angioina in Provenza e quella in Piemonte*, XXV, 318.
Mercati (Giovanni). Alcune note sul Cronico del Franza, XXX, 467.
Merkel (Carlo). Sunto della Memoria: *Relazioni fra le origini della dominazione Angioina in Provenza e in Piemonte,* XXV, 331.
— Sunto della Memoria: *La dominazione di Carlo I d'Angiò in Piemonte ed in Lombardia, ed i rapporti di essa colle guerre contro re Manfredi e Corradino,* XXVI, 416.
Nani (Cesare). Lo studio bolognese nelle sue origini di L. Chiapelli, XXIII, 468.
Patetta (Federico). Sull'introduzione in Italia della Collezione d'Ansegiso, e sulla data del così detto *Capitulare Mantuanum Duplex* attribuito all'anno 787, XXV, 876.
— Sull'anno della promulgazione dell'editto di Teodorico, XXVIII, 535.
— Contributo alla storia della letteratura medioevale riguardante la fine dell'impero romano e la venuta dell'Anticristo, XXX, 426.
Pélissier (Léon G.). Lettres inédites sur la conquête du Milanais par Louis XII, XXIX, 94.
Perrero (Domenico). Disegno di una scalata della città di Ginevra da aggiungersi alla storia di Carlo Emanuele II di Savoia, XXX, 568.

Promis (Vincenzo). Lettera inedita di D. Emanuele Tesauro, XXI, 642.
Restori (Antonio). Alcuni appunti sulla Chiesa di Toledo nel sec. XIII, XXVIII, 54.
Rivoire La Bâtie (de). Note sur la véritable origine de la Royale Maison de Savoie, XXIII, 520.
Savio (Fedele). Il Marchese Bonifacio del Vasto ed Adelaide Contessa di Sicilia, regina di Gerusalemme, XXII, 87.
— Il Concilio di Torino, XXVII, 727.
Schiaparelli (Luigi). Sull'Etnografia della Persia antica anteriore alle invasioni ariane, XXIII, 308.
— Una lettura sulle memorie storiche del Comune e sugli Statuti della Repubblica di Biella, raccolte, ordinate e in parte pubblicate da Quintino Sella, XXIV, 61.
— Seconda lettura sulla confederazione dei Cheta o Ittiti, XXV, 562.
— Sulla unificazione e sui confini politici dell'Italia antica nei primi tempi storici in confronto di quelli dell'età moderna, XXVI, 605.
— Sull'azione civile della Babilonia e dell'Egitto nei primi periodi della loro storia, e sopra un nuovo documento, storico geografico, scoperto nel presente anno nella necropoli di Assuan; Brevi osservazioni, XXVII, 739.
Trivero (Camillo). Che cosa è la storia, XXX, 125.
Vassallo (Carlo). Le mura della città d'Asti, XXV, 60.
— Matteo Prandone difensore d'Asti nel 1526 contro Fabrizio Maramaldo, XXV, 214.